

# 工作機械の振動について

On Machine Tool Vibration

佐藤 壽 芳\*

工作機械の振動問題に関する研究動向についてとりまとめた。工作機械においては、振動が切削能率、切削精度の向上という点で機械の性能向上を阻害することによつて、特に自励振動の成因が切削過程、機械構造の振動特性によつていふことを例示した。また、これまでになされていふ自励振動に関する研究について、その考え方、導かれた結果についてとりまとめた。切削過程、機械構造の振動特性についても、実験的にもとめられている特性、構造の固有振動数の計算法などについて概観した。最後に防振法開発の現況にふれた。

## 1. はじめに

工作機械における振動の問題は、機械自体が古くから使われていることもあって、早くから現場の技術者にとっては好ましくない現象と考えられていたものと思われる。しかし、機械の性能向上と相まって研究の対象とされたのはそれほど古いことではない。筆者の知るかぎりでは、1946年、Arnoldによる報告が解析的な興味をもつてなされた初めであるといつてよいであろう。その後多くの人達によつて現象の解明とそれによつた機械の性能の向上がはかられてきているが、いまだに問題を残しているのが実状かと思われる。

図1は、工作機械の振動に関する問題点を示したものである。すなわち、工作機械は、その性能向上の一環として、切削能率と切削精度の向上が要求される。切削能率の向上に関しては、切削速度の上昇、切りこみ深さの増加などの方法が考えられるが、いずれも一般的には振動の増大につながりうることであり、機械の性能向上の必ずしも容易でないことが知られる。生じる振動の性質としては、自励振動、強制振動があげられる。前者は、機械構造の振動特性と切削機構が相互に関連し合つて生ずるものであり、後者は電動機、駆動系、主軸系などの不釣合などが原因となつて機械構造の振動を惹起するものである。また、切削力の変動等が強制力となつて振動を惹起する場合も考えられる。これらは、いずれも切削能率の低下、切削精度の劣下を招く原因となるものである。

自励振動に関しては、前記 Arnold に始まつて多くの

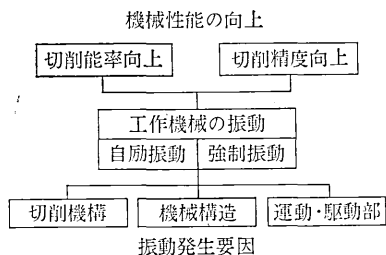


図1 工作機械の振動概念図

研究者によりその発生機構について考察がなされ、一台の機械が与えられた時に、安定な切削が可能な範囲を求め手順も示されるに至っている。しかしながら、設計の段階で、この安定域を知ることができるかという点については、機械構造の振動特性を求め計算法の問題、工具形状をパラメータとした時の切削力特性、切削力・工具変位間の関係等切削過程の振動特性の解明が必ずしも十分でないこと等から、いまだに問題を残している面がある。また、強制振動について、機械上で観測される振動数と振幅が、被削材の形状精度におよぼす影響についても定量的な究明は充分でないようにみえる。

このような残された問題については、今後も研究課題であるが、本稿では、自励振動に関する基礎的な考え方、これに関連して、切削機構の振動特性、機械構造の振動特性とその計算法、各種の防振法など、工作機械の振動の諸問題に関する最近の研究の動向について解説を試みる。

## 2. 自励振動の機構

すでにふれたように、自励振動発生機構については Arnold の考察<sup>1)</sup>以来、Hahn<sup>2)</sup>、Doi<sup>3)</sup>、Tobias<sup>4),5)</sup>、Tlusty<sup>6)</sup>、Merrit<sup>7)</sup> などの人達によつて考えられてきた。これらには、現象の把握、解析の方法などそれぞれに特徴がある。また誘導された結果が、現象を説明する面も様々であるが、互いに共通した結果を与えている部分もある。本稿では、解析の手法として、もっともととのつた面をそなえている Merrit の研究にしたがつて自励振動発生機構について考えたのち、他の研究の特徴について表記する。

工作機械の自励振動に関しては、安定な切削条件をみきわめることが1つの要件である。Merrit は、自動制御の安定判別の手法を応用して、これを求めることを試みた。すなわち、図2で構成される2次元切削の場合を考える。切削力  $F$  は背分力方向と  $\beta$  をなし、また振動方向は背分力方向と  $\alpha_1$  の角をなしているとする。被削材の運動は背分力方向に  $y$  ととり、工具からはなれる方向、すなわち、切屑厚さが薄くなる方向を正にとる。 $u_0$  を公称切屑厚さ、 $u$  を変動切屑厚さ、 $T$  を被削材が1回

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

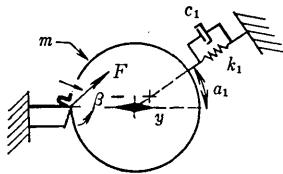


図 2 1 自由度振動系モデル図<sup>1)</sup>

転に要する時間とすると、まず

$$u(t) = u_0(t) - (y(t) - \mu y(t-T)) \quad (1)$$

なる関係が成立する。ここで  $\mu$  は、overlap 係数とよばれるもので、1 回転前に削ったあとを次に工具が通過する時どれだけ削るかをあらわし、突っ切りの場合は  $\mu=1.0$ 、ねじ切りの場合は  $\mu=0$ 、一般的には、その中間の値としてとられるものである。

一方、切削力  $F(t)$  と  $u(t)$  のもっとも簡単な関係として

$$F(t) = k_c u(t) \quad (2)$$

が成り立つ。ここで  $k_c$  は静的切削剛性係数であり、工具形状、被削材材料等によって定められるものである。

また系が 1 自由度系であらわされるものとすれば、運動方程式は、

$$F(t) \cos(\alpha_1 - \beta) = m \frac{d^2}{dt^2} \left[ \frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] + c \frac{d}{dt} \left[ \frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] + k_1 \left[ \frac{y(t)}{\cos \alpha_1} \right] \quad (3)$$

とあらわされる。(1), (2), (3) がこの系の特性を考える基本的な関係となる。これらをラプラス変換して整理すれば、

$$u(s) = u_0(s) - \eta y(s) (1 - \mu e^{-T_s}) \quad (4)$$

$$F(s) = k_c u(s) \quad (5)$$

$$\frac{y(s)}{F(s)} = \frac{1}{k_m} G_m(s) \quad (6)$$

$$G_m(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_1^2} + \frac{2h_1 s}{\omega_1} + 1} \quad (7)$$

