

学位請求論文

電気工学科 166

# 多重接続交換システムの研究

昭和63年12月23日提出

指導教官

田中良明助教授

東京大学大学院工学系研究科

電気工学専攻 1781

瀬崎 薫

# 目 次

第 1 章	序 論	-----	1
1. 1	研究の背景		1
1. 2	本論文の構成		3
1. 3	表記法等の約束		5
第 2 章	縦続ベネス多対一接続スイッチ回路網	-----	7
2. 1	3 段ベネス網における多対一接続		8
2. 2	変形 3 段ベネス網における多対一接続		10
2. 3.	段数の多段化		14
2. 4	縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の構成		15
2. 5	対称構成の場合の交差点数の最小化		16
2. 6	変形構成の場合の交差点数の最小化		19
2.6.1	検討の対象		
2.6.2	入線数が与えられたときの最小交差点数構成		
2.6.3	一般的な最適構成		
第 3 章	縦続ベネス形のその他のスイッチ回路網	-----	45
3. 1	縦続ベネス多対多再配置非閉塞スイッチ回路網		46
3.1.1	多対多接続の形式		
3.1.2	3 段ベネス網における多対多接続		
3.1.3	段数の多段化		
3.1.4	縦続ベネス多対多再配置非閉塞スイッチ回路網の構成		
3.1.5	交差点数の最小化		
3. 2	one-sided縦続ベネス多重接続非閉塞スイッチ回路網		58
3.2.1	one-sidedスイッチ回路網における多重接続		
3.2.2	one-sidedスイッチ回路網における単位格子スイッチ		
3.2.3	one-sidedベネス網における多重接続		

3.2.4	one-sided縦続ベネス網の構成	
3.2.5	交差点数の最小化	
第4章	多対一接続時分割形スイッチ回路網	63
4.1	非閉塞多対一接続スイッチ回路網	63
4.2	閉塞を許した多対一接続スイッチ回路網の構成	65
第5章	多地点間テレビ会議の検討	69
5.1	多地点間接続方法の分類	70
5.2	回線の削減	72
5.3	時分割形スイッチ回路網による多地点間接続装置	78
5.4	光交換による多地点間接続装置	82
第6章	一般ベネス網を用いたATMスイッチ回路網	85
6.1	デルタ網の構成とその問題	86
6.2	一般ベネス網の構成	87
6.3	一般ベネス網の制御法	90
6.4	分散網付与の効果	92
6.5	応用例	95
第7章	セル順序を保存したATMスイッチ回路網	97
7.1	一対一非閉塞スイッチ回路網	98
7.1.1	ATMスイッチ回路網における非閉塞	
7.1.2	3段スイッチ回路網の一対一非閉塞条件	
7.2	多対一接続3段スイッチ回路網	103
7.2.1	多重度を制限した場合	
7.2.2	多重度を制限しない場合	
7.3	縦続接続による多対一接続網	109
7.3.1	縦続接続の方法	

7.3.2	縦続接続の効果	
7. 4	木状構成による多対一接続網	112
7. 5	縦続構成多対一接続スイッチ回路網	113
7.5.1	多重接続呼の同時生起	
7.5.2	一対一非閉塞網における多重接続の性質	
7.5.3	仮想リンクによる仮閉塞経路	
7.5.4	クロス形の3段網における経路選択規則	
7.5.5	縦続構成多対一接続網	
第8章	結論	126
8. 1	主たる結果	126
8. 2	今後の課題	127
謝辞		129
文献		130



---

# 第 1 章

## 序 論

---

### 1. 1 研究の背景

サービス総合デジタル統合網(ISDN)は、既に商用サービスが開始され、研究上の関心は次世代ISDNに向い始めた。現在のISDNの最も基本的なユーザ・網インタフェースは、2B+Dといい、64kbps2回線と16kbps1回線である。これを用いれば、加入者は、例えば、64kbpsのデジタル電話、64kbpsの高速ファクシミリ、16kbpsのデータ端末を一つの加入者線で同時に使用することができる。しかし、64kbpsという速度は、PCM符号化した電話1チャンネル相当であるため、どちらかというところ狭帯域である。従って、現在のISDNは、狭帯域ISDNと呼ばれている。

一方、光ファイバ伝送に代表される光伝送技術の発展は、伝送路の広帯域化を可能とし、交換局間を結ぶ中継伝送路だけでなく、交換局と加入者の間の加入者線へ光ファイバを導入することも考えられている。現在の電話の加入者線に用いられているメタリックの加入者線と、ほぼ同等なコストで、加入者線に光ファイバを導入することも将来的には可能である。このような技術の進歩を背景として、高速・広帯域交換に関する機運が高まり、狭帯域ISDNの次世代の通信網として、広帯域ISDNが位置づけられている。

狭帯域ISDNでは、扱えるサービスの種類もデジタル電話、高速ファクシミリ、ビデオテックス、ファイル転送等に限られている。ところが、広帯域ISDNが実現されると、狭帯域ISDNで提供されるサービスの他に、表 1. 1 に示す様々なサービスが提供可能となる。このように、広帯域ISDNにおいてはサービスが多様化するため、それに対応して交換機での接続形式も多様化する。テレビ電話のように

表 1. 1 主な広帯域サービス

情報の種類	サービス	帯域	通信形態	需要層
動画像	高品位テレビ放送	32M~150Mbps	多対一接続	家庭
	多地点間テレビ会議	64k~150Mbps	多対一接続	企業
	テレビ講義		+ 信号の加工	学校, 企業
	テレビ電話		一対一接続	企業, 家庭
静止画	超高速ファクシミリ	384kbps~45Mbps	一対一接続	企業
	高解像度静止画			
音声	Hi-Fi音声伝送	384kbps~1.5Mbps	一対一接続	企業, 家庭
データ	高速データ伝送	384kbps~45Mbps	一対一接続	企業

一対一の接続を行うサービスの他に、高品位テレビ放送、テレビ講義などのように、同一の信号を多数の加入者に同時に接続する多対一接続サービスも提供されよう。

次に、このような多対一接続サービスを提供する意義を考察する。電話通信は、人が、遠く離れた距離にいる他者と対話をするための道具として発展してきた。今やこの電話システムは、社会の根幹をなすインフラストラクチャであり、特に先進諸国においては、完全に成熟しきったといってもよいであろう。しかし、人間が遠くの人と通信を行いたいという要求は、単なる対話をする場合に限らず、複数の人間がお互いに会話をするという要求も大きい。一方、一つの情報を多数の人間に分け与える形態の通信も必須のものとなる。このうち、あまねく全ての人間が知るべき情報、例えば本論文執筆中に起こった、天皇の崩御の情報は、限られた資源である電波を媒体として放映すれば良い。一方、町内会の役員会等、新興宗教の儀式等、少数の人間に取っては重要な情報となるが、その他の人間に取っては全く意味の無い情報ソースもある。このような情報は貴重な電波資源を無駄にしてまで、放送する必要はないが、一部の人間に取っては非常に大切である。

このような種類の情報を活字や、音声の形で同時に、或は非同時に入手するこ

とは、現在でも可能である。しかし、人々が活字離れを起こしている現象に対する評価においても、現在はビデオデッキが各家庭にまで浸透しており、画像の形態の情報が最も尊重される時代であることは、否定できない。

従って、今までの通信が無し得なかった同時に複数の人間が会話する形態の通信、或は同時に複数の人間が同じ情報を共有する、放送形の通信システムを構築することは、今後の通信の発展に対する大きな課題である。

このように、今や技術的、社会的に多対一接続サービスを提供する背景が整いつつある。

将来的には、多種多様の多対一接続サービスが展開されるが、その基盤を築くためには、近未来的に需要の大きいサービスをまず目標とするべきである。そのようなサービスとして、まず、高品位テレビ放送を広帯域ISDNに取り込んでいくことが重要である。例えば、テレビ放送、電気通信共に国有化されているドイツでは、このようなシナリオのもとに、国策として、加入者線への光ファイバの導入が計画されている。以上のことから、広帯域ISDN対応交換機においては、多対一接続などの多重接続を処理するスイッチ回路網は必須のものとなる。

## 1. 2 本論文の構成

1. 1で述べたことを背景として、本論文では、修士論文に引き続いて、多重接続交換システム、その中でも実際に物理的な多重接続を行う多重接続スイッチ回路網についての検討を行っている。

修士論文は、空間分割形スイッチ回路網をその検討の対象としており、主な成果は、①多重接続呼の同時生起を仮定したときに多対一接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網の構成②無条件に多対一接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網の構成、③閉塞を許す多対一接続スイッチ回路網の特性、の3点であった。本博士論文ではこれらの研究を引き継いで以下の検討を行っている。

まず、修士論文で提案された非閉塞多重接続スイッチ回路網は、その前提条件が厳しいため、かなり大規模なスイッチ回路網を構成しないと、単純な格子スイッチよりも交差点数が小さくならず、100チャンネル程度の高品位テレビの映像選択

用スイッチ回路網には不向きであった。そこで、第2章では前提条件を緩め、再配置を行うという条件のもとで、多対一接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網の構成法を検討する。

第3章では、第2章での考え方を応用して、再配置を仮定した場合に、任意の多対多接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網、および多重接続に対して非閉塞となるone-sidedスイッチ回路網の構成法を導く。

第4章では、修士論文、及び本論文第2、3章で検討してきた非閉塞多重接続空間分割形スイッチ回路網の構成理論を時分割形のスイッチ回路網に応用する。特に、任意の多対一接続に対して再配置非閉塞となるスイッチ回路網は、単純なTSTST構成で組むことができ、また、時分割形のスイッチ回路網の場合には、空間分割形のスイッチ回路網に比べて、再配置制御が容易であるため実用性の高いスイッチ回路網となることが示される。また、時分割形のスイッチ回路網について閉塞を許した場合のトラフィック処理特性についても検討を行う。

第5章は、多重接続スイッチ回路網の応用として、多地点間テレビ会議システムの構成方法を検討する。また、ここでは、特にこのシステムの多地点間接続装置として、送出映像信号の選択を自律的に行える時分割形スイッチ回路網および、映像信号の選択が波長フィルタの操作だけで容易に行える光空間分割、波長多重混合形の多地点間接続装置の構成法を検討する。

一方、広帯域ISDNの構築に対しては、需要が必ずしも明確でないため、サービスの柔軟性が要求される。特に、各サービスにおいて必要な通信の速度が様々であるという問題に対処する必要がある。この問題を解決するため、任意の速度の信号を転送できる新しい転送方式として、ATM(Asynchronous Transfer Mode:非同期転送モード)が最近注目を浴びている。ATMの長所は、信号の速度をダイナミックに変更することができることである。しかしながら、ATMの交換技術は、未だ研究の初歩段階にあり、確立された方式はない。そこで、ATMスイッチ回路網については、一対一接続を行うスイッチ回路網も含めた検討を、第5章、第6章で行う。

第6章では、回線交換形の再配置非閉塞スイッチ回路網に対応するスイッチ回路網として、一般ベネス網を提案する。一般ベネス網は、スイッチ回路網自体のハードウェア量は比較的少なくて済むが、パケット(セル)の順序逆転が起こり

得るので、この順序を整えるハードウェアが別途必要となる。

そこで、第7章では、パケット(セル)の順序逆転を起こさないATMスイッチ回路網の構成を一对一、多対一接続の場合について検討する。

最後に、第8章では、本論文の主な結果をまとめ、その問題点や、今後解決すべき残された課題を明確にする。

本論文及び、修士論文によって、多重接続スイッチ回路網の構成理論が明らかになった。参考のために、これらの成果が本論文及び、修士論文の研究の範囲をまとめたものを表1. 2に示す。

表1. 2 多重接続スイッチ回路網の検討の範囲

	空間分割形 スイッチ回路網	時分割形 スイッチ回路網	ATM スイッチ回路網
再配置非閉塞	本論文第2章	本論文第4章	本論文第6章
多重接続呼の同時生起の 仮定により非閉塞	修論第3章	本論文第4章	本論文第7章
無条件に非閉塞	修論第4章	本論文第4章	本論文第7章
閉塞有り	修論第5章	本論文第4章	(未検討)

### 1. 3 表記法等の約束.

本論文中の約束について、以下にまとめておく。

(a) 記号 $e$ は自然対数の底を表すものとする。

(b) 対数関数 $\log$ の底を省略した場合、自然対数を表すものとする。

(c) 乗算は、 $*$ 、 $\cdot$ 、 $\cdot$ 、 $\times$ 等で表すこともある。また、通常の表記法にならって、乗算記号を省略することもある。

(d) 除算は、 $/$ で表すこともある。この場合、例えば

$ab/cd$ は

$a \times b \div c \times d$

を意味するものとする。

---

## 第2章

---

# 縦続ベネス多対一接続スイッチ回路網

---

### ◎ ま え が き

近年、広帯域ISDNの構想が各国において打ちだされてきているが、その中で、同一の情報を多数の加入者に分配する分配形のサービスは必要不可欠なものである。分配形のサービスを提供するためには多対一接続、すなわち1本の出線を複数の入線と接続することが可能なスイッチ回路網が必要となる。また、この分配サービスの提供に当たっては、非閉塞であることが望ましい<sup>(1)</sup>。

多対一接続を非閉塞に行えるスイッチ回路網は、幾つか検討されている。空間分割形のものでは、再配置を前提としたものとしてRichardsのスイッチ回路網<sup>(2)</sup>、ThompsonのGCN(Generalized Connection Network)<sup>(3)</sup>などがある。このうち前者は、スイッチ回路網の段数は小さくなるものの、効率のよい構成となるのは、出線の数が素数の2乗の場合のみである。また後者は、単一のサイズの格子スイッチのみから構成されるので、設計の自由度が小さい。縦続構成多重接続スイッチ回路網<sup>(4)</sup>は、多重接続呼の同時生起を仮定すれば、再配置を行わなくとも非閉塞となるが、条件が緩い分、交差点数が大きくなる。

本章では、多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の新しい構成法を提案し、これを空間分割形のスイッチ回路網に適用する。本論文で提案する縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網は、基本的には一対一再配置非閉塞という性質をもつベネス網(Benes Network)<sup>(6)</sup>を2段縦続接続した形のものである。なお、ThompsonのGCNもベネス網を2段縦続接続した形になっているが、本章の構成法は、それをより一般化したものになっている。空間分割形の縦続ベネス網は、具体的な構成方法が知られている多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の中で、交差点数が最も小さい。

(e)式は，章単位で通し番号を付けた。

(f)定理，定義，規則，まとめetcに対しては，全を一括して章単位で通し番号を付けた。

(g)証明の終わりは，■で示した。

(h)《 》内の条件は，その直前の不等式が成り立つための十分条件を示す。

(i) $a > b$ のとき  $\sum_{i=a}^b f(i) \prod_{i=a}^b f(i)$  は，本来意味をなさないが表記方法を簡単にするため，

$$\sum_{i=a}^b f(i) = 0 \quad (1.1)$$

$$\prod_{i=a}^b f(i) = 1 \quad (1.2)$$

として，定義する。

## 2. 1 3段ベネス網における多対一接続

多対一再配置非閉塞スイッチ回路網とは，再配置を行えば，任意の空き入線を任意の出線と接続可能なスイッチ回路網である。図2. 1に示す入線数 $N_1$ ，出線数 $N_2$ ，2次格子数 $n$ の3段のベネス網は，一対一非閉塞であるが多対一接続に対しては非閉塞とならない<sup>(7)</sup>。しかし，接続のパターンがある条件を満たすものに限定されるなら，多対一接続に対して非閉塞とすることが可能である。

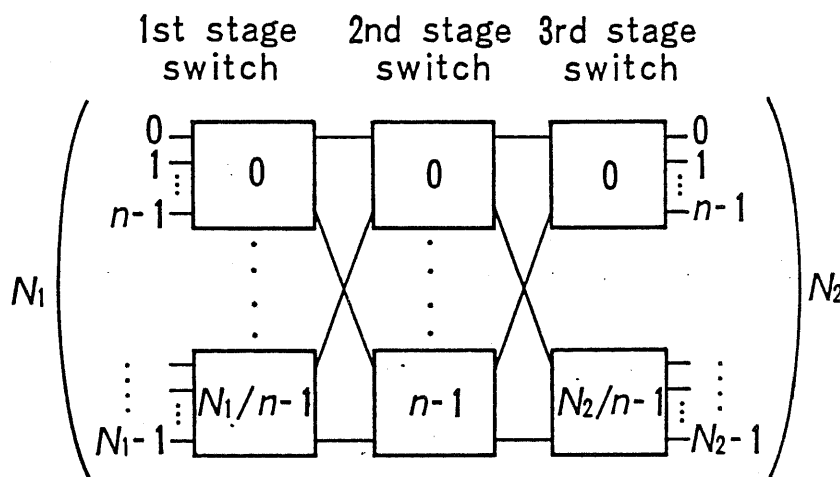


図2. 1 3段ベネス網

いま，説明のため，入・出線及び各格子に図2. 1のように上から順に0から始まる番号をつける。また，以下の記号を定義する。

- ・  $f(i)$ …入線  $i$  を接続する出線を表す。関数  $f$  が接続のパターンを表すことになる。接続のパターンとしては，全ての入線が出線と接続されるもののみを考えればよいが，もし入線  $i$  を出線と接続しないときには，便宜上  $f(i)=f(i-1)$  と考えることにする。

- ・  $I(i)$ …入線  $i$  の属する1次格子 (1st stage switch) を表す。

- ・  $M(i)$ …入線  $i$  が出線に接続される際経由する2次格子 (2nd stage switch) を表す。

- ・  $O(i)$ …入線  $i$  が接続される出線の属する3次格子 (3rd stage switch) を表す。

以上の記号を用いると，例えば，1次格子  $a$  に属する入線  $i$  と，3次格子  $c$  に属す



る出線 $y$ が、2次格子 $b$ を経由して接続される場合、 $I(i)=a$ ,  $M(i)=b$ ,  $O(i)=c$ ,  $f(i)=y$ となる。

さて、入線と出線のある接続パターン $f$ が実現できるための一つの十分条件は、次のとおりである。

[条件 2. 1]  $f(i) \leq f(j)$  for all  $i, j$  ( $i \leq j$ )

条件 2. 1 は、入線の接続要求が、出線の番号順に並んでいることを表す。

条件 2. 1 が成立しているとき、この接続を行うためには以下のようにすればよい。3段スイッチ回路網であるから、各入線に対応する2次格子を決定すれば、経路が定まる。

[経路選択アルゴリズム 2. 2]

まず、

$$M(0)=0 \quad (2.1)$$

とする。次に、 $i=1, 2, \dots, N_1-1$ に対し、順に、

$$M(i) = \begin{cases} M(i-1), f(i)=f(i-1) \\ M(i-1)+1 \bmod n, f(i) \neq f(i-1) \end{cases} \quad (2.2)$$

とする。すなわち、入線の番号順に、循環的に経由する2次格子を割り当てる。

この、経路選択アルゴリズム 2. 2 の正当性について証明する。

(証明) 0番の入線から順に接続経路を設定していくものとし、帰納法を用いて証明する。

(1) 0番の入線を出線と接続できることは明らか。

(2)  $i-1$ 番の入線まで出線と接続できたと仮定する。

(3)  $i$ 番の入線を出線 $f(i)$ と接続する。多重接続のしかたによって次の三つの場合に分けられる。

①  $f(i)=f(i-1)$ かつ $I(i)=I(i-1)$ のとき

このとき、1次格子で多重接続が行われるので、明らかに接続は可能である。

②  $f(i)=f(i-1)$ かつ $I(i) \neq I(i-1)$ のとき

このとき、2次格子 $M(i)$ で、入線 $i-1$ との多重接続が行われることになる。 $I(i) \neq I(i-1)$ であるから、入線 $i$ は、1次格子 $I(i)$ に属する入線の中で、最初に経路を設定する入線である。従って、 $I(i)-M(i)$ 間のリンクは必ず空きであり、この多重接続は必ず行える。

### ③ $f(i) \neq f(i-1)$ のとき

まず、1次リンクが空きであることを証明する。1次格子  $I(i)$  から出ている1次リンクを対応する2次格子の番号で表すことにする。最悪の場合、すなわち入線  $i$  が  $I(i)$  に属する一次格子のなかで最も番号が大きいものでありかつ、 $I(i)$  に属する入線がすべて多重接続を行わない場合、使用中の1次リンクは、式(2.2)より、 $M(i)-1 \bmod n, M(i)-2 \bmod n, \dots, M(i)-n+1 \bmod n$  の  $n-1$  本であり、これらは  $M(i)$  とは異なる。従って、 $I(i)-M(i)$  間のリンクは空きである。

次に、2次リンクが空きであることを証明する。条件2. 1が成立しているとき、入線は出線の番号順に並んでいるので、0番の入線から順に経路を設定していくことは、0番の出線から順に経路を設定していくことと等価である。また、入線の番号順に、経由する2次格子を循環的に割り当てることは、出線の番号順に、経由する2次格子を循環的に割り当てることと等価である。従って、この経路選択アルゴリズムを用いた場合、出線  $f(i)$  に対応する2次格子が  $M(i)$  でありかつ、出線  $f(i)-1$  が入線と接続されているならば、出線  $f(i)-1$  に対応する2次格子は  $M(i)-1 \bmod n$  である。このことから、3次格子  $0(i)$  に入っている2次リンクを対応する2次格子の番号で表すと、最悪の場合、すなわち出線  $f(i)$  が  $0(i)$  に属する3次格子のうち最も番号が大きいものでありかつ、 $0(i)$  に属する  $f(i)$  以外の出線がすべて使用中の場合、使用中の2次リンクは、 $M(i)-1 \bmod n, M(i)-2 \bmod n, \dots, M(i)-n+1 \bmod n$  の  $n-1$  本であり、これらは  $M(i)$  とは異なることが分かる。従って、 $M(i)-0(i)$  間のリンクは空きである。

以上のことからこの接続は可能である。■

## 2. 2 変形3段ベネス網における多対一接続

図2. 2のように図2. 1の3段ベネス網から3次格子を一つ取り除いた変形3段ベネス網、同様に1次格子を一つ取り除いた変形3段ベネス網は、いずれも一対一接続に対して再配置非閉塞である<sup>(8)</sup>。

3次格子を一つ省略した変形3段ベネス網の場合は条件2. 1を満たす接続パターン  $f$  が実現できる。いま、省略された3次格子は、1番上にある3次格子、すなわち0番の3次格子であるとする。従って省略された3次格子に属する出線の

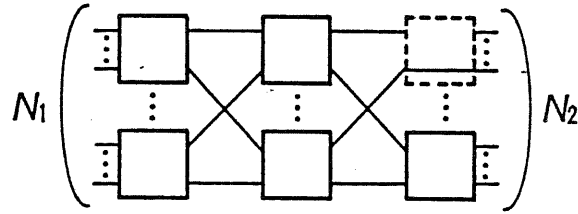


図 2. 2 変形 3 段ベネス網

番号は 0 番から  $n-1$  番までである。このとき次に述べる経路選択アルゴリズムを用いれば接続パターン  $f$  が実現できる。但し、格子の省略を行わない場合に比べアルゴリズムは若干複雑になる。

[経路選択アルゴリズム 2. 3]

A. 3 次格子 0 と接続を行う入線がある場合

① 3 次格子 0 と接続を行う入線のうち最も番号の大きいものを  $k$  とする。まず、 $i = 0, \dots, k$  に対して

$$M(i) = f(i) \quad (2.3)$$

とする。

② ① の段階で 1 次格子  $I(k)$  と接続されている 3 次格子の出線は  $s_0, s_1, \dots, s_{p-1}$  の  $p$  本であり、1 次格子  $I(k)$  と接続されていない 3 次格子の出線は  $t_0, t_1, \dots, t_{n-p-1}$  の  $n-p$  本であったとする。ここで、 $\sigma(0) = s_0, \sigma(1) = s_1, \dots, \sigma(p-1) = s_{p-1}, \sigma(p) = t_0, \sigma(p+1) = t_1, \dots, \sigma(n-1) = t_{n-p-1}$  で定まる置換  $\sigma$  を定義する。

③  $i = k+1$  に対して

$$M(k+1) = \sigma(p \bmod n) \quad (2.4)$$

とする。

④  $i = k+2, k+3, \dots, N_1-1$  に対し、順に

$$M(i) = \begin{cases} M(i-1), & f(i) = f(i-1) \\ \sigma\{M(i-1)+1 \bmod n\}, & f(i) \neq f(i-1) \end{cases} \quad (2.5)$$

とする。

B. 3 次格子 0 と接続を行う入線がない場合

経路選択アルゴリズム 2. 2 に同じ

この経路選択アルゴリズムの正当性は、経路選択アルゴリズム 2. 2 の場合と同様にして証明できる。具体的な証明は以下の通りである。

(証明) B. の場合は、入線数 $N_1$ 、出線数 $N_2-n$ の、格子の省略を行わない3段ベネス網と等価であるから、証明は自明である。従って、A. の場合についてのみ証明をする。

#### I. 0番～k番までの入線の接続

0番の3次格子に属する出線 $0,1,2,\dots,n-1$ は、各々2次格子 $0,1,2,\dots,n-1$ とのみ結線されている。従って、入線をこれらの出線と接続する際に経由する2次格子は、経路選択アルゴリズム、3のように決める以外に方法はない。また、0番の3次格子にはいる2次リンクは、確定的に $0,1,2,\dots,n-1$ 番までの出線と接続されている訳であるから、2次リンクの空塞を議論する必要はない。

一方、0番の3次格子に属する出線との接続のみを行う段階では、 $I(i)-i$ 間の1次リンクは出線 $i$ との接続にのみ用いられる。従って、この1次リンクの空きも必ず保証される。

#### II. $k+1$ 番～ $N_1-1$ 番までの入線の接続

$k+1$ 番の入線から順に接続経路を設定していくものとし、帰納法を用いて証明する。

##### (1) $k+1$ 番の入線の接続

まず、1次リンクが空きであることを示す。

##### ① $p=n$ の場合

1次格子当りの入線数は $n$ であるから、 $I(k+1) \neq I(k)$ であり、入線 $k+1$ は、1次格子 $I(k+1)$ に属する入線の中で、最初に経路を設定する入線である。従って、 $I(k+1)-M(k+1)$ 間のリンクは必ず空きである。

##### ② $p < n$ の場合

1次格子 $I(k+1)$ から出ている1次リンクを対応する2次格子の番号で表す。置換 $\sigma$ の定義から、使用中の1次リンクは、 $\sigma(0), \sigma(1), \dots, \sigma(p-1)$ の $p$ 本であり、これらは $M(k+1) = \sigma(p)$ と異なる。従って $I(k+1)-M(k+1)$ 間のリンクは必ず空きである。

次に、2次リンクが空きであることを示す。 $0(k)=0$ かつ $0(k+1) \neq 0$ であるから、 $k+1$ は $0(k+1)$ と接続を行う入線の中で最初に経路を設定する入線である。従って、 $M(k+1)-0(k+1)$ 間のリンクは必ず空きである。

(2)  $i-1$ 番の入線まで出線と接続できたと仮定する。

(3)  $i$ 番の入線を出線  $f(i)$ と接続する。多重接続のしかたによって次の三つの場合に分けられる。

①  $f(i)=f(i-1)$ かつ  $I(i)=I(i-1)$ のとき

このとき、1次格子で多重接続が行われるので、明らかに接続は可能である。

②  $f(i)=f(i-1)$ かつ  $I(i) \neq I(i-1)$ のとき

このとき、2次格子  $M(i)$ で、入線  $i-1$ との多重接続が行われることになる。

$I(i) \neq I(i-1)$ であるから、入線  $i$ は、1次格子  $I(i)$ に属する入線の中で、最初に経路を設定する入線である。従って、 $I(i)-M(i)$ 間のリンクは必ず空きであり、この多重接続は必ず行える。

③  $f(i) \neq f(i-1)$ のとき

まず、1次リンクが空きであることを証明する。1次格子  $I(i)$ から出ている1次リンクを対応する2次格子の番号で表すことにする。最悪の場合、すなわち入線  $i$ が  $I(i)$ に属する一次格子のなかで最も番号が大きいものでありかつ、 $I(i)$ に属する入線がすべて多重接続を行わない場合、使用中の1次リンクは、 $\sigma[\{M(i)-1\} \bmod n], \sigma[\{M(i)-2\} \bmod n], \dots, \sigma[\{M(i)-n+1\} \bmod n]$ の  $n-1$ 本であり、これらは  $M(i)$ とは異なる。従って、 $I(i)-M(i)$ 間のリンクは空きである。

次に、2次リンクが空きであることを証明する。条件2. 1が成立しているとき、入線は出線の番号順に並んでいるので、 $k+1$ 番の入線から順に経路を設定していくことは、 $0(k+1)$ 番の出線から順に経路を設定していくことと等価である。また、入線の番号順に、経由する2次格子を  $\sigma(0), \sigma(1), \dots, \sigma(p-1)$ の順に循環的に割り当てることは、出線の番号順に、経由する2次格子を  $\sigma(0), \sigma(1), \dots, \sigma(p-1)$ の順に循環的に割り当てることと等価である。従って、この経路選択アルゴリズムを用いた場合、出線  $f(i)$ に対応する2次格子が  $M(i)$ でありかつ、出線  $f(i)-1$ が入線と接続されているならば、出線  $f(i)-1$ に対応する2次格子は  $\sigma[\{M(i)-1\} \bmod n]$ である。このことから、3次格子  $0(i)$ に入っている2次リンクを対応する2次格子の番号で表すと、最悪の場合、すなわち出線  $f(i)$ が  $0(i)$ に属する3次格子のうち最も番号が大きいものでありかつ、 $0(i)$ に属する  $f(i)$ 以外の出線がすべて使用中の場合、使用中の2次リンクは、 $\sigma[\{M(i)-1\} \bmod n], \sigma[\{M(i)-2\} \bmod n], \dots, \sigma[\{M(i)-n+1\} \bmod n]$ の  $n-1$ 本であり、これらは  $M(i)$ とは異なることが分かる。従って、 $M(i)-0(i)$ 間のリンクは空きである。

以上のことからこの接続は可能である。■

## 2. 3. 段数の多段化

各2次格子の入線に $0, 1, \dots, N_1/n-1$ , 出線に $0, 1, \dots, N_2/n-1$ と番号をつけ, 2次格子で実現すべき接続パターンを $g$ と表すことにする. すなわち,  $g(i)$ は2次格子の入線 $i$ と接続する2次格子の出線を表す.

このとき, スイッチ回路網全体で実現すべき接続パターン $f$ が, 条件2. 1を満たすならば, この2次格子で実現すべき接続パターンについて, 次の条件が成り立つ.

[条件2. 4]  $g(i) \leq g(j)$  for all  $i, j$  ( $i \leq j$ )

条件2. 4は条件2. 1と同じ形なので, この2次格子を再び図2. 1の3段スイッチ回路網で置き換えた図2. 3の5段スイッチ回路網においても, 置き換えられた3段スイッチ回路網ではアルゴリズム2. 2に従って多対一接続を行える. 従って, スイッチ回路網全体も条件2. 1を満たす多対一接続を行うことができる. また, 格子の省略も可能であり, 図2. 3で点線で示した格子がそれにあたる. この場合は, 経路選択アルゴリズム2. 3に従って多対一接続を行う.

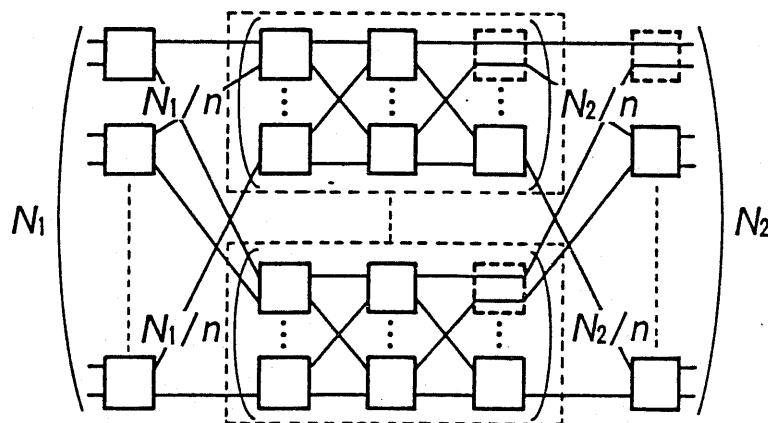


図2. 3 5段スイッチ回路網

このような置き換えを何度も繰り返すことにより多段化を行っても, 2. 1, 2. 2で述べた多対一接続の性質は失われない. この多段化の方法は, 図2. 1, 図2. 2の3段スイッチ回路網を一对一再配置非閉塞スイッチ回路網として, 多

段化する方法と同じである。すなわち、ベネス網及び、変形ベネス網においては、段数によらず条件 2. 1 を満たす多対一接続を行える。

## 2. 4 縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の構成

入線数と出線数の等しい一対一再配置非閉塞スイッチ回路網は、任意の置換を実現できる。従って、図 2. 4 のように一対一再配置非閉塞であるベネス網を 2 段縦続接続し、前段のベネス網では、その出側に、入線が条件 1 を満たすように現れる置換を行い、後段のベネス網では、経路選択アルゴリズム 2. 2, 2. 3 を用いて多対一接続を行えば、図 2. 4 のスイッチ回路網全体では、任意の多対一接続が行えるスイッチ回路網となる。このような構成を縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網、略して縦続ベネス網と呼ぶことにする。

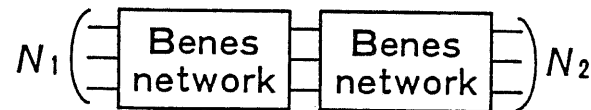


図 2. 4 縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の一般的構成

二つのベネス網を縦続接続する際に、格子を一段省略することが可能なので、最も基本的な構成は、図 2. 5 に示した 5 段のスイッチ回路網となる。また、図中、前段のベネス網では 1 次格子が一つ、後段のベネス網では 3 次格子が一つ省略可能であるので、全体では、点線で示した二つの格子が省略可能である。単一サイズの格子のみで、図 2. 5 のスイッチ回路網を多段化すると、Thompson の  $CN^{(3)}$  と、同一の構成となる。

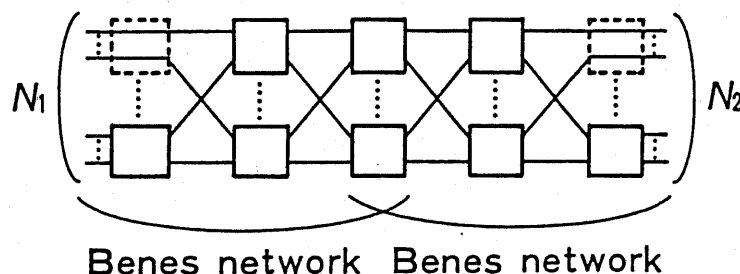


図 2. 5 縦続ベネス多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の基本構成

## 2. 5 対称構成の場合の交差点数の最小化

従来、多対一非閉塞スイッチ回路網は、入線数と出線数が等しい場合について、交差点数の比較が行われているので、ここでは、入線数と出線数が等しく  $N$  の場合について交差点数の最小化を行う。まず、縦続ベネス網で段数最小となる図 2. 5 の 5 段スイッチ回路網で格子の省略を行わない対象構成の場合、入線当り交差点数は

$$Q = 3n + 2 \cdot \frac{N}{n} \quad (2.6)$$

となる。式 (2.6) を  $n$  で微分することにより最小化を行うと、最小値を与える  $n$  は

$$n = \frac{2}{3}N = 0.816N \quad (2.7)$$

である。

また、入線当りの最小交差点数は

$$Q_{opt} = 2\sqrt{6}N^{1/2} = 4.89N^{1/2} \quad (2.8)$$

となる。

次に、多段化を行う場合を考える。スイッチ回路網の対称性から、交差点数最小となるのは、二つのベネス網が、同一の構成をとるときであるのでこの場合についてのみ考える。格子サイズは各ベネス網の中央の段から外側の段に向かって、 $n_1 \times n_1$ ,  $n_2 \times n_2$ , ...,  $n_k \times n_k$  とする。このとき、段数は  $4k-3$  段となる。また、

$$N = \prod_{i=1}^k n_i \quad (2.9)$$

となる。 $k=3$  の場合の例を図 2. 6 に示す。格子の省略を行わないで多段化を行った対称構成の場合、 $n_i \times n_i$  のサイズの格子で構成される段の格子数は  $N/n_i$  となる。従って、全スイッチ回路網の入線当り交差点数は

