

熱間タンデム圧延の圧延温度の予測法について

A Method for Predicting Rolling Temperatures in a Continuous Hot Strip Mill

阿 高 松 男*

Matsuo ATAKA

熱間タンデム圧延機の制御系は制御対象としての圧延特性は現場の経験から得られた不明確な特性であるから、作業内容が大幅に変化して作業者が圧延特性を認識し得ない場合には十分の能力を発揮できない。したがって著者はシミュレーションモデルを作成し最適制御系の検討を行なっているが、本報ではモデルを作成する場合の困難な問題の一つである各スタンドの圧延温度の計算法について紹介する。

1. ま え が き

熱間圧延では一般に図1に示すような順序で材料が送られて圧延されるが、各コイル間の厚み不同および1コイル内の厚み不同を減少し、均一な厚みをうることは実際作業では重要な技術課題である。熱間圧延では金属工学的な要求から、圧延温度には制約がある。この条件を

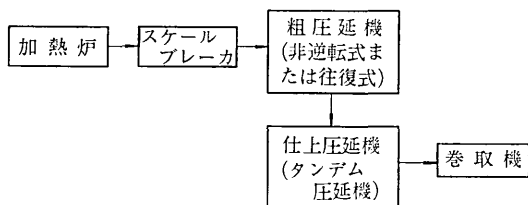


図1 熱間圧延機の加工工程

満たす目的で、圧延開始時における鋼片の温度降下の加熱補償、スラブ頭尾端の温度に差を与える傾斜加熱方式、および仕上圧延機入口のディスクリング注水量を材料の尾端になるほど絞ってゆくテーパスプレイ方式などが採用されている。また、鋼片の単重が増した最近の圧延機においては、圧延中の温度降下を防ぐ目的で仕上げ圧延機と巻取り機を同時に加速する方式のものも出ている。いずれにしても熱間タンデム圧延における圧延温度を把握することは製品の板厚・形状を考えるうえに重要であるばかりでなく、前述したように圧延終了温度が金属工学的な要求から制約されるので仕上温度を考えるうえにもぜひ明らかにしておかなければならない事項である。

また、圧延薄板の形状および寸法精度に対する要求が厳しくなるにつれて、当然の結果として熱延原板の形状および寸法精度の向上が検討されるようになってきたが、熱間タンデム圧延の板厚制御系はまだその効果が十分とはいえない。おそらく、現在の制御系は制御対象としての圧延特性は現場の経験から得られた不明確な特性であるから、作業内容が大幅に変化して作業者が圧延特

性を認識し得ない場合には十分の能力を発揮できない。したがって、加減速時のように速度が広範囲に変化するような場合には、どのような制御系が最も効果を発揮するかはまったくわかっていない。しかも熱間タンデム圧延においてはズーミング作業のように加減速状態が圧延工程の重要な部分を占める場合があるので、加減速特性の把握は冷間圧延の場合以上に必要である。著者はこれらの事情を考慮して熱間タンデム圧延のシミュレーションモデルを作成し、多数のシミュレーションを行なって最適制御系の検討をしている。本報ではシミュレーションモデルを作成する場合の困難な問題の一つである各スタンドの圧延温度の計算法について紹介する。

現在までに、熱間タンデム圧延における温度解析を行なった例はいくつか発表されている^{1)~4)}。すなわち、R. B. Simsらはかなり多くの熱間タンデム圧延機(現場の生産機)について測定データを集め温度解析を行ない、ロールへの熱伝導損失およびロール冷却水への熱伝達損失による材料温度の降下量を評価する実験式を求めた¹⁾。また、小門は均熱炉から出た材料が仕上圧延機を出てコイラーに達するまでの温度降下量を求める計算法を提案した²⁾。阿澄・小野は圧延仕上温度予測式を作った³⁾。H. Wenzelはワークロールの熱伝導による温度降下の取扱い方を前記のどの論文よりも厳密にして温度解析を行ない、実際の測定結果と比較検討した⁴⁾。