ただし  $\omega_1^2 = k_1/m$ ,  $h_1 = c_1/2\sqrt{mk_1}$ ,  $k_m = k_1/\cos(\alpha_1 - \beta) \cdot \cos \alpha_1$  等である。ここで(6)の関係は、一般的には機械の構造の振動特性をあらわすものと考えて差支えない。

(4), (5), (6) からは、この系のブロック線図が図 3 のように求められる。図は、 $\mu$  のいかんにかかわらず常に存在する主フィードバック・ループと  $\mu$  の値によって変化する再生効果のフィードバック・ループから構成されることがわかる。

この系の特性方程式は、

$$1 + (1 - \mu e^{-T_s}) \frac{k_c}{k_m} G_m(s) = 0 \quad (8)$$

とあらわされるが、線型な系ではこの方程式の全ての根の実部が負である時に限って系は安定である。Merrit は、(8) が超越方程式であることから、Nyquist の安定判別を拡張した図式解法を提案している。すなわち、

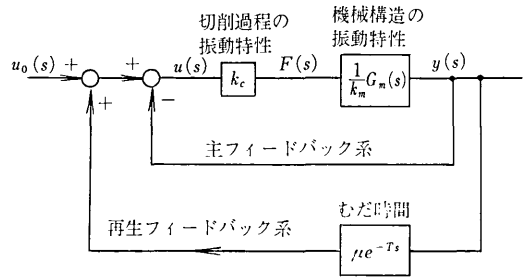


図 3 自動振動系のブロック線図<sup>1)</sup>

(5), (6) 等をもちいて、

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{F(s)}{u(s)} \cdot \frac{y(s)}{F(s)} = \frac{k_c}{k_m} G_m(s) \quad (9)$$

とかけると、(8) より

$$\frac{k_c}{k_m} G_m(s) = \frac{-1}{1 - \mu e^{-T_s}} \quad (10)$$

ここで、 $\eta$  を被削材 1 回転中で、1 周期が完全によみとれる全波数、 $\nu$  は 1 周期に至らない端数分、したがって  $0 \leq \nu \leq 1$  とすると、

$$\omega T = 2\pi(\eta + \nu) = 2\pi f T \quad (11)$$

とかけるから、(9), (10) を考慮すると、

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{-1}{1 - \mu e^{-j \cdot 2\pi \nu}} \quad (12)$$

とあらわされる。これは、 $\mu, \nu$  をパラメータとした曲線群であらわすことができる。一方、機械構造の振動特性を実験なり計算なりによって求めることができれば、(9) によって(12)と同じく  $y(s)/u(s)$  との関係としてあらわすことができる。図 4 は、これらをあわせ示した例であるが、安定判別の手法により、構造の特性に関する曲線が、(12) で示される曲線と交わらなければ安定であるから、 $\mu=1$  と考えると、図の例では、 $k_c/k_m=0.1, 0.2$  の場合について、それぞれ 1, 2 の交点ができ、(12) で示される曲線の外側にある条件の時は安定、内側にある条件では不安定となる。交点に相当する臨界速度  $N = 1/T$  は、(11), 図 4 よりもとめられる  $f$ , 切削面の観察による  $\nu$  などをもとに、

$$1/T = f/(\nu + \eta) \quad (13)$$

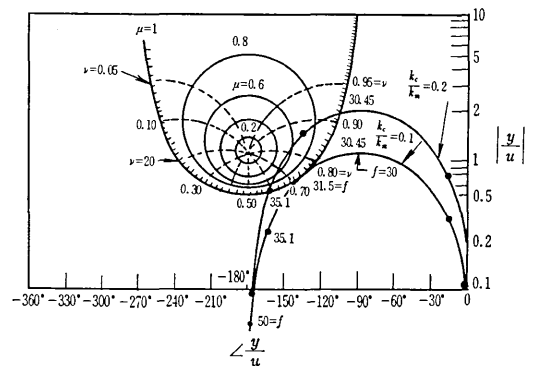


図 4 安定判別の図<sup>1)</sup>

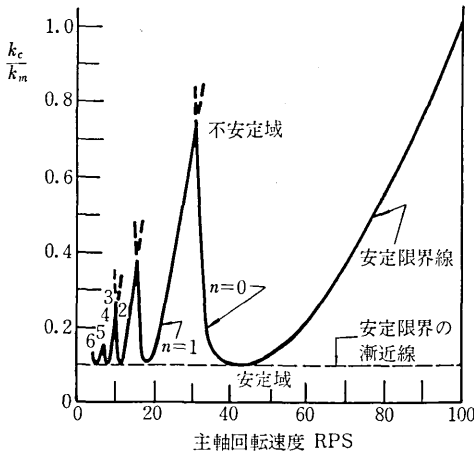


図5 安定限界線図<sup>7)</sup>

において、 $\eta=0, 1, 2, \dots$  としてもとめられる。図5は、横軸に被削材回転数、縦軸に  $k_c/k_m$  あるいは  $f_0$  をとった安定領域線図である。

以上 Merrit にしたがって、切削における自励振動についての考え方の一端を示したが、実在の機械にこれを適用し性能を記述することについては、

- 1) 機械構造の振動特性が、工具形状や切削条件などによっては一意的にきめられないために、安定判別線図も一意的にはきまらないこと
- 2) overlap factor を正確に求めることが難しいこと
- 3) 解析の趣旨にそって機械構造の振動特性を測定することがかなり難しいこと
- 4) 実際の見地からすると、図5のような安定判別線図がえられても複雑すぎること

などの問題点のあることも併せて指摘されている。このほかにも、切削剛性が(5)で与えられるような簡単な関係であるのかどうか、設計の段階で工作機械のような複雑な構造の振動特性をどのように求めてゆか、実験によると低速における安定切削域は切削剛性が大きい領域にまで広がっているのにたいし、この解析結果では、一定の値以下の所に限られている等の問題点があげられるが、これらについては後にふれることにする。このほか自励振動発生機構について多くの研究者によってさまざまな角度からなされた研究成果について、現象の把握、実験解析結果の面からまとめたものを表1に示す。

