研究速報

UDC 534.01: 517.512.2

直交成分対より振幅を求める高速演算法

Fast Amplitude Approximation Yielding Either Exact Mean or Minimum Deviation for Quadrature Pairs

尾上守夫*
Morio ONOE

時系列をフーリエ解析して電力スペクトラムを求める場合などに，多数対の同相成分 AX および直角成分 AY の組が与えられて，その振幅 A を計算しなければならないことがしばしばおこる．厳密な式はもちろん

$$A=(AX^2+AY^2)^{1/2} \quad (1)$$

であるが，平方根を含むために時間がかかり，また2乗の演算結果を保存するために普通は倍長語の記憶容量が必要になる．これらは対数が多くなると時間的にも容量的にも無視できなくなる．

これに対して Robertson は次の近似式を用いることを提案した[1]．

$$A'=AX+a\cdot AY \quad (2)$$

ここで $a=0.5$ であって，べき級数展開との類推からきめられたものである．図1に上式の挙動を位相角の関数

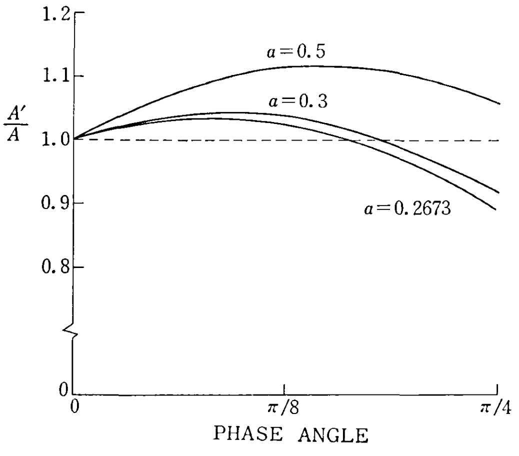

図1　位相角の関係としての振幅の近似値

として示した．図では位相角が(0〜π/4)の範囲しか示してないが，(π/4〜π/2) の範囲では π/4 の線を軸にして折返した曲線になり，以後各象限ごとに周期的にくりかえす．図から明かなように（2）式の近似は常に過大であって，位相角が (0〜2π) の間に一様に分布した場合，平均値の推定には 8.7% の誤差が生れる．最大偏差は

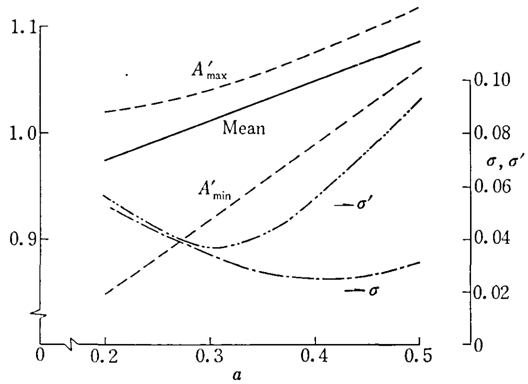

図2　振幅の推定平均値，最大値 A_{max}'，最小値 A_{min}' 推定平均値のまわりの標準偏差 σ および真の平均値のまわりの標準偏差 σ' と係数 a との関係

0.1180A，推定平均値のまわりの標準偏差は 0.0309A，真の平均値のまわりの標準偏差は 0.0921A である．

以上の数字は a の値を適当にえらぶことによってかなり改善できる．図2は a の関数として推定平均値，最大値 A'_{max}，最小値 A'_{min}，推定平均値のまわりの標準偏差 σ，真の平均値のまわりの標準偏差 σ' を示したものである．これから明かなように $a=0.2673$ にすれば，推定平均値は真値と一致する．この際の最大偏差は 0.1039A，標準偏差は 0.0387A になる．位相角の関数としての挙動は図1に描いてある．

一方 $a=0.3$ にすれば真の平均値のまわりの標準偏差は最小値 0.0355A になる．しかし推定平均値は 1.2% 過大になり，また最大偏差は 0.0808A になる．この際の位相角の関数としての挙動も図1にふくめてある．

以上明かにしたように a の値を適当にえらぶことにより Robertson の近似より計算時間をますことなしにより精度の高い近似が得られる．ただし2進法の固定小数点演算の場合は Robertson のえらんだ $a=0.5$ をかけることは1回のシフトですむので本論文の近似より若干計算時間は早くなるものと思われる．

(p. 16 につづく)