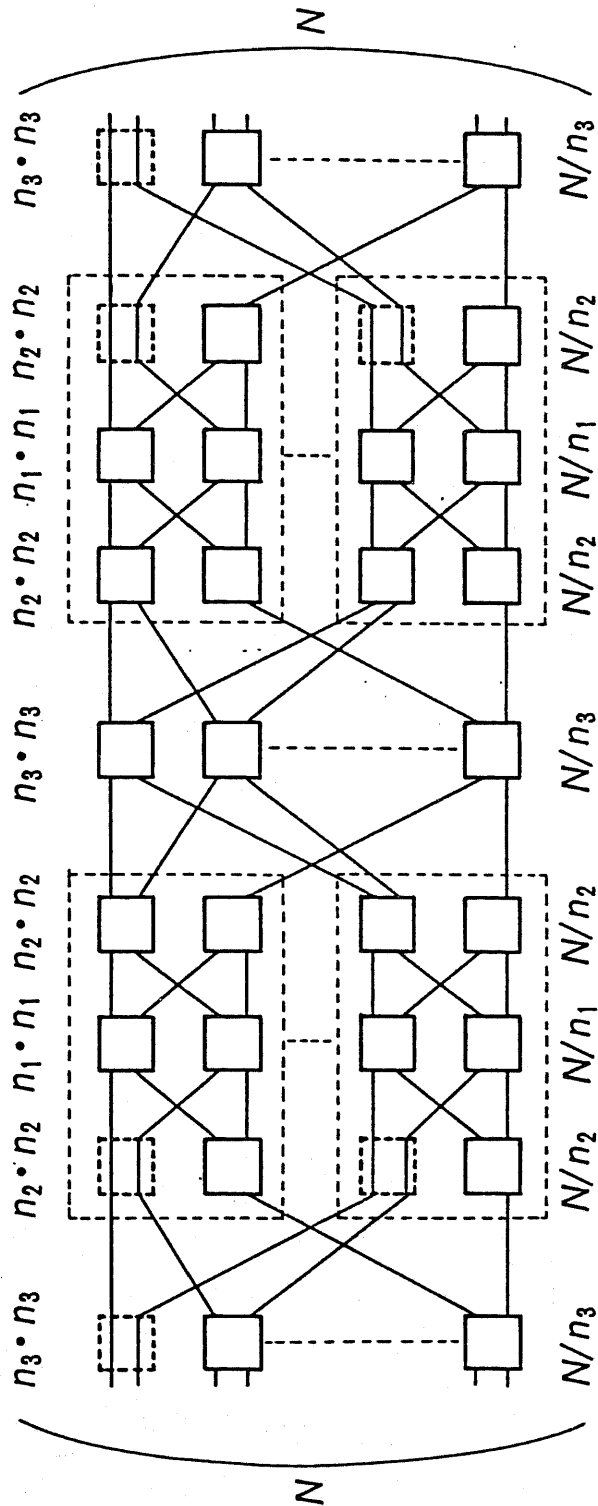
$$C = 2n_1 + 4 \sum_{i=2}^{k-1} n_i + 3n_k \quad (2.10)$$

となる。 $n \times n$  の単一サイズの格子のみを用いると、式 (2.9), (2.10) より入線当り交差点数は、

$$C = 4 \frac{n}{\log n} \cdot \log N - 3n \quad (2.11)$$



図 2. 6 多段化された縦続ベネス網 (k=3)



となる。式(2.11)を最小にする $n$ の値は3である。 $n=3$ のとき、(2.11)式は

$$C=10.9228 \cdot \log N - 9 \quad (2.12)$$

となる。また、 $n=2$ のときには、

$$C=11.5415 \cdot \log N - 6 \quad (2.13)$$

となる。

複数種のサイズの格子を用いても構わない場合は、式(2.9)の条件の下で式(2.10)を最小化することになる。文献(9)で、対称構成ベネス網の交差点数を最小化したのと同様の方法でこれを行う。

入出線数 $N$ の縦続ベネス網に対し、各ベネス網の中央の段、及び最外側の段以外の段に、 $n \times n$ サイズの格子スイッチからなる段を $m$ 段付け加えて、スイッチ回路網の規模を $M$ 倍の $N'$ にする。元のスイッチ回路網の入線当り交差点数を $C_1$ 、規模が拡大されたスイッチ回路網の入線当り交差点数を $C_2$ とする。式(2.9)、(2.10)より、

$$N' = MN \quad (2.14)$$

$$M = n^m \quad (2.15)$$

$$C_2 = C_1 + 4MN \quad (2.16)$$

となる。式(2.15)より、

$$m = \frac{\log M}{\log n} \quad (2.17)$$

従って、

$$C_2 - C_1 = 4 \frac{n \log M}{\log n} \quad (2.18)$$

$M$ 一定の条件の元で、式(2.18)を最小にする $n$ の値は、 $n=3$ である。

従って、対称多段構成の縦続ベネス網の入出線数を増加させる場合、 $3 \times 3$ サイズの格子スイッチからなる段を加える場合が最も入線当りの交差点数の増加が小さいことを意味する。

このことは、逆に言えば既にある対称多段構成において、中央及び最外側の段以外の部分から $n_i \times n_i$ の格子スイッチからなる段を取り去り、スイッチ回路網の入出線数を減少させる場合、 $n_i / \log n_i$ が最大の格子スイッチからなる段を取り去る場合に、最も入線当りの交差点数を減少させることを意味している。

次に、中央及び最外側の段以外の段に、最小の入線当り交差点数を与える $3 \times 3$

サイズの格子スイッチを，中央段に $n_1 \times n_1$ サイズの格子スイッチ，最外側段に $n_k \times n_k$ サイズの格子スイッチを用いるとすると，式(2.9)，(2.10)より，入出線数 $N$ 及び入出線当りの交差点数 $C$ は，スイッチ回路網の段数が $4k-3$ 段のとき次式で与えられる。

$$N = n_1 \cdot n_k \cdot 3^{k-2} \quad (2.19)$$

$$C = 4 \cdot (k-2) \cdot 3 + 2n_1 + 3n_k \quad (2.20)$$

我々の目的は，式(2.19)の制約条件のもとで，(2.20)式を最小化することにある。

式(2.19)は，

$$k-2 = \log_3 N - \log_3 n_1 - \log_3 n_k \quad (2.21)$$

と変形できる。これを式(\*)に代入して整理すると，

$$C = 10.9228 \log N + (2n_1 - 10.9228 \log n_1) + (3n_k - 10.9228 \log n_k) \quad (2.22)$$

となる。式(2.22)を $n_1, n_k$ で微分すると，式(2.22)が最小となる自然数 $n_1, n_k$ の値は， $n_1=5, n_k=4$ となる。以上をまとめると，多段対称構成の場合に，最小交差点数を与える構成は

$$n_1=5, n_i=3 (i=2, \dots, k-1), n_k=4 \quad (2.23)$$

となる。また，このとき入線当り交差点数は，式(2.23)より

$$C_{opt} = 10.92 \log N - 10.72 \quad (2.24)$$

となる。

## 2. 6 変形構成の場合の交差点数の最小化

### 2. 6. 1 検討の対象

格子の省略を行った変形構成縦続ベネス網の交差点数の最小化を考える。変形ベネス網の総交差点数は，文献(9)より，

$$C_{PN}(N) = \left[ \sum_{i=1}^k \{ n_i^2 (2 \prod_{t=1}^{i-1} n_t - 1) \prod_{t=i+1}^k n_t \} \right] \quad (2.25)$$

で与えられる。(注：式表現の簡潔化のため，本節では，入線当り交差点数ではなく，総交差点数の最小化を行う。)

変形構成の縦続ベネス網は，変形ベネス網を2段縦続接続し， $n_k \times n_k$ のサイズ

の格子で構成される格子を1段省略することによって構成されるので、その入線当り交差点数は、

$$\begin{aligned}
 C_{MN}(N) &= 2C_{PN}(N) - n_k^2 \cdot \frac{N}{n_k} \\
 &= \left[ \sum_{i=1}^k \left\{ n_i^2 \left( 4 \prod_{t=1}^{i-1} n_t - 2 \right) \prod_{t=i+1}^k n_t \right\} - n_k^2 \prod_{t=1}^{k-1} n_t \right] \\
 &= \sum_{i=1}^k (4n_i N - 2n_i^2 \prod_{t=i+1}^k n_t) - n_k N
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

となる。

であらわされる。また、変形構成の場合でも、

$$N = \prod_{i=1}^k n_i \tag{2.27}$$

が成り立つ。このとき段数は $4k-3$ 段となる。

まず、簡単のため、 $n \times n$ の単一サイズの格子のみを用いる場合について、式(2.26)を最小化する。この場合、式(2.26)、(2.27)より、交差点数は

$$C_{MN}(N) = \frac{4n}{\log n} N \log N - \frac{n(3n-1)}{n-1} N + \frac{2n^2}{n-1} \tag{2.28}$$

となる。 $N$ が十分大きいときに、式(2.28)を最小にする $n$ の値は3である。

複数種のサイズの格子を用いても構わない場合は、式(2.27)の条件の下で式(2.26)を最小化することになるが、これは単一サイズの格子のみを用いる場合に比べはるかに難しい問題となる。ここでは、一対一再配置非閉塞スイッチ回路網の最小化の際に、北見が用いた方法を応用して(2.26)式の最小化を行う。(ようするに、(2.27)式の制約条件のもとで、(2.26)式を最小にする $n_1 \sim n_k$ 及び、 $k$ ( $n_i$ は2以上の自然数)を求める問題である。)

計算機的には、この問題はさほど難しくない。

(ex)  $N=20$ とする

これを素因数分解すると $20=2^2 \cdot 5$ 従って、因数分解の組として(1,20), (2,2,5), (4,5), (2,10)の4通りがある。よって、 $n_1 \sim n_k$ の組としては

①  $n_1=20$

②  $n_1=2, n_2=2, n_3=5$

$$\textcircled{3} n_1=2, n_2=5, n_3=2$$

$$\textcircled{4} n_1=5, n_2=2, n_3=2$$

$$\textcircled{5} n_1=4, n_2=5$$

$$\textcircled{6} n_1=5, n_2=4$$

$$\textcircled{7} n_1=2, n_2=10$$

$$\textcircled{8} n_1=10, n_2=2$$

の8通りである。この8通りに対して、それぞれ(2.26)式を計算し最小交差点数を与えるものを選べば良い。この場合、 $N$ が小さいので①の場合、即ち、格子スイッチ一つの場合が最小となる。

図2. 7は $N=2\sim 500$ までの各自然数に対して、変形構成縦続ベネス網の入線当りの最小交差点数をプロットしたものである。 $N$ が素数の場合や、よい因数分解ができない場合には、大きい交差点数となっていることが分かる。

## 2. 6. 2 入線数が与えられたときの最小交差点数構成

2. 6. 1で示した変形構成縦続ベネス網を $MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$ であらわす。またこれは、このスイッチ回路網の交差点数も表しているものとする。一方、同じ $n_1 \sim n_k$ による一対一再配置非閉塞スイッチ回路網を $PN(n_1, n_2, \dots, n_k)$ で表すことにする。与えられた $N$ に対して、最小の交差点数をもつ $MN$ を解析的に求めることを考える。これを求めるための基準となる定理を以下に示す。

[定理2. 5] (因数配列の基準)

① $k=2$ のとき

$$MN(N/2, 2) > MN(2, N/2) = N^2 + 4N > N^2 \quad (2.29)$$

即ち、 $N$ を2と $N/2$ に因数分解するより、格子スイッチ一つの方が交差点数は小さくなる。

それ以外の場合は、 $n_1 \geq n_2$ のとき $MN(n_1, n_2)$ が最小交差点数を与える構成となり、

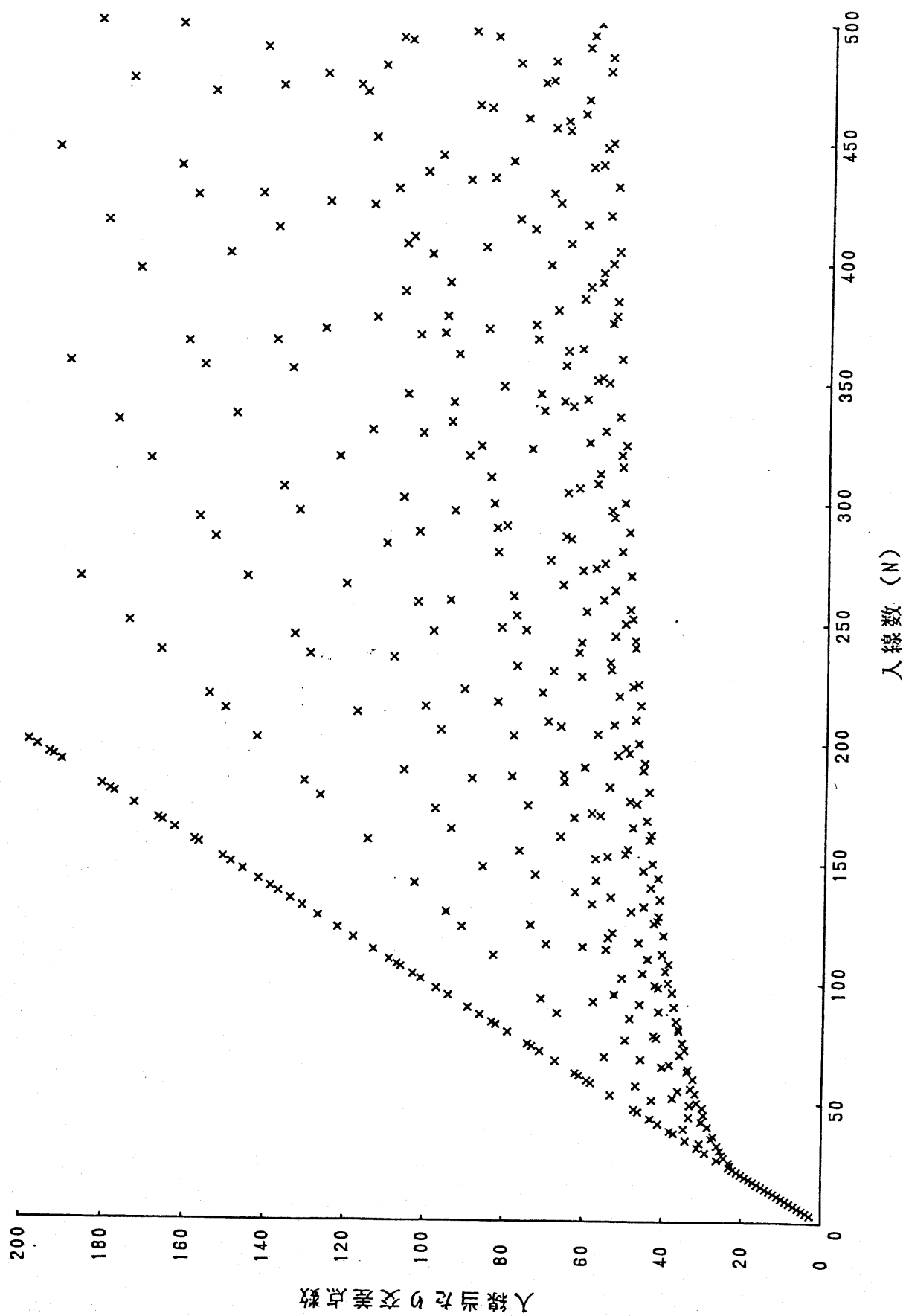
$$MN(n_1, n_2) < N^2 \quad (2.30)$$

が成り立つ。

② $k \geq 3$ のとき

$N$ を $N=4 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2$ ないし $N=3 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2$ に因数分解するときにはそれぞれ $MN(2, 2, \dots, 4)$ ,  $MN(2, 2, \dots, 3)$ が最小交差点数を与える構成となる。

図 2. 7 変形構成縦続ベネス網の最小交差点数



それ以外の場合は、 $n_1 \geq n_k \geq n_2 \geq \dots \geq n_{k-1}$  のとき  $MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$  が最小交差点数を与える構成となる。

(証明)

I.  $k=2$  のとき

(2.26)式から

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv MN(n_1, n_2) \\ &= 2Nn_1 + 3Nn_2 - 2n_2^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\equiv MN(n_2, n_1) \\ &= 2Nn_2 + 3Nn_1 - 2n_1^2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \therefore DIF &\equiv C_1 - C_2 \\ &= (n_1 - n_2) \{ 2(n_1 + n_2) - N \} \end{aligned} \quad (2.33)$$

(1)  $n_1 = N/2, n_2 = 2$  のとき

$$\begin{aligned} DIF &= (N/2 - 2) \{ 2(N/2 + 2) - N \} \\ &= (N/2 - 2) > 0 \quad \langle N > 4 \rangle \end{aligned} \quad (2.34)$$

また、このとき

$$C_2 = N^2 + 4N \quad (2.35)$$

(2)  $n_2 \geq 3$  のとき

仮定から  $n_1 - n_2 > 0$ 。また、 $n_1 n_2 = N$  であり、(2.33)式の形から  $n_1 + n_2$  が最大になるのは、 $n_1 = N/3, n_2 = 3$  のとき。よって

$$\begin{aligned} 2(n_1 + n_2) - N &\geq 2(N/3 + 3) - N \\ &= 6 - N/3 < 0 \quad \langle N > 18 \rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

また、 $C_1$  については、(2.31)式の形からこれが最大となるのは、 $n_1 = N/3, n_2 = 3$  のときである。従って、

$$\begin{aligned} C_1 &\leq 2N \cdot N/3 + 3N \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 \\ &= (2/3)N^2 + 9N - 18 < N^2 \quad \langle N \geq 25 \rangle \end{aligned} \quad (2.37)$$

II.  $k \geq 3$  のとき

幾つかの補題を組み合わせで定理全体を証明する。

[補題 2. 6]

$MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$  は、 $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_{k-1}$  の場合  $MN(\sigma(n_1), \sigma(n_2), \dots, \sigma(n_{k-1}), n_k)$  ( $\sigma(\cdot)$  は  $n_1, n_2, \dots, n_{k-1}$  の任意の置換を表す) の中で、最小の交差点数をもつ

(証明) 図 2. 6 からわかるように

$$\begin{aligned} & MN\{\sigma(n_1), \sigma(n_2), \dots, \sigma(n_{k-1}), n_k\} \\ &= 2n_k PN\{\sigma(n_1), \sigma(n_2), \dots, \sigma(n_{k-1})\} + n_k^2(3N/n_k - 2) \end{aligned} \quad (2.38)$$

となる.  $n_k$  が固定されているから (2.38) 式を最小化するには,  $PN\{\sigma(n_1), \sigma(n_2), \dots, \sigma(n_{k-1})\}$  を最小にすればよい. 文献(1)の定理 1 より,  $PN(n_1, n_2, \dots, n_{k-1})$  は,  $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_{k-1}$  のとき  $PN\{\sigma(n_1), \sigma(n_2), \dots, \sigma(n_{k-1})\}$  の中で, 最小の交差点数をもつ. ■

[補題 2. 7]

$n_1 \geq n_k \geq n_2 \geq \dots \geq n_{k-1}$  とする. このとき,  $MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$  と  $MN(n_k, n_2, \dots, n_1)$  の大小について以下の関係が成り立つ.

①  $n_1 = 3$  or  $4$ ,  $n_2 = n_3 = \dots = n_k = 2$  のとき

$$MN(n_1, n_2, \dots, n_k) > MN(n_k, n_2, \dots, n_1) \quad (2.39)$$

② それ以外のときは

$$MN(n_1, n_2, \dots, n_k) < MN(n_k, n_2, \dots, n_1) \quad (2.40)$$

(証明)

$$A = \sum_{i=2}^{k-1} (n_i^2 \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t) \quad (2.41)$$

と置くと, (2.26) 式より

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv MN(n_1, n_2, \dots, n_k) \\ &= \sum_{i=1}^k 4n_i N - 2n_1^2 \left( \prod_{t=2}^{k-1} n_t \right) n_k - 2An_k - 2n_k^2 - n_k N \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\equiv MN(n_k, n_2, \dots, n_1) \\ &= \sum_{i=1}^k 4n_i N - 2n_k^2 \left( \prod_{t=2}^{k-1} n_t \right) n_1 - 2An_1 - 2n_1^2 - n_1 N \end{aligned} \quad (2.43)$$

$\prod_{t=1}^k n_t = N$  より,  $n_1^2 \left( \prod_{t=2}^{k-1} n_t \right) n_k = n_1 N$ ,  $n_k^2 \left( \prod_{t=2}^{k-1} n_t \right) n_1 = n_k N$  に注意して  $C_1$  と  $C_2$  の差をとると,

$$\begin{aligned} C_1 - C_2 &= -2n_1 N - 2An_k - 2n_k^2 - n_k N + 2n_k N + 2An_1 + 2n_1^2 + n_1 N \\ &= (n_1 - n_k) \{2A + 2(n_1 + n_k) - N\} \end{aligned} \quad (2.44)$$

ここで,



$$B=2A+2(n_1+n_k)-N \quad (2.45)$$

と置く。  $C_1, C_2$  の大小は  $B$  の正負によって決まる。

①  $n_2 \geq 3, k \geq 4$  のとき

$$\prod_{t=1}^k n_t = N \text{ より}$$

$$A = \sum_{i=2}^{k-1} \left\{ (n_i / n_k) N (1 / \prod_{t=1}^{i-1} n_t) \right\} \quad (2.46)$$

今、仮定より  $n_i \leq n_k (i=2, \dots, k-1)$  であるから  $n_i / n_k \leq 1$

$$\therefore A \leq N \sum_{i=2}^{k-1} (1 / \prod_{t=1}^{i-1} n_t) \quad (2.47)$$

仮定から  $n_i \geq 2 (i \geq 3)$  であり、また  $n_1 \geq 4$  であるとしてよいから ( $n_1=3$  のときは、 $n_2=3$  より  $n_k$  も 3 になり考慮する必要はない。)

$$1 / \prod_{t=1}^{i-1} n_t = 1/n_1 + 1/(n_1 n_2) + 1/(n_1 n_2 n_3) + \dots + 1/(n_1 n_2 \dots n_{k-2})$$

$$\leq 1/4 + 1/(4 \cdot 3) + 1/(4 \cdot 3 \cdot 2) + \dots + 1/(4 \cdot 3 \cdot 2^{k-4})$$

$$< 1/4 \{ 1 + 1/3 (1 + 1/2 + 1/4 + \dots) \}$$

$$= 1/4 \{ 1 + (1/3) \cdot 2 \}$$

$$= 5/12 \quad (2.48)$$

$$\therefore A < (5/12)N \quad (2.49)$$

従って、

$$B < 2 \cdot (5/12)N + 2(n_1 + n_k) - N$$

$$= 2(n_1 + n_k) - N/6 \quad (2.50)$$

ここで  $n_1 n_2 \dots n_k = N$  であり、 $n_2 \geq 3, k \geq 4$  であることから

$$n_1 n_k \leq N/6 \quad (2.51)$$

$n_k \geq 3$  であることから  $n_1 + n_k$  が最大となるのは、 $n_1 n_k = N/6, n_1 = N/18, n_k = 3$  のときである。よって、

$$B \leq 2(N/18 + 3) - N/6$$

$$= 6 - N/18 < 0 \quad \langle N > 108 \rangle \quad (2.52)$$

②  $n_2 \geq 3, k=3$  のとき

(2.47) 式より、

$$A \leq N/n_1 \leq N/4 \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \therefore B &\leq 2 \cdot (N/4) + 2(n_1 + n_3) - N \\ &= 2(n_1 + n_3) - N/2 \end{aligned} \quad (2.54)$$

ここで,  $n_1 n_2 n_3 = N$  かつ  $n_2 \geq 3$  より

$$n_1 n_3 \leq N/3 \quad (2.55)$$

$n_3 \geq 3$  であることから  $n_1 + n_3$  が最大となるのは,  $n_1 n_3 = N/3, n_1 = N/9, n_3 = 3$  のときである。よって,

$$\begin{aligned} B &\leq 2(N/9 + 3) - N/2 \\ &= 6 - (5/18)N < 0 \quad \langle N > 6 \cdot 18/5 = 21.6 \rangle \end{aligned} \quad (2.56)$$

③  $n_2 = 2$  のとき

仮定から  $n_2 = n_3 = \dots = n_{k-1} = 2$  となる。従って,

$$n_1 n_k 2^{k-2} = N \quad (2.57)$$

$$A = N \sum_{i=2}^{k-1} \left( \frac{1}{\prod_{t=1}^{i-1} n_t} \right) = \sum_{i=2}^{k-1} 2^2 \cdot 2^{k-1-(i+1)+1} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} &= 2^2 (2^{k-2} - 1) \\ &= 4 \{ N / (n_1 n_k) - 1 \} \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$B = 8 \{ N / (n_1 n_k) - 1 \} + 2(n_1 + n_k) - N \quad (2.60)$$

(a)  $n_1 = 3$  のとき

このとき  $n_k$  は 2 になるから, (2.60) 式より

$$\begin{aligned} B &= 8 \{ N / (3 \cdot 2) - 1 \} + 2(3 + 2) - N \\ &= N/3 + 2 > 0 \end{aligned} \quad (2.61)$$

(b)  $n_1 = 4, n_k = 2$  のとき

$$\begin{aligned} B &= 8 \{ N / (4 \cdot 2) - 1 \} + 2(4 + 2) - N \\ &= 4 > 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

(c)  $n_1 = 4, n_k = 3$  のとき

$$\begin{aligned} B &= 8 \{ N / (4 \cdot 3) - 1 \} + 2(4 + 3) - N \\ &= 6 - N/3 < 0 \quad \langle N > 18 \rangle \end{aligned} \quad (2.63)$$

(d)  $n_1 \geq 5, n_k = 2$  のとき

$$\begin{aligned} B &= 8 \{ N / (n_1 \cdot 2) - 1 \} + 2(n_1 + 2) - N \\ &= (4/n_1)N + 2n_1 - N - 4 \end{aligned} \quad (2.64)$$

ここで、 $n_1$ の取り得る範囲はたかだか $5 \leq n_1 \leq N/4$ であり、(2.64)式の形から $B$ が最大となるのは $n_1=5$ または、 $n_1=N/4$ のときである。

$n_1=N/4$ のとき

$$B=12-N/2 < 0 \quad \langle N > 24 \rangle \quad (2.65)$$

$n_1=5$ のとき

$$\begin{aligned} B &= \{(4/5)N + 10 - N\} - 4 \\ &= 6 - N/5 < 0 \quad \langle N > 30 \rangle \end{aligned} \quad (2.66)$$

(e)  $n_1 \geq 5, n_k \geq 3$ のとき

(2.60)式より

$$\begin{aligned} B &\leq 8\{N/(5 \cdot 3) - 1\} + 2(n_1 + n_k) - N \\ &= 2(n_1 + n_k) - (7/15)N - 8 \end{aligned} \quad (2.67)$$

ここで $n_1 n_2 \cdots n_k = N$ であり、 $n_2 = n_3 = \cdots = n_{k-1} = 2, k \geq 3$ であることから

$$n_1 n_k \leq N/2 \quad (2.68)$$

$n_k \geq 3$ であることから $n_1 + n_k$ が最大となるのは、 $n_1 n_k = N/2, n_1 = N/6, n_k = 3$ のときである。よって、

$$\begin{aligned} B &\leq 2(N/6 + 3) - (7/15)N - 8 \\ &= -2 - (2/15)N < 0 \end{aligned} \quad (2.69) \blacksquare$$

[補題 2. 8]

$n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_p \geq n_{p+1} \geq \cdots \geq n_{k-1}$  かつ  $n_p \geq n_k > n_{p+1}$  とする。 ( $1 \leq p \leq k-2$ )

このとき

$$MN(n_1, n_2, \dots, n_p, n_{p+1}, \dots, n_{k-1}, n_k) < MN(n_1, n_2, \dots, n_p, n_k, n_{p+2}, \dots, n_{k-1}, n_{p+1})$$

となる。

(証明)  $n_k = a, n_{p+1} = b$  とおくと

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv MN(n_1, n_2, \dots, n_p, n_{p+1}, \dots, n_{k-1}, n_k) \\ &= \sum_{i=1}^k 4n_i N - 2 \sum_{i=1}^p (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^k n_t) - 2b^2 (\prod_{t=p+2}^{k-1} n_t) a - 2 \{ \sum_{i=p+2}^{k-1} (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t) \} a - 2a^2 - aN \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\equiv MN(n_1, n_2, \dots, n_p, n_k, n_{p+2}, \dots, n_{k-1}, n_{p+1}) \\ &= \sum_{i=1}^k 4n_i N - 2 \sum_{i=1}^p (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^k n_t) - 2a^2 (\prod_{t=p+2}^{k-1} n_t) b - 2 \{ \sum_{i=p+2}^{k-1} (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t) \} b - 2b^2 - bN \end{aligned} \quad (2.71)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = (a-b) \left\{ 2ab \prod_{t=p+2}^{k-1} n_t - 2 \sum_{i=p+2}^{k-1} (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t) - 2(a+b) - N \right\} \quad (2.72)$$

ここで,

$$2ab \prod_{t=p+2}^{k-1} n_t = 2n_{p+1} n_k \cdot \prod_{t=p+2}^{k-1} n_t = 2 \prod_{t=p+1}^k n_t \leq N \quad (\because p \geq 1) \quad (2.73)$$

よって,

$$(2.72) \text{式の } \{ \} \text{ 内 } \leq \left\{ -2 \sum_{i=p+2}^{k-1} (n_i^2 \cdot \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t) - 2(a+b) \right\} < 0 \quad (2.74)$$

$$\therefore C_1 < C_2 \quad \blacksquare$$

補題 2. 6 ~ 2. 8 より, 定理 2. 5 を導く方法を  $k=5$  の場合を例にとって説明する.  $M = m_1 m_2 m_3 m_4 m_5$  ( $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_5$ ) と因数分解されたとする.

まず, 補題 2. 6 によって, 与えられた因数分解に対して最小交差点数を与える  $MN$  の候補として,  $MN(m_1, m_2, m_3, m_4, m_5)$ ,  $MN(m_1, m_2, m_3, m_5, m_4)$ ,  $MN(m_1, m_2, m_4, m_5, m_3)$ ,  $MN(m_1, m_3, m_4, m_5, m_2)$ ,  $MN(m_2, m_3, m_4, m_5, m_1)$  の 5 通りが残る. 次に, 補題 2. 8 によって,

$$\begin{aligned} MN(m_1, m_3, m_4, m_5, m_2) &\leq MN(m_1, m_2, m_4, m_5, m_3) \\ &\leq MN(m_1, m_2, m_3, m_5, m_4) \\ &\leq MN(m_1, m_2, m_3, m_4, m_5) \end{aligned}$$

$m_1 = 3 \text{ or } 4, m_2 = 2$  のときは, 補題 2. 7 によって, 更に

$$MN(m_2, m_3, m_4, m_5, m_1) \leq MN(m_1, m_3, m_4, m_5, m_2)$$

となるので, 与えられた因数分解に対して最小交差点数を与える  $MN$  は,  $MN(m_2, m_3, m_4, m_5, m_1)$  となる.

それ以外の場合は, 補題 2. 7 によって, 更に

$$MN(m_1, m_3, m_4, m_5, m_2) \leq MN(m_2, m_3, m_4, m_5, m_1)$$

となるので, 与えられた因数分解に対して最小交差点数を与える  $MN$  は,  $MN(m_1, m_3, m_4, m_5, m_2)$  となる.

以上で定理 2. 5 が証明された.  $\blacksquare$

定理 2. 5 は, 与えられた  $N$  が既に因数分解されているときの各因数の  $n_1 \sim n_k$  への割当方を示している. 次に,  $N$  の最適な因数分解の方法を求める.

[定理 2. 9]

$k \geq 2$ とする.  $MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$ に対して, 因数 $n_i$ が2つの因数 $a, b$ に因数分解できるものとする. (但し,  $i \neq k$ のときは $a \geq b, i = k$ のときは $a \leq b$ とする.)このとき,  $MN(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_k)$ と $n_i$ を因数分解した $MN(n_1, n_2, \dots, a, b, \dots, n_k)$ の大小について次のことが成り立つ.

①  $n_i \geq 8$ の場合

$i$ の値によらず

$$MN(n_1, n_2, \dots, a, b, \dots, n_k) < MN(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_k) \quad (2.75)$$

②  $n_i = 6$ のとき

$i \geq 2$ ならば

$$MN(n_1, n_2, \dots, a, b, \dots, n_k) < MN(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_k) \quad (2.76)$$

$i = 1$ ならば

$$MN(a, b, n_2, \dots, n_k) > MN(n_1, n_2, \dots, n_k) \quad (2.77)$$

③  $n_i = 4$ のとき

$i$ の値によらず

$$MN(n_1, n_2, \dots, a, b, \dots, n_k) > MN(n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_k) \quad (2.78)$$

(証明)

①  $n_i \neq n_k$ の場合

図 2. 6 から分かるように

$$\begin{aligned} MN\{n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k\} \\ = 2n_k PN\{n_1, n_2, \dots, n_{k-1}\} + n_k^2 (3N/n_k - 2) \end{aligned} \quad (2.79)$$

従って,  $MN(\dots, n_i, \dots)$ と $MN(\dots, a, b, \dots)$ の大小関係は,  $PN(\dots, n_i, \dots)$ と $PN(\dots, a, b, \dots)$ の大小関係と同値である. 従って, 文献(1)の定理 2 により, 定理 2. 9 が証明できる.

なお, 文献(1)の定理 2 では,  $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_k$ の制約条件が付加されているが, その証明の過程をみれば明らかなように, この条件は不要である.

②  $n_i = n_k$ の場合

$$C_1 \triangleq MN(n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k)$$

$$= \sum_{i=1}^{k-1} (4n_i N - 2n_i^2 \prod_{t=1}^{i-1} n_t) + 4abN - 2(ab)^2 - abN \quad (2.80)$$

$$C_2 \triangleq MN(n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, a, b)$$

$$= \sum_{i=1}^{k-1} (4n_i N - 2n_i^2 \prod_{t=1}^{i-1} n_t) + 4aN - 2a^2b + 4bN - 2b^2 - bN \quad (2.81)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = (3ab - 4a - 3b)N - 2a^2b^2 + 2a^2b + 2b^2 \quad (2.82)$$

(a)  $a \geq 3, b \geq 4$  のとき

(2.82)式を変形して,

$$C_1 - C_2 = \{(2a-3)(b-2) - 6\}N + ab(N-2ab) + 2b^2 + 2a^2b \quad (2.83)$$

仮定より,

$$(2a-3)(b-2) - 6 \geq (2 \cdot 3 - 3)(4-2) - 6 = 0 \quad (2.84)$$

また,  $(\prod_{t=1}^{k-1} n_t)ab = N$  ゆえ  $ab \leq N/2$  によって,

$$N - 2ab \geq N - 2 \cdot (N/2) = 0 \quad (2.85)$$

$$\therefore C_1 - C_2 > 0$$

(b)  $a=3, b=3$  のとき

$a=3, b=3$  を (2.82) 式に代入して,

$$C_1 - C_2 = 6N - 90 > 0 \quad \langle N > 15 \rangle \quad (2.86)$$

(c)  $a=2$  のとき

$a=2$  を (2.82) 式に代入して

$$C_1 - C_2 = (3b-8)N + 8b - 6b^2 \quad (2.87)$$

(i)  $b \geq 8$  のとき

(2.87)式を変形して,

$$C_1 - C_2 = (b-8)N + 8b + 2b(N-3b) \quad (2.88)$$

仮定より,  $(b-8) \geq 0$  また  $(\prod_{t=1}^{k-1} n_t)2b = N$  ゆえ  $b \leq N/4$ , よって,

$$N - 3b \geq N - 3(N/4) = N/4 > 0 \quad (2.89)$$

$$\therefore C_1 - C_2 > 0$$

(ii)  $b=3, 4, 5, 6, 7$  のとき

$b$  の値を (2.88) 式に代入して計算すると

b=7のとき

$$C_1 - C_2 = 13N - 238 > 0 \quad \langle N > 238/13 = 18.3 \rangle \quad (2.90)$$

b=6のとき

$$C_1 - C_2 = 10N - 168 > 0 \quad \langle N > 168/10 = 16.8 \rangle \quad (2.91)$$

b=5のとき

$$C_1 - C_2 = 7N - 110 > 0 \quad \langle N > 110/7 = 15.7 \rangle \quad (2.92)$$

b=4のとき

$$C_1 - C_2 = 4N - 64 > 0 \quad \langle N > 64/4 = 16 \rangle \quad (2.93)$$

b=3のとき

$$C_1 - C_2 = N - 30 > 0 \quad \langle N > 30 \rangle \quad (2.94)$$

(iii) b=2のとき

b=2を(2.88)式に代入して,

$$C_1 - C_2 = -2N - 8 < 0 \quad (2.95) \blacksquare$$

定理 2. 5, 定理 2. 9 によって, 最小の交差点数をもつ MN を求めるための基準は, N が  $n_1=6$  あるいは  $n_1=4$  なる因数をもつ場合を除いて求められた. 次に, N が  $n_1=6$  あるいは  $n_1=4$  なる因数をもつ場合の基準を定理 2. 10 に示す.

[定理 2. 10] (特殊例に対する基準)

① MN 中の格子サイズの中に,  $n_1=4$  なるものがある場合, これを含む MN は, これを  $2 \cdot 2$  に因数分解し, 因数を定理 2. 5 に従って整理した MN に比べ, 小さい交差点数をもつ.

②  $n_1=6$  の場合, 次の二つの場合に分かれる.

(a)  $N=6 \cdot 3^k$  あるいは  $N=6 \cdot 4 \cdot 3^k$  ( $k \geq 1$ ) のとき

6 を因数分解しない MN は, 6 を因数分解し, 因数を定理 2. 5 に従い整理した MN より小さい交差点数をもつ

(b) それ以外の場合は, 6 を含む MN は, これを  $3 \cdot 2$  に因数分解し, 因数を定理 2. 5 に従って整理した MN に比べ, 大きい交差点数をもつ

(証明) 定理 2. 5 に従う因数の交換は先にやっておくものとする.