### 3. 切削過程の振動特性

切削における自励振動の問題を考えるにあたって(2)、(1)に対応する切削過程の特性、(7)に対応する構造の特性が重要なことは、Merrit によってのみならず指摘されているが、本節ではまず前者について考察する。

すでにのべた Merrit の方法について指摘できる問題点の1つは、切削力に関する表示がきわめて簡単なこと

である。切削力の変動と工具変位の変動、あるいは切削力の変動と切屑厚さの変動などの関係については、自励振動を研究する者にとって最大の関心事であった。表1に示すように、現在では否定されているが、Arnold は切削速度と切削力の関係には負勾配部があるという関係を想定した。また、Doi らは、切削力の変動は被削材の変位変動にたいして位相おくれがあることを詳細な実験により見出し、自励振動の解析にもこの特性を導入した。また Tobias らは、切削力の変動には、切込み厚さの変動に比例する項に加えて、penetration effect とよばれる工具が被削材に切りこむ速度に比例する項が加わつたとを提案している。penetration effect の導入により、Merrit の成果について指摘できるもう一つの問題点、低速域で安定切削可能域が狭いことにたいしては解決を与えていることが示された。しかし、penetration effect にも、工具が被削材にきりこむ速度に比例する粘性力が作用することの物理的な意味が明確でないこと、実験的にもこの確認が容易でないこと等に問題点が残されている。

Kegg<sup>12)</sup> は、工具を切削時に加振して切削過程の振動数特性を求めることを試みた。図6のような油圧サーボ装置によって、切りこみ厚さの変動に対する切削力の変動のゲイン、位相特性を、振動数を変化させて求めたものである。図7は、この結果の1例を示すが、これらの結果から、Doi らによって主張されていた、切削力の変動が工具の変位変動にたいして位相おくれを有するという現象について確認するとともに、入力である切りこみ厚さを変化させても、図7の特性には影響がなく、そのかぎりでは線型性がいえること、また工具の逃げ角を減少させると切削力、位相おくれがともに増加することをたしかめ、これが工具逃げ面と被削材表面の干渉によることを推定している。