しかしいずれの場合でも各々に示された数式をそのまま熱間タンデム圧延の動特性を律する数字モデルに導入するには適当でない。したがって本報では熱間タンデム圧延の定常圧延状態における各スタンドの圧延温度の計算法を明らかにして、過渡現象の数学モデル作成のための基本概念を紹介する。

2. 記 号

b	圧延材の幅(m)	C	圧延材の比熱
C_p	周囲雰囲気(定圧比熱(kcal/kg°C))	G	圧延トルク(kg・mm)
H	入側板厚(mm)	h'	圧延材と雰囲気間の平

* 東京大学生産技術研究所 第2部

h 出側板厚 (mm)	均熱伝達係数
P 圧延荷重 (kg)	(kcal/m ² h°C)
t 時間 (sec)	l 圧延材の長さ (m)
t_f 前方張力 (kg/mm ²)	T 圧延材の温度 (°C)
S_F 圧延材の表面積 (m ²)	T_0 雰囲気温度 (°C)
V ロール周速 (mm/s)	t_s 後方張力 (kg/mm ²)
Y 平均変形抵抗 (kg/mm ²)	V_0 当該圧延材の体積 (m ³)
k 空気の熱伝導率 (kcal/mh°C)	v 圧延材の速度 (mm/s)
ν' 雰囲気粘性係数 (kgs/m ²)	ϵ 輻射率
ν 雰囲気動粘性係数 (kgs ² /m ²)	k_s ステファン・ボルツマン定数 (kcal/m ² h ⁴ K)
	γ 圧延材の比重 (無次元)
	ρ 圧延材の密度 (kgs ² /m ⁴)

- 2) 圧延材表面からの輻射熱損失 $\delta\theta_R$
- 3) 圧延により発生する変形熱 $\delta\theta_H$
- 4) ロールへの熱伝導損失および冷却水への熱伝導損失 $\delta\theta_C$

それゆえに定常な圧延が行なわれている場合には各スタンドの圧延温度は一定であるので、この場合には非定常の場合に比して圧延温度の予測が比較的容易である。圧延温度の計算法は後に詳しく述べるので、まず上記諸因子の取扱い方について簡単に説明する。ただし、上記の $\delta\theta_T, \delta\theta_R, \delta\theta_H, \delta\theta_C$ は各項の原因による温度降下 (または上昇) 量を示す。なお、現象を単純化するために用いた仮定を次に挙げる。

- 1) 1号スタンドに入る圧延材の温度は既知である。
- 2) 圧延材の温度は板厚方向および幅方向ともに均一であるとする。
- 3) 圧延材の圧延温度とは材料がロール間隙に入る直前の温度を意味し、ロール間隙内での温度分布は無視する。

上記4因子による圧延材の温度変化量を求める方法を各項目別に具体的に述べる。

1) 周囲雰囲気への熱伝達損失

圧延の場合、スタンド間を伝わる材料速度がかなり大きいので乱流熱伝達と考えられるから、平均熱伝達係数は理論式から

$$h' = \frac{0.037 \rho v C_p}{(l\nu/\nu')^{0.2} (\nu C_p/k)^{2/3}} \quad (\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}) \quad (1)$$

圧延材表面から周囲に伝達される熱量は単位時間当たり

$$Q = \alpha h' S_F (T - T_0) \quad (\text{kcal/h}) \quad (2)$$

(ただし、 α は圧延材の上下面から周囲に伝達される熱量の状態できまる定数で、一般には $1 \leq \alpha \leq 2$ であるが、本節以下の解析では上下面とも同じとして $\alpha=2$ とした) 圧延材の温度降下量を $\delta\theta_T$ とすれば

$$C \gamma V_0 \delta\theta_T = Q t \quad (3)$$

3. 圧延材の温度変化に影響する因子

熱間タンデム圧延機系の略図を図2に示す。熱間タンデム圧延機ではスタンド間にある材料に大きな張力をかけると材料が切断し圧延機の破損を招く恐れがあるので、スタンド間にループ制御系を設置しスタンド間の材料に一定の低張力がかかるように各スタンドの圧延速度をコントロールしている。しかし定常な圧延が行なわれているときには単位時間に各スタンドのロール間隙を通過する材料の量は等しいのでスタンド間にある材料がなすループ偏角は一定値に安定している。したがって材料がスタンド間を通過する経路長に変化を生じないので、材料がスタンド間を通過する間に失なわれる熱量は一定である。また、定常な圧延が行なわれている場合には各スタンドでの入側・出側板厚は変わらないからロール間隙で材料が圧延される時に発生する変形熱は一定である。