I.  $n_1=4$  のとき

①  $i \neq 1, i \neq k$  のとき

$n_1 \geq n_i, n_k \geq n_i$  であるから,  $n_i$  の因数分解後因数を定理 2. 5 に従って並びかえ

ても  $n_1, n_k$  は動かない。従って、(2.79)式により  $MN(n_1, \dots, 4, \dots, n_k)$  と  $MN(n_1, \dots, 2, 2, n_k)$  の大小関係は  $PN(n_1, \dots, 4, \dots)$  と  $PN(n_1, \dots, 2, 2)$  の大小関係と同値であり、文献(1)の定理3により、定理2. 10が証明できる。

②  $n_1=4$  のとき

仮定から  $n_k \leq 4$  であるが、 $n_k=4$  のときは③の場合に帰着するので、考えられるのは  $n_k=2$  or  $3$  の場合である。しかし、 $n_k=2$  のとき  $MN(4, 2, \dots, 2)$  は定理2. 5に従う因数の配列の仕方ではないのでこれも考慮する必要はない。従って、 $n_k=3$  の場合のみを考えればよい。

(a)  $n_k=3, n_i=2 (i=2, \dots, k-1)$  のとき

$$MN(4, 2, \dots, 2, 3) < MN(3, 2, \dots, 2, 4) \quad (\because \text{定理 2. 5})$$

$$< MN(3, 2, \dots, 2, 2, 2) \quad (\because \text{定理 2. 9})$$

(b)  $n_k=3$  であり、 $n_i (i=2, \dots, k-1)$  の中に3となるものが一つ以上あるとき

比較すべき  $MN$  は、 $MN(4, 3, \dots, 3, 2, \dots, 2, 3)$  と  $MN(3, 3, \dots, 3, 2, \dots, 2, 3)$  (あるいは  $MN(3, 2, \dots, 2, 3)$ ) であり、 $n_k$  は両者の場合とも3である。よって、①の議論と同様にして、

$$MN(4, 3, \dots, 3, 2, \dots, 2, 3) < MN(3, 3, \dots, 3, 2, \dots, 2, 3) \text{ (or } MN(3, 2, \dots, 2, 3))$$

③  $n_k=4$  のとき

$n_i (i=2, \dots, k-1)$  の中に4となるものが一つ以上あるときは、①の場合に帰着するのでこれらが2 or 3 の場合のみを考えればよい。

(a) 他の  $n_i (i=2, \dots, k-1)$  がすべて2のとき

このとき、定理2. 9から直接

$$MN(n_1, 2, \dots, 4) < MN(n_1, 2, \dots, 2)$$

(b) 他の  $n_i (i=2, \dots, k-1)$  の中に3となるものが一つ以上あるとき

$$MN(n_1, 3, \dots, 2, \dots, 4) < MN(n_1, 4, 3, \dots, 2, \dots, 3) \quad (\because \text{定理 2. 5})$$

$$< MN(n_1, 3, \dots, 2, \dots, 4, 3) \quad (\because \text{補題 2. 6})$$

$$< MN(n_1, 3, \dots, 2, \dots, 2, 2, 3) \quad (\because \text{定理 2. 9})$$

II.  $n_1=6$  のとき

仮定から  $n_k \leq 6$  であるが、 $n_k=6$  の場合は、定理2. 9によりこれを因数分解した方が有利であるので、 $n_k=2, 3, 4, 5$  の場合のみを考えればよい。また、 $n_2, \dots, n_k$  の中に2となるものが二つ以上ある場合は、この定理証明の前半においてこれを因数



分解しない方が有利であることが分かっているから、2となる因数の数はただか  
一つであると考えてよい。

①  $n_k=2$  のとき

このとき定理 2. 9 から

$$MN(6, 2, \dots, 2) > MN(6, 2, \dots, 4)$$

となるので、③の場合に帰着する。

②  $n_k=3$  のとき

(a)  $N=6 \cdot 3^{k-1}$  のとき

この場合考えられる構成は、 $MN(6, 3, \dots, 3)$  と  $MN(3, \dots, 3, 2, 3)$  の 2 通りである。

$$\begin{aligned} C_1 &\cong MN(6, 3, \dots, 3) \\ &= 4N\{6+3(k-1)\} - 2(6^2 \cdot 3^{k-1} + 3^2 \cdot 3^{k-2} + \dots + 3^2) - 3N \\ &= 8k3^{k+1} - 9 \cdot 3^k + 9 \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\cong MN(3, \dots, 3, 2, 3) \\ &= 4N\{3(k-1)+2+3\} - 2(3^2 \cdot 3^{k-2} \cdot 2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 3^{k-3} \cdot 2 \cdot 3 + \dots + 3^2 \cdot 2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3 + 3^2) - 3N \\ &= 8k3^{k+1} - 8 \cdot 3^k + 12 \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = -3k - 3 < 0 \quad (2.98)$$

(b)  $N=6 \cdot 3^{k-2} \cdot 2$  のとき

I. により因数 4 は因数分解しない方が有利であるので、この場合考えられる構成は、 $MN(6, 3, \dots, 3, 2, 3)$  と  $MN(4, 3, \dots, 3)$  の 2 通りである。

$$\begin{aligned} C_1 &\cong MN(6, 3, \dots, 3, 2, 3) \\ &= 4N\{6+3(k-3)+2+3\} - 2(6^2 \cdot 3^{k-3} \cdot 2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 3^{k-4} \cdot 2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 3^{k-5} \cdot 2 \cdot 3 + \dots \\ &\quad + 3^2 \cdot 2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3 + 3^2) - 3N \\ &= 16k3^k - 34 \cdot 3^{k-1} + 12 \end{aligned} \quad (2.99)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\cong MN(4, 3, \dots, 3) \\ &= 4N\{4+3(k-1)\} - 2(4^2 \cdot 3^{k-1} + 3^2 \cdot 3^{k-2} + \dots + 3^2) - 3N \\ &= 16k3^k - 37 \cdot 3^{k-1} + 9 \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = 3^k + 3 > 0 \quad (2.101)$$

③  $n_k=4, 5$  のとき

(a)  $n_2=4, 5$  のとき

文献 (1) の定理 3 の証明の過程において  $PN(6, n_2, \dots, n_{k-1}) > PN(n_2, 3, 2, \dots, n_{k-1})$

が証明されている (文献(1) pp. I-8 参照) . 従って (2.79) 式により  $MN(6, n_2, \dots, n_k) > MN(n_2, 3, 2, \dots, n_k)$  であり,  $MN(n_2, 3, 2, \dots, n_k)$  の因数を定理 2. 5 に従って整理した  $MN$  は,  $MN(n_2, 3, 2, \dots, n_k)$  より更に小さい交差点数をもつ. 即ち, この場合 6 の因数分解を行った方が有利である.

(b)  $N = 6n_k 3^{k-2}$  のとき

この場合, 考えられる構成は,  $MN(6, 3, \dots, 3, n_k)$  と  $MN(n_k, 3, \dots, 3, 2, 3)$  の 2 通りである.

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv MN(6, 3, \dots, 3, n_k) \\ &= 4N\{6+3(k-2)+n_k\} - 2(6^2 \cdot 3^{k-2} n_k + 3^2 \cdot 3^{k-3} n_k + \dots + 3^2 n_k + n_k^2) - n_k N \\ &= (12k - 27/2 + 3n_k)N + 9n_k - 2n_k^2 \end{aligned} \quad (2.102)$$

$$\begin{aligned} C_2 &\equiv MN(n_k, 3, \dots, 3, 2, 3) \\ &= 4N\{n_k + 3(k-2) + 2 + 3\} - 2(n_k^2 3^{k-2} \cdot 2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 3^{k-3} \cdot 2 \cdot 3 + \dots + 3^2 \cdot 2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3 + 3^2) - 3N \\ &= (12k - 7 + 2n_k - 9/n_k)N + 12 \end{aligned} \quad (2.103)$$

(i)  $n_k = 5$  のとき

(2.102), (2.103) 式より

$$\begin{aligned} C_1 &= (12k - 27/2 + 3 \cdot 5)N + 9 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 \\ &= (12k + 3/2)N - 5 \end{aligned} \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= (12k - 7 + 2 \cdot 5 - 9/5)N + 12 \\ &= (12k + 6/5)N + 12 \end{aligned} \quad (2.105)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = (3/10)N - 17 > 0 \quad \langle N > 56.7 \rangle \quad (2.106)$$

(ii)  $n_k = 4$  のとき

$$\begin{aligned} C_1 &= (12k - 27/2 + 3 \cdot 4)N + 9 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 \\ &= (12k - 3/2)N + 4 \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= (12k - 7 + 2 \cdot 4 - 9/4)N + 12 \\ &= (12k - 5/4)N + 12 \end{aligned} \quad (2.108)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = -(N/4) - 8 < 0 \quad (2.109)$$

(c)  $N = 6n_k 3^{k-3} \cdot 2$  のとき

I. により因数 4 は因数分解しない方が有利であるので, この場合考えられる構成は,  $MN(6, 3, \dots, 3, 2, n_k)$  と  $MN(n_k, 3, \dots, 3, 4)$  の 2 通りである.

$$C_1 \triangleq MN(6, 3, \dots, 3, 2, n_k)$$

$$\begin{aligned} &= 4N\{6+3(k-3)+2+n_k\} - 2(6^2 \cdot 3^{k-3} \cdot 2 \cdot n_k + 3^2 \cdot 3^{k-4} \cdot 2 \cdot n_k + \dots + 3^2 \cdot 2 \cdot n_k + 2^2 \cdot n_k \\ &\quad + n_k^2) - n_k N \\ &= (12k-4+3n_k)N - 18 \cdot 3^{k-1} \cdot n_k + 10n_k - 2n_k^2 \end{aligned} \quad (2.110)$$

$$C_2 \triangleq MN(n_k, 3, \dots, 3, 4)$$

$$\begin{aligned} &= 4N\{n_k+3(k-2)+4\} - 2(n_k^2 \cdot 3^{k-2} \cdot 4 + 3^2 \cdot 3^{k-3} \cdot 4 + \dots + 3^2 \cdot 4 + 4^2) - 4N \\ &= (12k-12+4n_k)N - 8n_k^2 \cdot 3^{k-2} - 4 \cdot 3^k + 4 \end{aligned} \quad (2.111)$$

(i)  $n_k=5$ のとき

(2.110), (2.111)式より

$$\begin{aligned} C_1 &= (12k-4+3 \cdot 5)N - 18 \cdot 3^{k-1} \cdot 5 + 10 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 \\ &= 12kN - 50 \cdot 3^{k-2} \end{aligned} \quad (2.112)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= (12k-12+4 \cdot 5)N - 8 \cdot 5^2 \cdot 3^{k-2} - 4 \cdot 3^k + 4 \\ &= 12kN - 76 \cdot 3^{k-2} + 4 \end{aligned} \quad (2.113)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = 26 \cdot 3^{k-2} - 4 > 0 \quad (2.114)$$

(ii)  $n_k=4$ のとき

$$\begin{aligned} C_1 &= (12k-4+3 \cdot 4)N - 18 \cdot 3^{k-1} \cdot 4 + 10 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 \\ &= 12kN - 88 \cdot 3^{k-2} + 8 \end{aligned} \quad (2.115)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= (12k-12+4 \cdot 4)N - 8 \cdot 4^2 \cdot 3^{k-2} - 4 \cdot 3^k + 4 \\ &= 12kN - 100 \cdot 3^{k-2} + 4 \end{aligned} \quad (2.116)$$

$$\therefore C_1 - C_2 = 12 \cdot 3^{k-2} + 4 > 0 \quad (2.117) \blacksquare$$

以上の定理 2. 5, 2. 9, 2. 10 の証明において一部  $N$  がある値以上であることを仮定している部分がある。また、定理 2. 9 では  $k \geq 2$  を仮定している。そこで、定理 2. 5, 2. 9, 2. 10 および計算機的に最小構成を求めた結果をすべてまとめると、次のようになる。

[定理 2. 11] (最小交差点数をもつ  $MN$  を得る方法)

与えられた入出線数  $N$  に対して、最小の交差点数をもつ  $MN$  は次のようにして得られる。

①  $N \leq 23$  のとき

格子スイッチ一つで実現する。

## ② $N \geq 24$ のとき

(1)  $N$  を素因数分解する.

(2)  $N$  が  $N/2$  と 2 に素因数分解されるときは, 格子スイッチ一つで実現する

(3) 2 の因数は, できる限り 4 の因数にまとめる.

(4)  $N = 2 \cdot 3^j$  または,  $N = 2^3 \cdot 3^j$  のかたちのときは, これを 6 の因数 4 の因数 3 の因数にまとめる.

(5) 以上の操作で得られた素因数及び 4 の因数及び 6 の因数を大きさの順に並べて, それぞれ各段の格子スイッチの大きさ  $n_1 \geq n_k \geq n_2 \geq \dots \geq n_{k-1}$  に選び  $MN(n_1, n_2, \dots, n_k)$  を構成する.

(証明)

## (1) $N \leq 23$ のとき

計算機的に求めた最小構成から明か.

(2)  $N \geq 24$  であり, かつ  $N$  が  $N/2$  と 2 に素因数分解されるとき

定理 2. 5 の①より明か.

(3)  $N \geq 109$  で, (2) 以外の場合

このとき《 》内の  $N$  についての条件はすべて満たされる. 従って, 定理 2. 1 1 の導出に当たって例外的扱いをする必要があるのは以下の 2 点である.

### ① 定理 2. 9 の「 $k \geq 2$ 」なる条件

定理 2. 5 の①により, (1), (2) の場合を除いて  $N$  を 2 因数に分解した方が有利であるので,  $k \geq 2$  として構わない. 従ってこの条件は考慮する必要がある.

### ② 定理 2. 5 の $MN(2, 2, \dots, 4), MN(2, 2, \dots, 3)$ の場合

定理 2. 9 により 2 の因数を 4 にまとめた方がよいことが分かっている. 従って, これらは最小構成を与える  $MN$  ではないので考慮する必要がある.

## (4) $N \leq 108$ のとき

計算機的に求めた最小構成から明か. ■

## 2. 6. 3 一般的な最適構成

因数分解のされ方は,  $N$  に大きく依存するため図 2. 7 から分かるように  $N$  によっては, 非効率的な構成となっていることが分かる. そこで, 次に一般的な最適構成を求める. まず, 一般的な最適構成を与える具体的な整数解を求めるため,

まず具体例について検討する。そこで、各入出線数に対する最小構成のうち次の基準を満たすものを選び出す。

[選択の基準 2. 1 2]

ある入出線数  $N$  において、 $N < N_A \leq 2000$  なるすべての  $N_A$  に対して、次式が成立する。

$$C_{MN}(N) < C_{MN}(N_A) \quad (2.118)$$

但し、 $C_{MN}(N)$  は、入出線数  $N$  の  $MN$  の最小交差点数である。この基準で得られる入出線数  $N$  および、入線当りの交差点数は、図 2. 7 における入線当り交差点数の存在範囲の下限を与える包絡線に対応する。この基準で選び出される  $N$  のうち、 $N$  の全範囲 ( $N \leq 2000$ ) で選び出されるパターンは、いずれも  $3^j \cdot \Pi n_t$  の形になっており、以下のようにまとめられる。

①  $N = 3^j$

②  $N = 3^j \cdot m_1$  の形のもの

$$m_1 = 4, 5, 6, 7$$

③  $N = 3^j \cdot m_1 \cdot m_2$  の形のもの

$$(m_1, m_2) = (2, 5), (2, 7), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 5), (5, 7)$$

④  $N = 3^j \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_3$  の形のもの

$$(m_1, m_2, m_3) = (2, 4, 5), (2, 5, 5), (2, 5, 7), (4, 4, 4), (4, 4, 5), (4, 4, 7), \\ (4, 5, 5), (4, 5, 7)$$

⑤  $N = 3^j \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4$  の形のもの

$$(m_1, m_2, m_3, m_4) = (2, 4, 4, 5), (2, 4, 4, 7), (2, 4, 5, 5)$$

これらの場合の解析的交差点数を計算するため、まず  $MN(a, c, 3, 3, \dots, d, b)$  (但し、 $a \geq b \geq c \geq 3 \geq d$ ) の交差点数を求める。

入出線数  $N$  であり、因数の数が全部で  $k$  個であるとする

$$abcd \cdot 3^{k-4} = N \quad (2.119)$$

これを  $k$  について解くと

$$k = \log_3 N - \log_3 (abcd) + 4 \quad (2.120)$$

また、交差点数は

$$C_1 \cong MN(a, c, 3, 3, \dots, d, b) \\ = 4N\{a+c+3(k-4)+d+b\} - 2(a^2 \cdot c \cdot 3^{k-4} \cdot d \cdot b + c^2 \cdot 3^{k-4} \cdot d \cdot b + 3^2 \cdot 3^{k-5} \cdot d \cdot b + \dots \\ + 3^2 \cdot d \cdot b + d^2 \cdot b + b^2) - 3bN \quad (2.121)$$

(2.120)式と $3^{k-4}=N/(abcd)$ に注意して(2.121)式を整理すると,

$$\begin{aligned} MN(a, c, 3, 3, \dots, d, b) = & 12N \log 3N \\ & + \{2a + 3b + 4c + 4d - 2(c/a) - (9/a/c) - 12 \log_3(abcd)\}N \\ & + (9bd - 2bd^2 - 2b^2) \end{aligned} \quad (2.122)$$

となる.

(2.122)式をみると,  $N \log 3N$ の係数は $a, b, c, d$ の値によらず $N$ の係数及び定数項のみが $a, b, c, d$ によって変化する. 各パターンに対して,  $N$ の係数及び, 定数項を求める方法を $N=3^j \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5$ の場合を例に取って説明する. この場合, 定理 2. 5により最小交差点数を与える $MN$ は,  $MN(5, 3, 3, \dots, 3, 2, 4)$ となる. 従って,  $a=5, b=4, c=3, d=2$ を(2.122)式に代入すればよい. このようにして求めた各パターンの $N$ の係数及び定数項を表 2. 1に示す. 表 2. 1中 $N$ の係数がもっとも小さいのは,  $N=3^j \cdot 4^2$ の場合である.

次に,  $N$ の範囲を限定せず $MN(a, c, 3, 3, \dots, d, b)$ に対して交差点数( $N$ の係数)を最小にする $a, b, c, d$ を求める. (2.122)式の $N$ の係数を $f$ と置く. すると,

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2 + 2 \cdot \frac{c}{a^2} + \frac{9}{a^2 c} - \frac{12}{a \cdot \ln 3} \quad (2.123)$$

$\therefore a \geq 6$ のとき

$$\frac{\partial f}{\partial a} > 2 - \frac{12}{6 \cdot \ln 3} = 0.18 > 0 \quad (2.124)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = 3 - \frac{12}{b \cdot \ln 3} \quad (2.125)$$

$\therefore b \geq 4$ のとき

$$\frac{\partial f}{\partial b} \geq 3 - \frac{12}{4 \cdot \ln 3} = 0.27 > 0 \quad (2.126)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = 4 - \frac{2}{a} + \frac{9}{ac^2} - \frac{12}{c \cdot \ln 3} \quad (2.127)$$

$\therefore a \geq 4, c \geq 4$ のとき

$$\frac{\partial f}{\partial c} > 4 - \frac{2}{4} - \frac{12}{4 \cdot \ln 3} = 0.77 > 0 \quad (2.128)$$

$$\frac{\partial f}{\partial d} = 4 - \frac{12}{d \cdot \ln 3} \quad (2.129)$$

表 2. 1 各パターンのNの係数及び定数項

a b c d	Nの係数	定数項
3 3 3 3	-12.00000	9.00000
5 3 3 3	-12.37970	9.00000
6 3 3 3	-12.07117	9.00000
7 3 3 3	-11.54065	9.00000
5 3 3 2	-11.95087	12.00000
7 3 3 2	-11.11182	12.00000
7 5 3 3	-11.12033	-5.00000
5 5 3 3	-11.95938	-5.00000
5 5 3 2	-11.53055	0.0
7 5 3 2	-10.69150	0.0
4 3 3 3	-12.39232	9.00000
4 4 3 3	-12.53464	4.00000
4 4 4 3	-11.98946	4.00000
5 4 3 3	-12.52202	4.00000
6 4 3 3	-12.21347	4.00000
7 4 3 3	-11.68297	4.00000
5 4 3 2	-12.09317	8.00000
5 5 4 3	-11.35170	-5.00000
5 5 4 2	-10.92287	0.0
7 5 4 3	-10.44124	-5.00000
7 4 4 3	-11.00388	4.00000
5 4 4 2	-11.48549	8.00000
7 4 4 2	-10.57503	8.00000
5 4 4 3	-11.91434	4.00000

∴  $d \geq 3$  のとき

$$\frac{\partial f}{\partial d} \geq 4 - \frac{12}{3 \cdot \ln 3} = 0.36 > 0 \quad (2.130)$$

従って、 $N$ の係数を最小にする $a, b, c, d$ の候補として $a=3, 4, 5, 6, b=3, 4, c=3, 4, d=2, 3$ となるが、これらの場合全てについて $N$ の係数を調べた結果やはり $a=b=4, c=d=3$ のときに $N$ の係数は最小となった。

以上のことから、最小交差点数を与える $MN$ の一般的構成は $N=3^j \cdot 4^2$ のときの $MN(4, 3, 3, \dots, 3, 4)$ であるとの予想が得られた。また、その交差点数は

$$C_{opt} = 12 \cdot N \log_3 N - 12.52202N + 4 \quad (2.131)$$

である。

しかし、まだ、四つ以上の $n_i$ が3と異なる因数であるときに最小交差点数となる可能性も残されているので、次にその点について厳密に証明する。

#### [定理 2. 13]

最小交差点数を与える $MN$ の一般的構成は $N=3^j \cdot 4^2$ のときの $MN(4, 3, 3, \dots, 3, 4)$ である。また、その交差点数は

$$C_{opt} = 12 \cdot N \log_3 N - 12.52202N + 4$$

で与えられる。

(証明)

$n_1 \geq n_t \geq n_2 \geq n_3 \geq \dots \geq n_{t-1} \geq 4, t \geq 4$ とする。今までの議論で、調べ尽くされていないパターンは以下の2通りである。

$$(1) N = 3^k \cdot \prod_{i=1}^t n_i \text{ のときの } MN(n_1, n_2, \dots, n_{t-1}, 3, 3, \dots, 3, n_t)$$

$$(2) N = 3^k \cdot \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) \cdot 2 \text{ のときの } MN(n_1, n_2, \dots, n_{t-1}, 3, 3, \dots, 3, 2, n_t)$$

(1) の場合

$$C_1 \triangleq MN(n_1, n_2, \dots, n_{t-1}, 3, 3, \dots, 3, n_t)$$

$$\begin{aligned} &= 4N \left\{ 3^k + \sum_{i=1}^t n_i \right\} - 2 \left\{ n_1^2 \cdot \left( \prod_{i=2}^t n_i \right) \cdot 3^k + n_2^2 \cdot \left( \prod_{i=3}^t n_i \right) \cdot 3^k + \dots + n_{t-1}^2 n_t 3^k + 3^2 \cdot 3^{k-1} n_t \right. \\ &\quad \left. + 3^2 \cdot 3^{k-2} n_t + \dots + 3^2 n_t + n_t^2 \right\} - n_t N \end{aligned} \quad (2.132)$$

一方、 $N = 3^k \cdot \prod_{i=1}^t n_i$  を  $k$  について解くと



$$i=1$$

$$k = \log_3 N - \log_3 \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) \quad (2.133)$$

これと  $3^k = N / \prod_{i=1}^t n_i$  に注意して (2.132) 式を整理すると

$$C_1 = 12 \cdot N \log_3 N + \left[ 4 \sum_{i=1}^t n_i - 12 \log_3 \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - 2 \sum_{i=1}^{t-1} \left\{ n_i^2 \cdot \left( \prod_{j=i+1}^t n_j \right) \right\} / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - 9 / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - n_t \right] N + (9n_t - 2n_t^2) \quad (2.134)$$

ここで、仮定から  $n_i / n_{i-1} \leq 1$  ( $2 \leq i \leq t-1$ ) であるから

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{t-1} \left\{ n_i^2 \cdot \left( \prod_{j=i+1}^t n_j \right) \right\} / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) &= n_1 + n_2 / n_1 + n_3 / (n_1 n_2) + \cdots + n_{t-1} / (n_1 n_2 \cdots n_{t-2}) \\ &= n_1 + (n_2 / n_1) + (1 / n_1) (n_3 / n_2) + \cdots + 1 / (n_1 n_2 \cdots n_{i-2}) \\ &\quad \cdot (n_i / n_{i-1}) + \cdots + 1 / (n_1 n_2 \cdots n_{t-3}) (n_{t-1} / n_{t-2}) \\ &\leq n_1 + 1 + 1 / n_1 + 1 / (n_1 n_2) + \cdots + 1 / (n_1 n_2 \cdots n_{t-3}) \\ &< n_1 + 1 + 1/4 + 1/4^2 + \cdots \quad (\because n_i \geq 4) \\ &= n_1 + 4/3 \end{aligned} \quad (2.135)$$

従って、

$$(2.134) \text{ 式の } N \text{ の係数} > 4 \sum_{i=1}^t n_i - 12 \log_3 \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - 2(n_1 + 4/3) - 9 / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - n_t \quad (2.136)$$

次に、(2.136) 式の右辺を  $f$  とおき、 $f$  の最小値を求める。

$2 \leq i \leq t-1$  のとき

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial n_i} &= 4 - 12 / (n_i \cdot \ln 3) + 9 / \left\{ n_i \cdot \left( \prod_{i=1}^{t-1} n_i \right) \right\} \\ &> 4 - 12 / (4 \cdot \ln 3) = 1.27 > 0 \quad (\because n_i \geq 4) \end{aligned} \quad (2.137)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial n_t} &= 3 - 12 / (n_t \cdot \ln 3) \\ &> 3 - 12 / (4 \cdot \ln 3) = 0.27 > 0 \quad (\because n_t \geq 4) \end{aligned} \quad (2.138)$$

よって、 $n_2 = n_3 = \cdots = n_t = 4$  のとき  $f$  は最小となる。このときの  $f$  を  $f_4$  とおくと、 $f_4$  は  $n_1$  と  $t$  の関数になり、

$$f_4(n_1, t) = 2n_1 - 12 \log_3 n_1 - \frac{9}{n_1 \cdot 4^{t-2}}$$

$$+ (16 - 12 \cdot \log_3 4)t - 16 + 12 \cdot \log_3 4 - 8/3 - 4 \quad (2.139)$$

16 - 12 · log<sub>3</sub> 4 = 0.8577 > 0 であるから (2.139) 式の形から,  $f_4$  が最小になるのは  $t=4$  のときである. また,  $n_1 \geq 6$  のとき

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4(n_1, 4)}{\partial n_1} &= 2 - \frac{12}{n_1 \cdot \ln 3} + \frac{9}{n_1^2 \cdot 4^2} \\ &> 2 - \frac{12}{6 \cdot \ln 3} = 0.1795 > 0 \end{aligned} \quad (2.140)$$

従って,  $f$  の最小値の候補として,  $f_4(4, 4), f_4(5, 4), f_4(6, 4)$  の三つが残る. ところが,

$$\begin{aligned} f_4(4, 4) &= -11.3765 \\ f_4(5, 4) &= -11.7858 \\ f_4(6, 4) &= -11.7585 \end{aligned} \quad (2.141)$$

であり, これらはいずれも,  $N = 3^j \cdot 4^2$  のときの  $MN(4, 3, 3, \dots, 3, 4)$  の交差点数の  $N$  の係数 -12.52202 より大きい.

(2) の場合

$$\begin{aligned} C_2 &\equiv MN(n_1, n_2, \dots, n_{t-1}, 3, 3, \dots, 3, 2, n_t) \\ &= 4N \left\{ 3^k + \sum_{i=1}^t n_i + 2 \right\} - 2 \left\{ n_1^2 \cdot \left( \prod_{i=2}^t n_i \right) \cdot 3^k \cdot 2 + n_2^2 \cdot \left( \prod_{i=3}^t n_i \right) \cdot 3^k \cdot 2 + \dots + n_{t-1}^2 n_t 3^k \cdot 2 \right. \\ &\quad \left. + 3^2 \cdot 3^{k-1} \cdot 2 \cdot n_t + 3^2 \cdot 3^{k-2} \cdot 2 \cdot n_t + \dots + 3^2 \cdot 2 \cdot n_t + 2^2 \cdot n_t + n_t^2 \right\} - n_t N \end{aligned} \quad (2.142)$$

一方,  $N = 3^k \cdot \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) \cdot 2$  を  $k$  について解くと

$$k = \log_3 N - \log_3 \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) - \log_3 2 \quad (2.143)$$

これと  $3^k = N / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) / 2$  に注意して (2.142) 式を整理すると

$$\begin{aligned}
C_2 = & 12 \cdot N \log_3 N + \left[ 4 \sum_{i=1}^t n_i - 12 \log_3 \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) + (8 - 12 \log_3 2) - 2 \sum_{i=1}^{t-1} \left\{ n_i^2 \cdot \left( \prod_{j=i+1}^t n_j \right) \right\} / \left( \prod_{i=1}^t n_i \right) \right. \\
& \left. - 9 / \left( \prod_{i=1}^{t-1} n_i \right) - n_t \right] N \\
& + 10 n_t - 2 n_t^2
\end{aligned} \tag{2.144}$$

(2.134)式と(2.144)式のNの係数をみると、定数項を除いて式の形は同一であり、 $C_2$ の方が $8 - 12 \log_3 2 = 0.4288$ だけ大きい。従って、 $C_2$ のNの係数を最小化しても(2.141)式の値より小さくなることはない。

以上及び、本文中の議論から定理は証明された。■

## 2.7 交差点数の比較

まず、従来のいくつかの構成法について紹介する。縦続ベネス網において、単一サイズの格子スイッチのみを用いると、ThompsonのGCNになることは、既に述べた。Masson等は、単リンク結線された3段スイッチ回路網が多対一再配置非閉塞となる条件を求め、交差点数を最小化したが、それは上限、下限の形であって、幅が大きく、また、多段化の方法も示されていないので<sup>(7)</sup>、比較の対象とはできない。

Richardsらは、組合せ理論的な考察から、基本構成が2段となるスイッチ回路網を示した<sup>(2)</sup>。しかし、これも交差点数が上限、下限の形で与えられており、幅が大きい。また、多段化したときの漸近的交差点数が、 $O(N(\log N)^{1.51}) \sim O(N(\log N)^2)$ であることが求められているが、これは縦続ベネス網よりも大きいオーダーである。図2.8に縦続ベネス網とRichardsのスイッチ回路網との比較を示す。

Richardsのスイッチ回路網に対しては、交差点数の下限を示したが、実際には図2.8よりもかなり大きな値となる。縦続ベネス網は、具体的構成法の知られている多対一再配置非閉塞スイッチ回路網のなかで、最も小さい交差点数を与える。

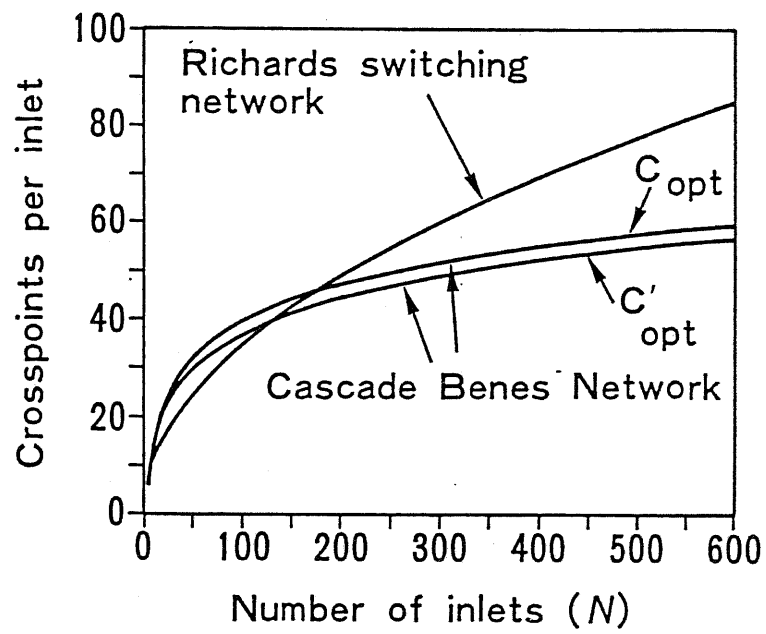


図 2. 8 縦続ベネス網とRichardsのスイッチ回路網の交差点数の比較

---

## 第3章

# 縦続ベネス形の その他のスイッチ回路網

---

### ◎ ま え が き

通信の多様化と共に、多重接続を行う形態の通信の多様性も増加する。その中には、放送分配のように単純に多対一接続を行うサービスも有り得る。しかし、テレビ会議のように情報を加工し、分配する必要があるサービスもあるであろう。このような場合には、後に第5章で示すように、単に多対一接続だけではなく、多対多接続を物理的に行う必要があるサービスも存在する。

ところが、従来多対多接続スイッチ回路網の研究は余り進んでおらず、「多対多接続」の概念自体も曖昧なものであった。このような観点から、本章では、まず、通常のtwo-sidedスイッチ回路網における多対多接続を厳密に定義したうえで、第2章で検討した縦続ベネス網の構成法を応用して、任意の多対多接続に対して、再配置非閉塞となるスイッチ回路網の構成法を示す。更に、one-sidedスイッチ回路網における多重接続を定義したうえで、任意の多重接続に対して再配置非閉塞となるスイッチ回路網の構成法を示す。

### 3. 1 縦続ベネス多対多再配置非閉塞スイッチ回路網

#### 3. 1. 1 多対多接続の形式

両側(two-sided)スイッチ回路網における多対一接続は、1本の出線と、複数の入線との間に同時に経路が存在することとして、定義すれば充分であった。しかし、多対多接続を行うことを、「全ての入出線間に経路が存在する」として、単純に定義するだけでは、不正確である。多対多接続スイッチ回路網の実用上の用途としては、複数入力、一出力を行う何等かの信号処理を行ったうえで、その加工信号を、複数の出線に分配する処理が考えられる。また、光交換において、信号を波長多重し、波長多重された信号の分配を行うことも想定される。更には、多対多接続スイッチ回路網が、現在予期できない用途に用いられる可能性もある。そこでまず本節では、多対多接続の形式を分類し、多対多接続の言葉の意味を明確にする。

多対多接続の形式は、以下のように分類される。

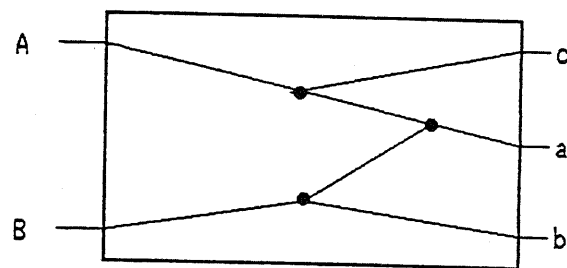
A: スwitch回路網内の経路を、無向の線分の集合としてみたときに、多対多接続を行う任意の入・出線の間には経路が存在する。

B: スwitch回路網内の経路を、入線から出線方向への有向な線分の集合としてしてみたときに、多対多接続を行う任意の入線から、任意の出線への経路が存在する。

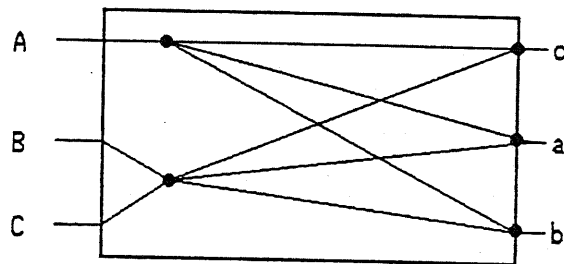
この二つの接続形式では、Bの方が、狭義である。即ち、Aの接続形式は、Bの接続形式を含んでいる。

図3. 1 (a) は、接続形式Aに従う多対多接続である。この場合、入線A→出線aへの経路は存在するが、入線A→出線bへの経路は存在しない。即ち、この接続形式は、信号の流れる方向を考慮しておらず、入線と出線が別々の意味をもつ集合であるとして、取り扱っていないことになる。言い替えれば、この接続形式を両側(two-sided)スイッチ回路網において行くと、このスイッチ回路網は単側(one-sided)スイッチ回路網として扱われることになる。

図3. 1 (b) は、接続形式Bに従う多対多接続である。この場合、各入線から、各出線への経路が必ずある。即ち、信号の流れる方向が、一方向であり、入線と



(a)



(b)

図 3. 1 多対多接続の種類

出線が別の意味をもつ集合であるとして扱われている。

両側スイッチ回路網においては、通常信号の流れる方向は一方向である。そこで、本論文では、両側スイッチ回路網における多対多接続の定義としては、接続形式 [B] の方を採用することにする。

[定義 3. 1] (両側スイッチ回路網における多対多接続)

両側スイッチ回路網において、スイッチ回路網内の経路を、入線から出線方向への有向な線分の集合としてしてみたときに、ある入線の集合に属する任意の入線から、ある出線の集合に属する任意の出線への経路が存在するような接続のことを、この入線の集合と、出線の集合の間の多対多接続と呼ぶ。

### 3. 1. 2 3 段ベネス網における多対多接続

図 2. 1 の 3 段ベネス網にもう一度注目する。このベネス網は、多対多接続に対して非閉塞とならない。これは、このベネス網が多対一接続に対して非閉塞とならないのであるから当然のことである。しかしながら、多対一接続の場合と同様に、接続のパターンがある条件を満たすものに限定されるならば、多対多接続

を行うことができる。

第2章と同様に、入線・出線は番号0から順に番号付けられているものとする。また、多対多接続を行う入線・出線の集合を「接続グループ」と呼ぶことにし、接続グループに対しても、0から始まる番号付を行う。また、以下の記号を定義する。第3章の定義と若干異なっているものがあるので注意されたい。

- ・  $S(i)$ …入線  $i$  の属する接続グループの番号を表す。
- ・  $S'(i)$ …出線  $i$  の属する接続グループの番号を表す。

関数  $S, S'$  が接続のパターンを表すことになる。接続のパターンとしては、全ての入線・出線が接続の対象となる場合のみを考えればよいが、もし入線  $i$  が接続の対象にならないときには、便宜上  $S(i)=S(i-1)$  と考えることにする。同様に、出線  $i$  が接続の対象にならないときには、 $S'(i)=S'(i-1)$  と考えることにする。

- ・  $I(i)$ …入線  $i$  の属する1次格子 (1st stage switch) を表す。
- ・  $M(i)$ …接続グループ  $i$  を多対多接続する際に使用する2次格子を表す。

通常、多対多接続においては、二つ以上の2次格子を使用して、多対多接続を実現する場合もあるが、以下で説明する経路選択アルゴリズムにおいては、一つの2次格子しか使用しない。そこで、このただ一つの2次格子を  $M(i)$  で表すのである。

- ・  $O(i)$ …出線  $i$  の属する3次格子 (3rd stage switch) を表す。

さて、入線と出線のある接続パターン  $S, S'$  が実現できるための一つの十分条件は、次のとおりである。

[条件 3. 2]

$$S(i) \leq S(j) \text{ for all } i, j \ (i \leq j)$$

かつ

$$S'(i) \leq S'(j) \text{ for all } i, j \ (i \leq j)$$

条件 3. 2 は、入出線間の接続要求が、接続グループの番号順に並んでいることを表す。条件 3. 2 が成立しているとき、この接続を行うためには以下のようにすればよい。

[経路選択アルゴリズム 3. 3]

多対多接続は、接続グループ毎に一つの2次格子を用いて行う。各接続グループに割り当てる2次格子は、



まず,

$$M(0)=0 \quad (3.1)$$

とし, 次に,  $i=1,2,\dots$  に対して

$$M(i)=M(i-1)+1 \bmod n \quad (3.2)$$

とする. すなわち, 接続グループの番号順に, 循環的に, 2次格子を割り当てる. 経路選択アルゴリズム 3. 2を用いて多対多接続を行う例を図 3. 2に示す.