位相おくれが生ずる原因について、Kegg は他の研究者にもとづくいくつかの考え方をあげている。すなわち

- 1) 切削力が剪断面の瞬時長さによって決定される：

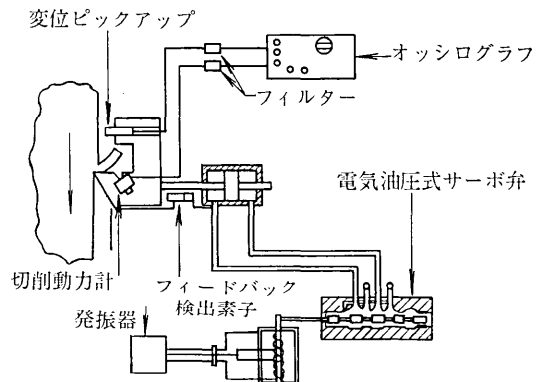


図6 切削過程の振動特性の実験装置<sup>12)</sup>

表 1 自動振動に関する研究成果一覧

| 研究者名                   | 発表<br>年次 | 理論定式化の基礎的考え方   | 実験にみられる現象, 解析結果  |
|------------------------|----------|--|--|
| Arnold                 | 1946     | バイトの曲げ振動 (強制振動)<br>切削速度と切削力の関係に負勾配部, 摩擦振動に類似   | 摩耗が進行して自動振動が発生し易い<br>切りこみ深さと振動振幅の關係は切削速度に独立  |
| Hahn                   | 1953     | 再生効果を導入, これがない場合を primary instability, ある<br>場合を transition chatter とよぶ<br>切屑断面面上の応力と熱の相互作用<br>連続切削で被削材表面波面と工具の干渉で系にエネルギーが蓄積<br>されることの定性的モデル     | Arnold の速度効果がみられないこと<br>Arnold の主張する摩耗の進行により生ずる自動振動は逃げ角の<br>影響が大きい transition chatter.<br>切込深さと切削力の關係で安定, 不安定領域を示す, 逃げ角を大<br>きくとすると不安定領域が消える<br>工具固有振動数と自動振動振動数の關係を示す                          |
| Doi                    | 1956     | 切削力変動が被削材の変位変動よりおくれることを定式化, 1 自<br>由度系として解析  | 速度にたいする切削力の特徴は負特性を示さず一様<br>切削力の変動は, 被削材の変位変動にたいして位相おくれがある  |
| Tobias                 | 1956     | 振動は, 主分力方向か背分力方向かどちらかのモードであらわれ<br>る<br>機械構造の振動モードに注目<br>切削力を切屑厚さ, 切りこみ速度 (penetration effect), 切削速度<br>の関数として定式化<br>再生効果を定式化, overlap factor を導入 | 横軸に切削速度, 縦軸に増幅率をとって安定, 不安定領域の図示<br>化<br>penetration effect による低速の安定域の説明  |
| Tlusty                 | 1957     | 速度効果は無視<br>振動モードの連成効果を考慮<br>切削力にたいする切屑厚さ方向の機械の変形の相互リセプタンス<br>を位相面上にあらわし, 図式的に負の実部最小の点によって安定<br>判別, 切削幅の臨界値を与える<br>再生効果を認める                       | 多数の各種機械について振動試験をおこない剛性をあげる具体的<br>方法を示唆   |
| Saljé <sup>8)</sup>    | 1956     | 基本的に 2 自由度系で扱うことの必要性   | パイプの端面切削<br>切削速度と送り一定: 切削幅の増加にともない振幅増加<br>切削体積一定: 切削幅の増加にともない振幅増加<br>" : 切削速度にたいし振幅はある速度まで増加後減少<br>自動振動の振動数は主軸系の固有振動数よりやや低い振動数<br>僅かに摩耗した工具の方が研摩したものを用いるときより振幅大<br>送りを減少するとき振動数増大              |
| 丸山 <sup>9)</sup>       | 1961     | 切削力が, 切りこみ, 切削速度, 切削角, にげ角, 進行角の関数<br>として 1 自由度, 2 自由度系として解析   | 切削力: 切削角の増加とともに, ほぼ比例的に増加, 逃げ角には<br>無関係, 切りこみとともに増加, 進入角 (新たに導入された量)<br>小さいところで無関係, ある大きき以上で急変, 切削速度にたい<br>し負の勾配をもつ部分がある   |
| Gurney <sup>10)</sup>  | 1962     | Tobias の解析 (1956) にたいする図式解法  |  |
| 杉本 <sup>11)</sup>      | 1963     | 前歴効果 (再生効果) を考慮<br>切削抵抗は海老原, 星, 横山らの關係式による切りこみ, 送り,<br>とりつけ角, 被削材引張強さ, 削り角等の関数としてきまる<br>1 自由度系としての解析<br>速度効果を認める                                 | 安定, 不安定域の図示<br>切りこみ送りがある値以下ですべての削り速度にたいし安定<br>切りこみ大: 不安定領域大<br>前歴効果によって, 送りを大にすると, 不安定領域縮小   |
| Merrit                 | 1965     | 自動制御の手法, 広義のナイキストの安定判別法を適用<br>再生効果, overlap factor をもちいる<br>切削力: 静的剛性係数を用いてあらわす<br>構造の振動特性を考慮  | 特定の場合に Tlusty の結果とも一致<br>切削速度にたいし切削幅をとって, 安定, 不安定領域を示した<br>低速の切削における安定性が説明されない   |
| Kegg <sup>12)</sup>    | 1965     | 動的切削機構にたいする考察と実験<br>逃げ角が低速切削の強い安定性に關係があること, また振幅の抑<br>制に關係があること  | 切削力は切屑厚さ変動よりややおくれる. この位相おくれは振動<br>数ともややふえる傾向<br>切削速度が低いところで実際の系は非常に安定であることの確認  |
| Sridhar <sup>13)</sup> | 1968     | 自動制御手法のフライス削りへの拡張<br>矩形軸への適用<br>簡単化した場合への適用例   | 矩形軸の内形断面切削の場合, 切削速度, 切削幅の全般的傾向で<br>よい一致  |
| 星 <sup>14)</sup>       | 1969     | Tlusty の方法の採用  | back ground noise の存在が切削時の系を不安定側に近づけうる<br>こと   |
| Sisson <sup>15)</sup>  | 1969     | Merrit の方法で構造減衰の他に, 工具の逃げ面にあたる部分の<br>被削材の弾塑性変形にもとづく減衰項を仮定, これは切削速度,<br>切削幅, 被削材の降伏応力, 逃げ角, 工具刃先半径の関数   | 逃げ角が小さくなると安定性が増加する<br>低速切削で安定性が増大<br>工具, 刃先半径を大きくすると安定性が増大<br>以上解析よりたしかめられ実験と一致する. 他に多数のデータを<br>整理し, 送りが小さい時安定性が減少することを確認<br>振動数が高いところで, これらの効果は著しい<br>これらの効果は材料や加工法が変わってもほとんど変わらない<br>などをえている |

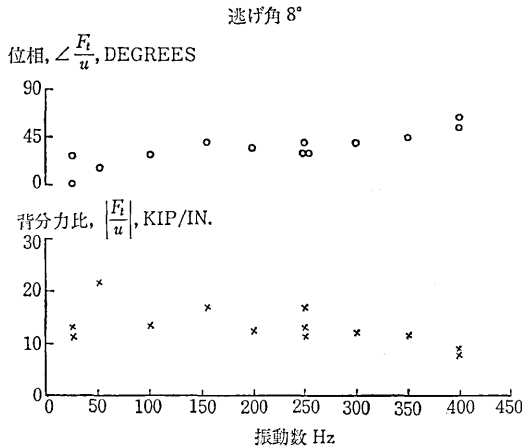


図 7 Kegg の実験結果<sup>19)</sup>

切削力は工具位置にたいして、剪断面長さの水平面にたいする投影分だけおくれる<sup>16)</sup>。

2) 切屑が剪断面から最大主応力が働らく点に至るまで流れるのに時間を要するため摩擦力と剪断力の間に位相差を生じる<sup>17)</sup>。

3) 横逃げ角の大きさによって生じうる摩擦：振動の振幅を抑制する効果が著しい。振幅の抑制による力が切削力に合力として加わることにより、切削力と工具先端で測った切屑厚さの間に位相が生じる<sup>18)</sup>。

等々である。横逃げ角を変数とした自からの実験結果にもとづいて、3)の考え方が納得できるものとしている。

Sisson<sup>15)</sup> らはこの考え方を発展させ、減衰力が、工具と被削材の接触長さの逃げ角にたいする変化率に比例する係数によってきまることが仮定して、Merrit の考えのみでは説明できなかった低速における安定域の増大を理由づけている。この解析により、1. 逃げ角が減少すると安定性が増加すること、2. 送り小さい場合に安定性が増加する。3. 自励振動の振動数が高い場合にこれらの効果は一層顕著である。4. 工具の刃先半径が大きいときも、これらの効果は著しい。等を明らかにし、実験による結果を説明するとともに、振動がおこった時にとるべき対策の一環を示している。

Kegg の方法は、切削過程の振動特性を求めると、もっとも一般的な方法と考えられるが、この他にも、被削材表面を正弦状にしておいたときの切削<sup>19)</sup>、切削力その他について切削時のステップ応答を振動数域に変換処理する解析<sup>20)</sup>、切削力その他について切削時のデータの相関解析<sup>21)</sup>等の方法によることも提案されている。それぞれにその特徴があるが、これまでの成果では求められた結果は必ずしも互いに一致していない。データ処理をおこなう解析法にあつては、その途次混入する誤差、その他解析法自体の特徴に注意しておくべきはいうまでもない。