したがって定常な圧延が行なわれている時には次の4因子による圧延材の温度変化量は一定である。

- 1) 周囲雰囲気への熱伝達損失 $\delta\theta_T$

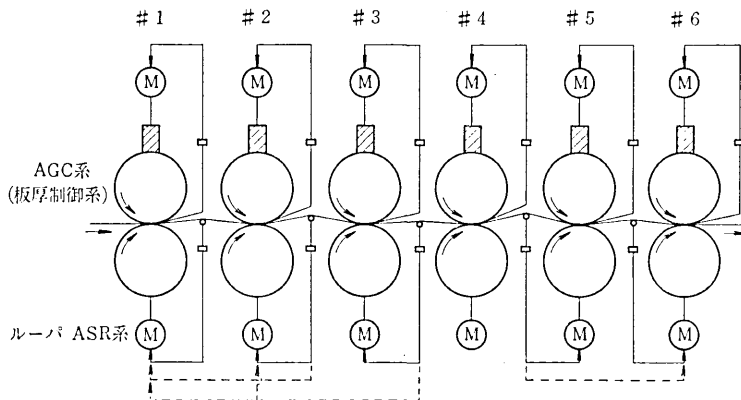


図2 想定した熱間タンデム圧延機系の概略図

となるから、スタンド間を通過する間の温度降下量は

$$\delta\theta_T = \frac{\alpha h' S_F}{C\gamma V_{o1}} \cdot (T - T_0)t \quad (4)$$

(ただし、 t は材料が次のスタンドへ達するまでの時間を示す)

として求められる。

2) 圧延材表面からの輻射熱損失

圧延材表面から輻射によって失なわれる熱量は単位時間当たり

$$Q = \beta S_F k_s \varepsilon (T^4 - T_0^4) \quad (\text{kcal/h}) \quad (5)$$

(ただし、 β は圧延材の上下面から輻射される熱量の状態できまる定数で、一般には $1 \leq \beta \leq 2$ であるが、本節以下の解析では上下面とも同じとして $\beta=2$ とした)

と表わせるので、圧延材の温度降下量を $\delta\theta_R$ とすれば

$$C\gamma V_{o1} \delta\theta_R = Qt \quad (6)$$

となるから、スタンド間を通過する間の温度降下量は

$$\delta\theta_R = \frac{\beta S_F k_s \varepsilon}{C\gamma V_{o1}} \cdot (T^4 - T_0^4)t \quad (7)$$

として求められる。

3) 圧延により発生する変形熱

ロール隙間における材料の塑性変形に必要なエネルギーは、降伏応力 Y 、体積 V_{o1} の材料を厚さ H から h まで圧縮する仕事量が熱に交換したとする熱量 Q は

$$Q = \frac{1}{J} Y V_{o1} \int_h^H dy/y = \frac{1}{J} Y V_{o1} \ln(H/h) \quad (8)$$

と表わせるので、変形熱による圧延材の温度上昇 $\delta\theta_H$ は

$$C\gamma V_{o1} \delta\theta_H = Q \quad \text{より}$$

$$\delta\theta_H = \frac{Y}{JC\gamma} \ln(H/h) \quad (9)$$

として求められる。

4) ロールへの熱伝導損失および冷却水への熱伝達損失

圧延中にはロールは回転しており、またロールの摩擦を防ぐ目的で圧延中にはロールに絶えず冷却水が注がれているので、ロールへの熱伝導および冷却水への熱伝達などにより圧延材から熱が失なわれてゆくが、これらは伝熱工学上理論的な解析が困難な点が多いので、R. B.