経路選択アルゴリズム 3. 3は, 経路選択アルゴリズム 2. 2の拡張になっている. すなわち, 「多対一接続」という, 多対多接続の特別な場合に対しての, 経路選択アルゴリズム 3. 3の, 別の表現が経路選択アルゴリズム 3. 3である.

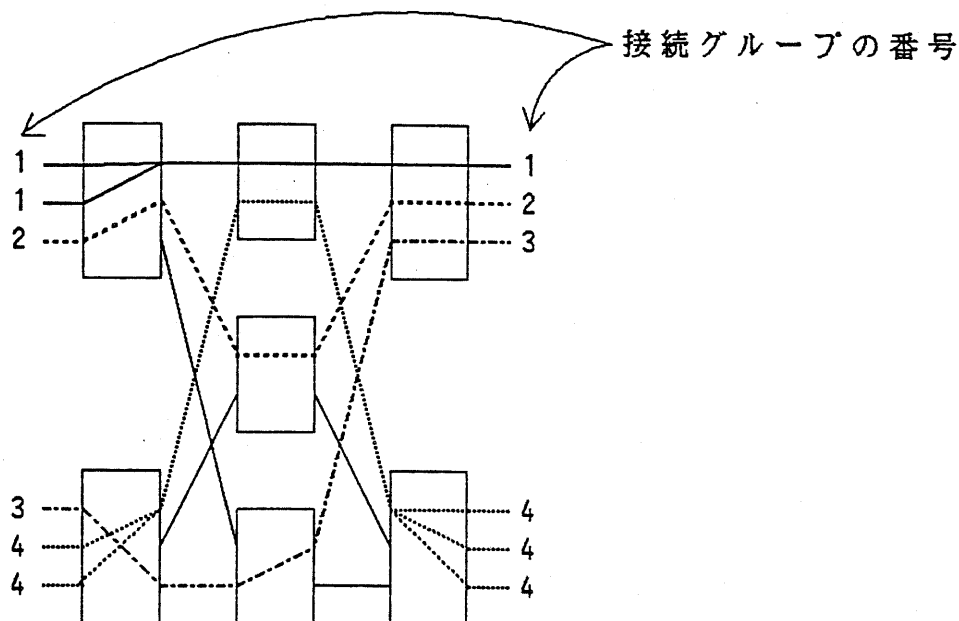


図 3. 2 3段ベネス網における多対多接続の方法

次に, 経路選択アルゴリズム 3. 3の正当性について証明する.

(証明) 0番の入線・出線から順に接続経路を設定していくものとする. また, 説明の都合上, 入線-2次格子間の経路の空きと, 2次格子-出線間の経路の空きを別々に証明していく. 証明には, 帰納法を用いる.

#### I. 入線-2次格子間の接続

(1) 0番の入線を注目2次格子に接続できることは明らか.

(2)  $i-1$ 番の入線まで, 注目2次格子と接続できたと仮定する.

(3)  $i$ 番の入線を2次格子 $M(S(i))$ と接続する。多重接続のしかたによって次の三つの場合に分けられる。

①  $S(i)=S(i-1)$ かつ $I(i)=I(i-1)$ のとき

このとき、1次格子で多重接続が行われるので、明らかに接続は可能である。

②  $S(i)=S(i-1)$ かつ $I(i) \neq I(i-1)$ のとき

このとき、2次格子 $M(S(i))$ で、入線 $i-1$ との多重接続が行われることになる。 $I(i) \neq I(i-1)$ であるから、入線 $i$ は、1次格子 $I(i)$ に属する入線の中で、最初に経路を設定する入線である。従って、 $I(i)-M(S(i))$ 間のリンクは必ず空きであり、この多重接続は必ず行える。

③  $S(i) \neq S(i-1)$ のとき

$I(i)-M(S(i))$ 間のリンクが空きであることを証明する。1次格子 $I(i)$ から出ている1次リンクを対応する2次格子の番号で表すことにする。最悪の場合、すなわち入線 $i$ が $I(i)$ に属する一次格子のなかで最も番号が大きいものでありかつ、 $I(i)$ に属する入線が、すべて異なる接続グループに属する場合、使用中の1次リンクは、式(3.2)より、 $M(S(i))-1 \bmod n, M(S(i))-2 \bmod n, \dots, M(S(i))-n+1 \bmod n$ の $n-1$ 本であり、これらは $M(S(i))$ とは異なる。従って、 $I(i)-M(S(i))$ 間のリンクは空きである。

## II. 2次格子－出線間の接続

I. の場合と同様である。具体的には、

(1) 0番の出線を注目2次格子に接続できることは明らか。

(2)  $i-1$ 番の出線まで、注目2次格子と接続できたと仮定する。

(3)  $i$ 番の出線を2次格子 $M(S(i))$ と接続する。多重接続のしかたによって次の三つの場合に分けられる。

①  $S(i)=S(i-1)$ かつ $O(i)=O(i-1)$ のとき

このとき、3次格子で多重接続が行われるので、明らかに接続は可能である。

②  $S(i)=S(i-1)$ かつ $O(i) \neq O(i-1)$ のとき

このとき、2次格子 $M(S(i))$ で、出線 $i-1$ との多重接続が行われることになる。 $O(i) \neq O(i-1)$ であるから、出線 $i$ は、3次格子 $O(i)$ に属する出線の中で、最初に経路を設定する出線である。従って、 $O(i)-M(S(i))$ 間のリンクは必ず空きであり、この多重接続は必ず行える。

### ③ $S(i) \neq S(i-1)$ のとき

$M(S(i)) - 0(i)$ 間のリンクが空であることを証明する。3次格子 $0(i)$ から出ている2次リンクを対応する2次格子の番号で表すことにする。最悪の場合、すなわち出線 $i$ が $0(i)$ に属する3次格子のなかで最も番号が大きいものでありかつ、 $0(i)$ に属する出線が、すべて異なる接続グループに属する場合、使用中の2次リンクは、式(3.2)より、 $M(S(i)) - 1 \bmod n, M(S(i)) - 2 \bmod n, \dots, M(S(i)) - n + 1 \bmod n$ の $n-1$ 本であり、これらは $M(S(i))$ とは異なる。従って、 $M(S(i)) - 0(i)$ 間のリンクは空きである。■

### 3. 1. 3 段数の多段化

各2次格子の入線に $0, 1, \dots, N_1/n-1$ 、出線に $0, 1, \dots, N_2/n-1$ と番号をつけ、2次格子で実現すべき接続パターンを $T(i), T'(i)$ と表すことにする。すなわち、 $T(i)$ は2次格子の入線 $i$ の属する接続グループの番号を表し、 $T'(i)$ は2次格子の出線 $i$ の属する接続グループの番号を表す。

このとき、スイッチ回路網全体で実現すべき接続パターン $S, S'$ が、条件3. 2を満たすならば、この2次格子で実現すべき接続パターンについて、次の条件が成り立つ。

[条件3. 4]

$$S(i) \leq S(j) \text{ for all } i, j \text{ (} i \leq j \text{)}$$

かつ

$$S'(i) \leq S'(j) \text{ for all } i, j \text{ (} i \leq j \text{)}$$

条件3. 4は条件3. 2と同じ形なので、この2次格子を再び図2. 1の3段スイッチ回路網で置き換えた図2. 3の5段スイッチ回路網においても、置き換えられた3段スイッチ回路網ではアルゴリズム3. 3に従って多対多接続を行える。従って、スイッチ回路網全体も条件3. 2を満たす多対多接続を行うことができる。

このような置き換えを何度も繰り返すことにより多段化を行っても、3. 1. 2で述べた多対多接続の性質は失われない。この多段化の方法は、図2. 1の3段スイッチ回路網を一对一再配置非閉塞スイッチ回路網として、多段化する方法と同じである。すなわち、ベネス網においては、段数によらず条件3. 2を満た

す多対多接続を行える。

なお、多対多接続を行う場合、各段で多重接続が行われる可能性があるので、多対一接続の場合のように、格子の省略を行った変形ベネス網においては、条件 3. 2 を満たす多対多接続は必ずしも行えるとは限らない。

### 3. 1. 4 縦続ベネス多対多再配置非閉塞スイッチ回路網の構成

ベネス網のもつ多対多接続の性質を利用して、任意の多対多接続に対して再配置非閉塞となるスイッチ回路網を構成する方法は、多対一接続の場合と全く同様である。すなわち、図 3. 3 のように一対一再配置非閉塞であるベネス網を 3 段縦続接続したスイッチ回路網は多対多接続に対して再配置非閉塞となる。このスイッチ回路網を用いて、多対多接続を行うには以下のようにすればよい。

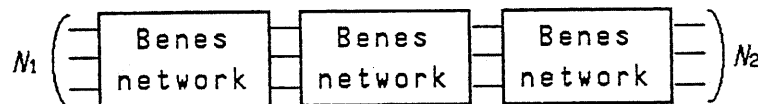


図 3. 3 縦続ベネス多対多接続網の一般的構成

まず、前段のベネス網では、その出側に、入線が条件 3. 2 を満たすように現れる置換を行い、後段のベネス網では、その入側に、出線が条件 3. 2 を満たすように現れる置換を行う。次に、中間段のベネス網においては、経路選択アルゴリズム 3. 3 を用いて多対一接続を行う。このようにして、図 3. 3 のスイッチ回路網全体では、任意の多対多接続が行える。この構成を縦続ベネス多対多再配置非閉塞スイッチ回路網、略して縦続ベネス多対多接続網と呼ぶことにする。

縦続ベネス多対多接続網の場合は、ベネス網を縦続接続する際に、格子を 2 段省略することが可能なので、最も基本的な構成は、図 3. 4 に示した 7 段のスイッチ回路網となる。また、図中、前段のベネス網では 1 次格子が一つ、後段のベネス網では 3 次格子が一つ省略可能であるので、全体では、点線で示した二つの格子が省略可能である。

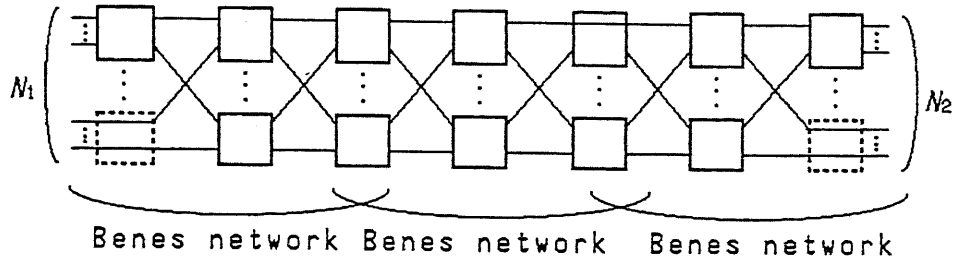


図 3. 4 縦続ベネス多対多接続網の基本構成

### 3. 1. 5 交差点数の最小化

従来、多対一非閉塞スイッチ回路網は、入線数と出線数が等しい場合について、交差点数の比較が行われているので、本章でも、第2章にならって、入線数と出線数が等しく  $N$  の場合について交差点数の最小化を行う。まず、縦続ベネス網で段数最小となる図 3. 4 の 7 段スイッチ回路網で格子の省略を行わない対象構成の場合、入線当り交差点数は

$$Q = 4n + 3 \cdot \frac{N}{n} \quad (3.3)$$

となる。式 (3.3) を  $n$  で微分することにより最小化を行うと、最小値を与える  $n$  は

$$n = \frac{\sqrt{3}}{2} N = 0.866 N^{1/2} \quad (3.4)$$

である。

また、入線当りの最小交差点数は

$$Q_{opt} = 4\sqrt{3} N^{1/2} = 6.93 N^{1/2} \quad (3.5)$$

となる。

次に、多段化を行う場合を考える。スイッチ回路網の対称性から、交差点数最小となるのは、三つのベネス網が、同一の構成をとるときであるのでこの場合についてのみ考える。格子サイズは各ベネス網の中央の段から外側の段に向かって、 $n_1 \times n_1$ ,  $n_2 \times n_2$ , ...,  $n_k \times n_k$  とする。このとき、段数は  $6k-5$  段となる。また、

$$N = \prod_{i=1}^k n_i \quad (3.6)$$

となる。  $k=3$  の場合の例を図 3. 5 に示す。格子の省略を行わないで多段化を行った対称構成の場合、  $n_i \times n_i$  のサイズの格子で構成される段の格子数は  $N/n_i$  となる。従って、全スイッチ回路網の入線当り交差点数は

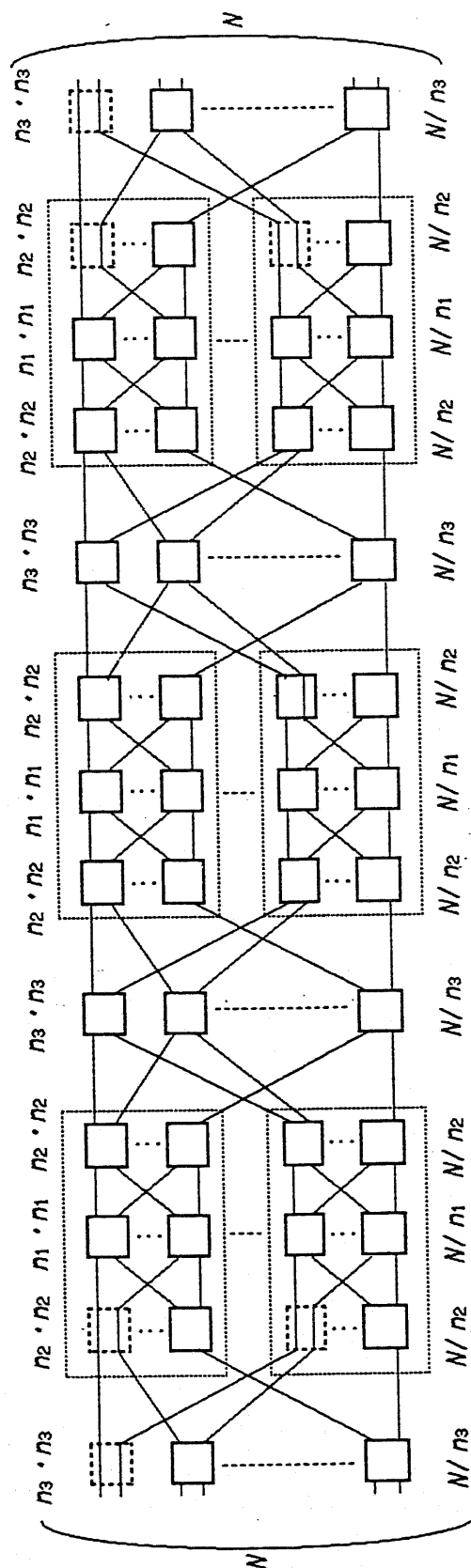


図 3. 5 多段化された縦続ベネス多対多接続網

$$C = 3n_1 + 6 \sum_{i=2}^{k-1} n_i + 4n_k \quad (3.7)$$

となる。  $n \times n$  の単一サイズの格子のみを用いると、式(3.6), (3.7)より入線当り交差点数は、

$$C = 6 \frac{n}{\log n} \cdot \log N - 5n \quad (3.8)$$

となる。式(2.11)を最小にする  $n$  の値は3である。  $n=3$  のとき、(3.8)式は

$$C = 16.3842 \cdot \log N - 15 \quad (3.9)$$

となる。また、  $n=2$  のときには、

$$C = 17.3123 \cdot \log N - 10 \quad (3.10)$$

となる。

複数種のサイズの格子を用いても構わない場合は、式(3.6)の条件の下で式(3.7)を最小化することになる。まず、2. 5での議論と全く同様に、各ベネス網の中央及び、最外側の段以外の段には、  $3 \times 3$  サイズの格子スイッチを用いるのが最適であることが分かる。

次にこの構成、即ち、中央及び最外側の段以外の段に、最小の入線当り交差点数を与える  $3 \times 3$  サイズの格子スイッチを、中央段に  $n_1 \times n_1$  サイズの格子スイッチ、最外側段に  $n_k \times n_k$  サイズの格子スイッチを用いた構成の入出線数  $N$ 、及び入線当り交差点数  $C$  は、スイッチ回路網の段数が  $6k-5$  段のとき次式で与えられる。

$$N = n_1 \cdot n_k \cdot 3^{k-2} \quad (3.11)$$

$$C = 6 \cdot (k-2) \cdot 3 + 3n_1 + 4n_k \quad (3.12)$$

我々の目的は、式(3.11)の制約条件のもとで、(3.12)式を最小化することにある。

式(2.19)は、

$$k-2 = \log_3 N - \log_3 n_1 - \log_3 n_k \quad (3.13)$$

と変形できる。これを式(3.12)に代入して整理すると、

$$C = 16.3842 \log N + (3n_1 - 16.3842 \log n_1) + (4n_k - 16.3842 \log n_k) \quad (3.14)$$

となる。式(2.22)を  $n_1, n_k$  で微分すると、式(2.22)が最小となる自然数  $n_1, n_k$  の値は、  $n_1=5, n_k=4$  となる。以上をまとめると、多段対称構成の場合に、最小交差点数を与える構成は

$$n_1=5, n_i=3(i=2, \dots, k-1), n_k=4 \quad (3.15)$$

となる。また、このとき入線当り交差点数は、式(3.15)より

$$C_{opt}=16.39 \log N - 18.08 \quad (3.16)$$

となる。

次に、格子の省略を行った変形構成縦続ベネス多対多接続網の交差点数の最小化を考える。このとき、中央のベネス網からは、格子の省略が行えないので、両側のベネス網と中央のベネス網は最外側の段を除いて、格子サイズは同一であるとは限らない。この点まで、考慮して交差点数の最小化を行うことは極めて困難であるので、ここでは、中央のベネス網と両側のベネス網で、対応する段の格子サイズが等しい場合について、最小交差点構成を求めるにとどめる。

この変形構成縦続ベネス多対多接続網の交差点数を求める。変形構成縦続ベネス多対多接続網は、変形構成ベネス網二つと、対称構成ベネス網一つを縦続接続し、 $n_k \times n_k$ のサイズで構成される格子を2段省略することによって得られる。従って、その交差点数Cは式(2.25)から、

$$C = 2 \cdot \left[ \sum_{i=1}^k \left\{ n_i^2 \left( 2 \prod_{t=1}^{i-1} n_t - 1 \right) \prod_{t=i+1}^k n_t \right\} \right] + (n_1 + \sum_{i=2}^k n_i) N - 2n_k^2 \cdot (N/n_k) \quad (3.17)$$

で与えられる。

2. 6と同様の方法で、式(3.17)を $N=2 \sim 500$ の範囲について最小化結果を図3.6に示す。図3.6は、図2.7と同様の傾向を示している。



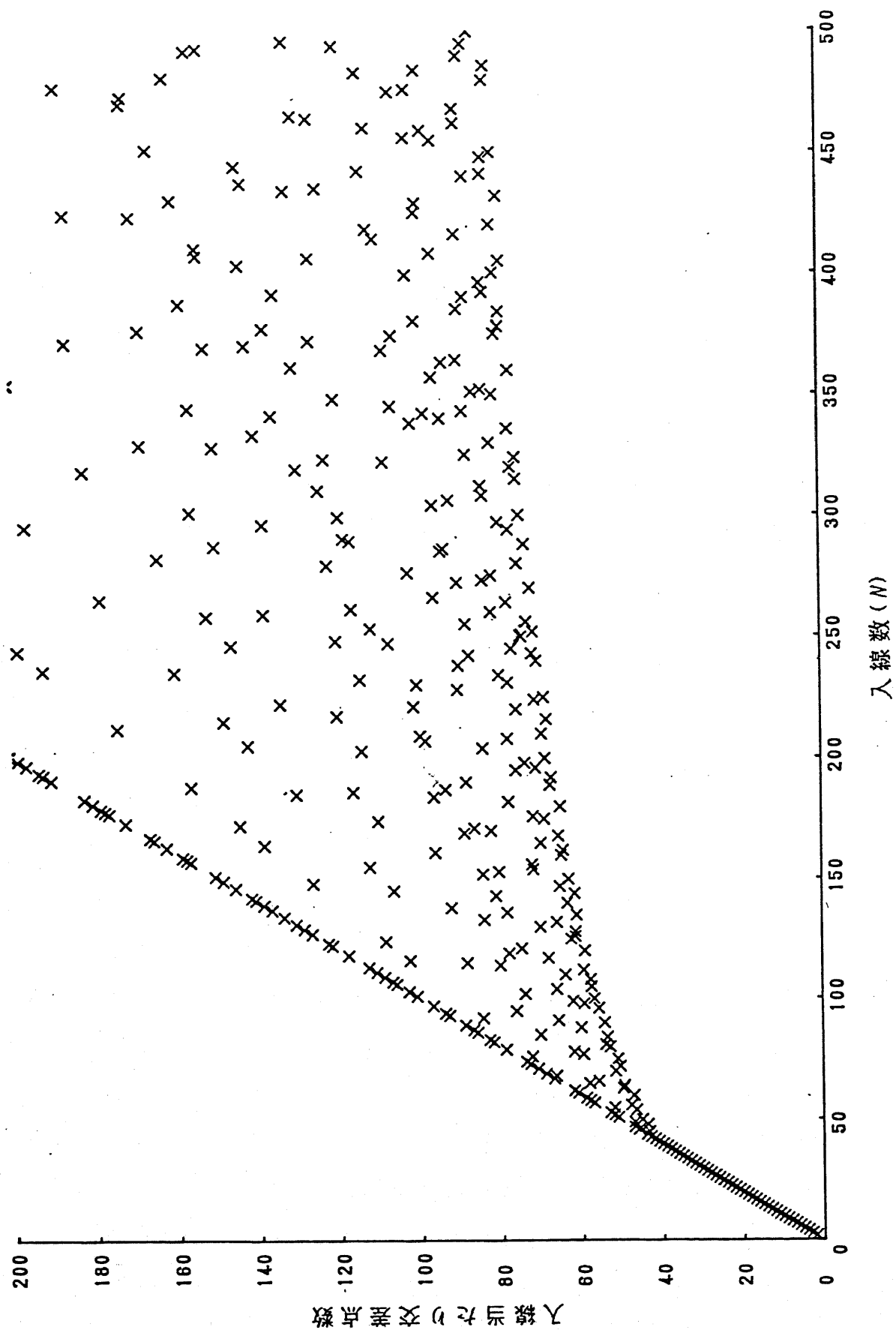


図 3. 6 変形構成縦続ベネス多対多接続網の最小交差点数

## 3. 2 one-sided縦続ベネス多重接続非閉塞スイッチ回路網

### 3. 2. 1 one-sidedスイッチ回路網における多重接続

本論文では、ここまで暗黙の了解の元に、スイッチ回路網はtwo-sidedスイッチ回路網であると仮定してきた。two-sided スwitch回路網とは、スイッチ回路網の端子を入線と出線に区別して捉え、入線（群）と、出線（群）の接続を行うスイッチ回路網である。これに対し、one-sided スwitch回路網とは、スイッチ回路網の端子を入線と出線に分けて考えることをしないスイッチ回路網である。なお、本論文では、one-sidedスイッチ回路網において、接続の対象となるリンク（即ちtwo-sidedスイッチ回路網の入・出線に相当するリンク）のことを「端子」と呼ぶことにする。

one-sidedスイッチ回路網の場合、入線と出線の区別がないので、多対一接続の概念は存在しない。即ち、one-sidedスイッチ回路網における接続方法は、多重接続の観点から以下の2種類に分類される。

[one sided スwitch回路網における接続方法の分類]

#### A. 対接続

2 端子間の接続を行うこと

#### B. 多重接続

3 端子以上の間の接続を行うこと

また、これらの概念に対して、対接続のみを行うスイッチ回路網を「対接続スイッチ回路網」、多重接続を行うスイッチ回路網を「多重接続スイッチ回路網」と呼ぶことにする。対接続においては、スイッチ回路網内の経路が分岐しないのに対し、多重接続においては、スイッチ回路網内の経路が分岐することが両者の本質的な相違点である。ここでは、多重接続に対して、再配置非閉塞となるスイッチ回路網の構成法を考察する。

### 3. 2. 2 one-sidedスイッチ回路網における単位格子スイッチ

two-sidedスイッチ回路網における単位スイッチである格子スイッチは、入線数  $N$ 、出線数  $M$  の場合、図 3. 7 のように  $N+M$  本のリンクと  $NM$  個の交差点によって構成

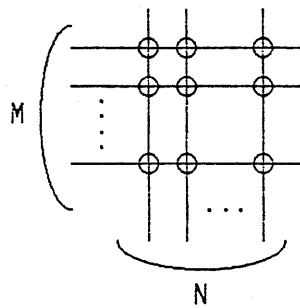
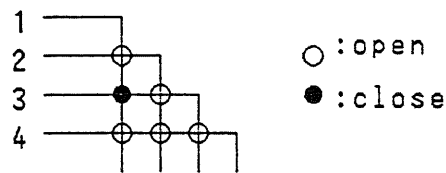
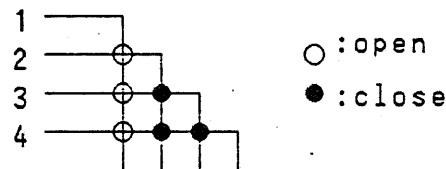


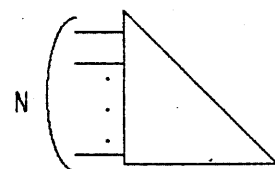
図 3. 7 two-sided格子スイッチ



(a) 端子1と3の対接続



(b) 端子2,3,4間の多重接続



(c) 表記法

図 3. 8 one-sided格子スイッチ (a,b,cあり)

される。また、この格子スイッチにおいては、一対一接続、多対一接続を含む任意の多対多接続が行えるということを暗黙のうちに了解してきた。

これに対して、端子数 $N$ のone-sided格子スイッチは、図 3. 8 のように構成される。この格子スイッチで、例えば端子1と端子3の対接続を行うには、図 3. 8 (a)のように交差点を開じればよい。また、端子2,3,4の間の多重接続を行うには図 3. 8 (b)のように交差点を開じればよい。このような交差点開閉の制御を行うことにより、one-sided格子スイッチにおいては、対接続を含む任意の多重接続を

行うことができる。

本論文では、one-sided格子スイッチを図3. 8(c)に示す記号で表現することにする。また、one-sided格子スイッチでは、全ての端子間に交差点を一つ設ければよいので、端子数 $N$ のとき、その交差点数 $C$ は

$$C = N(N-1)/2 \quad (3.18)$$

となる。

### 3. 2. 3 one-sidedベネス網における多重接続

まず、多重接続における接続グループを定義する。多対多接続の場合と同様に、多重接続を行う端子の集合を接続グループと呼ぶことにし、接続グループに対して0から始まる番号をつける。また、 $S(i)$ は、端子 $i$ の属する接続グループの番号を表すものとする。

ここで、ベネス網に再び注目する。ベネス網において、条件3. 2を満たす多対多接続を行う。この際、経路選択アルゴリズム3. 3を用いると、同一接続グループに属する全ての入線は、初段～中央段までの間に全て多重接続される。このことから、図3. 9のように、ベネス網の中央の段から入側の段だけを用い、中央の段をone-sided格子スイッチで置き換えたスイッチ回路網においては、次の条件3. 4を満たす多重接続を再配置非閉塞に行えることが分かる。

[条件3. 4]

$$S(i) \leq S(j) \text{ for all } i, j$$

この形のスイッチ回路網を、one-sidedベネス網と呼ぶことにする。one-sidedベネス網はトポロジ的に、デルタ網と同一の構成である。

one-sidedベネス網において、条件3. 4を満たす多重接続を行う際の経路選択は、例えば以下のように行えばよい。

[経路選択アルゴリズム3. 5]

与えられたone-sidedベネス網に対応するtwo-sidedベネス網を想定する。このベネス網において、接続グループ $i$ に対応する入線群を、出線 $i$ を多対一接続するものとして、入出線間の経路を設定する。one-sidedベネス網においては、このように定められた経路の内、中央段から左側のだんに関するものを利用する。

ここで、図3. 9で最も右側の段以外の段は、two-sided格子スイッチより構成

されていることに注意すると、注目接続グループの全ての多重接続が、中央の段より左側で完了される場合でも、中央の段までの経路は、この接続グループのために使用されていると考える必要がある。

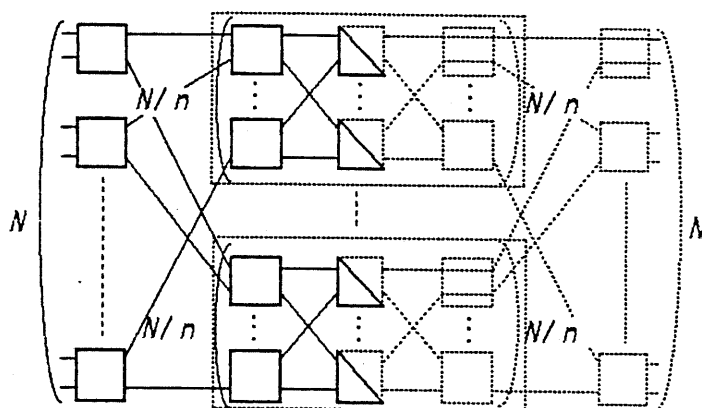


図 3. 9 one-sidedベネス網

### 3. 2. 4 one-sided縦続ベネス網の構成

one-sidedベネス網のもつ多重接続の性質を利用して、任意の多重接続に対して、再配置となるスイッチ回路網を構成する方法は、縦続ベネス網の構成法と、全く同様である。すなわち、図 3. 10 のように一対一再配置非閉塞であるベネス網と、one-sidedベネス網を縦続接続したスイッチ回路網は任意の多重接続に対して再配置非閉塞となる。このスイッチ回路網を用いて、多重接続を行うには以下のようにすればよい。

まず、前段のベネス網では、その出側に、入線が条件 3. 4 を満たすように現れる置換を行い、後段のone-sidedベネス網では、経路選択アルゴリズム 3. 5 を用いて多重接続を行う。このようにして、図 3. 10 のスイッチ回路網全体では、任意の多重接続が行える。この構成をone-sided縦続ベネス多重接続スイッチ回路網、略してone-side縦続ベネス網と呼ぶことにする。

one-sided縦続ベネス網の場合は、縦続接続する際に格子を 1 段省略することが可能なので、最も基本的な構成は、図 3. 11 に示した 4 段のスイッチ回路網となる。また、図中、前段のベネス網では 1 次格子が一つ省略可能である。

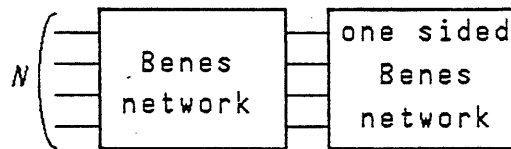


図 3. 1 0 one-sided縦続ベネス網の一般的構成

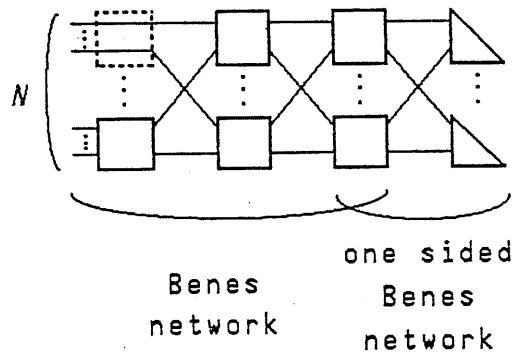


図 3. 1 1 one-sided縦続ベネス網の基本構成

### 3. 2. 5 交差点数の最小化

one-sided格子スイッチの交差点数は、式(3.18)で示したように、取り扱いにくい形をしている。従って、one-side縦続ベネス網の交差点数を厳密に最小化することは、困難である。こっここでは、図3. 1 1の4段の基本構成の場合についてのみ、最小化を行う。

図3. 1 1において、端子数をN、前段のベネス網の1, 3次格子の大きさを $n \times n$ とすると、このスイッチ回路網の端子当りの交差点数は、式(3.18)から、

$$C = 2n + N/n + \frac{N/n - 1}{2} \quad (3.19)$$

となる。式(3.19)を $n$ で微分することにより最小化を行うと、最小値を与える $n$ は

$$n = (\sqrt{3}/2)N^{1/2} = 0.8660N^{1/2} \quad (3.20)$$

である。また、端子当りの最小交差点数は、

$$Q_{opt} = 2\sqrt{3}N^{1/2} - 0.5 = 3.4641N^{1/2} \quad (3.21)$$

となる。

## 第4章

# 多対一接続時分割形スイッチ回路網

### 4.1 非閉塞多対一接続スイッチ回路網

30Mbps以上の高速の信号の交換には、当面空間分割形スイッチ回路網が用いられるであろう。しかし、将来的には30Mbps×128多重度程度の高速のTスイッチを経済的に作ることも可能である。本章では、このような観点から、多対一接続時分割形スイッチ回路網について、検討を加える。

図2.1の空間分割形の3段のベネス網と図4.1のTST構成の時分割形スイッチ回路網は、等価なスイッチ回路網である。

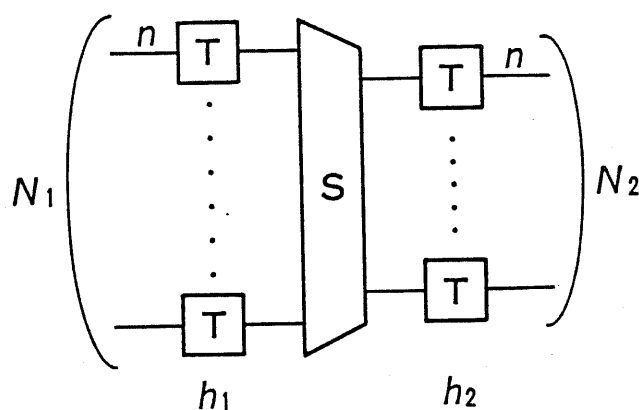


図4.1 TST構成

同様に、図4.2のTSTST構成と、図2.5の5段の縦続ベネス網は、等価な構成になっている。従って、図4.2のTSTST構成は多対一接続に対して再配置非閉塞である。但し、図中中間ハイウェイ数 $h_2$ と入ハイウェイ数 $h_1$ の間には、

$$h_2 \geq h_1 \quad (4.1)$$

の関係がなくてはならない。そこで、この構成を縦続ベネス形 T S T S T 構成と呼ぶ。

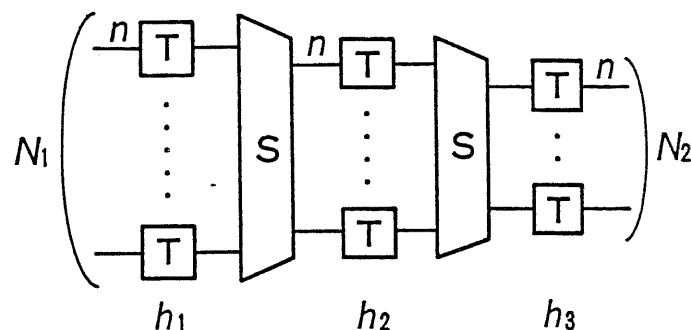


図 4. 2 T S T S T 構成

また、T S T S T 構成のハイウェイのチャネル多重度を  $n$  とするとき、入・出ハイウェイにおいて実際に使用するチャネル数を  $t$  とすると、 $t$  を、

$$t \leq n/2 \quad (4.2)$$

に制限すれば縦続構成多対一接続網と等価であり、多重接続呼の同時生起を仮定することにより、多対一接続に対して非閉塞となる。このように、縦続ベネス網と縦続構成多対一接続網は、時分割形のスイッチ回路網にも適用することができる。

多対一接続に対して、再配置非閉塞な時分割形スイッチ回路網を構成する既存の方法としては、ATTのテレビ会議システムに用いられている方法が知られている。これは、ベル研のRichardsによって考案された。このスイッチ回路網は、図 4.