#### 4. 機械構造の振動特性

自励振動の発生には切削過程の振動特性とともに機械構造の振動特性が重要な役割をはたすことは、すでに見てきたとおりである。その場合工具・被削材間に切削力が働らくことによって、その間の構造の変形が振動数とともにどう変化するかという観点から把握することが必要とされ、Merrit の研究とあわせて、切削時の状態を模擬するように加振が可能な小型・大出力の電気油圧式加振器の開発、ならびに、工具・被削材間の切削力変位特性…コンプライアンス…の振動特性を加振実験と同時にとめる一種のアナログ計算機の開発も進められた<sup>22)</sup>。これらによって、切削時を想定した工作機械の多様な振動数特性の把握が迅速容易に行なえるようになった。

一方機械が強制振動の状態にある場合については、加振点に力が加わった時の構造の振動数特性、あるいは、切削にたいする影響を知るという観点からその場合の工具被削材間の振動数特性に注目する必要がある。実際には、強制振動源の位置、振動数が必ずしも明瞭でない場合が多いから、機械構造全体としての振動特性を考慮しておき、個々の場合に応じてその影響を考えればよい。

いずれの振動特性についても、実験的にこれを求めることは難易の程度の差はあれ可能である。本節では機械構造の振動特性について求められた典型的ないくつかの例と、これを計算によって求める試みについてふれる。構造として比較的単純であり、切削機械としても基本的な旋盤を例として考える。

##### (1) 振動特性の測定

図 8 は、工具台被削材間を前後方向に水平に加振した場合の加振力と相対速度の比…インピーダンスの振幅特性である。これは 30φ×700 の被削材をつけた場合について求めたものであるが、この特性が被削材の形状や加振位置によって変ることは容易に理解されよう。いまの場合インピーダンスの小さい点、すなわち共振点と考えられる振動数は、450, 520, 610 Hz 等に現われている。

ところで、この機械の固有振動数や振動モードは、別の実験によっておおむね図 9 のように求められる<sup>23)</sup>。図

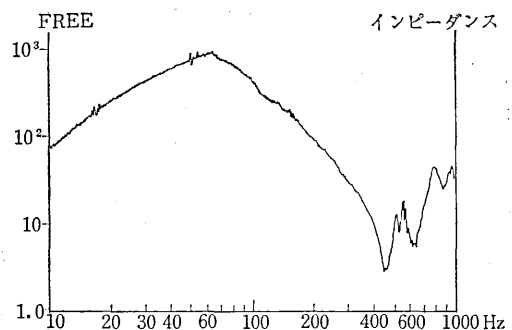


図 8 工具・被削材間インピーダンス測定例

| 固有振動数      | (a)<br>正弦波<br>加振 | (b)<br>ランダム波<br>加振 | (c)<br>無負荷<br>運転 |
|------------|------------------|--------------------|------------------|
| 47.5<br>Hz |                  |                    |                  |
| 80<br>Hz   |                  |                    |                  |
| 160<br>Hz  |                  |                    |                  |
| 210<br>Hz  |                  |                    |                  |

図9 旋盤ベッド前後方向の振動モード概略図

中3つの欄は、加振方法の違いによってわけている。P1, P2等はベッド沿い測定点を意味し、主な振動方向である水平方向のみの動きに注目している。正弦波加振によるのが最も普通の方法であるが、固有振動数としては、47.5, 80 Hz など、図8でみた振動数よりはるかに小さい値を示している。振動モードの特徴としては、47.5 Hz ではベッド全体が一樣な振幅で前後方向に振動するいわゆるロッキング振動、80 Hz では、左右両端が逆位相で振動するモードとなっている。このような固有振動モードについて被削材・工具台間の相対変形を考えるならば、47.5 Hz については影響を重要視しなくてよいとしても、80 Hz のモードについては、簡単には無視できないであろうことが推察される。これらの振動数の切削加工に及ぼす定量的な影響については、図8の結果とも関連して今後問題が残されている。

図9の右側2つの欄であるが、それぞれ、不規則振動により加振して解析した結果、特に外部よりの加振はせず、無負荷で機械を運転した時、電動機、駆動歯車系、駆動ベルトなどによって発生する強制力によって加振されて振動する微小な振幅の振動を解析した結果である。これらの解析は、固有振動数については各点のパワー・スペクトル、振動モードについては、P1を基準として他の点との間で相互相関をとり、伝達特性を求めて振幅比、位相の関係を求めたのち、図9の形にとりまとめた

ものである。図に示してある振動数の範囲内では、固有振動数については互いに一致する結果がえられているが、振動モードについて、微小振動による結果は第3番目の固有振動数で乱れて一致しなくなっている。これは、無負荷運転の場合の強制力の振動特性が必ずしもスペクトル様な不規則振動でなく、周期成分も混入しているためとみられる。

正弦波加振にくらべて他の2つの方法は、実験時間が短かくてすむ。重だった振動モードについては計算機内の処理で自動的にこれを求める可能性がある、微小振動をもちいた解析では加振機を要しない等の利点がある。反面不規則振動加振をするにはその発振機が必要であること、振動記録の処理にAD変換器が必要であること等、新たな装置をそなえることが要請される。

振動特性を求めるにあたっては、固有振動数、振動モードに加えて減衰定数が重要であるが、ここでは、共振曲線の山の形、機械を打撃してえられる自由減衰波形<sup>24)</sup>、この自由減衰波形のフーリエ解析、相互相関解析によりえられる位相特性の形状等をもちいて<sup>23)</sup>求められることをのべるにとどめ、詳しくはそれぞれの文献にゆずることとする。

(2) 振動特性の計算法

機械構造の固有振動数、振動モードを計算によって求めることについても様々の試みがなされている。以下ではこの中の代表的な試みにふれたのち、有限要素法を適用した最近の成果についてのべる。

工作機械構造の固有振動数を求めることについては、Maltbaek<sup>25)</sup>、Taylor<sup>26)</sup> による試みが最初のものであろう。すなわち、前者はボール盤を等価な梁構造とみなして、その接合部、端部の境界条件をみだす形で特性方程式をたて固有振動数を求めたものである。また Taylor らはボール盤、旋盤について、等価な集中質量・ばね系として解析をおこなっている。結果については、プラスチック模型による実験との比較をなし、計算による推定が可能であることを示した。