Sims らの実験式を採用する¹⁾。すなわち、多数の熱間タンデム圧延機 (現場の生産機) について測定した全温度降下より、前述の周囲雰囲気への熱伝達損失・圧延材表面からの輻射熱損失・圧延により発生する変形熱などの影響分を差し引いた量を $\delta\theta_c$ とした得た実験式

$$\delta\theta_c = 0.3\delta\theta_H + 17.5 \quad (10)$$

をロールへの熱伝導損失およびロール冷却水への熱伝達損失による材料温度の降下量を評価する式として採用した。

以上より、 i 号スタンドの圧延材ロール間隙に入る直前の温度 (ここでは圧延温度と定義した) T_i 、 $(i-1)$ 号スタンドの圧延材の圧延温度を T_{i-1} とすると、上述の式 (4)・(7)・(9)・(10) より

$$T_i = T_{i-1} - (\delta\theta_{T_{i-1,i}} + \delta\theta_{R_{i-1,i}} - \delta\theta_{H_{i-1,i}} + \delta\theta_{C_{i-1,i}}) \quad (11)$$

(ただし、 $\delta\theta_{T_{i-1,i}}$ の添字は圧延材が $(i-1)$ 号スタンドから i 号スタンドに達するまでに周囲雰囲気へ熱伝達によって失なわれる熱による温度降下量を示す) として求まる。

したがって圧延条件を決定するに必要な関係式に式 (11) を導入して定常圧延状態を決定すれば、各スタンドの圧延条件と同時に圧延温度を決定することができる。その手法については次に簡単に述べる。

4. 圧延温度の計算法

定常圧延状態を決定する場合に与える条件 (既知量) と求める条件 (未知量) とを表 1 に示す。この場合各スタンド間の材料のループ偏角を考慮してあるのは、ループ偏角によって圧延材がスタンド間を伝わる時間に相違を生じて温度降下量に変化をもたらすことを考慮してあるからである。

定常圧延条件を求めるに必要な諸式を次に示す (i 号スタンドに関して)

1) 圧延荷重 P_i に関する式

$$P_i = \varphi(P_i, H_i, h_i, t_{fi}, t_{bi}, Y_i) \quad (12)$$

2) 圧延トルク G に関する式

表 1 圧延条件を決定する場合の既知量と未知量との対応表

既 知 量	未 知 量
1号スタンドの圧延温度 T_1	各スタンドの圧延荷重 P_i $i=1 \sim 6$
ピボットスタンドのロール設定速度 V_4	各スタンドの圧延トルク G_i $i=1 \sim 6$
各スタンドの入側板厚 H_i $i=1 \sim 6$	各スタンドの材料流出速度 v_i $i=1 \sim 6$
各スタンドの出側板厚 h_i $i=1 \sim 6$	各スタンドのロール設定速度 V_i $i=4$
各スタンドの前方張力 t_{fi} $i=1 \sim 6$	各スタンドの圧延温度 T_i $i=2 \sim 6$
各スタンドの後方張力 t_{bi} $i=1 \sim 6$	各スタンドにおける材料の平均変形抵抗 Y_i $i=1 \sim 6$
各スタンド間の材料ループ偏角 $\theta_{i,i+1}$ $i=1 \sim 5$	

(6 スタンドの圧延機)

$$G_i = \eta(P_i, H_i, h_i, t_{fi}, t_{bi}, Y_i) \quad (13)$$

3) ロール設定速度 V_i と材料流出速度 v_i との関係式

$$v_i = \xi(P_i, H_i, h_i, G_i) \cdot V_i \quad (14)$$

4) 平均変形抵抗 Y_i に関する式

$$Y_i = \phi(P_i, V_i, T_i, H_i, h_i) \quad (15)$$

5) 圧延温度 T_i に関する式

$$T_i = \phi(T_{i-1}, v_{i-1}, \theta_{i-1, i}, H_i, h_i) \quad (i \geq 2) \quad (16)$$

6) 体積速度に関する式

$$v_i h_i = v_{i-1} h_{i-1} \quad (i \geq 2) \quad (17)$$

7) 板厚および張力に関する式

$$\left. \begin{aligned} t_{fi} &= t_{bi+1} \\ H_{i+1} &= h_i \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