1 T S T 構成のスイッチ回路網において、

- ① 出ハイウェイで、実際に使用するチャネル数  $t_2$  を  $n/2$  以下に制限する。
- ② 入ハイウェイで、実際に使用するチャネル数  $t_1$  をある一定数以下に制限する。
- ③ 出側の T スイッチで、各出線が予め定められたパターンで、1 フレーム中に複数回現れるようにする。
- ④ チャネル多重度  $n$  を  $N_2$  によって定まるある値に設定する。

等の制限をつけたものである。

縦続ベネス形 T S T S T 構成と、Richardsのスイッチ回路網のコストを比較する。コストとしては、T スイッチの数と S スイッチの交差点数を考え、その他のコストについては考慮しない。



Richardsのスイッチ回路網の場合、Tスイッチ数は、

$$T_A = \sqrt{N_2} + \frac{N_1}{t_1} \quad (8)$$

Sスイッチの交差点数は、

$$S_A = (\sqrt{N_2} \times \frac{N_1}{t_1}) \quad (9)$$

となる。一方、縦続ベネス形TSTST構成の場合、Tスイッチ数は、

$$T_B = 2 \cdot \frac{N_1}{n} + \frac{N_2}{n} \quad (10)$$

Sスイッチの交差点数は、

$$S_B = \left(\frac{N_1}{n}\right)^2 + \left(\frac{N_1 N_2}{n^2}\right) \quad (11)$$

となる。例えば、 $N_2 = 289$ 、 $n = 68$ 、 $t_1 = 29$ 、 $t_2 = 17$ の場合、Tスイッチ数では、 $N_1$ の値によらず、縦続ベネス形TSTST構成が有利、Sスイッチの交差点数では、 $N_1$ が約2400以下のとき、縦続ベネス形TSTST構成の方が有利である。従って、スイッチ回路網全体のコストでも $N_1$ のかかなりの範囲にわたって、縦続ベネス形TSTST構成の方が有利である。

また、Richardsのスイッチ回路網の場合、 $N_2$ が素数の2乗という制約があるうえに、チャネル多重度 $n$ が、 $N_2$ の値によって決まってしまう、自由な設定はできない。チャネル多重度は、実用的には、2進数との親和性から2のべき乗の値が用いられることが多いので、その場合無駄な空きチャネルがハイウェイ上に生じ、更に非効率的な構成となる。一方、縦続ベネス形TSTST構成では、 $n$ の値に制限はないので、設計の自由度ははるかに高い。また、 $N_1$ 、 $N_2$ が、 $n$ の整数倍でありさえすれば、入・出ハイウェイ上に空きチャネルを生じさせることなく、入・出線が収容することができる。

## 4. 2 閉塞を許した多対一接続スイッチ回路網の構成

スイッチ回路網における再配置は、制御上の負担となるので、なるべくならば避けるべきである。しかしながら、再配置が不必要で、かつ非閉塞となる時分割

形スイッチ回路網の構成は明らかでない。そこで、各種の構成のスイッチ回路網について、再配置を行わない場合のトラヒック処理特性を検討する。

Richardsのスイッチ回路網は、構成はT S T 3段であるが、出側のTスイッチのメモリの読み出し順を固定としているので、交換機能は入り側の2段にのみ与えられている。従って、3段目の交換機能を生かしていないので再配置の条件を取り除いたときにはかなり、特性が劣下すると考えられる。一方、この方法は、網の制御が段数の少ない分容易であり、また、呼損率が加入者数によらず一定であるなどの利点がある。図4. 3は、Richardsのスイッチ回路網のトラヒック処理特性を解析的に求めたものである。図中 $t_1=29$ 以上で再配置非閉塞となるが、これ以外にも $t_1$ を変化させている。

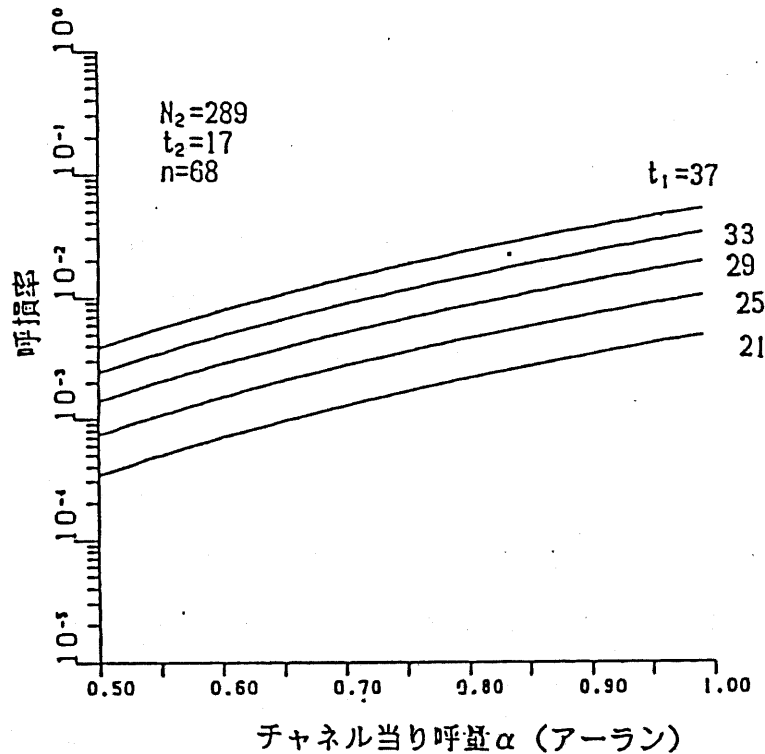


図4. 3 Richardsのスイッチ回路網のトラヒック処理特性

次に、出側のTスイッチにも交換機能を持たせた通常のT S T構成のトラヒック処理特性を、シミュレーションにより求めた。図4. 4は、 $t_1$ ,  $t_2$ がRichardsのスイッチ回路網と同じ条件の場合の特性である。

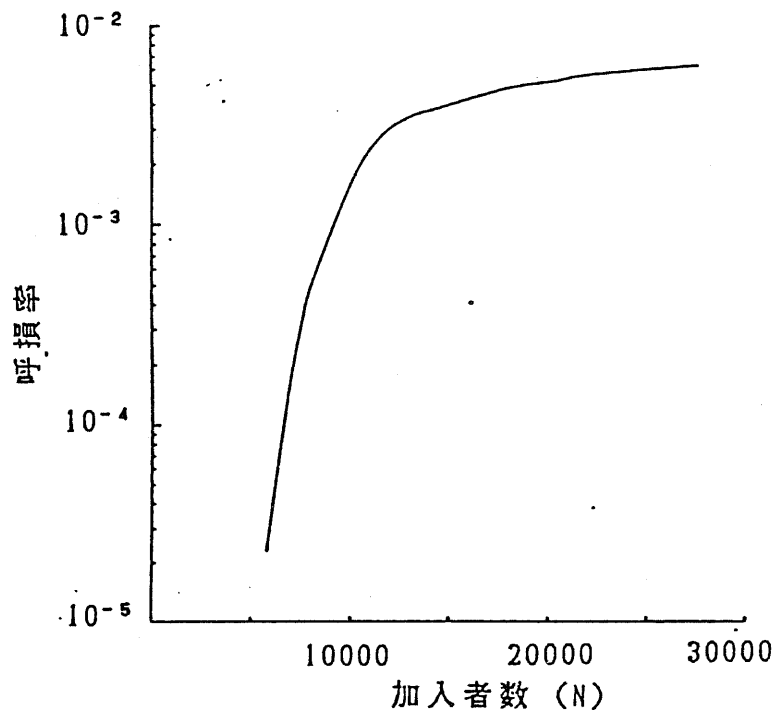


図4. 4 T S T構成のトラヒック処理特性

通常のT S T構成の場合は、加入者数に応じて、呼損率が大幅に変化しているが、出側のTスイッチの交換機能があるので、Richardsのスイッチ回路網の場合より、劣下することはない。また、加入者数が放送チャネル数に比べ大きい場合には、入線を複数のスイッチ回路網に分割して収容することにより、呼損率を小さく抑えることが可能である。

T S T S T構成は、式(6)の条件のもとで再配置非閉塞となる。しかし、閉塞を許した場合、中間ハイウェイ数 $h_2$ は、式(6)の条件ほど多くは必要ない。そこで、ここでは、中間ハイウェイ数を変化させて、トラヒック処理特性を求めた。図4.5は、 $N_1=1024, N_2=256, n=128$ （従って $h_1=8, h_3=2$ ）の場合の結果である。 $h_2$ を $h_1$ より、小さくしても呼損率は十分小さいことが分かる。また、T S T S T構成とT S T構成では、コスト的には、T S T S T構成の方が有利であり、例えば、加入者当り呼量=1.0アールン、 $N_2=256, N_1=1024$ で、呼損率 $1.0 \times 10^{-4}$ の基準で設計した場合、Tスイッチ数で約2割、Sスイッチ数で約1割T S T S T構成の方が有利である。また、T S T S T構成で、 $h_2=h_1$ とした場合、呼に優先度を設け、優先度の高い呼に対してのみ再配置を行い非閉塞にするなどの柔軟な運用も可能となる。

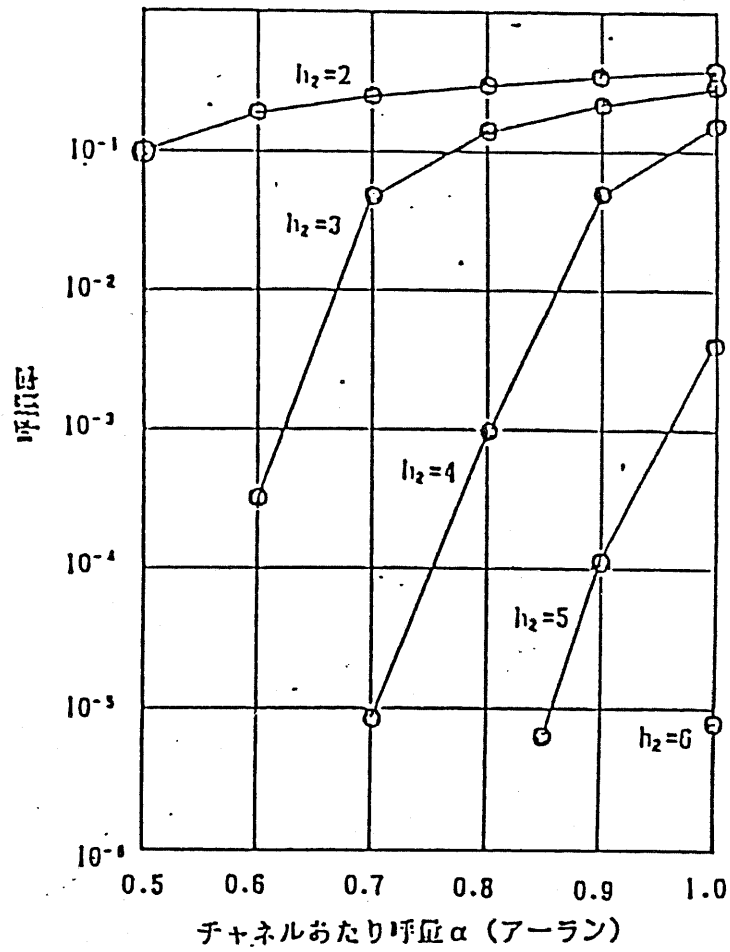


図4. 5 T S T S T構成のトラヒック処理特性

---

## 第5章

---

# 多地点間テレビ会議の検討

---

### ◎ ま え が き

情報通信サービスの高度化に伴い、テレビ会議通信に対する需要は今後ますます増大してくるものと考えられ、ユーザも単に企業ユーザにとどまらず、家庭内にも入り込むことが予想される。また、会議参加の対地数も、従来のような2対地間の形態のものばかりでなく、3対地以上の参加する複数対地間の会議も活発に行われることが考えられるので、これに対応したテレビ会議システムを構築することが必須となる<sup>(1)・(2)</sup>。

しかしながら、3対地間以上の会議に対して、すべての対地と多地点間接続装置の間に上下双方向の回線を設定する方法では、網資源を有効に活用することができない。これを解決する方法としては、各対地に表示すべき映像信号のみをその都度選択的に送出し、各対地に分配する方法が考えられるが、映像の切り替えは、発言者の交代毎に、あるいは、それ以上の頻度で、行われることが考えられるので、網の管理が複雑化する欠点がある。

本章では、多地点間テレビ会議システムを実現する諸方法を比較し、各対地に表示すべき映像信号のみを送出する簡易な方式をとれば、かなりの回線が削減できることを示す。また、この方法の網制御の複雑さを低減するために、映像の分配を、ハードウェア的に処理する時分割形のセルフルーティング形スイッチ回路網についても検討を加える。この方法は、制御は容易であるがシステムのハード量が大きくなる。そこで、光交換で波長多重と空間分割を組み合わせた多地点間接続装置についても検討する。この装置では、映像の切り替えは単なるフィルタの操作のみでよい。

## 5. 1 多地点間接続方法の分類

多地点間の接続の方法としては、以下の方法が考えられる<sup>(1)-(3)</sup>。

方式1-A:各対地に、対地数分のモニタを用意し、全対地の映像を常に放映する。

方式1-B:各対地に（全対地数－1）のモニタを用意し、自対地を除いたすべての対地の映像を常に放映する。

方式2-A:各対地に、1台のモニタを用意し、話者の音声あるいは、司会者の操作により選択された映像をすべての対地へ分配する。

方式2-B:各対地に、1台のモニタを用意し、各対地毎に、要求した対地の映像信号を放映する。

方式3:各対地に、1台のモニタを用意し、各対地から送出された映像を合成縮小などの加工をし、すべての対地に分配する。

各方式において、すべての上下回線が、同一の多地点間接続装置に接続される場合の回線の設定方法を図5. 1に示す。また、各方法において、会議開始時から、終了時まで、固定的に回線を設定した場合の所要中継回線数を表5. 1に示す。但し、表5. 1において $m$ は対地数であり、片方向回線を1と数える。

表 1. 1 必要中継回線数

方式 1-A	方式 1-B	方式 2-A	方式 2-B	方式3
$m+m^2$	$m^2$	$2m$	$2m$	$2m$

上述の各方法において、利用者の立場からは、方式1-A、1-Bが最適であり、これらは、高品質のサービスが要求されるビジネスユース向きである。しかし、対置数の増加と共に、必要回線数が急激に増加する欠点がある。また、一般家庭においては、多数のモニタが準備されている状況は考えにくい。方式3は、回線コストの面からは、経済的であるが、画面は不鮮明になることが予想される。また、多地点間接続装置は会議数分だけ必要になり、画像の加工も行わねばならないので、そのコストは大きくなる。

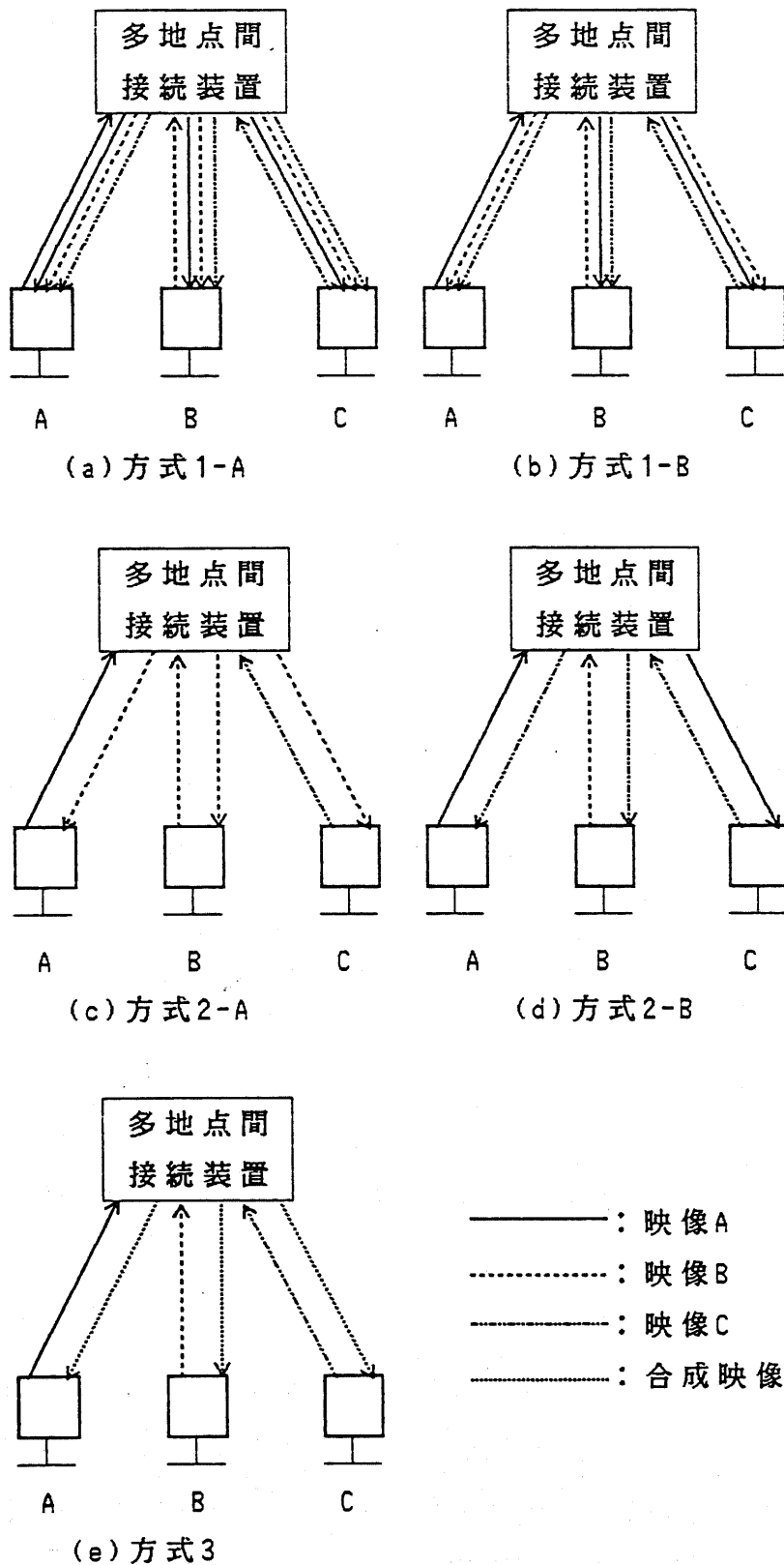


図5. 1 各方式の回線設定法

テレビ会議が普及してくれば、ある程度のサービス品質の劣下を許しても、これを安価に提供することが望ましい。ホームユース向きの簡易なテレビ会議システ

ムにおいては、方式2-A,2-Bで十分である。また、伝送路の条件の厳しい衛星を使った会議システムにおいても、方式2-A,2-Bが望ましい。

## 5. 2 回線の削減

方式2-A,2-Bにおいて、固定的に回線を設定した場合の所要回線数は、表5. 1に示すとおりであるが、この方式の場合、多地点間接続装置において、映像信号を選択的に分配しているため、すべての映像信号を送出する必要はない。そこで、方式2-A,2-Bにおいて、各対地の映像信号が要求されているときのみ、上り回線を設定し、映像信号を送出する方法が考えられる。ただし、各対地-加入者線交換機(LS)間のリンクまで、要求に応じて、回線を設定すると、回線設定時間の増大及び、呼損率の増大を招く。そこで、図5. 2のようにLS内に会議専用の中継トランクを設け、各加入者から中継トランクまでは常に映像信号を送出することにする。このトランクでは、接続要求のある映像信号のみを選択的に、中継回線に送出する。この処理は、専用のハードウェアを設けて行う。

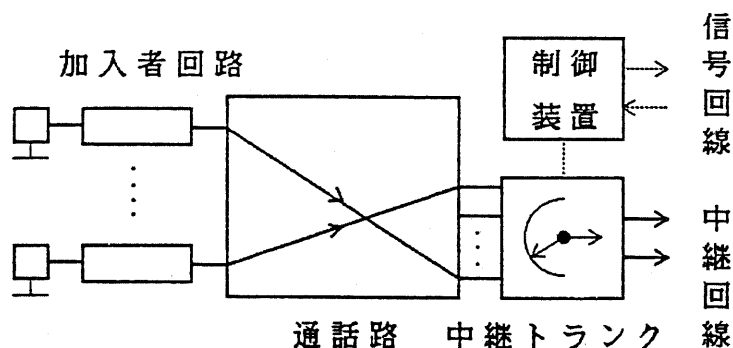


図5. 2 LSの構成

また、要求に応じて、回線を設定した場合、呼損が生じることが有り得るので、この場合は、音声信号のみを各加入者に供給することになる。この間、各対地のモニタでは、映像信号が切断される直前のフレームの映像を、静止画として表示しておくなどの方法をとることにすれば、利用者の不満度は最小限のものになると考えられる。なお、ATMのような可変帯域通信では、このような物理回線の一時的中断を行う必要はなく、自対地の映像が選択されていないときには、一時的にセルの送出を停止するだけで、他の呼のために、伝送路を解放することができる。



また、会議中継トランクを設ける必要もなくなる。その意味でも、可変帯域通信の登場がまたれるが、以下では回線交換を前提として、削減回線数を算出する。

回線の削減量を算出するため以下の条件をを設定する。

[解析の条件 5. 1]

①網の階梯は図 5. 3 に示すような LS と TS からなる 2 階梯とし、各テレビ会議は、一つの多地点間接続装置の区域内に収容されているものとする。また、多地点間接続装置は、各 TS に設けられるものとする。

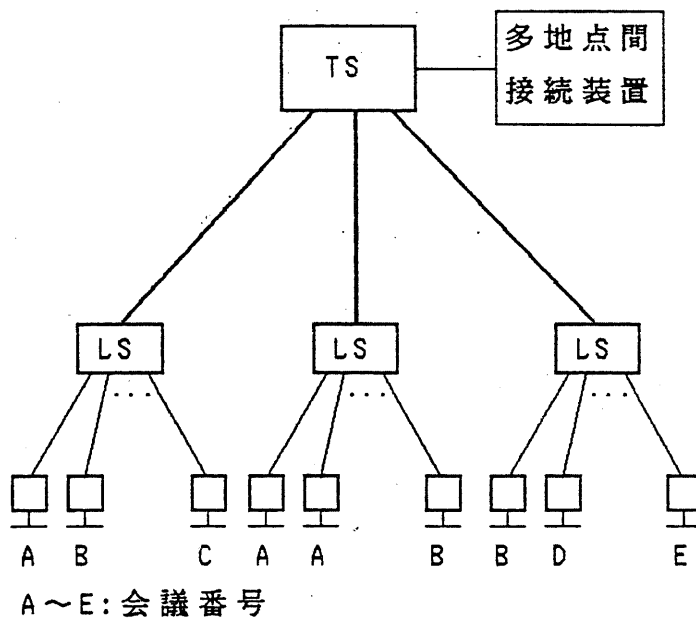


図 5. 3 ネットワークモデル

②各 LS-加入者間は、固定回線を設定するものとし、LS-TS間を、複数の会議に対して共用するものとする。

以上の条件の下で、所要上り回線数を計算する。一つの LS に属する会議参加対地の総数を  $A$ 、そのうち対地数が  $i$  である会議に参加しているものの割合を  $p_i$  とする。

まず、回線の削減を行わず、固定の上り回線を設定した場合は、仮定から  $A$  本の上り回線が必要となる。

次に、方式 2-A をとった場合を考える。  $i$  加入者の会議の場合、ある加入者の映像信号が要求される確率  $q_i$  は、

$$q_i = 1/i \quad (5.1)$$

であると考えられる。

従って、一つのLS当りの上り回線に対する等価呼量 $a$ は、

$$a = \sum p_i q_i A \quad (5.2)$$

となる。近似的に、ランダム生起保留時間指数分布を仮定すると、確保すべき上り回線数 $n$ と呼量 $a$ 、呼損率 $B$ の関係式は、

$$B = E(n, a) \quad (5.3)$$

のアーランB式となる。会議の対地数の割合を特定することは難しい。そこで、以下の二つのモデルを考える。

[モデル1]

$$p_2 = 0.5, p_3 = 0.3, p_4 = 0.2 \quad (5.4)$$

[モデル2]

$$p_2 = p$$

$$p_{i+1} = \lambda p_i \quad (i=2, \dots) \quad (5.5)$$

即ち、

$$p_i = (1 - \lambda) \cdot \lambda^{i-2} \quad (i=2, \dots) \quad (5.6)$$

モデル1, 2に対する $A$ と $a$ の関係を図5.4に示す。

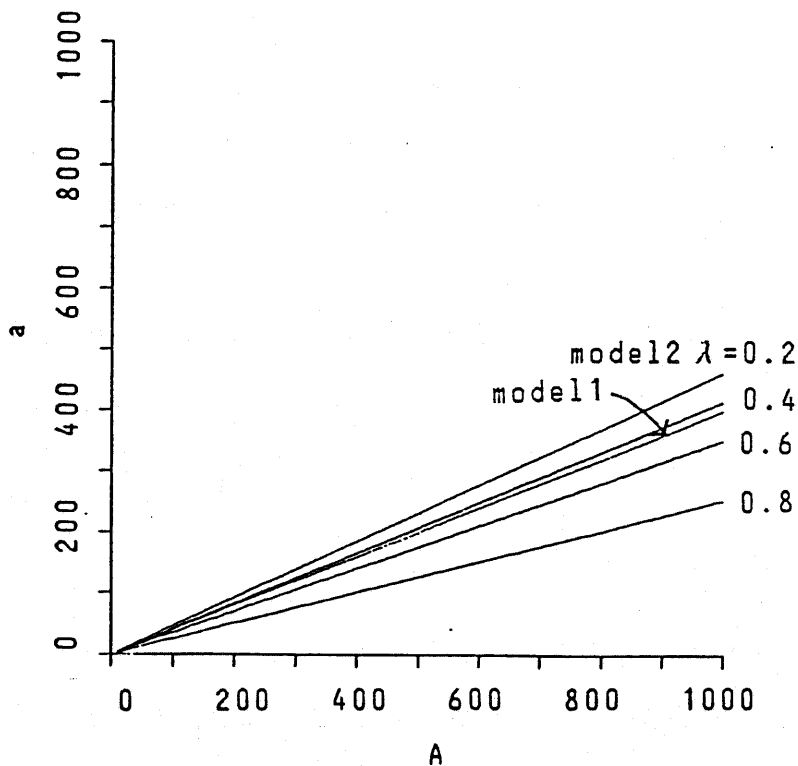


図5.4 方式2-Aにおける $A$ と $a$ の関係

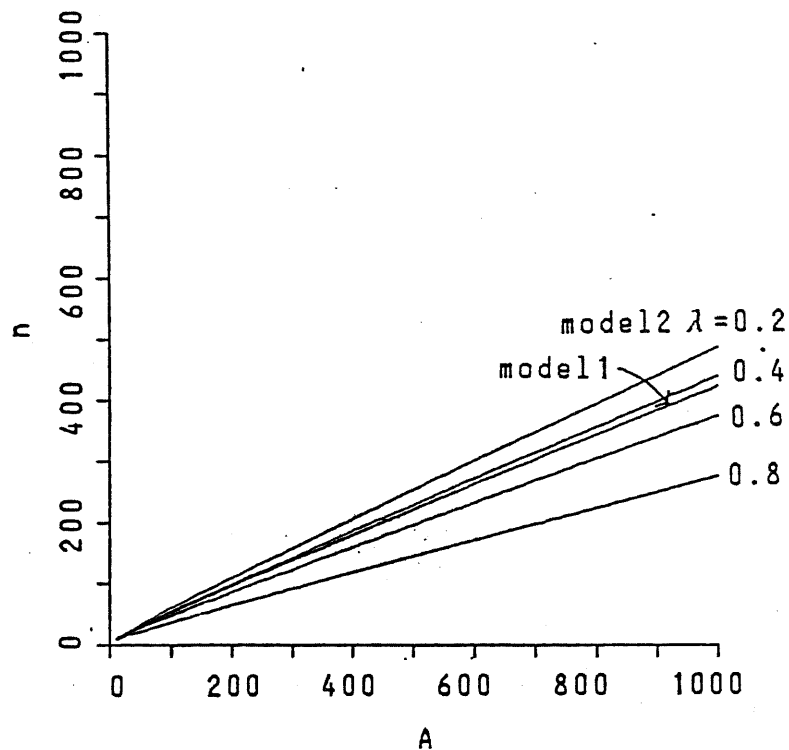


図5. 5 方式2-AにおけるAとnの関係

また、呼損率 $B=1\%$ とした場合の $n$ と $A$ の関係を図5. 5に示す。これらより、方式2-Aの場合、かなりの上り回線が削減できることが分かる。

次に、方式2-Bの場合について考える。この場合、各対地では $i$ 個の映像信号のうちの任意の一つを選択することになるが、発言者のいる対地以外の対地では、発言者のいる対地の映像を選択する可能性が高く、発言者のいる対地においては、自対地以外のいずれかの対地の映像をランダムに選ぶものと考えられる。この仮定をおいた場合、ある加入者の映像信号が要求される確率は、

$$q_i = 1/i + (1 - 1/i) \cdot \{1/(i-1)\} = 2/i \quad (5.7)$$

となる。この $q_i$ を式(5.2)に代入すれば、一つのLS当りの上り回線に対する等価呼量が求められる。方式2-Aの場合と同様、モデル1, 2に対する $A$ と $a$ の関係を図5. 6に示す。

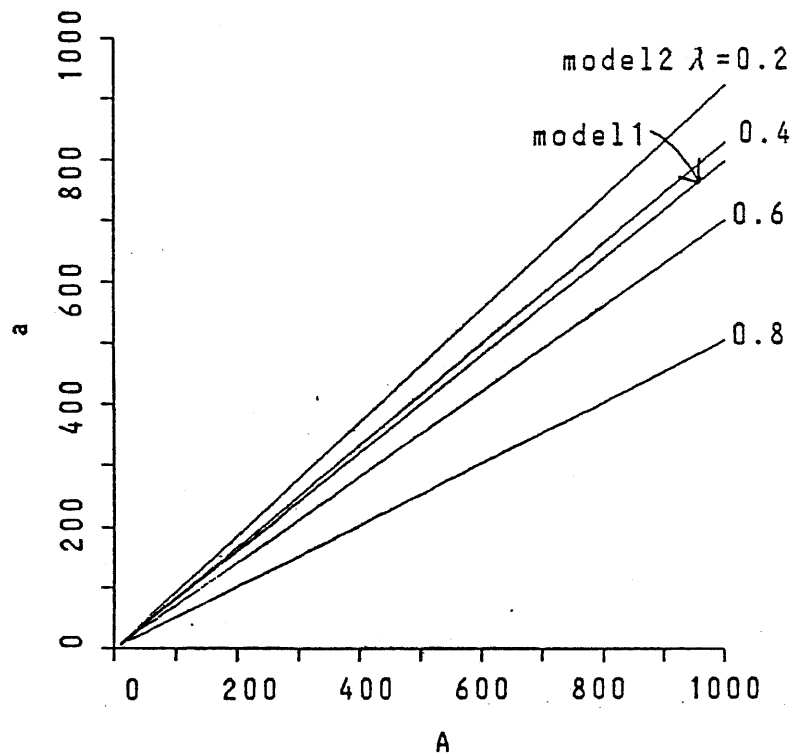


図5. 6 方式2-BにおけるAとaの関係

対地数  $i=2$  の場合には、全対地の映像信号が要求されるため、この場合は、会議開始時から終了時まで、固定的に回線を設定した方が効率的である。 $i=2$  の場合に対しては、固定的に上り回線を設定し、呼損を考えないものとする、所要回線数は、まず、 $i=2$  に対するものとして

$$n_2 = p_2 q_2 A \quad (5.8)$$

$i \geq 3$  に対しては、等価呼量  $a_{0U2}$  が

$$a_{0U2} = \sum p_i q_i A \quad (5.9)$$

で求められる。これと、式(5.3)から、 $i \geq 3$  の会議に対し、呼損率  $B=1\%$  に対する所要回線数  $n_{0U2}$  を求める。方式2-Bの場合の所要上り回線数は以上より、

$$n = n_2 + n_{0U2} \quad (5.10)$$

で求められる。 $n$  と  $A$  の関係をモデル1、2に対して求めたものを図5.7に示す。方式2-Bの場合、パラメータ  $\lambda$  の与え方によっては、かなりの上り回線数を必要とするが、それでも、すべての上り回線を固定的に設定する場合に比べれば回線の削減量は大きい。

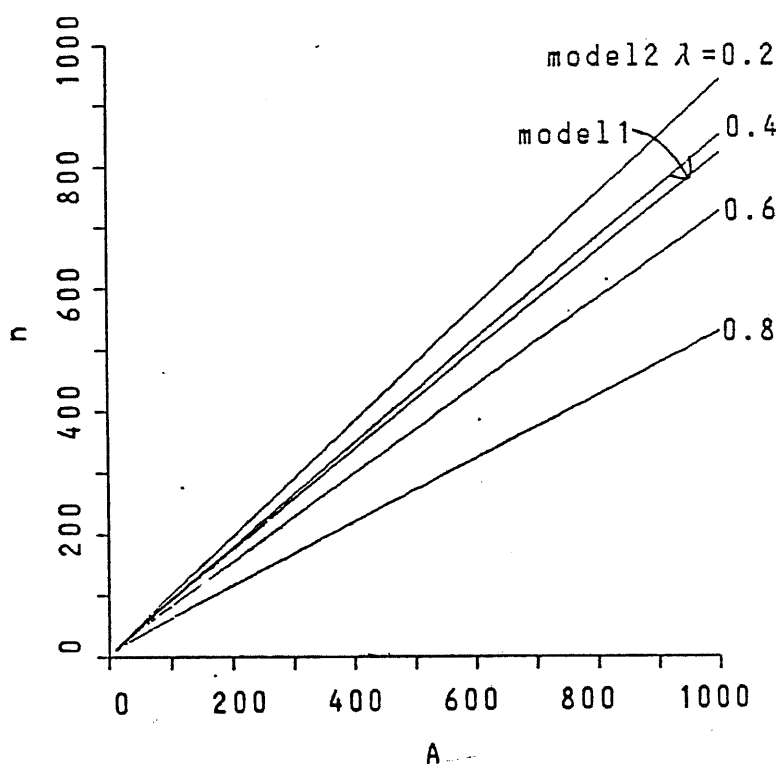


図5. 7 方式2-BにおけるAとnの関係

会議通話において、一つの映像を多数の対地に分配して接続する場合、すべての分配接続（多対一接続）を、多地点間接続装置で処理することも可能であるが、その場合、図5. 8 (a)に示すように、同一のLSに属する同一会議の参加者A,Bに同じ映像を分配する場合でも、下り中継回線を2本使用しなければならず、無駄が生じる。方式2-A,3のようにすべての対地に同一の映像信号が分配される場合には、図5. 8 (b)の接続形態をとることにより、下り中継回線を削減することが可能である。通常の一対一接続用通話路においても、小数の多対一接続を行うことは、通話路内の経路の留保をすることにより、可能であると考えられる。各加入者が任意に映像信号を選択する方式2-Bの場合には、図5. 8 (c)のように加入者A,Bが異なる映像を選択する場合は、2本の下り回線が必要であるが、同一の映像を選択する場合には、図5. 8 (b)のように、1本の下り回線があればよい。この場合、会議中に経路の変更が頻繁に行われるため、回線交換を用いる場合には、網管理が複雑になることが欠点となる。