その後も多くの人達により様々の方法による取扱いが提案されてきている。しかし上にあげた研究についてもいえることであるが、ボール盤のように比較的単純な構造の機械については、等価な梁構造、集中質量・ばね系におきかえることが容易であっても、一般の工作機械にみられる形状の複雑な構造について、これを簡略化する一般的な方法や安定性判別との関連を考慮するに欠かさないコンプライアンス等を求めることについては提案がとぼしかった。これらについては、最近発表されている高橋<sup>27)</sup>、Yoshimura<sup>28)</sup> らの研究が1つの指針を与えるものと考えられる。また佐田<sup>29)</sup>、Kuroda<sup>30)</sup> らがおこなった有限要素法をもちいた解析も有力な方法になりうると考えられる。以下では、これについて簡単にふれる。

有限要素法では、どんな複雑な構造であっても要素区分数を数多くすることによって解析をすすめることが原理的には可能と考えられているが、計算機の記憶容量や計算費用による制限のため、実際問題として要素数を大きくすることは必ずしも得策でない。Kuroda らは、工作機械がベッド・コラムなどの要素構造からくみあげられていることに注意し、要素構造の基本的振動特性を明らかにするために、なるべく少ない要素分割数で解析を進めること、この解析をもとにして各要素構造を等価な梁部材とし全体を単純化した梁構造として解析することを試みた。また計算の有効性をたしかめるために、小型プラスチック模型による実験をあわせて行なっている。

文献<sup>30)</sup>では、旋盤構造をモデルに薄板構造としての取扱いがなされている。図 10 は、ベッドと脚の固有振動数振動モードを、計算と実験について比較したものである。模型に使用したプラスチック材料のとり扱いについては、ヤング率が振動数とともに変化すること等問題なしとしなが、2つの結果はよく一致している。ベッドについては、一端固定の条件としているが、模型として実験しやすい点を考慮したものであり、実系を対象とするときには、それに適した境界条件とする必要がある。これらの結果が実際の構造にも適用できるかどうかについては、今後の研究の進展をまたねばならないが、振動モードから考えて板構造として考える必要性と、梁構造や集中質量。ばね系として扱うことに慎重さを要することがわかる。同様の解析は、ベッド構造について斜めにリブが入った場合、すべり面に相当する部材がついた場合にも可能であり、それが振動特性におよぼす効果が定量的に検討されている。ちなみに図 10 のモデルで斜めのリブが入った形のものでは、最低次の曲げ振動数が約 5 倍、150 Hz となる。

こうして求められた要素構造の振動特性をもとに、全体構造の振動特性を求める一方法として、要素構造の最低次のねじりに対応する振動数、2 方向について同じく最低次のまげに対応する振動数を 1 次の固有振動として、もつ仮想梁を考へて、全体をこの仮想梁をくみあげた構造として固有振動数、振動モードを求めることを試み

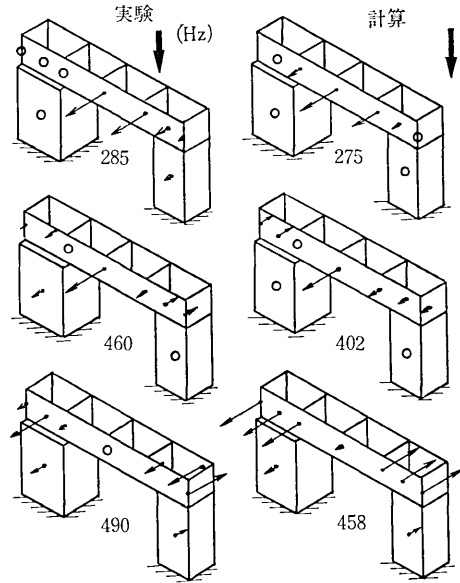


図 11 旋盤主要構造模型の固有振動数と振動モード

た。図 11 は、模型実験の結果と、上述のようにしておこなった計算の結果を比較してある。計算値は上述のように梁構造によっているが、便宜上モデル図の上に重ねてある。振動モードの細部に相異がみられるものの、その基本的な形、固有振動数はよく一致しているといえる。

計算機の容量その他条件が許せば、全体を板構造として扱うこともすすめてしかるべきであるが、ここにのべた取扱いにより、全体を梁構造として扱うにしても、板構造としての特性にもついた扱いが可能となること、要素構造の特性を把握した上で全体構造の特性を知りうることを、比較的小型の計算機によっても全体構造の特性をもとめうる等が可能であることが明らかにされた。

### 5. 振動の防止について

自励振動を検討する際におけるコンプライアンス特性などにおいて、その振幅の大きさをきめるのは、系に存在する減衰の大きさである。工作機械を形成する材料そのものに注目すれば、減衰係数比の値にして 0.5% 前後と小さいが、工作機械として組みあがったものとしては 2% 前後の値となる。振動防止の観点からすれば、この値が大きいことが肝要である。

ところで、組みあげられた機械で減衰が増大することの原因についてはいろいろと考察されている。原因を機械各部の結合部に一端を求める立場からは、接合面の粗さ状態、ボルト締付力、ボルトの

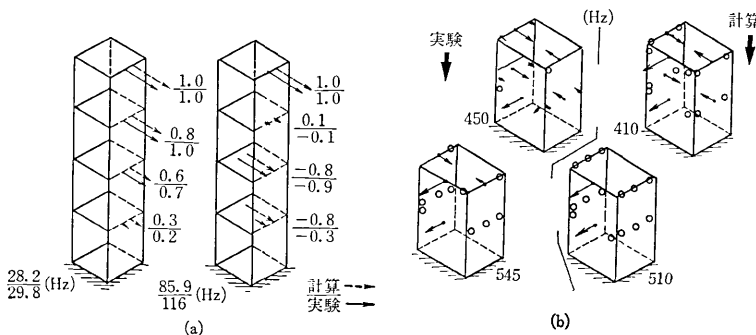


図 10 旋盤ベッド、脚模型の固有振動数と振動モード

配置、溶接方法などをパラメータとして、試験片の段階で減衰特性を明らかにする試みがなされているが<sup>31)32)</sup>、実際の機械について、これらのパラメータや結合部状態を知って減衰を推定しようようになるまでにはまだ時日を要するものと思われる。