すなわち, (12), (13) は単スタンドの圧延理論式として知られている Sims の式を用いる⁵⁾。また, 式(16)は式(11)を書き直したものである。以上(12)~(15)式が各スタンドについて成り立ち, (17)式が相隣るスタンドについて成り立つので, 式の数が 34 個 (6 スタンドの熱間タンデム圧延機の場合) で表 1 に示した未知量の数が 34 個になる。したがって式(12)~(17)の非線型の連立方程式を解くことができるので, 圧延状態と同時に圧延温度が求まる。

5. 計算例について

(1) 計算データ

計算に用いたパススケジュールおよび物理定数を表 2 に示す。

したがってこのようなデータを用いて前述の計算法に

従って熱間タンデム圧延中の各スタンドの圧延温度を求めたが, 圧延速度の影響をみるためにピポットスタンドの圧延速度を 4 種類選んで計算した。また, 熱間タンデム圧延機の 1 号スタンドの材料温度を 1,100°C としたのは実際の場合よりも多少高めであるが, ここでは各スタンドの圧延温度の計算法を紹介するのが主目的であるので, 圧延速度が圧延温度にどの程度影響を与えるかが判明すれば十分である。

(2) 計算結果

前述のような方法で定常圧延状態における各スタンドの圧延温度を計算した結果を次に示す。ただし, スタンド間張力は各スタンド間とも 1 ton とした。

図 3 は各スタンドの圧延速度を示したものである。圧延速度の低いものから順に A・B・C・D とした。A のような非常に低速の圧延状態は実際にはあり得ないが, 圧延速度との関係を把握するためにこのように圧延速度を大幅に変えた場合をも計算してみた。

図 4 は周囲雰囲気への輻射熱損失による温度降下と冷却水への熱伝達損失およびロールへの熱伝導損失による温度降下とを示したものである。前者を○印で, 後者を●印で示した。周囲雰囲気への輻射熱損失には圧延速度の影響がかなり明瞭に出ている。低速の A の場合には材料が 1 号スタンドから 2 号スタンドに伝わるまでに 67°C の温度降下が見られるが, 下流スタンドでは圧延速度が速くなるのでスタンド間ごとの温度降下量が激減している。この傾向は他の B・C・D の場合にも現われている。次に冷却水による熱伝達損失およびロールへの熱伝導損失による温度降下量は横軸に示したスタンド番号が $i \sim i+1$ の場合には i 号スタンドのロール間隙を通過する

表 2 計算に用いたパススケジュールおよび物理定数

スタンド		1	2	3	4	5	6
板	厚 (mm)	12.1	8.4	6.3	5.0	4.2	3.8
圧	下 率 (%)	36.3	30.6	25.3	20.6	16.0	9.52
剛	性 率 (ton/mm)	500	500	500	500	500	500
前	方 張 力 (kg/mm ²)	0.072	0.113	0.165	0.218	0.268	0.326
ロール半径 (mm)	ワークロール	310	310	310	310	310	310
	バックアップロール	700	700	700	700	700	700
ミルモータ垂下特性係数 (1/kg·mm)		-0.17×10^{-8}	-0.17×10^{-8}	-0.17×10^{-8}	-0.17×10^{-8}	-0.17×10^{-8}	-0.17×10^{-8}

組板寸法 $H_1 = 19.0$ mm
 材料幅 1,200 mm
 バレル長さ 1,800 mm
 1号スタンドの材料温度 $T_1 = 1,100^\circ\text{C}$
 ループ偏角 $\theta_{i-1, i} = 10^\circ$
 材料変形抵抗 $Y = 1.81r^{0.22} \cdot \exp(2,852/(T+273))$
 平均歪速度 $\lambda = \frac{V}{R} \sqrt{\frac{R'}{H-h}} \cdot \ln(H/h)$
 (R: ワークロール半径, R': 偏平したワークロール半径)
 周囲雰囲気の定圧比熱 0.240 kcal/kg°C