下り回線の削減量は、網の形態、加入者の分布等により、大きく変動する。これについては今後の検討課題とする。

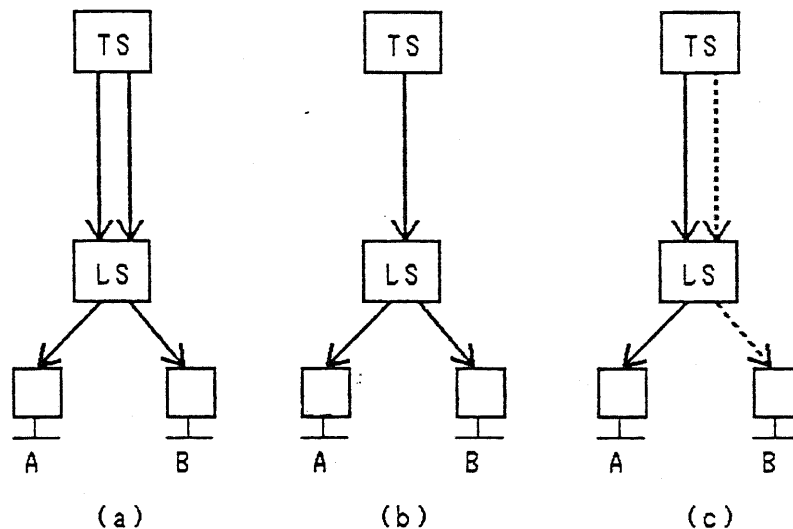


図5. 8 下り中継回線の削減

上下の中継回線を多数の会議に対して共用する場合でも、トラヒックの平滑化，あるいは，加入者に非閉塞性を保証するため，予約接続の必要はある。下り中継回線の削減を考えない場合，留保すべき回線数は，下りに対しては，一LS当りA本，上りに対しては，式(5.3)ないし，式(5.10)のn本となる。上り回線に対しては，留保したnに対して，一定の呼損率が保証できる会議数まで予約を受け付けることになる。上下どちらかの留保回線が不足した時点で，予約は打ち切られる。回線が上下両方向に使用できる場合も，同様に，一定の上り回線の呼損率が保証できる分だけの予約を許すことになる。

### 5. 3 時分割形スイッチ回路網による多地点間接続装置

一つの会議に対して，一つの多地点間接続装置を用意する方式では，2対地の会議に対して5対地用の装置を使わねばならないなどの無駄が生じる。そのため，多数の会議で，できるだけ装置を共用化することが望ましい。方式2,3の場合の多地点間接続装置の基本的な機能は，一つの映像を複数の対地に分配する機能である。これは，多対一接続スイッチ回路網で処理することができる。ただし，方式2の場合には，スイッチ回路網に非閉塞性が要求されることおよび，経路の変更が頻繁に行われることから経路の設定をハード化したセルフルーティング形のスイッチ回路網であることが望ましい。図5. 9は，その一つの構成法である。

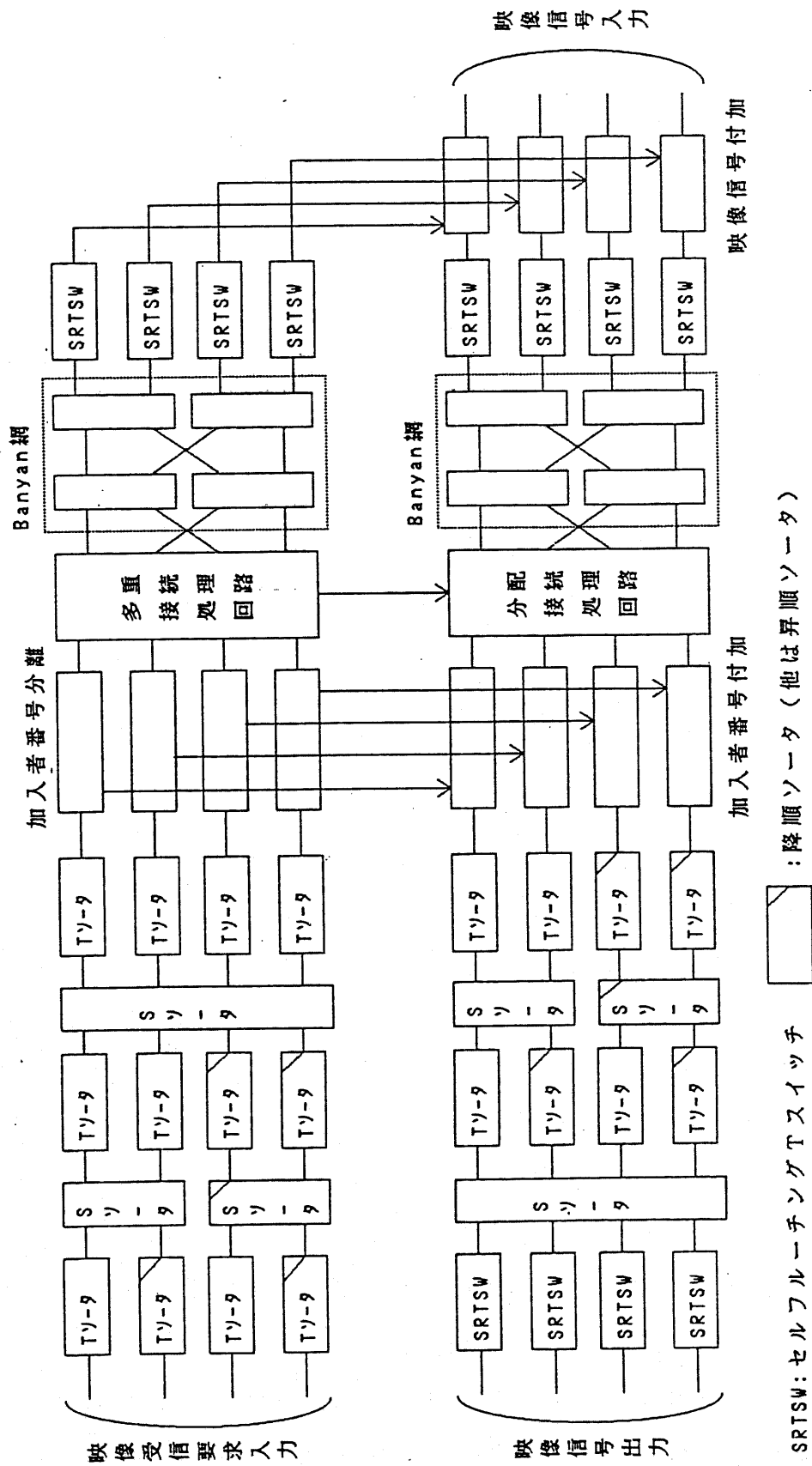


図5. 9 時分割スイッチ回路網による多地点間接続装置

このスイッチ回路網は、多地点間接続装置だけでなく、LSに導入することにより、5. で示した下り回線の経路の設定も容易に行うことができる。また、テレビ会議だけでなく、多対一接続スイッチ回路網として、幅広い用途に使用できる。

次に、各部の動作について説明する。このスイッチ回路網は、Tソータ、Sソータの組合せからなるソータ<sup>(4)</sup>と、T-S-T構成と同等の機能をもつスイッチ回路網の縦続接続からなるスイッチ回路網を、上下折り返しの形に並べたものである。各加入者は映像信号の要求をフレーム毎に送出する。この信号は、加入者自身がDチャンネルなどの低速のチャンネルを用いて送出してもよいし、多地点間接続装置内で発生させてもよい。映像受信要求信号のフレーム構成を図5. 10に示す。

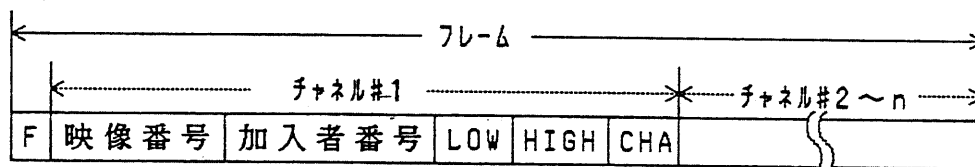


図5. 10 映像受信要求信号のフレーム構成

図中、LOW,HIGH,CHAの意味については、後述する。上りの、T-Sソータでは、各受信要求信号が、映像信号の番号順にソートされる。上りの後半部は、TST構成と等価であるが、TST構成のスイッチ回路網は、出線の番号順にソートされた多対一接続を非閉塞に行えるという性質をもっている<sup>(5)</sup>。このため、この後半部においても、映像受信要求信号を一つのタイムスロット上にまとめることができる。以下に、各部の動作を示す。

T-Sソータ：Tソータでは、1フレーム分の受信要求信号に対して、ソーティングを行う。Sソータは同位相の受信要求信号に対して、異なるハイウェイ間でソーティングを行う。バイトニックソーティングの原理により、このT-Sソータを通ることにより、全映像信号が、ハイウェイ順かつ、位相順にソートされる<sup>(4)</sup>。<sup>(6)</sup>

加入者番号分離：受信要求信号から、加入者番号を分離し、これを加入者番号付加回路に送出する。この際、数フレーム分の遅延を生じさせるため、バッファメモリを設ける必要があるが、必要メモリ量と上りハイウェイ速度とは、tradeoffの関係にある。

多重接続処理回路：同一の映像信号に対する受信要求信号で同一ハイウェイ上に



あるものは、図5. 11のように、一つにまとめられる。



図5. 11 多重接続処理回路での処理

この情報をまた、数フレーム分の遅延をかけて、下りのスイッチ回路網の分配接続回路に送る。また、受信要求信号の存在するハイウェイ番号をLOW,HIGHに書き込む。CHAには、チャンネル番号を書き込む。

Banyan網：ここで用いるのは、 $2 \times 2$  格子スイッチによるバンヤン網である。被要求映像信号の番号の内、映像の收容されているハイウェイ番号に従って、セルフルーティングする。同一の映像信号に対する受信要求信号で、異なるハイウェイ上にあるものは、この網内で衝突する。衝突が起こった場合の処理を以下に示す。衝突前の二つの受信要求信号のLOW,HIGHの値を $LOW_1, HIGH_1$ および、 $LOW_2, HIGH_2$ とする。衝突時には、

$$LOW_1 = \min(LOW_1, LOW_2) \quad (5.11)$$

$$HIGH_1 = \max(HIGH_1, HIGH_2) \quad (5.12)$$

により、 $LOW_1, HIGH_1$ の値を更新し、もう一方の受信要求信号は廃棄する。

SRTSW：受信要求信号を映像信号と同一の位相に変換する。

映像信号付加：受信要求信号に、対応する映像信号を付加し、下りのスイッチ回路網に送り込む。

下りのスイッチ回路網では、各信号が上りと逆の経路をたどるようにすればよい。具体的には、以下の処理を行う。

SRTSW：映像信号をCHAの位相に変換する。

Banyan網：LOW,HIGHの値に従って、ハイウェイ番号がLOW以上HIGH以下のすべてのハイウェイに、映像信号が送出されるようセルフルーティングを行う。

分配接続回路：多重接続処理回路の逆の操作を行う。

加入者番号付加：上りのスイッチ回路網から送出された、加入者番号を各映像信号に付加する。

T-Sソータ：加入者番号に従って，ソートを行う。

SRTSW：映像信号を各加入者の位相に変換する。

このスイッチ回路網は，多重接続処理，加入者番号付加の段階で，異なるスイッチ素子間の情報の授受が必要であるので，狭義の意味では，セルフルーティング化されているとはいえないが，ここで行われる処理は，非常に簡単なものであり，処理速度の問題は生じない。また，本検討のテレビ会議システムのように，同一の情報を分配する対地数が少ない場合には，受信要求信号の構成を若干複雑にすることにより，上下スイッチ回路網間の信号の授受を行わないことも可能である。

## 5. 4 光交換による多地点間接続装置

5. 3で述べた，時分割形スイッチ回路網による多地点間接続装置は，制御のセルフルーティング化を目指したものであるが，その分ハードウェア量が大きくなる。一方，近年光交換技術の発達により，様々な光素子の技術的可能性が示されている。ここでは，光素子として，合波の可能な光空間スイッチ，分岐の可能な光空間スイッチ，波長変換スイッチ，及び可変波長フィルタを前提として，多地点間接続装置を構成する。図5. 12にその概要を示す。

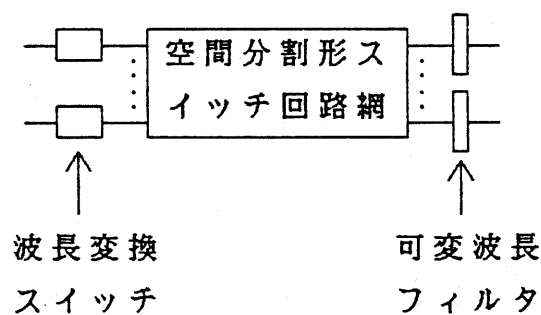


図5. 12 光交換による多地点間接続装置

この中で，合波・分岐の行える空間分割形スイッチ回路網については，様々なものが提案されている。また，可変波長フィルタ，波長変換スイッチについては，共にレーザダイオードで構成できることが示されている。

この装置の動作原理は以下の通りである。

- ① 同一会議に属する信号を波長変換スイッチにおいて、全て異なる波長に変換する。
- ② 同一会議に属する入出線群間を多対多接続する。
- ③ 各対地からの、要求信号に従い、波長フィルタを用いて所望映像を選択する。

また、この装置において、スイッチ回路網内の経路は会議開始時に設定すれば会議終了時まで固定であり、会議中の映像信号の切り替えは、可変波長フィルタの操作のみによって行われる。

具体例を示す。図5. 13において、入線1, 3（従って出線1, 3）が会議1に、入線2, 4, 5（従って出線2, 4, 5）が会議2に属するとする。但し、会議2には単なる傍聴者である出線6がいるものとする。会議1では、図に示したように、入線1は波長 $\lambda_1$ 、入線3は波長 $\lambda_2$ に波長変換したうえで、入線1, 3と出線1, 3を多対多接続する。出線1, 3では、もし、入線1の映像を所望するときには、波長フィルタで $\lambda_1$ の波長を通過させる。また、入線3の映像を所望するときには、波長フィルタで $\lambda_2$ の波長を通過させる。同様に、会議2では入線2, 4, 5を各々波長、 $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ に変換したうえで、入線2, 4, 5と出線2, 4, 5, 6の多対多接続を行い、波長フィルタで所望映像信号を取り出す。図では、出線2, 4, 6においては入線5の映像信号を、出線5では、入線2の映像信号を選択している。

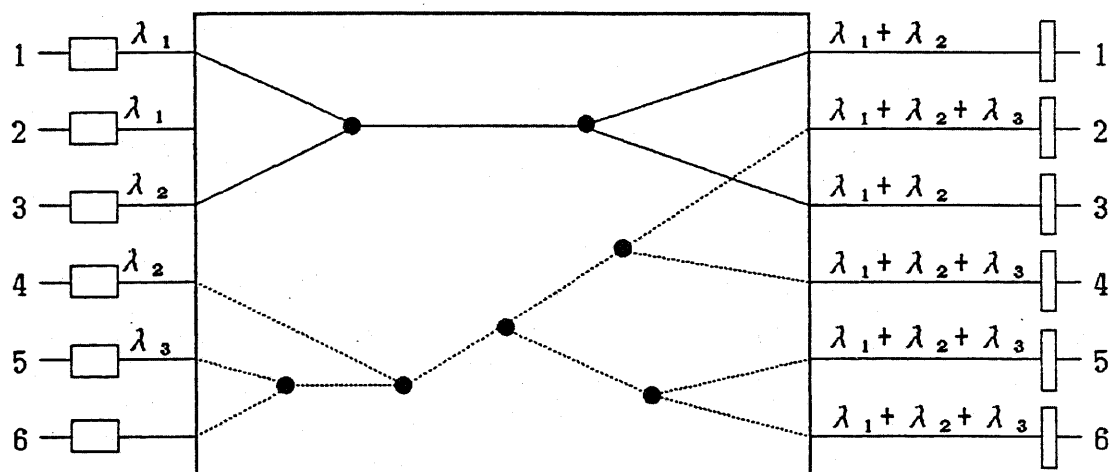


図5. 13 複数会議の処理例

多対多接続を行うスイッチ回路網は非閉塞であることが望ましい。非閉塞スイッチ回路網としては、縦続ベネス多対多接続網、縦続構成多重接続スイッチ回路

網等を用いればよい。特に、映像の受信だけを行う傍聴者が存在せず、映像を送出する地点と受信する地点が同一である場合には、文献(9)の音声加算分配回路と同様、入出線が等しく網構成も等しいクロススイッチ回路網を図5. 14のように2段縦続接続し、2つのスイッチ回路網において同一の網制御を行うことにより、多対多接続がおこなえる。

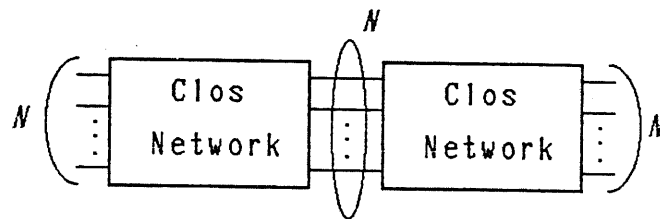


図5. 14 縦続構成多重接続スイッチ回路網

会議通話では、多重接続呼の同時生起が仮定できる場合も多く、その場合再配置制御も不要となる。なお、図5. 14において、左側のスイッチ回路網では合波を、右側のスイッチ回路網では分岐を行うので格子スイッチを構成する光素子が異なる。従って、2つのスイッチ回路網の縦続接続の際、段の省略を行わず、例えば図5. 15のような構成にするべきである。

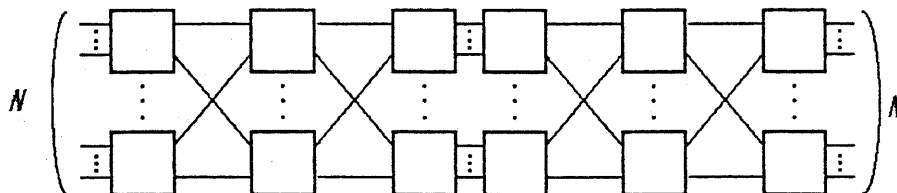


図5. 15 段の省略を行わない縦続構成多重接続スイッチ回路網

一方では、傍聴者が存在し、かつ会議の中途参加・脱退が起こる場合もある。この場合には、再配置制御が困難であるならば、多対多接続縦続接続網や、多対多接続木状構成網を用いることができる。

---

## 第 6 章

# 一般ベネス網を用いた ATMスイッチ回路網

---

### ◎ ま え が き

近年、広帯域ISDNの交換方式としてATM（非同期転送モード）が注目されている。ATM交換機において、ヘッダの解析をソフトウェアで行うことは処理速度の点から難しいので、これをハードウェアで行うことが主に検討されている。高速の packets を交換するスイッチ回路網としては、 $2 \times 2$ サイズの単位スイッチを多段接続し、自己ルーティングを行わせるデルタ網等のスイッチ回路網が幅広く研究されている<sup>(1)</sup>。しかしながら、デルタ網においては、スイッチ回路網に与えられるトラフィックが不均衡なときには、著しくスループットが低下する現象がみられる。この問題を解決する一つの方法は、内部リンクの容量を入出線の容量より大きくすることであるが、内部リンクの大容量化には限界がある。

一方、デルタ網の前段に、トラフィックを均衡化するための分散網を置き、例えば全体として、ベネス網となるような構成にすれば、内部リンクの容量は、入出線の容量と同程度でよいことが分かっている。しかしながら、このような分散網付与の方法については、単一サイズの格子スイッチを用いた場合についてのみの検討が行われているに過ぎない<sup>(2), (3)</sup>。このような観点から、本章では、複数種の格子スイッチを用いたスイッチ回路網について、分散網付与の方法とその性質を検討し、その応用例について述べる。

## 6. 1 デルタ網の構成とその問題

まず，デルタ網の構成法とその問題点を述べる．もっとも単純なデルタ網は格子スイッチ一つからなる．多段のデルタ網は，再帰的に構成することができる．入出線数 $N$ のデルタ網から，入出線数 $N \cdot n$ のデルタ網を得るには，入出線数 $N$ のデルタ網 $n$ 個と， $n \times n$ サイズの格子スイッチ $N$ 個とを，図 6. 1 のように並置し，単リンク結線すればよい．

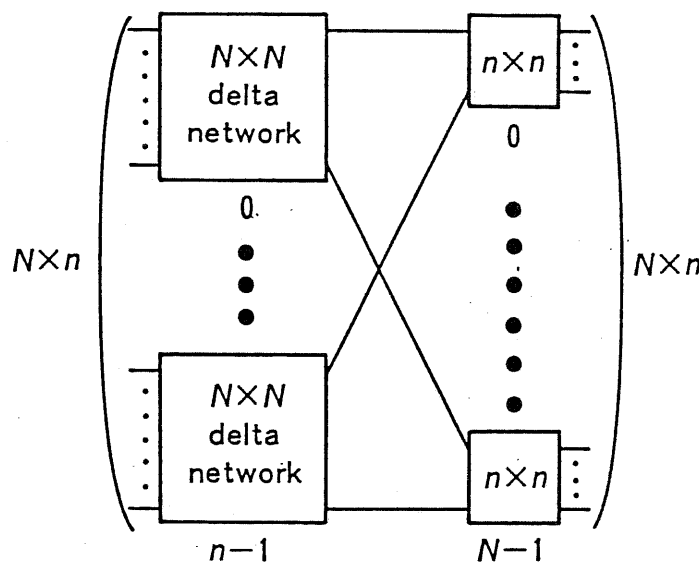


図 6. 1 デルタ網の再帰的構成法

デルタ網は，特定の入線と出線の間の経路が一通りであるので，パケットのヘッダに書き込まれた出線アドレスに従って，セルフルーティングを行えるという特徴がある．

その反面，デルタ網においては，トラヒックが不均衡なときには，内部リンク上のパケットのフローが入出線のパケットのフローに比べ，大幅に増大する欠点がある．

図 6. 2 は， $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ サイズの格子スイッチを用いたデルタ網である．図 6. 2 において，トラヒックが均衡しているとき，すなわち，ある入線からのパケットが特定の出線に向かう確率が，どの出線に対しても等しく $1/16$ のときには，内部リンクに対する要求フローが，入出線容量を越えることはない．

しかし、例えば、入出線の容量が10pkt/sであり、入線0から出線0、入線1から出線1、入線2から出線2、入線3から出線3、へそれぞれ、10pkt/sの要求フローがあったとすると、図6. 2で示したリンクに対する要求フローは、40pkt/sとなり、内部リンクに対する要求フローは入出線容量の4倍にもなる。

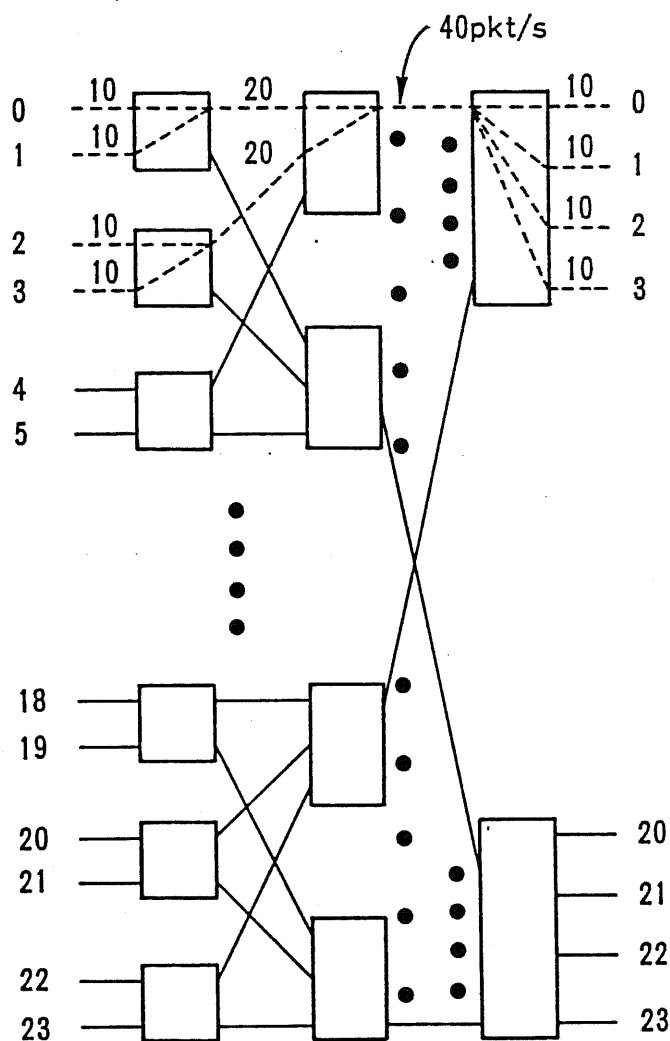


図6. 2 内部リンクを流れるフロー

## 6. 2 一般ベネス網の構成

デルタ網において、リンクのフローが入出線容量に比べ著しく増加する原因は、特定の入線と出線との間の経路が一通りしかないことにある。これを回避するためには、デルタ網の前段に分散網を付与し、入出線間の経路を増加させればよい。

本論文では、そのようなスイッチ回路網として、一般ベネス網を提案する。一般ベネス網はデルタ網を縦続接続することにより構成される。具体的な構成法は

以下のようになる。

[一般ベネス網の構成法]

①入り側から、格子サイズが  $n_1 \times n_1, n_2 \times n_2, \dots, n_k \times n_k$  の  $k$  段のデルタ網と、入り側から、格子サイズが  $m_d \times m_d, m_{d-1} \times m_{d-1}, \dots, m_0 \times m_0$  の  $d+1$  段の逆デルタ網を構成する。逆デルタ網は、図 6. 1 の左右を逆にした構成のスイッチ回路網である。両者の入出線数は共に  $N$  とする。但し、

$$N = \prod_{t=1}^k n_t = \prod_{t=0}^d m_t \quad (6.1)$$

であり、また

$$m_0 = n_1 \quad (6.2)$$

とする。

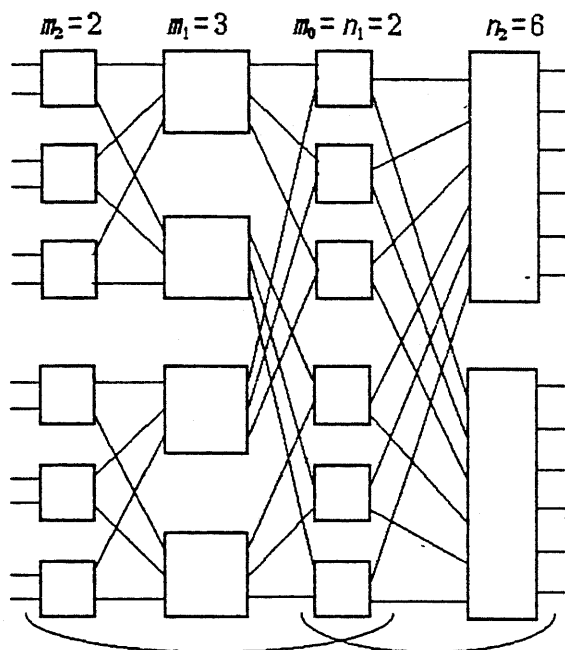
②このようにして得られた逆デルタ網と、デルタ網を縦続接続する。但し、式 (6.2) の条件があるので、縦続接続の際、 $m_0 \times m_0$  の格子スイッチからなる段を省略する。これにより、 $d+k$  段の一般ベネス網が得られる。なお、入り側から第 1 段、第 2 段...とし、第  $i$  段の出側のリンクを  $i$  次リンクと呼ぶことにする。

一般ベネス網において、第 1 段から、第  $d$  段までが分散網となり、第  $d+1$  段から、第  $d+k$  段までがルーティング網となる。なお、分散網としては、逆デルタ網を用いるかわりにデルタ網そのものを用いても構わない。本論文では、この形のスイッチ回路網を含めて一般ベネス網と呼ぶことにする。一般ベネス網の例を図 6. 3 に示す。図 3 (a), (b), (c) はリンク結線の方法が異なるが、これら全てが一般ベネス網である。

分散網に逆デルタ網を用いた一般ベネス網は、ベネス網の拡張になっている。すなわち、この形の一般ベネス網において、 $d=k, m_i = n_i (1 \leq i \leq k)$  とすると、ベネス網が得られる。特に、 $m_i = n_i = 2 (1 \leq i \leq k)$  とすると、文献 (2) で検討の対象となっている、 $2 \times 2$  サイズの格子スイッチのみからなるベネス網が得られる。

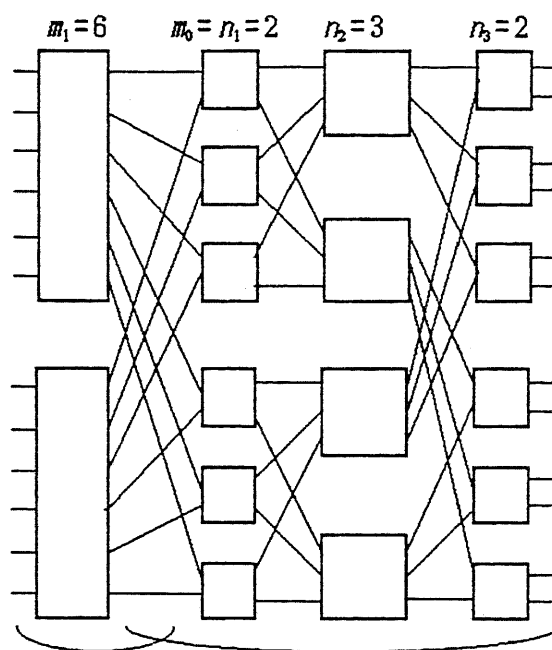
ベネス網は、回線交換形のスイッチ回路網として用いると再配置非閉塞となるスイッチ回路網である<sup>(4)</sup>。これに対し、一般ベネス網を回線交換形のスイッチ回路網として用いた場合の再配置非閉塞性は明らかにされていない。しかし、以下で説明するパケット交換形のスイッチ回路網としての性質は、全ての一般ベネス網に対して成り立つものである。





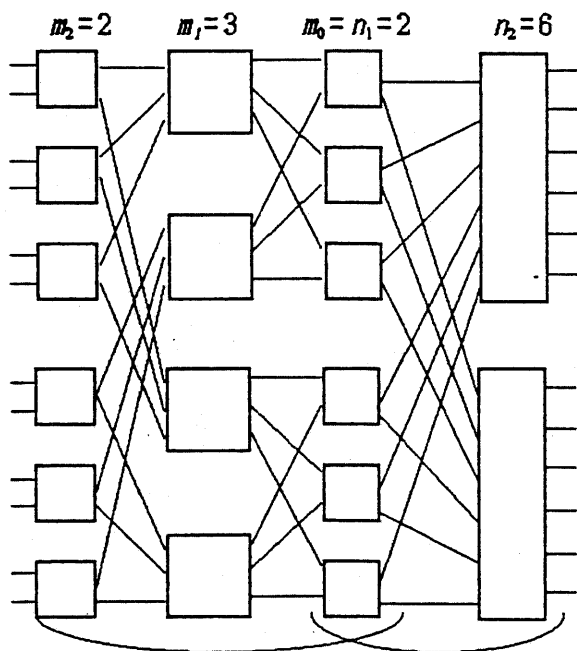
distribution network routing network

(a)



distribution network routing network

(b)



distribution network routing network

(c)

図 6. 3 一般ベネス網

### 6. 3 一般ベネス網の制御法

6. 2で得られた一般ベネス網の入出線，及び各段の格子スイッチに対して，上から順に0から始まる番号を付ける．同様に，各段の格子スイッチの出線に対しても上から順に0から始まる番号付けを行う．また，ここでは，各段の出線それぞれにバッファが付いているものとする．

一般ベネス網の制御法を説明するに当たって，入出線の番号 $x$ を数字列 $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ で表すことを考える．但し，

$$\begin{aligned} 0 \leq b_1 \leq n_1 - 1 \\ 0 \leq b_2 \leq n_2 - 1 \\ \dots \\ 0 \leq b_k \leq n_k - 1 \end{aligned} \quad (6.3)$$

である．通常の番号 $x$ と数字列 $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ の間には，

$$x = \sum_{i=1}^k (b_i \cdot \prod_{t=i+1}^k n_t) \quad (6.4)$$

$$b_i = x @ (\prod_{t=i+1}^k n_t) \mod n_i \quad (6.5)$$

の関係をもたせる． $x$ と $(b_1, b_2, \dots, b_k)$ の対応は，1対1である．（但し， $a @ b$ は整数 $a$ を整数 $b$ で割った商を示すものとする．また，本論文では，

$$\prod_{i=a+1}^a n_i = 1 \quad (6.6)$$

であると定義する．) 次に，一般ベネス網の制御法を示す．

#### [制御法 6. 1]

第 $i$ 段の格子スイッチでは，以下の要領でパケットを送出する出線を選択する．

(1)  $1 \leq i \leq d$  (分散網)

パケットが目的とする出線の番号に関わらず，ランダムに $1/m_{d-i+1}$ の確率で0番 $\sim m_{d-i+1}-1$ 番の出線へパケットを送出する．

(2)  $d+1 \leq i \leq k+d$  (ルーティング網)

パケットが目的とする出線の番号を、数字列  $(b_1, b_2, \dots, b_k)$  で表したときの、 $b_{i-d}$  番の出線を選択する。

本制御法を用いた場合、パケットが目的の出線に正しく到達することは、スイッチ回路網のリンク結線の方法から明らかである。

ATMのように、パケット長(セル長)が固定である場合には、制御法 6. 1 を、若干変更することにより、分散網でのバッファは不要となる。今、パケットは各格子スイッチに同期して入力されたとする。制御法 1 をそのまま用いれば、異なる入線から、同時に 1 本の出線へ向かうパケットが生じる場合があるので、待ち合わせのためのバッファが必要である。そこで、このような接続を禁止した制御法を提案する。

[制御法 6. 2] (パケット長固定、パケットがスイッチに同期入力される場合にのみ適用可能)

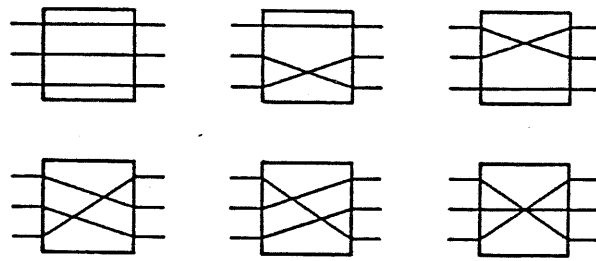
(1)  $1 \leq i \leq d$  (分散網)

パケットが入力される毎に、 $(m_{d-i+1})!$ 通りの置換の各々を、ランダムに、 $1/(m_{d-i+1})!$ の確率で発生させる。

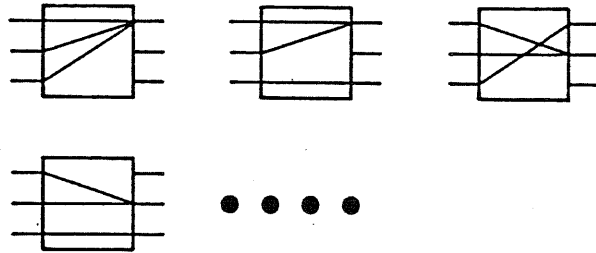
(2)  $d+1 \leq i \leq k+d$  (ルーティング網)

パケットが目的とする出線の番号を、数字列  $(b_1, b_2, \dots, b_k)$  で表したときの、 $b_{i-d}$  番の出線を選択する。

分散網においては、例えば、 $3 \times 3$  サイズの格子スイッチの場合であると、図 6. 4 (a) の 6 通りの接続パターンのみを許し、図 6. 4 (b) の接続パターンは禁止する。すなわち、接続パターンとしては、 $3!$  通りの置換のみを許す。 $3!$  通りの置換はそれぞれ  $1/3!$  の確率でランダムに発生させることにすれば、各パケットは確率  $1/3$  で、ランダムに 1 本の出線を選択すると見なすことができる。



(a) Connection patterns which are allowed under the control algorithm 2



(b) Connection patterns which are prohibited under the control algorithm 2

図 6. 4  $3 \times 3$  格子スイッチにおける接続パターン

## 6. 4 分散網付与の効果

6. 1で示したデルタ網においては、トラヒックが不均衡なときには、内部リンク上のパケットのフローが、入出線上のパケットのフローに比べ、大幅に増大する。これに対し、一般ベネス網においては、制御法 6. 1, 6. 2を用いれば、内部リンクを流れるフローは出線容量以下に抑えることができる。次に、それを示す。

[定理 6. 3]

一般ベネス網において、制御法 6. 1, 6. 2を用いた場合、

$$\text{出線に対する要求フロー} \leq \text{出線容量} \quad (6.7)$$

であれば、内部リンクに対する要求フローは入出線容量以下に抑えられる。

(証明) 証明に先だって、記号を定義する。

$F_i(p, q)$ : 第  $i$  段の番号  $p$  の格子スイッチから第  $k+d$  段の番号  $q$  の格子スイッチへ転送されるパケットの要求フロー。

$f_i(p)$ : 第  $i$  段の番号  $p$  の格子スイッチの出線に対する要求フロー。すなわち、 $i$  次リンクに対する要求フロー。

C: 入出線容量

1次リンク～d次リンクに対する要求フローについては、制御法6.1, 6.2から次式が成立する。

$$f_i(p) = \sum_{q=0}^{N/n_k-1} F_i(p, q) / m_{d-i+1} \quad (6.8)$$

一方、入線容量がCであることから、

$$\sum_{q=0}^{N/n_k-1} F_1(p, q) \leq m_d C \quad (6.9)$$

が成り立つ。式(6.8), (6.9)より

$$f_1(p) \leq C \quad (6.10)$$

第2段の格子スイッチは、 $m_{d-1}$ 本の1次リンクと接続されている。従って、式(6.10)から、

$$\sum_{q=0}^{N/n_k-1} F_2(p, q) \leq m_{d-1} C \quad (6.11)$$

が成り立つ。よって、式(6.8), (6.11)により

$$f_2(p) \leq C \quad (6.12)$$

が成り立つ。以下同様にして、

$$f_i(p) \leq C \quad (1 \leq i \leq d) \quad (6.13)$$

が証明できる。

次に、 $d+1$ 次リンク～ $d+k-1$ 次リンクに対する要求フローについて考える。

第 $d+i$ 段( $1 \leq i \leq k-1$ )のある格子スイッチ $p$ に注目する。この格子スイッチのある1本の出線から到達可能な第 $d+k$ 段の格子スイッチの数 $L$ は、スイッチ回路網のリンク結線の方法から

$$L = \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t \quad (6.14)$$

である。これらのこれらの格子スイッチの番号を $q_1, q_2, \dots, q_L$ とする。また、この格子スイッチ $p$ から逆方向に辿って、到達可能な第 $d+1$ 段の格子スイッチの数 $K$ は、スイッチ回路網のリンク結線の方法から、

$$K = \prod_{t=2}^i n_t \quad (6.15)$$

となる。これらの格子スイッチの番号を $p_1, p_2, \dots, p_K$ とする。式(6.14), (6.15)は、第 $d+i$ 段の格子スイッチ $p$ のある出線から到達可能な第 $d+1$ 段及び、第 $d+k$ 段の格子スイッチまでの経路のみをとりだすと、図6. 5のようになっていることから分かる。