減衰を増加する方策としては、粘性ダンパ<sup>33)</sup>、ダイナミック・ダンパ<sup>34)</sup>、衝撃ダンパ<sup>35)</sup>等各種のダンパをつけること、サーボ系を利用した能動的なダンパをつけること、減衰を増すこととは異なるが、振幅を抑制する方策として構造形状の改良などが採られる。各ダンパの構造・機能などは、防止すべき振動のモード、これを採用する工作機械の形状等によって適当な形がきめられている。個々の例については文献にゆずるとし、一般的な見地からしても防振方法として新しいものである能動的なダンパの試みについて概観する。

Slavicek<sup>36)</sup>らは、ダイナミック・ダンパをより効果あるものとするためには、付加質量系のばね定数を可変とし主系に最適な減衰効果をもたらす系を提案している。振動系モデルとして図12を考える。付加されたフィードバック回路は、主系を励振する各振動数にたいして、主系の振幅が最小になるようばね定数を調整するためのものである。ばね定数が最適となる点においては、主系と付加系の位相関係が $90^\circ$ となることを検出して系を構成している。図13は、シミュレーションによってこの系の効果を示したもので主系の振幅の抑制が、通常のダイナミック・ダンパを付加した場合に加えて一層効果の顕著なことが示されている。図14は、これを堅形のフライス盤、ボール盤、中ぐり盤の主軸に適用することを試みた例で、付加質量  $m$  が、ネオプレンを材料としたOリング $O$ を介して、主軸につけられた円錐形リング $r$ につけられている。 $a_x, a_y$ によって主軸と付加質量の振動を検出し、フィード・バック系によってリング $R$ を回転して付加質量をしめつけ、 $O$ のもつばね定数を変えている。80~300 Hz にわたって調整が可能のように作られており、振動数特性として図13と同じ効果をうるとともに、自励振動防止にも有効であったことを報告している。この他サーボ系を利用した振動制御の例として、図6のように工具を油圧のパワー・シリンダーにつけ、工具

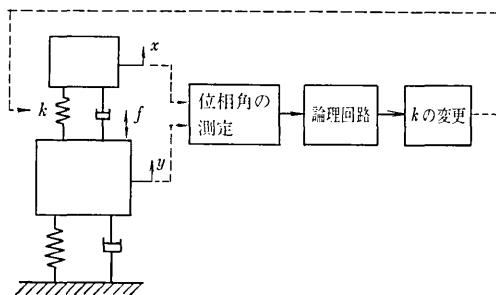


図12 可変剛性ダイナミック・ダンパのモデル<sup>36)</sup>

被削材間の相対変位を一定とするように制御する系<sup>38)</sup>、同様な構成で切削力の変動を相殺するように制御する系<sup>39)</sup>などが提案され、いずれも切削能率を増加するに有用であることが報告されている。このようにこれらの方法は実験室の段階では有効なことがたしかめられているが、系の構成に費用がかかるのが難点であろう。

つぎに、機械構造をかえて防振効果をあげた一例についてふれる。Thusty<sup>40)</sup>によれば、工具位置を被削材の軸を中心とする同心円上でかえて安定・不安定の臨界の切削幅をもとめると、通常の工具設置での切削にたいする安定条件がもっとも不利であることが示された。この原因を、心押台・被削材の構成する系について究明した結果、図15(a)の心押台構造を図15(b)の形に改造することにより、解析的にも実験的にも自励振動のおこり

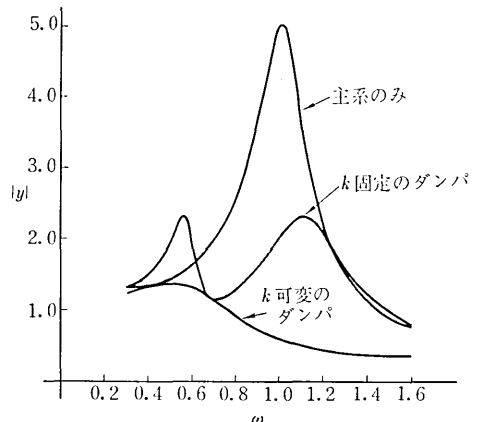


図13 ダイナミック・ダンパの振動数応答曲線<sup>36)</sup>

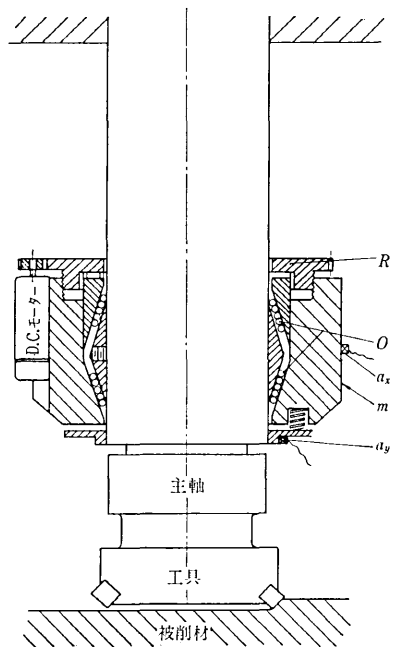


図14 可変剛性ダイナミック・ダンパの例<sup>37)</sup>



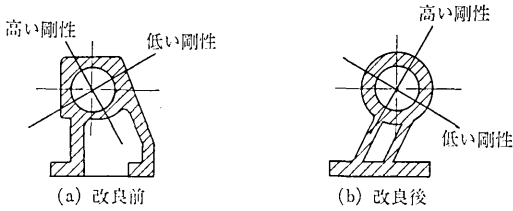


図 15 心押台の改良<sup>40)</sup> (心押台から主轴にむかってみた断面図)

にくい機械にしえたことを報告している。心押台の構造設計について従来の考え方を打破した点、比較的簡単な対策により機械の性能を改造した点、注目に値しよう。

### 6. おわりに

以上切削加工に際して生ずる振動に関して、最近の研究動向を概観した。多くの問題が解明されてきている反面、切削機構そのものにまつわる難しさのため今後につつま点も少なくない。加工能率、加工精度の高い機械にたいする要望は今後とも強まる一方であろうし、適応制御など新しい技術が開発される中であっても、精度よく最適の加工条件を与える確度の高い加工データを求める声も高まる一方であろう。これらにたえるために、これまでの成果をもとにして研究が一層すすめられることが望まれる。また単に振動の観点からのみならず、関連する分野について総合的に研究がすすめられることが要請されよう。