空気の熱伝導率 0.0438 cal/cms°C
 雰囲気の粘性係数 0.365×10^{-3} kgs/m²
 雰囲気の動粘性係数 μ/ρ kgs/m²
 圧延材の密度 0.0451 kgs/m³
 雰囲気の温度 20°C
 圧延材の比熱 0.195 cal/g°C
 圧延材の比重 7,900 (無次元)
 仕事の熱当量 426.9 kgm/kcal
 輻射率 0.77

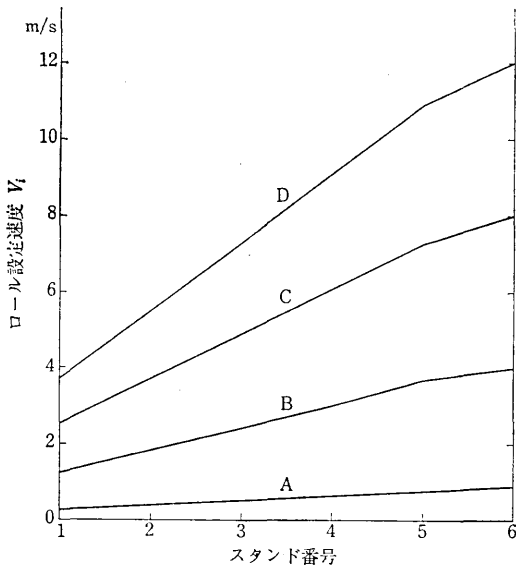


図3 定常圧延時における各スタンドのロール設定速度

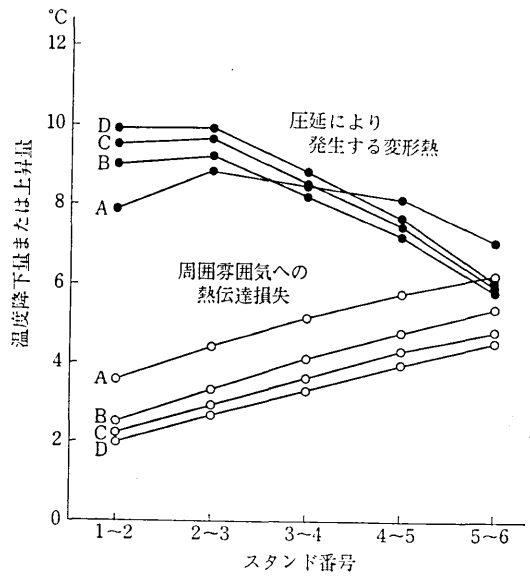


図5 変形熱による温度上昇および熱伝達損失による温度降下の内容

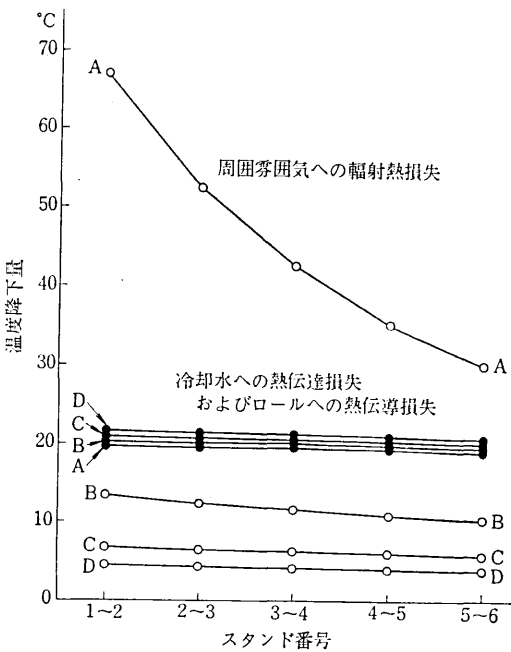


図4 輻射熱損失・冷却水への熱伝達損失およびロールへの熱伝導損失による温度降下の内容

ときに失う熱量による温度降下量を示す。図より、この温度降下量には圧延速度の影響がほとんど現われていない。実験式(10)に圧延速度が直接影響するような形で導入されていないので、圧延速度の影響が顕著に現われないが、実際にはこの項も圧延速度の影響を受けると思われる。したがってこの項も伝熱工学の理論的な式の導入が必要であるが、現状ではこの方面の研究が行なわれていないので(10)式のような実験式を用いざるを得なかった。現場の圧延機に適用する場合には対象とする圧延機