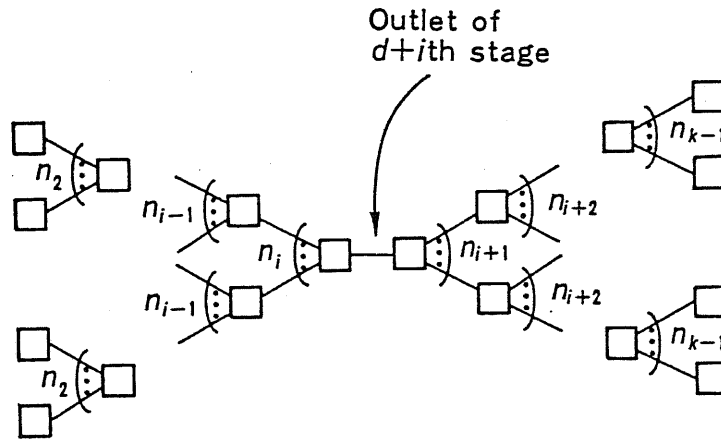


図6. 5 第 $d+i$ 段の出線から到達可能な経路

この格子スイッチ $p$ のある出線を通過するパケットは、上述の第 $d+1$ 段の格子スイッチ $p_1, p_2, \dots, p_K$ から第 $d+k$ 段の格子スイッチ $q_1, q_2, \dots, q_L$ へ向かうもののみであるから、次式が成立する。

$$f_{d+i}(p) = \sum_{v=1}^L \sum_{u=1}^K F_{d+1}(p_u, q_v) \quad (6.16)$$

ところで、第 $d+1$ 段の格子スイッチ $p'$ は、第 $d$ 段の $n_1$ 個の格子スイッチに接続されている。これらの格子スイッチの番号を $p'(1), p'(2), \dots, p'(n_1)$ と表すと、制御法6. 1, 6. 2から、次式が成立する。

$$F_{d+1}(p', q) = F_d(p'(1), q)/m_1 + F_d(p'(2), q)/m_1 + \dots + F_d(p'(n_1), q)/m_1 \quad (6.17)$$

また、第 $d$ 段の格子スイッチ $p'(i)$ は、それぞれ $m_1$ 個の第 $d-1$ 段の格子スイッチと接続されている。これらの格子スイッチの番号を $p'(i, 1), p'(i, 2), \dots, p'(i, m_1)$ とすると、制御法6. 1, 6. 2から、次式が成立する。

$$F_d(p'(i), q) = F_{d-1}(p'(i, 1), q)/m_2 + F_{d-1}(p'(i, 2), q)/m_2 + \dots + F_{d-1}(p'(i, m_1), q)/m_2 \quad (6.18)$$

リンク結線の方法から、第 $d-1$ 段の $n_1 m_1$ 個の格子スイッチ $p'(i, j)$  ( $1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq m_1$ )はすべて、相異なる格子スイッチである。従って、式(6.17), (6.18)より

$$F_{d+1}(p', q) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{m_1} F_{d-1}(p'(i, j), q) / m_1 / m_2 \quad (6.19)$$

以下、同様の考察を繰り返すことにより次式が導かれる。

$$F_{d+1}(p', q) = \sum_{t=0}^{N/m_d-1} F_1(i, q) / \prod_{t=1}^d m_t \quad (6.20)$$

一方、式(6.7)により、出線に対する要求フローは、 $C$ 以下に抑えられているから、

$$\sum_{i=0}^{N/m_d-1} F_1(i, q) \leq n_k C \quad (6.21)$$

よって、式(6.20), (6.21)により、

$$F_{d+1}(p', q) \leq (n_k / \prod_{t=1}^d m_t) C \quad (6.22)$$

が成立する。従って、式(6.1), (6.2), (6.14), (6.15), (6.16), (6.22)から、

$$\begin{aligned} f_{d+i}(p) &= L \cdot K \cdot F_{d+1}(p', q) \\ &\leq \left( \prod_{t=i+1}^{k-1} n_t \right) \cdot \left( \prod_{t=2}^i n_t \right) \cdot (n_k / \prod_{t=1}^d m_t) C \\ &= C \end{aligned} \quad (6.23)$$

式(6.13), (6.23)により定理は証明された。 ■

## 6. 5 応用例

ATMスイッチ回路網の単位格子スイッチとして、 $8 \times 8 \sim 64 \times 64$ 程度のサイズの比較的大規模の格子スイッチの提案が多数なされている<sup>(4)-(6)</sup>。これは、スイッチ回路網の段数を減らすことによる遅延の低減や、バッファ数の低減を狙っている。これらの格子スイッチを多段接続することにより、大規模のスイッチ回路網を組むことができるが、その際、入出線間に複数の経路をもたせ、不均衡トラヒック時の内部リンクのふくそうを回避するため、3段のベネス網の形で大規模化させることが行われている<sup>(5), (6)</sup>。

このベネス網では、パケット長固定で、パケットが各格子スイッチに、同期して入力されるならば、制御法2を用いることができる。この場合、分散網でのパ

ッファが不要となる。また、分散網で用いる格子スイッチのサイズは、ルーティング網の格子スイッチのサイズとは独立に決めることができる。例えば、分散網の交差点数を最小化するならば、 $2 \times 2$  または  $4 \times 4$  サイズの格子スイッチを用いればよい。一例として、ルーティング網に  $8 \times 8$  サイズの格子スイッチを、分散網に  $2 \times 2$  サイズの格子スイッチを用いた 64 入力 64 出力の一般ベネス網を図 6. 6 に示す。この場合式 (6.1), (6.2) から分かるように、分散網の段数は 3 段、ルーティング網の段数は 2 段となる。

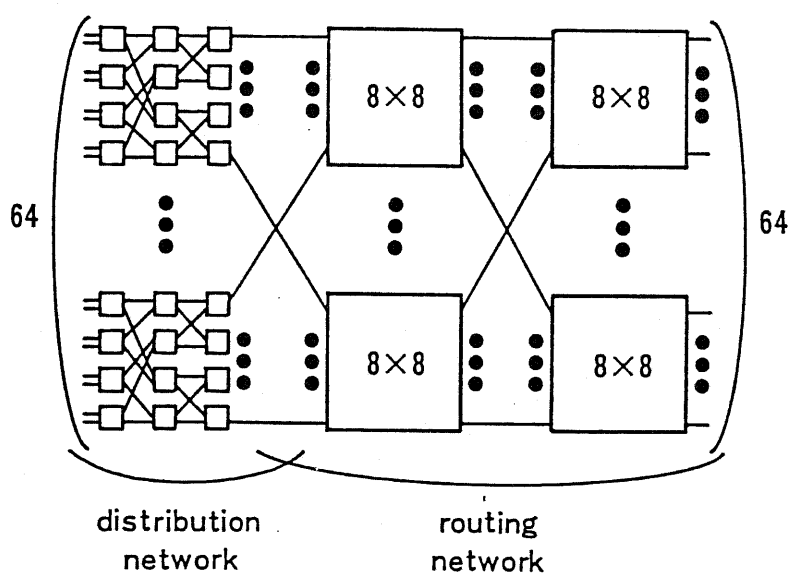


図 6. 6 分散網とルーティング網の格子サイズが異なる一般ベネス網



---

## 第 7 章

# セル順序を保存した A T M スイッチ回路網

---

### ◎ ま え が き

これまで述べてきたように、情報伝送速度の高速化は、通信形態の多様化を促し、その結果多重接続を行う通信が重要となる。従って、ATMスイッチ回路網においても多重接続を処理することは必須の機能である。一般ベネス網に、コピー網を付加すれば多対一接続を行うことができる。しかし、一般ベネス網においては、セル順序の逆転が起こりえるので、別途セル順序を整えるハードウェアが必要となる。このハードウェアの規模が大きくなると、スイッチ回路網全体のコストは結局高いものになる可能性がある。

このような観点から、本章では、セル順序の保証をしつつ多対一接続を行えるスイッチ回路網を格子スイッチの多段接続により構成することを検討する。ATMスイッチ回路網でセル順序の保証をするための方策はふた通りある。一つは、スイッチ回路網内を各セルが同期をとって移動するようにすることである。このタイプのスイッチ回路網の代表例は、Batcher網である。もう一つの方策は、スイッチ回路網内の各格子スイッチにバッファを設けるが、スイッチ回路網内の経路を呼単位に通りに定めることである。後者の方策を取った場合、スイッチ回路網の非閉塞性について回線交換形のスイッチ回路網と同様の議論ができる。

本章では、まず、一対一接続に対して非閉塞となるクロスのスイッチ回路網に対応する3段ATMスイッチ回路網の非閉塞条件を導出すると共に、本章での非閉塞の考え方を示す。次いで、回線交換形のスイッチ回路網で多対一非閉塞となる縦続接続による多対一接続網、木状構成網及び縦続構成多重接続スイッチ回路網の考え方を応用することにより、多対一接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網を構成することを試みる。

## 7. 1 一対一非閉塞スイッチ回路網

### 7. 1. 1 ATMスイッチ回路網における非閉塞

狭帯域～広帯域の通信を柔軟に一元的に交換するATMスイッチ回路網には、回線速度（例えば150Mbps）までの任意の速度の呼を交換する機能が要求される。ATM格子スイッチ回路網としては、既に64×64程度の規模のものが実現されているが、大容量のスイッチ回路網の実現には、格子スイッチを多段接続することが通常行われている。また、スイッチ回路網の特性としては、このような大容量化を行っても、同じ規模の格子スイッチと同等の機能を有していることが望ましい。

本章では、格子スイッチの多段接続によるATMスイッチ回路網の構成法を検討するわけだが、ATMスイッチ回路網の特性は、スループットー遅延、セル廃棄率等様々な評価尺度で記される。しかし、本章ではスイッチ回路網の構成理論を検討するため、問題を単純化し、呼のバースト性、即ち呼の最大速度と平均速度が異なることは考慮せず、呼の平均速度のみで議論する。即ち、一種の流体近似を行う。そこで、以下の仮定及び定義を行う。

#### [仮定 7. 1] (ATM格子スイッチの機能)

図 7. 1 に示す入線数  $n_1$ , 出線数  $n_2$ , 入線容量  $u_1$ , 出線容量  $u_2$  のATM格子スイッチにおいては、各出線に対する呼の平均速度の和が  $u_2$  未満のとき、全てのセルを有限時間以内に順序の逆転なく通過させることができる。

この仮定を満たす格子スイッチの例としては、バッファ容量無限大の出力バッファ形ATMスイッチが挙げられる。

#### [定義 7. 2] (ATMスイッチ回路網における「非閉塞」)

ATMスイッチ回路網が非閉塞であるとは、入出線（群）の空き容量がこれから、通そうとする呼の平均速度以上あるときに、その間を接続するのに必要な空き容量をもった経路が一通り以上存在することをいう。

ATMにおいては、呼のバースト性を考慮しなければならないため、リンクの使用容量、呼の速度等は、例えば平均と分散のように二つ以上のパラメータを以て記述されなければならない。しかし、実際にリンクの空塞を管理するにあたっては、リンク使用量の平均値が最も重要なパラメータとなるので、定義 7. 2 は妥当な

定義である。

### 7. 1. 2 3 段スイッチ回路網の一対一非閉塞条件

次に、図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網が一対一接続に対して非閉塞となる条件を求める。これは、文献 (9) で検討されている条件の拡張である。図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網において以下の記号を定義する。

$N_1$  … 入線数

$N_2$  … 出線数

$n_1$  … 1 次格子当り入線数

$n_2$  … 3 次格子当り出線数

$m$  … 2 次格子数

$u_1$  … 入線容量

$u_2$  … 出線容量

$c_1$  … 1 次リンク容量

$c_2$  … 2 次リンク容量

$v$  … 新しく通そうとする呼の速度

$\varepsilon, \varepsilon'$  … 正の微小量

回線交換形のクロス網の場合と同様の考察により、次の定理が得られる。

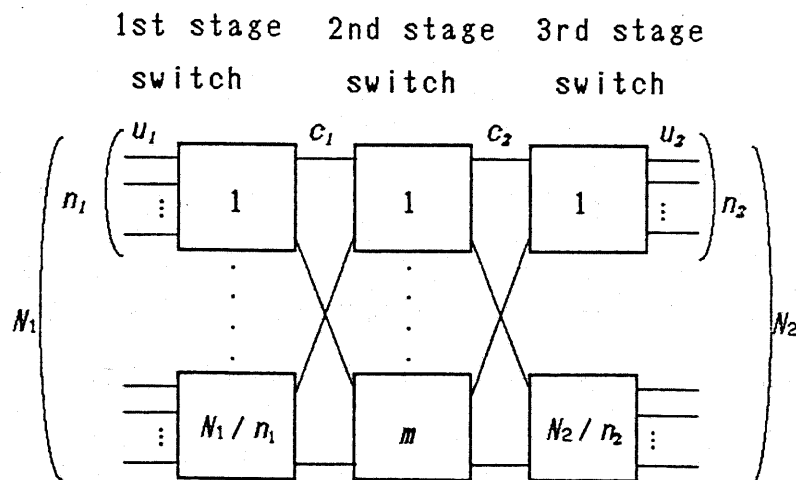


図 7. 1 3 段スイッチ回路網

[定理 7. 3]

図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網が一对一非閉塞となる条件は

$$m = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil + \left\lceil \frac{n_2 u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil + 1 \quad (7.1)$$

である。

(証明) 最悪の状態を考える。このとき、注目 1, 3 次格子の注目入出線以外  
の入出線はすべて最大容量まで使われている。また、注目入出線には、 $v$  だけの空  
き容量がある。内部リンクが最も、効率悪く使われているのは、図 7. 2 に示す  
ように、速度  $v$  にはわずかに足りない空きがある状態であり、このような 1, 2 次  
リンク数  $l_1, l_2$  は

$$\begin{aligned} l_1 &= \left\lfloor \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - (v - \varepsilon)} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} - \varepsilon' \right\rfloor \quad (\because \text{テーラー展開による}) \\ &= \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$\begin{aligned} l_2 &= \left\lfloor \frac{n_2 u_2 - v}{c_2 - (v - \varepsilon)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n_2 u_2 - v}{c_2 - v} - \varepsilon' \right\rfloor \quad (\because \text{テーラー展開による}) \\ &= \left\lceil \frac{n_2 u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil \end{aligned} \quad (7.3)$$

だけある。但し、 $\lceil x \rceil$  は、 $x$  の切上げを、 $\lfloor x \rfloor$  は  $x$  の切捨てを表すものとする。

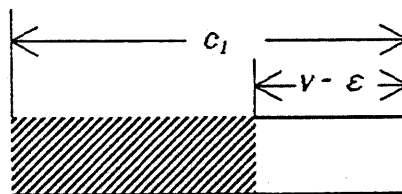


図 7. 2 内部リンクが効率悪く使われている状態

また、最悪の場合、図 7. 3 に示すように、これら  $l_1 + l_2$  本のリンクはそれぞれ  
異なる 2 次格子と接続されているので、新たな呼を通すためには、

$$m = l_1 + l_2 + 1 \quad (7.4)$$

個の 2 次格子が必要となる。式 (7.4) の  $l_1, l_2$  に、式 (7.2), (7.3) を代入することによ  
り式 (7.1) 得られる。■



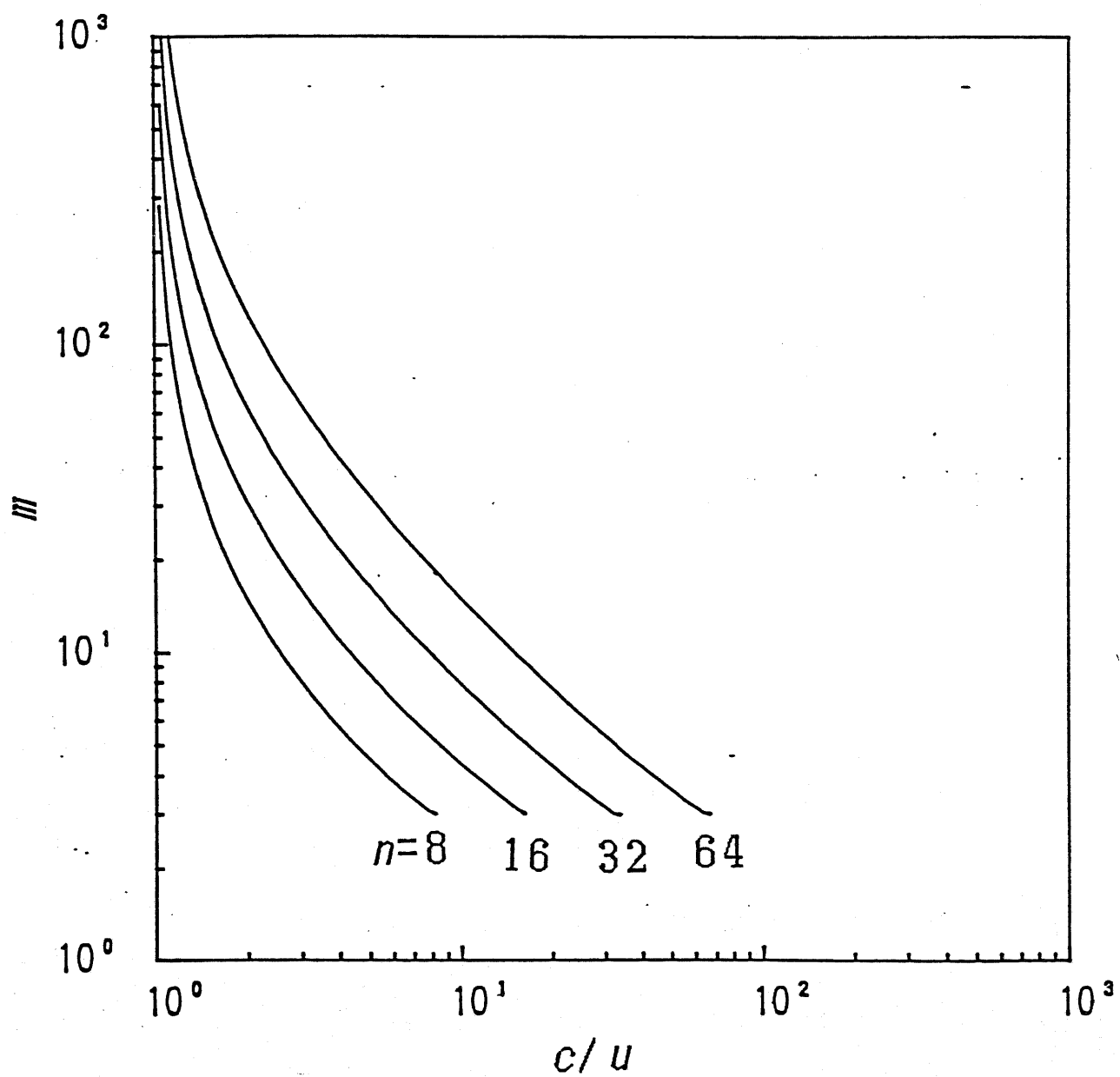


図 7. 4 一対一非閉塞網の所要 2 次格子数

チ回路網と呼ぶ。しかし、上述のように、内部リンクの容量は入出線の容量よりも大きくする必要のあることから、2次格子の置き換えに用いる3段スイッチ回路網の内部リンクの容量は、元の3段スイッチ回路網の内部リンクの容量より更に大きくする必要がある。しかも、この内部リンクの容量アップは、乗算的に効いてくる。従って、段数の多段化をして非閉塞スイッチ回路網を構成する場合、あまり多くの多段化をすることは望ましくない。

## 7. 2 多対一接続3段スイッチ回路網

### 7. 2. 1 多重度を制限した場合

7. 1での考え方を応用して、ここでは、d重接続、即ち出線上の一つの呼をd本以内の任意の入線に多対一接続（コピー）することに対して、3段スイッチ回路網が非閉塞となる条件を求める。即ち、回線交換形の「d重接続3段スイッチ回路網」に対応するスイッチ回路網を構成する。

[定理 7. 4]

図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網が d 重接続に対して狭義非閉塞となる条件は 2 次格子数 m について

$$m = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil + \left\lceil \frac{d n_2 u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil + 1 \quad (7.5)$$

が満たされることである。

(証明) 最悪状態を考える。このとき、注目1次格子の注目入線以外の入線は総て最大容量まで使われている。また、注目入線にはvだけの空きがある。一方、注目3次格子の出線は、全て最大容量まで使われており、速度vの注目呼以外の呼は、全てこの3次格子においてd重接続されている。また、注目呼はこの3次格子において、d-1重接続されている。

定理 7. 3 の証明と同様、内部リンクが最も効率悪く使われているのは、速度vには僅かに足りない空きがある状態であり、このような2次リンク $l_1, l_2$ は最悪の場合

$$l_1 = \left\lfloor \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - (v - \epsilon)} \right\rfloor = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil \quad (\because (7.2) \text{式と同じ}) \quad (7.6)$$

$$l_2 = \left\lfloor \frac{d(n_2 u_2 - v) + (d-1)v}{c_2 - (v - \varepsilon)} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n_2 u_2 - v}{c_2 - v} - \varepsilon' \right\rfloor \quad (\because \text{テーラー展開による})$$

$$= \left\lceil \frac{d n_2 u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil \quad (7.7)$$

だけある。また、最悪の場合、図 7. 5 に示すように、これら  $l_1 + l_2$  本のリンクはそれぞれ異なる 2 次格子と接続されているので、新たな呼を通すためには、

$$m = l_1 + l_2 + 1 \quad (7.8)$$

個の 2 次格子が必要となる。式 (7.8) の  $l_1, l_2$  に、式 (7.6), (7.7) を代入することにより式 (7.1) 得られる。■

ここで、回線交換形の  $d$  重接続 3 段スイッチ回路網の場合と同様に、広義非閉塞、即ち、巧妙な経路選択規則を用いることにより、どの程度 2 次格子が減らせるかを考える。定理 7. 4 の導出に用いた最悪の状態は図 7. 5 のようになるが、このとき注目している 1 次格子～3 次格子間の接続を新たな 2 次格子を介して行

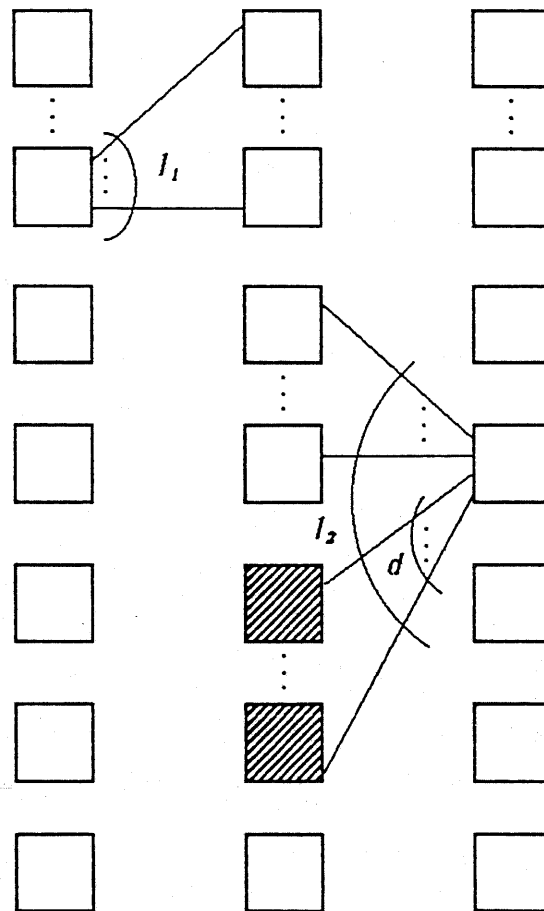


図 7. 5  $d$  重接続網における最悪状態



うならば、2次格子数は確かに式(7.5)のようになる。ところが、図において $l_2$ 本のリンクの内、 $d-1$ 本には注目呼が接続されている。これらに対応する2次格子を斜線で示す。

注目呼の属する1次格子からは、明らかにこれらの斜線で示した2次格子にアクセスすることが可能である。従って、所要2次格子数は一つ減らせる。これを定理にまとめる。

[定理 7. 5]

図 7. 1 の3段スイッチ回路網が $d$ 重接続に対して広義非閉塞となる十分条件は2次格子数 $m$ について

$$m = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil + \left\lceil \frac{d n_2 u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil \quad (7.9)$$

が満たされることである。(証明略)

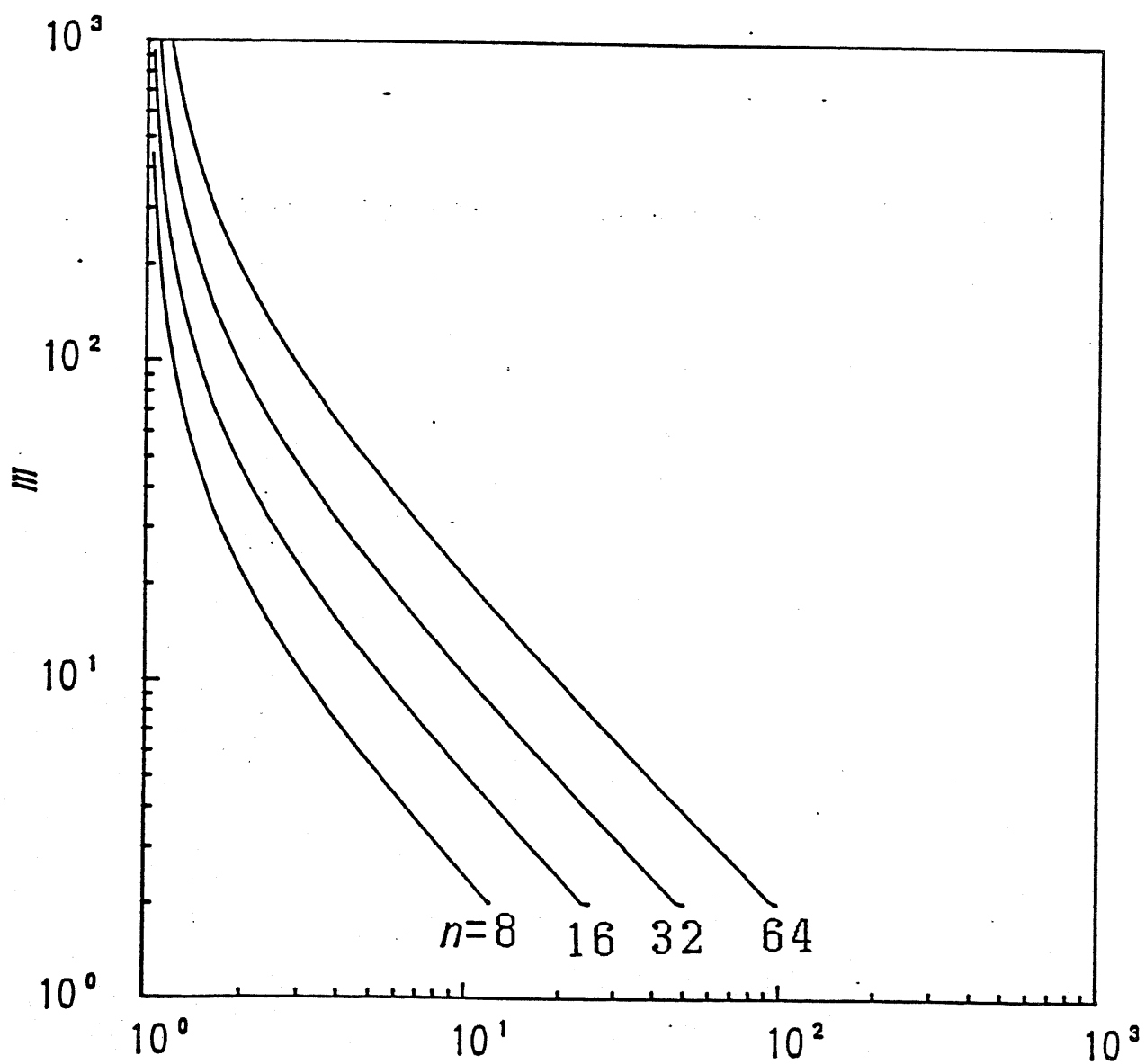
回線交換形の場合には、一般に非閉塞スイッチ回路網において巧妙な経路選択規則を用いることにより、2次格子を減らすこと、即ちpackingを行うことは一般に困難であるので、この場合もこれ以上の所要2次格子数の削減は困難であると予想される。

ここで、 $u_1 = u_2 = u$ 、 $c_1 = c_2 = c$ 、 $n_1 = n_2 = n$ の場合について、所要2次格子数 $m$ を縦軸に、入出線容量と内部リンク容量の比 $c/u$ を横軸に取ったグラフを図 7. 6 に示す。但し、2次格子数としては式(7.9)の方を用いる。また、多重度 $d$ は2, 4, 8とする。

本図より、 $d$ 重接続を行う場合には、空間的、時間的にかなりスイッチ回路網を開く必要があることが分かる。

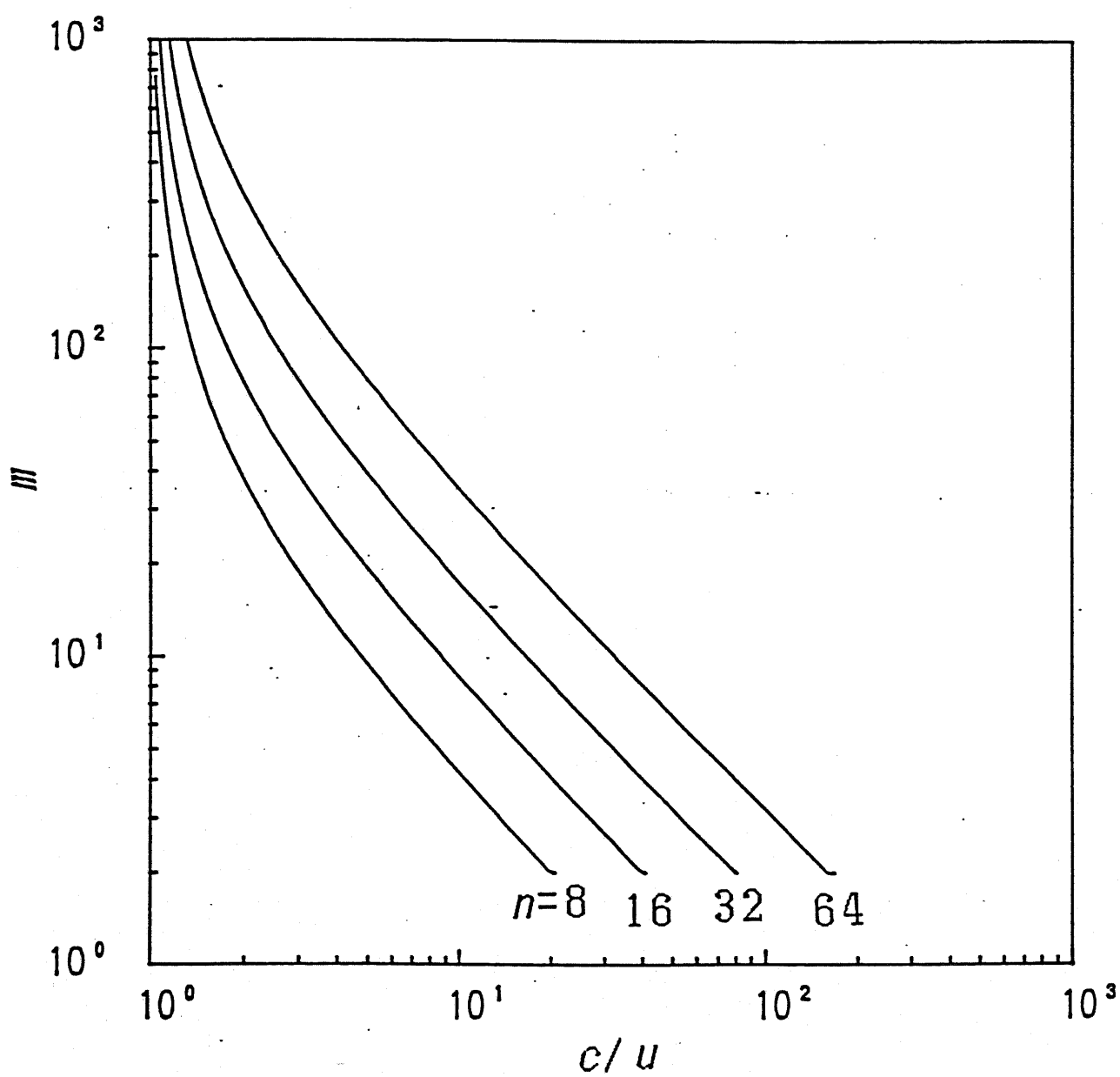
## 7. 2. 2 多重度を制限しない場合

前項の3段スイッチ回路網における多重度を制限しない場合について考察する。この場合、式(7.5)において $d = N_1$ とすればよいかのように考えられるが、これは非効率的である。「同一1次格子内に入線を同じ出線と接続する場合は、1次格子内で多重接続をする」という制約を置けば、 $N_1/n_1$ 重の多重接続に対して非閉塞でありさえすれば十分であることが分かる。このことから、直ちに以下の定理が得られる。



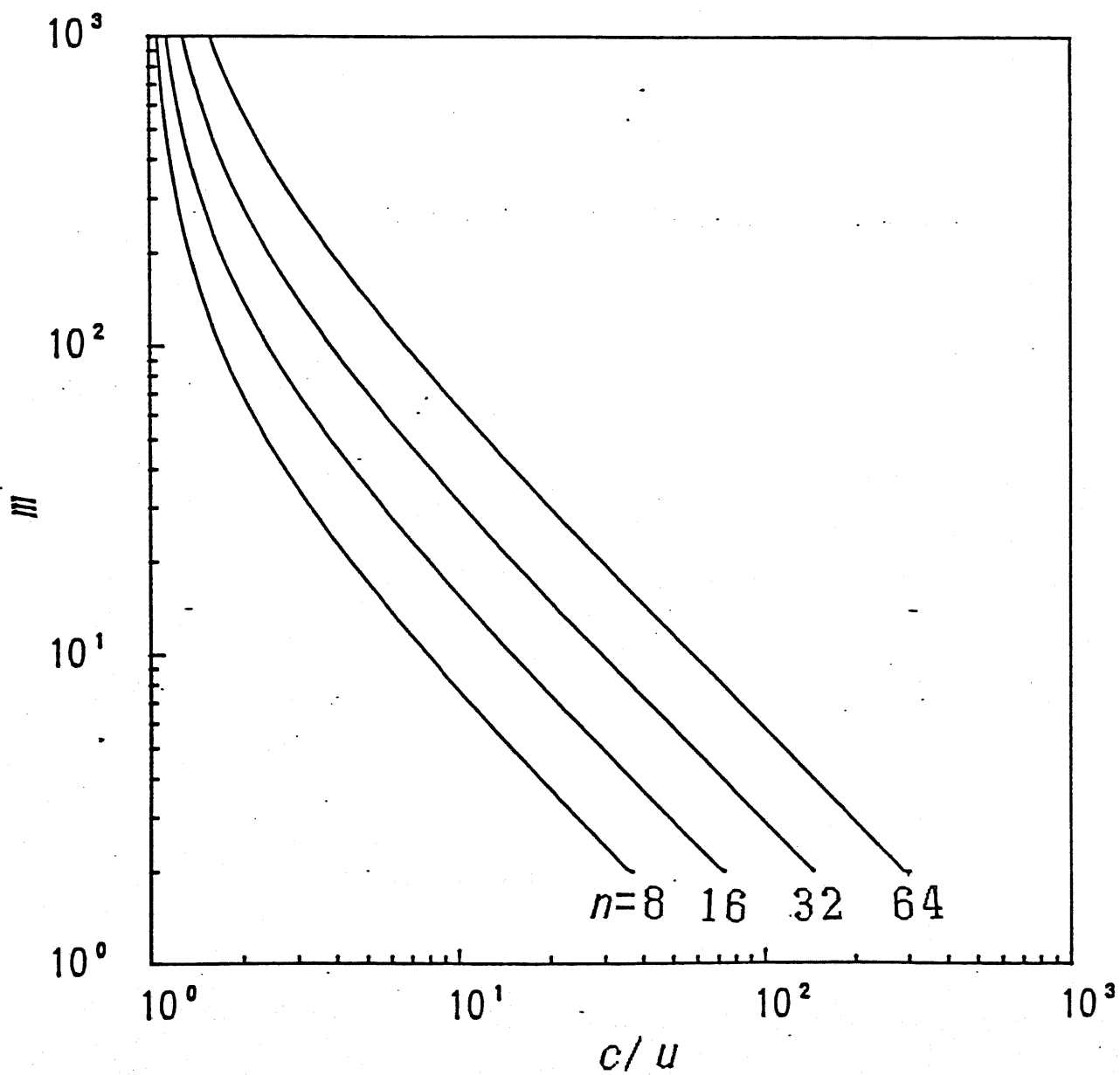
(a)  $d=2$

図 7. 6  $d$  重接続網の所要 2 次格子数



(b)  $d=4$

図 7. 6  $d$  重接続網の所要 2 次格子数



(c)  $d=8$

図 7. 6  $d$  重接続網の所要 2 次格子数

[定理 7. 6]