筆者の興味のおもむくまま、とりあげた内容に精粗があり、また意をつくしえなかった点も多いことを恐れるものである。本稿は、筆者も分担執筆した日本機械学会切削理論の体系調査と実用化に関する研究分科会(主査東工大益子正己教授)の報告<sup>41)</sup>によった点が多いことを記し、御討論頂いた同分科会委員に深謝する。

(1972年6月5日 受理)

### 参考文献

- 1) R. N. Arnold: The Mechanism of Tool Vibration in the Cutting of Steel, PIME 154, 1946.
- 2) R. S. Hahn: Metal Cutting Chatter and Its Elimination, Trans. ASME 78, 1956-7
- 3) S. Doi and S. Kato: Chatter Vibration of Lathe Tools, Trans. ASME 78, 1956-7
- 4) S. A. Tobias and W. Fishwick: The Vibration of Radial Drilling Machines Under Test and Working Conditions, PIME 170, 1956
- 5) S. A. Tobias and Fishwick: The Chatter of Lathe Tools Under Orthogonal Cutting Condition, Trans. ASME 80, 1958
- 6) J. Tlustý: A Method of Analysis of Machine Tool Stability, Proc. 6th MTDR, 1965-9
- 7) H. E. Merrit: Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter, Trans. ASME B, 87-4, 1965-11
- 8) E. Salje: Self-Excited Vibrations of System with Two-Degree-of-Freedom, Trans. ASME, 78, 1956-5
- 9) 丸山: 切削におけるびびり振動に関する研究. 東大工学位論文, 1961-3

- 10) J. P. Gurney and S. A. Tobias: A Graphical Analysis of Regenerative Machine Tool Instability, Trans. ASME B, 84, 1962-2
- 11) 杉本: 旋削におけるびびり振動の研究, 東大生研報告, 12-4, 1962-2
- 12) R. L. Kegg: Cutting Dynamics in Machine Tool Chatter, Trans. ASME B, 87-4, 1965-11
- 13) R. Sridhar, R. E. Horn and G. W. Long: A General Formulation of the Milling Process Equation, Trans. ASME Ser. B, 90-3, 1968-5
- 14) 星, リズビ: 工作機械における空転時の振動と切削時のびびりの関連性, 精密機械, 35-1, 1969-1
- 15) T. R. Sisson and R. L. Kegg: An Explanation of low Speed Effects, Trans. ASME B, 91-4, 1969-11
- 16) M. C. Shaw and Hölken: Über Selbsterregte Schwingungen bei der Spannenden Bearbeitung, Ind. Anz. 8, 1957
- 17) M. E. Elyasberg: On the Stability of the Metal Cutting Process, Academiya Nauk, USSR, 9, 1958-9
- 18) N. H. Cook: Self Excited Vibrations in Metal Cutting, Trans. ASME B, 81, 1959-5
- 19) P. Albrecht: Dynamics of Metal-Cutting Process, Trans. ASME B, 87-4, 1965-11
- 20) 竹山・坂田ステップ応答による切削過程の解析, 精密機械, 36-8, 1970-8
- 21) J. Peklenik and T. Mosedale: A Statistical Analysis of the Cutting System Based on an Energy Principle, Proc. 8th MTDR, 1967-9
- 22) G. W. Long and J. R. Lemon: Structural Dynamics in Machine Tool Chatter, Trans. ASME B, 87-4, 1965-11
- 23) H. Sato and T. Akutsu: A Study on Identification of Dynamic Characteristics of Machine Tool by Means of Micro Tremor, Proc. 12th MTDR, 1971-9
- 24) 佐藤: 微動による工作機械の動的特性の測定, 機構論 151, 1966-4
- 25) J. C. Maltback: Beam Method for the Prediction of Vibration Characteristics of Machine Structures, Proc. 5th MTDR, 1964-9
- 26) S. Taylor and S. A. Tobias: Lumped Constants Method for the Prediction of the Vibration Characteristics of Machine Tool Structures, Proc. 5th MTDR, 1964-9
- 27) 高橋・大野: 旋盤ベッドの固有振動解析, 生産研究, 23-7, 1971-7
- 28) M. Yoshimura and T. Hoshi: Computer Approach to Dynamically Optimum Design of Machine Tool Structures, Proc. 12th MTDR, 1971-9
- 29) 佐田・高島: 有限要素法による工作機械の動剛性の解析 第1報; 昭和45年精機学会春季大会前刷
- 30) Y. Kuroda and H. Sato: A Computer Aided Analysis on Vibration of Element and Integrated Structure of Machine Tool by FEM (13th MTDR)
- 31) 伊東・益子: ボルト結合部の減衰能に関する研究, 機論 37-295, 1971-1
- 32) 阿部・益子・伊東・西田・増沢: 銅板溶接構造の減衰能に関する研究, 機論 36-284, 1970-7
- 33) J. Peters and P. Vanherck: Theory and Practice of Fluid Dampers in Machine Tools, Proc. 10th MTDR, 1969-9
- 34) 亘理: 機械振動, 丸善 1966
- 35) M. M. Sadek and B. Mollo: The Application of Impact Damper to the Control of Machine Tool Chatter, Proc. 7th MTDR, 1966-9
- 36) J. A. Bonesho and J. G. Bollinger: Theory and Design of a Self-Optimizing Damper, Proc. 7th MTDR, 1966-9
- 37) J. Slavicek and J. G. Bollinger: Design and Application of a Self Optimizing Damper for Increasing Machine Tool Performance, Proc. 10th MTDR, 1969-9
- 38) T. R. Comstock, F. S. Tse and J. R. Lemon: Application of Controlled Mechanical Impedance for Reducing Machine Tool Vibrations, Trans. ASME B, 91-4, 1969-11
- 39) C. L. Nachtigal and N. H. Cook: Active Control of Machine Tool Chatter, Trans. ASME D, 92-2, 1970-6
- 40) J. Tlustý: New Tailstock Design Improves Stability of Center Lathes, Proc. 7th MTDR. 1966-9
- 41) 日本機械学会: 切削理論の体系調査と実用化に関する研究分科会報告, 1971-10