の実状を表わす式を用いなければならない。

ii 図5はロール間隙で発生する変形熱による温度上昇と周囲雰囲気への熱伝達損失による温度降下とを示したものである。前者を●印で、後者を○印で示した。周囲雰囲気への熱伝達損失には圧延速度の影響が出ている。この場合には下流側スタンドで圧延速度が速くなり熱伝達損失が増すので、温度降下量が大きくなっている。この傾向はA・B・C・Dの場合についても同様である。また、スタンド間を通過するに要する時間は圧延速度が小さい程大きくなるので、低速のAの場合に温度降下量が最も大きい。また、変形熱による温度上昇については、歪速度が増すほど変形抵抗が増大して、単位体積当たりの発熱量が大きくなることの影響が現われる。すなわち、1号スタンドにおける変形熱による温度上昇量は、圧延速度(歪速度)の最も大きいDの場合には他に比して大きい。したがって温度上昇は圧延速度の大きい順にD・C・B・Aとなっている。しかし2号スタンドにおいて、Aの場合の温度上昇量が他のB・C・Dの値に近くなるのは、低速のAの場合には1~2号スタンド間における温度降下量が大きくその結果降伏応力が大幅に増加した影響が強く現われたものと考えられる。この傾向は下流側のスタンドにゆく程強く現われてB・C・Dの場合に比して温度上昇がかえって大きくなる。

図6は各スタンドの圧延温度を示したものである。前述したように圧延材が各スタンドのロール間隙に入る直前の温度を圧延温度と定義した。1号スタンドの圧延温度を1,100°Cとしたので、実際の場合よりも多少高めになっている。現場では仕上圧延機の1号スタンドの入側から少し離れた個所と6号スタンドの出側から少し離れた

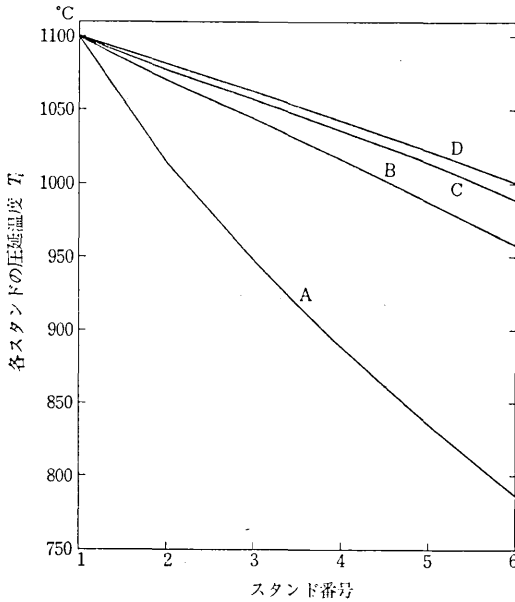


図 6 各スタンドの圧延温度分布

た個所とて圧延材の温度測定をしているが、両者の温度差が 110~140°C 程度になる。本報の計算では普通の圧延状態に近いのは C・D の場合であるが、図 6 の圧延温度がロール間隙に入る直前での温度を示すので、1 号スタンドと 6 号スタンドとの圧延温度の差に上記の実状を考慮すればかなり実際の場合に近いものといえる。

6. む す び

本報では熱間タンデム圧延の定常時における各スタンドの圧延温度の計算法を示したが、この手法でかなり良い精度で圧延温度を求めることができた。この方法を応用して加減速現象のシミュレーションモデルに温度項の導入が可能になったが、それについては次の機会に紹介する。しかし本報で述べた解析法によって定常圧延状態における各スタンドの圧延温度と圧延速度との関係が明らかになったので、仕上温度をある値にするようなパススケジュールを求めることもでき、仕上温度制御の改善が可能である。