* 東京大学生産技術研究所　第3部

の条件のもとで解析した．

点線は曲げモーメント／降伏曲げモーメント，一点鎖線は曲率／降伏曲率の矯正過程における変化の様子を示す．図2の（a），（b）を比較することにより，矯正を強くした場合のプロフィルの変化が明瞭となり，ダイスあるいはロール相互の位置関係が適切な矯正曲率を得る上でいかに重要であるかがわかる．

図3は支点間隔と板厚との比が矯正材のプロフィルに及ぼす影響を示すもので，支点間隔一定（25 mm）の条件のもとで，板厚を 1 mm，3 mm，5 mm と変えた場合のプロフィルを図の ①・②・③ に示す．これらの曲線はいずれも各支点における目標の曲率 κ_i が同じ場合に対する計算結果であるが，同じ矯正機で異なる板厚の材料を矯正する場合には，板厚が薄くなるほどたわみが大きくなり矯正が困難となることがわかる．さらにここで注意を要するのは，ここで示した計算結果は，降伏曲率で無次元化した最終の曲率を同一としているので，板厚の薄いものほど最終の曲がりは大きい．

曲線 ④ は，厚さ 1 mm の板を支点間隔 5 mm の矯正機を用いて矯正する場合で，横軸を5倍にして示してある．この場合も目標の曲率は ①・②・③ の場合と同じであるが，たわみ自体は l/h が同じ5である板厚 5 mm の場合よりかなり小さくなる．

5. まとめ

本研究により得られた結果を要約すると

1) 矯正中の繰返し曲げの各段階における除荷時の曲率を一定の比で漸減する矯正方法により，最終製品の曲率を目標の曲率にし，しかも残留応力分布を均一にすることができる．

2) l/h が妥当な矯正機の場合には，支点すなわちダイスあるいはロール配置を適正に行なうことにより，矯正中のプロフィルを矯正の基本原理から考えて望ましい曲率にすることが可能である．

3) ダイス間隔一定の矯正機を用いて矯正曲率を大きくする場合には，それに応じて支点位置の押込量を増す必要があり，素材の通過がそれだけ困難となる．この影響は板厚が薄い場合ほど大きいので，l/h を小さくするほど矯正可能な最大曲率は大きくなり，矯正機能は高くなる．しかしこの場合，支点における接触面圧が高くなること，さらにわずかの支点押込量に対して曲率の変化量が大きくなるので，支点位置の調節をより一層精密に行なう必要がある点に注意を要する．

ここで示した解析結果は，ダイスあるいはロールと材料の接触面圧を集中荷重と見なして論じているので，一般の矯正機に適用する場合には，その点を考慮する必要があるが，定性的には実際の矯正機の特質をもかなり明らかにし得たと思う．

最後に，本研究を行なうに当って終始ご指導とご鞭撻を賜わった東京大学　鈴木弘教授に深く感謝する次第である．

(1972年4月7日　受理)

参考文献

1) 日比野：博士論文
2) 曽田：機械試験所報 Vol. 15, No. 4
3) 荒木：塑性と加工 Vol. 12, No. 129

(p. 12 からつづく)

付録　数式による表現

推定平均値は次式で求まる．ただし真値が1になるように規準化してある．

$$M=E[A'(a)]$$
$$=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/4}(\cos\theta+a\sin\theta)\,d\theta$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}[1+a(\sqrt{2}-1)]$$

ここで E は位相角が $(0\sim\pi/4)$ の範囲における平均操作を意味している．推定値 M が真値1になるための a の値は次式で与えられる．

$$a=\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}-1\right)(\sqrt{2}+1)=0.2673$$

つぎに推定平均値のまわりのバリアンス（標準偏差の2乗）σ^2 は次式で与えられる．

$$\sigma^2=E[\{A'(a)-M\}^2]$$
$$=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/4}(\cos\theta+a\sin\theta-M)^2d\theta$$
$$=\frac{1+a^2}{2}+\frac{1-a^2}{\pi}+\frac{2a}{\pi}+M-\frac{4\sqrt{2}}{\pi}M(1-a+2\sqrt{a})$$

真値のまわりのバリアンスは上式で $M=1$ とおいたものである．それが最小になるための a の値は次式で与えられる．

$$a=\frac{6-4\sqrt{2}}{\pi-2}=0.3006$$

(1972年3月31日　受理)

文　献

1) G. H. Robertson, "A fast amplitude approximation for quadrature pairs", Bell Syst. Tech. J., Vol 50, pp. 2849～2852, Oct. 1971