なお、本報の応用にあたっては冷却水への熱伝達損失およびロールへの熱伝導損失およびロールへの熱伝導損失による温度降下は対象とする圧延機の実状を表わす方式を用いなければならないことはいうまでもない。

おわりに、本研究を進めるに際して終始適切など助言を下された鈴木教授に謝意を表します。

(1972年3月23日受理)

参 考 文 献

- 1) P. W. Lee, R. B. Sims & H. Wright: J. Iron & Steel Inst. (1963-3) 270
- 2) 小門; 第 31 回塑性加工シンポジウム前刷集 (1970-5)30
- 3) 阿澄・小野; 第 78 回講演大会講演概要集 (鉄鋼協会) (1969-10) 660
- 4) H. Wenzel: PEK Jg. 13 (1965) Heft 1
- 5) R. B. Sims: Proc. Instn. Mech. Engrs., 168 (1954) 191
- 6) 阿高・鈴木; 第 19 回塑性加工連合講演会論文集 (1968-11)
- 7) 鈴木・阿高; 生産研究, 21-4 (1969-4)
- 8) 阿高・鈴木; 塑性と加工, 12-121 (1971-2)

付 録

前述の式 (11)~(15) の具体的な関数形を参考までに示しておく。

- 1) 圧延荷重 P_i に関する式

$$P_i = bY_i \bar{Y}_i \sqrt{R_i' (H_i - h_i)} \cdot Q_{P_i}$$

$$Q_{P_i} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{h_i}{H_i - h_i}}$$

$$\cdot \left\{ \pi \tan^{-1} \sqrt{\frac{H_i - h_i}{h_i}} - \sqrt{\frac{R_i'}{h_i}} \ln \left(\frac{y_i^2}{h_i \cdot H_i} \right) - \frac{\pi}{4} \right.$$

$$\left. y_i = h_i / \cos^2 F_i, \quad \bar{Y}_i = 1.0 - \frac{t_i + t_{bi}}{2Y_i} \right.$$

$$F_i = \frac{1}{2} \left\{ \tan^{-1} \sqrt{\frac{H_i - h_i}{h_i}} - \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{R_i'}{h_i}} \ln \left(\frac{H_i}{h_i} \right) \right\}$$

$$r_i = \frac{H_i - h_i}{H_i}$$

ただし、 R はロール半径 (mm) を示し、 R' は偏平変形をしている圧延中のロール半径を示す。

- 2) 圧延トルク G に関する式 (上下 2 本のロールに対して)

$$G_i = 2RR_i' Y_i \bar{Y}_i \left(\frac{\phi_{ni}}{2} - \phi_{ni} \right) + R h_i b (t_{fi} - t_{bi})$$

$$\phi_{ni} = \sqrt{\frac{h_i}{R_i'}} \tan \left\{ \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{h_i}{R_i'}} \ln(1 - r_i) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r_i}{1 - r_i}} \right\}$$

$$\phi_{mi} = \sqrt{\frac{r_i}{1 - r_i}} \cdot \frac{h_i}{R_i'}$$

- 3) 材料流出速度 v_i の関係式

$$v_i = (1 + f_i)(1 + Z_i^* G_i) \cdot V_i$$

ただし、 f_i は先進率を示し、 Z_i^* はミルモータの垂下特性係数を示し、 $f_i = y_i/h_i - 1$ である。

- 4) 材料の降伏応力 Y_i を示す式

$$Y_i = S_0 e^{\alpha/T_i} \cdot \lambda_i^m \cdot r_i^n$$

ただし、 λ は平均歪速度を示し、

$$\lambda_i = \frac{V_i}{R} \sqrt{\frac{R_i'}{H_i - h_i}} \ln(H_i/h_i)$$

である。 S_0, α は定数を示す。

- 5) 偏平変形したロール半径 R' の関係式

$$R_i' = R \left\{ 1 + \frac{C P_i}{b(H_i - h_i)} \right\}$$

$$C = 16(1 - \nu^2) \pi E$$

ただし、 ν はポアソン比、 E はロールのヤング率を示す。