図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網が任意の多対一接続対して狭義非閉塞となる条件は 2 次格子数  $m$  について

$$m = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil + \left\lceil \frac{N_1 (n_2 / n_1) u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil + 1 \quad (7.10)$$

が満たされることである。

(証明) 式 (7.5) において,  $d = N_1 / n_1$  とおいて整理すればよい。■

[定理 7. 7]

図 7. 1 の 3 段スイッチ回路網が任意の多対一接続対して広義非閉塞となる十分条件は 2 次格子数  $m$  について

$$m = \left\lceil \frac{n_1 u_1 - v}{c_1 - v} \right\rceil + \left\lceil \frac{N_1 (n_2 / n_1) u_2 - v}{c_2 - v} \right\rceil \quad (7.11)$$

が満たされることである。

(証明) 式 (7.5) において,  $d = N_1 / n_1$  とおいて整理すればよい。■

$N_1 = 4096$ ,  $u_1 = u_2 = u$ ,  $c_1 = c_2 = c$ ,  $n_1 = n_2 = n$  の場合について所要 2 次格子数  $m$  を縦軸に, 入出線容量と内部リンク容量の比  $c/u$  を横軸に取ったグラフを図 7. 7 に示す。但し, 2 次格子数としては, 式 (7.11) の方を用いる。図より, 空間的にかなりスイッチ回路網を開いても, 必要となるリンク容量は禁止的に大きくなることが分かる。すなわち, 3 段スイッチ回路網一つで多対一非閉塞となるスイッチ回路網を構成することは, 極めて非効率的である。

## 7. 3 縦続接続による多対一接続網

### 7. 3. 1 縦続接続の方法

3 段スイッチ回路網一つで多対一非閉塞となるスイッチ回路網を構成することは得策ではない。そこで, 回線交換形のスイッチ回路網の場合と同様に, 次の考え方をすることができる。

$d_1$  重接続網は,  $d_1$  本以内の入線を任意の 1 本の出線に多重接続することが可能である。従って, このスイッチ回路網において,  $d_1$  対一の多重接続を  $d_2$  組行うことを考えると,  $d_1 d_2$  本以内の入線のそれぞれを  $d_2$  本以内の任意の出線のい

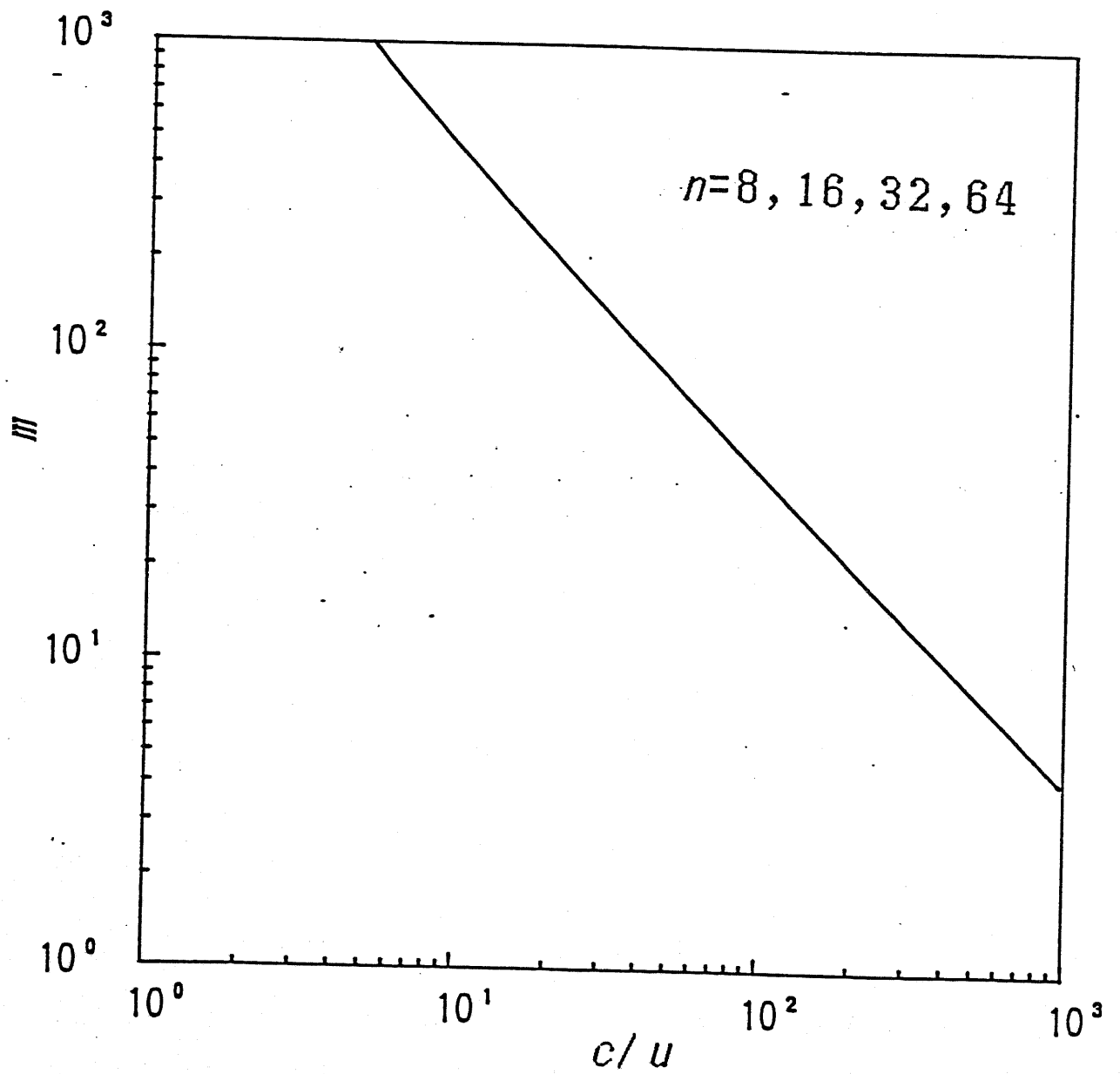


図7. 7 多重度を制限しない3段スイッチ回路網の所要2次格子数

いずれかに接続することが可能である。そこで、 $d_1$ 重接続網の出側に、 $d_2$ 重接続網を縦続接続すると、このスイッチ回路網全体では、 $d_1 d_2$ 本以内の入線を任意の1本の出線に多重接続させることができる。この方法は、縦続接続の段数が3段以上になっても同様である。縦続接続による多対一接続網の例を図7. 8に示す。

縦続接続の際、入側の3段スイッチ回路網の3次格子当り出線数と、出側の3段スイッチ回路網の1次格子当り出線数を同一にすることにより、格子スイッチを1段省略することができるので、最も基本的な構成は図7. 9に示した5段スイッチ回路網となる。

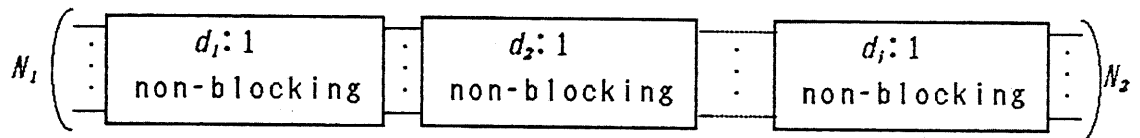


図7. 8 縦続接続による多対一接続網の一般的構成

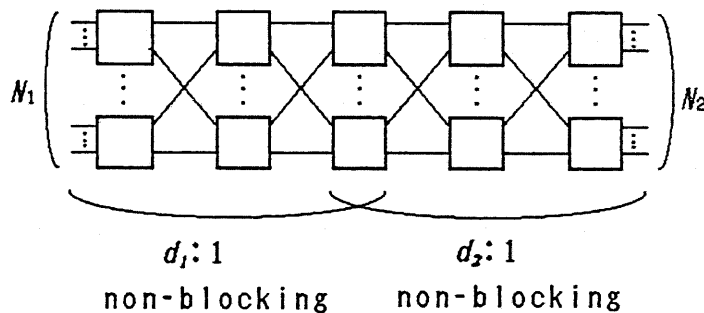


図7. 9 縦続接続による多対一接続網の基本構成

### 7. 3. 2 縦続接続の効果

図7. 9の5段スイッチ回路網を例に取って、縦続接続の効果を見てみる。また、 $N_1=4096$ ,  $u_1=u_2=u$ ,  $c_1=c_2=c$ ,  $n_1=n_2=64$ とする。

まず、多重度を制限した場合として、多重度 $d=4$ のスイッチ回路網を構成する。図7. 6から分かるように、3段スイッチ回路網一つでこれを構成すると、空間的にスイッチ回路網を開かない場合、即ち $m=64$ の場合、 $c/u \doteq 6$ となる。一方、図7. 9の5段スイッチ回路網で4重接続網とするには、各3段スイッチ回路網の多重度を2とすればよいが、この場合には $c/u \doteq 4$ となる。

ATMの場合、リンク容量はハードウェア実現可能性の上限に近いところで設計されるので、このようにリンク容量が小さくて済むことは大きな利点となる。

次に、多重度を制限しない場合について考える。3段スイッチ回路網一つでこれを構成すると、図7. 7より空間的にスイッチ回路網を開かない場合、 $c/u \doteq 6$ となり、禁止的に内部リンク容量が大きくなる。一方、図7. 9の5段スイッチ回路網で、多重度を制限しない多対一接続網を実現するには、例えば各3段スイッチ回路網の多重度を8とすればよいが、この場合には、図7. 6より、 $c/u \doteq 8$ となる。これもかなり大きい値であるが、3段スイッチ回路網の場合に比べればはるかに内部リンク容量は小さくて済む。

## 7. 4 木状構成による多対一接続網

回線交換形のスイッチ回路網の場合には、木状構成の形を取ることで、縦続接続の場合に比べ、所要交差点数のオーダを減らすことができた。木状構成多対一接続スイッチ回路網の発想と厳密な構成法については、文献(8)、(11)、(15)を参照されたい。さて、ATMスイッチ回路網の場合に、木状構成にすることによる利点があるかどうかを検討する。

ここで、図7. 9の縦続接続による多対一接続網に対応する木状構成網を図7. 10に示す。木状接続の際も、段の省略が可能であるので、全体として5段のスイッチ回路網が得られる。

両者の比較をする。スイッチ回路網の段は、慣例にしたがって、入側の方から、第1段、第2段…とする。両者において、第4段及び第5段の格子スイッチの数、及びサイズは同一である。一方、第1段～第3段については、各段の格子スイッチの数は両者で等しい。しかし、木状接続網の方は、同じ $d_1$ 重接続網に属する隣の段の格子スイッチとだけリンク結線すれば良いのに対し、縦続接続による多対一接続網の方は、隣接する段の全ての格子スイッチとリンク結線をしなければならないため、格子スイッチのサイズは後者の方が大きくなる。

このことから、明らかに木状構成多対一接続網の方がコスト的に有利な構成であることが分かる。



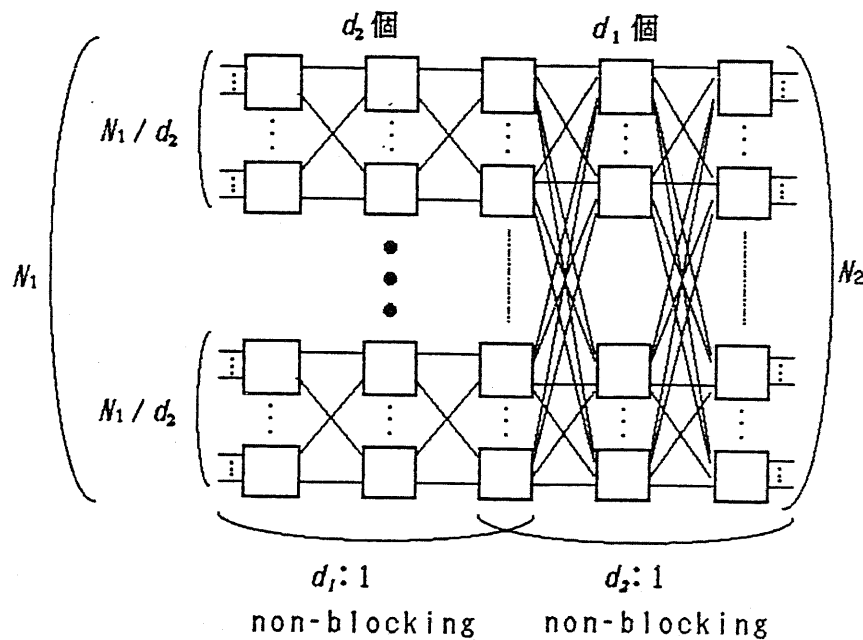


図 7. 10 木状構成網

## 7. 5 縦続構成多対一接続スイッチ回路網

### 7. 5. 1 多重接続呼の同時生起

本節では、回線交換形の「縦続構成多重接続スイッチ回路網」に対応するスイッチ回路網を構成することを考える。このスイッチ回路網は、多重接続呼の同時生起を仮定したときに、任意の多対一接続に対して非閉塞となるスイッチ回路網である。多重接続呼の同時生起とは、接続を行っている入出線の集合に、新たに別の入（出）線を接続することを認めないという条件である。例えば、図 7. 11 の状態変化においては、破線の状態変化が多重接続呼の同時生起に反する。

回線交換形のスイッチ回路網の場合には、実用上多重接続呼の同時生起が仮定できるのは、会議形のサービスのみであった。ATM の場合、制御の方法によっては、図 7. 11 の破線のような変化が起こったときには、一旦その呼全体が終了したものと考えることができる場合もある。従って、多重接続呼の同時生起の仮定を適用できる範囲は、単に会議形の通信に留まらない。

### 7. 5. 2 一対一非閉塞網における多重接続の性質

まず、回線交換形の一対一非閉塞網のもつ、「一対一非閉塞網における多対一

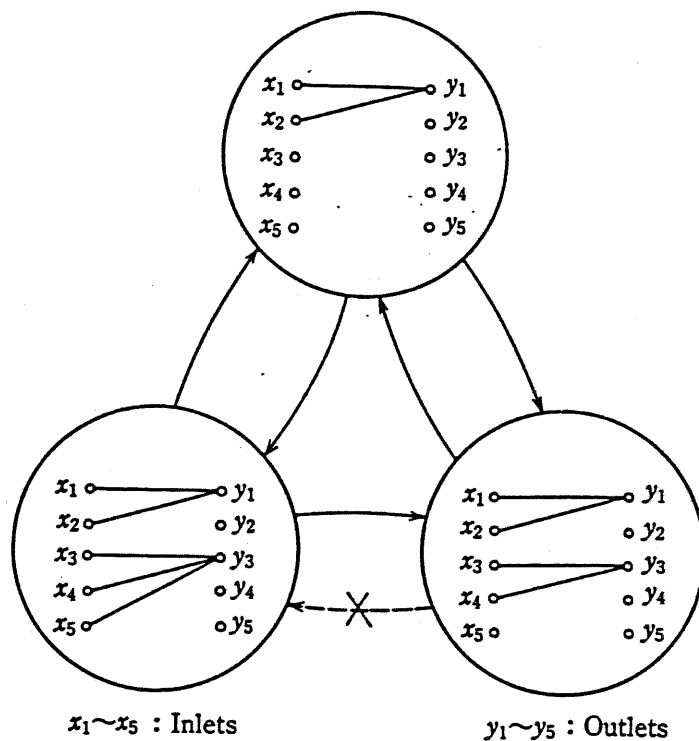


図 7. 1 1 多重接続呼の同時生起

接続定理」を紹介する。

[定理 7. 8] (一対一非閉塞網における多対一接続定理)

入線数  $N_1$ ，出線数  $N_2$  の一対一非閉塞網は，

$$N_2 \geq N_1 \quad (7.12)$$

であるならば，多重接続呼の同時生起を仮定した場合，任意の複数の入線とある 1 本の出線とを多重接続することができる。

ATMスイッチ回路網についてこの定理に対応する定理を証明する。ATMの場合，一つの呼が 1 本のリンクを全部占有するわけではない。そこで，接続の対象となる入線上の容量，及び出線上の容量のことをそれぞれ，入チャネル，出チャネルと呼ぶことにする。次の定理が成り立つ。

[定理 7. 9]

入線数  $N_1$ ，出線数  $N_2$ ，入線容量  $u_1$ ，出線容量  $u_2$  の一対一非閉塞網は，

$$(u_2 - v)N_2 \geq N_1 u_1 - v \quad (7.13)$$

であるならば，多重接続呼の同時生起を仮定した場合，速度  $v$  以下の任意の空き入チャネルとある出チャネルを多重接続することができる。

(証明) このような接続を行っても、網の状態が一对一呼のみが存在する状態と等価であることを示すことによって証明する。なお、ある出チャネルとはどのような出線であるかは、証明の後半で分かる。

(a) このスイッチ回路網が一对一呼のみが存在する状態と、等価な状態にあるとする。

(b) 入チャネル  $x_1, x_2, \dots, x_k$  とある出チャネル  $y$  とを多重接続することを考える。まず最初に、 $x_1$  と  $y$  とを接続する。また、この呼の速度は  $w$  であるとする。仮定から、この接続は常に可能である。

(c) 次に  $x_1$ - $y$ 間を接続したリンク容量を仮開放して（開放されているものとみなして）、 $x_2$ - $y$ 間の経路を定める。 $x_1$ - $y$ 間接続が開放されていれば、 $x_2$ - $y$ 間是一对一接続であるので、この接続は常に可能である。

(d) 次に  $x_2$ - $y$ 間を接続したリンク容量も仮開放して、 $x_3$ - $y$ 間を接続する。以下同様にして、 $x_4$ - $y$ 間、 $x_5$ - $y$ 間、 $\dots$ 、 $x_k$ - $y$ 間の経路を定める。 $x_i$ - $y$ 間の接続を考えるとときには、 $x_1$ - $y$ 間、 $x_2$ - $y$ 間、 $\dots$ 、 $x_{i-1}$ - $y$ 間はすべて仮開放するので、 $x_i$ - $y$ 間の経路は必ず存在する。

(e) 仮開放してあった空きリンク容量の中から、実際に使用する経路を決定する。使用する経路は、 $x_1$ - $y$ 間については  $x_1$ - $y$ の経路全部である。 $x_2$ からの経路については、 $x_2$ - $y$ の経路と  $x_1$ - $y$ の経路との最初の交点まで、 $x_3$ からの経路については、 $x_3$ - $y$ の経路と  $x_1$ - $y$ 、 $x_2$ - $y$ の経路との最初の交点までである。 $x_4$ 、 $\dots$ 、 $x_k$ からの経路についても同様に閉成する。これらの最初の交点が多重接続点 (multiconnecting point) となる。 $x_i$ に対応する多重接続点を  $p_i$  とする。

(f)  $x_i$  ( $i \neq 1$ ) からの経路については、図 7. 12 に示すように  $p_i$  から出線の方に向かって任意の空きリンク容量を仮閉塞 (pseudo-busy) することによって延長し、別の空き出チャネル  $y_i$  と接続されているかのように考える。このように考えることにより、入チャネル  $x_i$  からの経路は、 $x_i$ - $p_i$ - $y_i$  の一对一接続が複数行われているのと等価な状態になる。

(g)  $p_i$  からいずれの空き出チャネルにも到達できない場合は、以下のようにする。まず、 $p_i$  から、 $w$  より小さい空き容量をもった出チャネルまでの経路を探す。このような経路は複数存在する可能性がある。この探索は、これらの経路の容量の和が  $w$  以上になるまで続ける。次に、これらの経路の容量の和が  $w$  に等しくなる

分まで、 $p_i$  から（複数の）出線に向かって、空きリンク容量を仮閉塞することにより経路を延長する。いま、仮閉塞される出チャンネルを  $y_i(1), y_i(2), \dots$ 、これらの容量を  $z_i(1), z_i(2), \dots$  とする。上述のことから、

$$\sum_j z_i(j) = w \quad (7.14)$$

である。

一方、入チャンネル  $x_i$  を、容量  $z_i(1)$  の入チャンネル  $x_i(1)$ 、容量  $z_i(2)$  の入チャンネル  $x_i(2)$ 、 $\dots$  に仮想的に分割する。このように考えることにより、入チャンネル  $x_i$  からの経路は、 $x_i(1) - p_i - y_i(1), x_i(2) - p_i - y_i(2), \dots$  の一対一接続が複数行われているのと等価な状態になる。

(h)  $p_i$  から到達できる空き出チャンネルの容量の和が  $w$  満たない場合には、(g)の操作を行った上で、接続経路上を1段ずつ戻り、戻った点から、 $w$  に満たない容量分について、(g)と同様の操作を行う。仮定からから、最悪の場合でも初段まで戻れば任意の空き出チャンネルと接続可能であるから、仮閉塞すべき経路は必ず存在する。また、多重接続点から空き出チャンネルに到達できなくて戻った接続経路上のリンクは、どのどのような微小容量の空き出チャンネルにも到達できなかったのであるから、後続呼が利用することはないので、これを余分に閉塞しても網の状態は、一対一呼のみが存在するのと等価な状態とみなせる。但し、この場合、網の状態が変化し、より後段から空き出チャンネルへ到達できるようになったときは、仮閉塞経路を変更する必要がある場合がある。図7. 13は、その一例である。

(i) 以上のように仮閉塞を行えば、使用中の入チャンネルと使用中の出チャンネル（仮閉塞される出チャンネルを含む）は一対一に対応し、 $x_1, x_2, \dots, x_k$  と  $y$  の多重接続を行っても、依然、網の状態は一対一呼のみが存在する状態と等価である。また、 $y, y_i, y_i(\cdot)$  は、実際に使用中の出チャンネルおよび仮閉塞されている出チャンネル以外であれば任意の出チャンネルでよいことが分かる。

(j) 次に、ある空き入チャンネルがあったときに、これと同じ容量をもつ空き出チャンネル（仮閉塞もされていない出チャンネル）が存在するための条件を検討する。回線交換形のスイッチ回路網の場合には、一対一接続を行うと、入線と出線が一対一に対応するので、定理7. 8に示したように、 $N_2 \geq N_1$  であれば、空き出線は

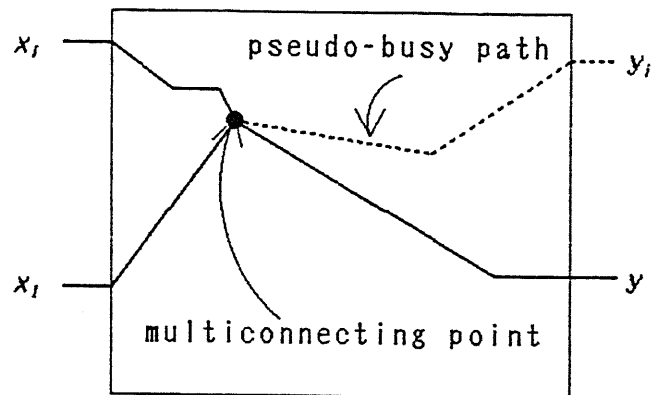


図 7. 1 2 仮閉塞経路と多重接続点

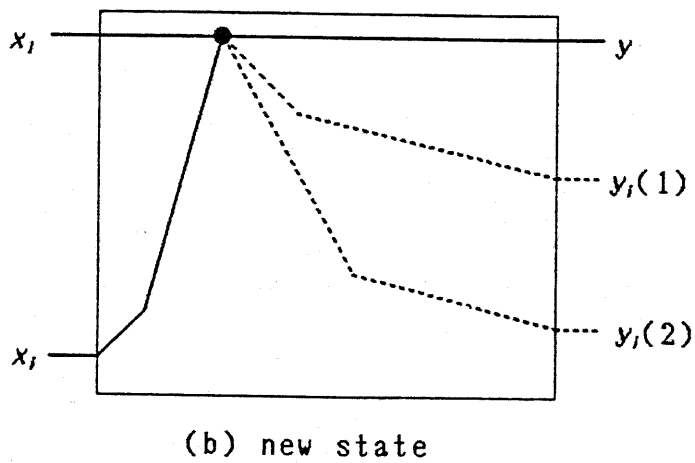
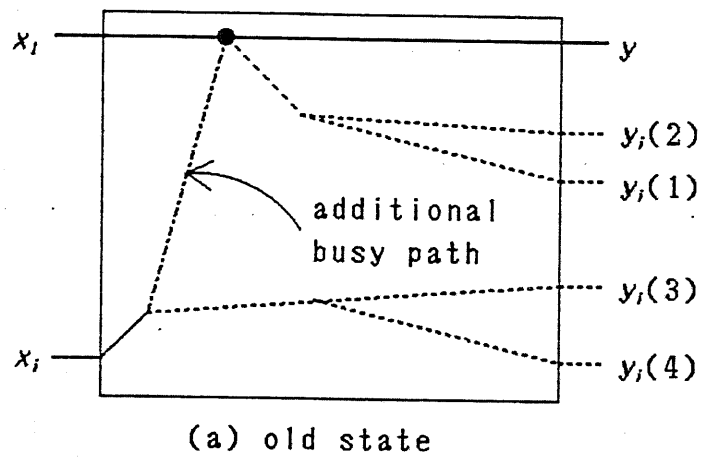


図 7. 1 3 仮閉塞経路の変更

必ず存在した。しかしながら、ATMの場合、呼の速度が任意であるため、

$$\text{総出線容量} \geq \text{総入線容量} \quad (7.15)$$

という条件では、いわゆる端数出線効果のため、空き出線が存在しない場合がある。例を以下に示す。総出線容量と総入線容量が等しいスイッチ回路網において、一対一接続を行うものとする。ある入線に100Mbpsの空き容量があるときに、これに対応する出線の空き容量は、3本の出線にそれぞれ50Mbps, 30Mbps, 20Mbpsである可能性がある。このとき、この100Mbpsの空き入チャネルと接続可能な空き出チャネルは存在しない。

最悪の状態を一般的に考える。このとき、入線は、注目入線を除いてすべて最大容量まで使われている。また、注目入線には $v$ だけの空き容量がある。出線が最も効率悪く使われているのは、各出線に速度 $v$ にはわずかに足りない空きがある状態であるので、

$$N_1 u_1 - v \leq \{u_2 - (v - \varepsilon)\} N_2 \quad (7.16)$$

これは、式(7.13)と等価である。

以上により本定理は証明された。■

ここで、この定理で多重接続呼の同時生起を仮定しなければならない理由について述べておく。入線、 $x_1, x_2, \dots, x_k$ と $y$ が接続されているときに、更に、 $x_{k+1}-y$ 間を接続する場合、この定理の方法に従って、 $x_{k+1}-y$ の経路を定めるためには、 $x_1, x_2, \dots, x_k-y$ 間の経路を全て仮解放しなければならない。このとき、全ての仮閉塞経路が対応する多重接続点から出ている場合は $x_{k+1}-y$ の経路を定めることができるので、問題は起こらない。しかし、(g)に示すように、多重接続点から仮閉塞経路を延長することができずに、多重接続から何段か戻った所から出ている仮閉塞経路については、 $x_1, x_2, \dots, x_k-y$ 間を仮解放したときに、他の多重接続呼に対する仮閉塞経路が変更されて、出チャネル $y$ を仮閉塞してしまう可能性がある。従って、このとき $x_{k+1}-y$ の経路を定めることができないのである。

### 7. 5. 3 仮想リンクによる仮閉塞経路

前項の定理7. 9の証明のために用いた仮閉塞経路は、実際の接続に使用することができない上に、経路選択を複雑なものにする。そこで本項では一対一非閉塞網として、クロス形の一対一非閉塞網を用いた場合について、仮閉塞経路を考

えなくてよい場合を考察する。さて、一般にクロス形の $2s+1$ 段網においては次の定理が成り立つ。これは、回線交換形スイッチ回路網についての文献(15)の定理2の拡張である。

[定理 7. 10] (仮想リンク仮閉塞定理)

クロス形の $2s+1$ 段網を用いて定理 7. 9 で考察した多対一接続を行う場合、多重接続点が1段目 $\sim s+1$ 段目までにあるものについては仮閉塞経路を考える必要がない。

(証明) まず3段網について考える。このとき、実在する2次格子の他に、十分多数の2次格子が仮想的に存在するものと考え、また、十分多数の3次格子が仮想的に存在するものと考え、これらの一つ一つに $n_2$ 本ずつ仮想的な出線が収容されているものとする。そして、実在する格子と仮想的に考えた格子、および仮想的に考えた格子同士の間は、図 7. 14 のように、仮想的に考えたリンクで結線する。この仮想的に考えた部分を含むスイッチ回路網は、式(7.1)の条件を満

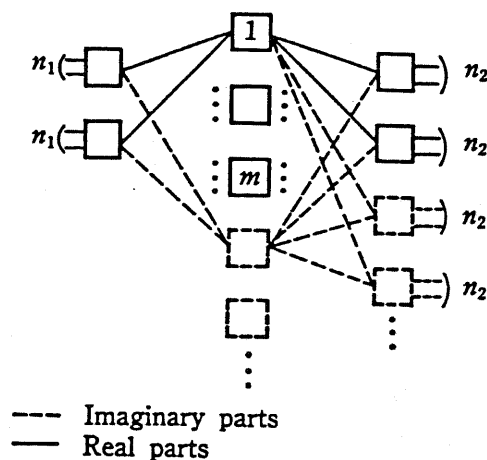


図 7. 14 仮想的な部分を含むクロス形3段スイッチ回路網

たしているので、一対一非閉塞である。また、このスイッチ回路網において、多重接続点が1次格子または2次格子である場合は、仮閉塞経路として仮想的な経路のみを選ぶことができる。一方、実在する2次格子の数はもともと式(7.1)を満たすように設計されているのであるから、実際に存在する接続に対しては、実在する経路のみを選ぶことができる。

一般の $2s+1$ 段のClosのスイッチ回路網の場合は、仮想的な出線を含む $2s-1$ 段網を基に設計した $2s+1$ 段網を使えば、3段網の場合と同様に考えることができ、図

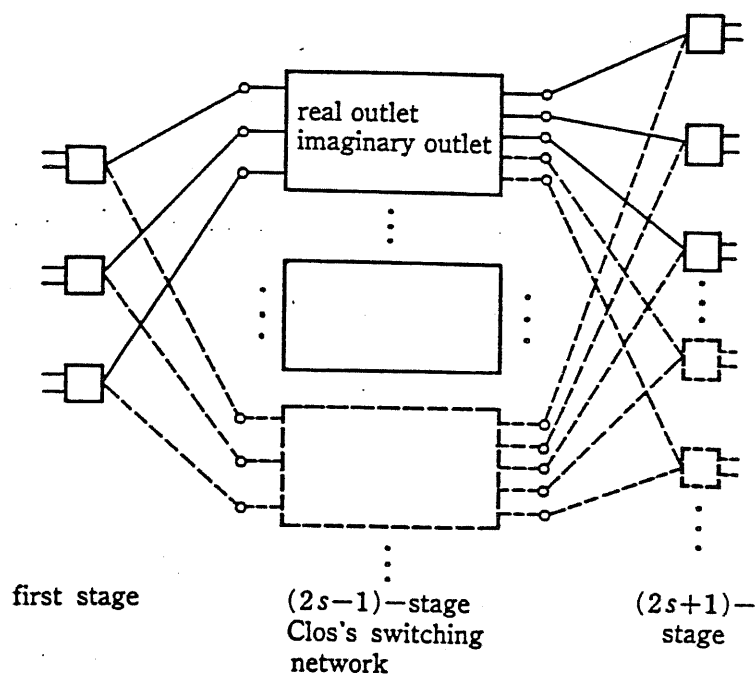


図 7. 15 仮想的な部分を含むクロス形  $2s+1$  段スイッチ回路網

7. 15 のような構成となる。いま、 $2s-1$  段網の仮想的な出線の数  $w$  としよう。 $2s+1$  段網を設計するには、まず所望の入線数と出線数をもつ Clos の 3 段網を考え、その 2 次格子を  $2s-1$  段網と置き換える。更に、すべての部分が仮想的である  $2s-1$  段網を十分多数 3 段網の 2 段目の位置に余分に並べ、また仮想的な  $2s+1$  次格子を  $w$  個だけ 3 段網の 3 段目の位置に余分に並べる。そして、実在する格子（スイッチ回路網）間には実際に単リンク結線し、実在するスイッチ回路網と仮想的に考えた格子、および仮想的に考えた格子（スイッチ回路網）同士の間は、仮想的なリンクで結線する。ただし、 $2s-1$  段網の  $w$  本の仮想的な出線は、仮想的な  $w$  個の  $2s+1$  次格子と仮想的に結線し、残りの実在する出線と実在する  $2s+1$  次格子の間は、図 7. 15 のように実際に単リンク結線する。

このように考えると、多重接続点が 1 段目  $\sim s+1$  段目までにあるものについては、仮閉塞経路として仮想的な経路のみを選ぶことができる。また、もともと実在する部分だけで一対一非閉塞になるように設計されているのであるから、実際に存在する接続に対しては実在する経路のみを選ぶことができる。■

#### 7. 5. 4 クロス形の 3 段網における経路選択規則



任意の複数の入チャネルとある一つの出チャネルとを多対一接続する際に、特に、実用性の高いクロス形の3段スイッチ回路網を用いた場合の経路選択規則について考察する。この場合、定理7.2により1段目および2段目の多重接続点からの仮閉塞経路は考える必要がなく、また、3段目の多重接続点からの仮閉塞経路は、出チャネルを仮閉塞するだけで、内部リンクを仮閉塞しない。従って、新たに複数の入チャネルと一つの出チャネルとを多重接続するための経路選択は、仮閉塞経路を意識することなく、以下に示す簡単なアルゴリズムで行うことができる。

#### [アルゴリズム7.11]

(a) 各3次格子の中から、格子に接続されている2次リンクのうち、次の条件を満たすものを選ぶ。条件が満たされれば、どの3次格子を選んでもよい。

注目3次格子に入る2次リンクの総使用量+注目呼の速度

$$\leq \text{注目3次格子の総出線容量} \quad (7.17)$$

(b) 希望の複数の入チャネルと(a)で選んだ3次格子から出ている任意の1本の出チャネルの間を多重接続する。上述の議論から、この接続は必ず行えることが保証されている。また、経路の決め方は、定理7.9の証明のように行えばよいが、仮閉塞経路については全く考える必要がない。

### 7.5.5 縦続構成多対一接続網

ここでは、7.5.2で検討した一対一非閉塞網の性質を利用して、入線数 $N_1$ 、出線数 $N_2$ の多重接続スイッチ回路網を構成する方法について述べる。多重接続呼の同時生起を仮定した場合、任意の複数の入チャネルと任意の一本の出チャネルとの多重接続が可能なスイッチ回路網は、図7.16に示すように、一対一非閉塞網を縦続に接続することにより実現できる。但し、前段の一対一非閉塞網は、式(7.13)の条件を満たすものとする。これを用いて、多対一接続を行うには以下の

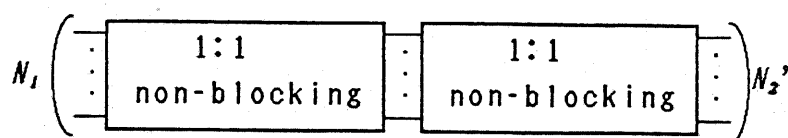


図7.16 縦続構成多対一接続網の一般的構成

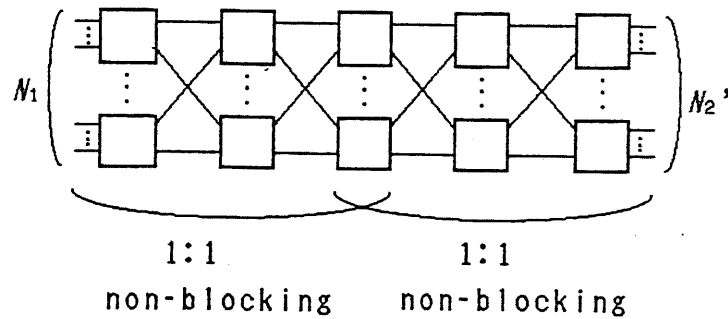


図 7. 1 7 縦続構成多対一接続網の基本構成

ようにすればよい。

前段のスイッチ回路網の入チャンネルの集合を $X$ ，前段のスイッチ回路網の出チャンネルを $u$ ，後段のスイッチ回路網の出チャンネルを $y$ で表す。所望の $X$ と $y$ を接続するには，まず前段のスイッチ回路網を用いて $X$ とある $u$ を接続し，次に後段のスイッチ回路網を用いて $u$ と $y$ を接続すればよい。定理 7. 9 により， $X$ と $u$ の接続は常に可能である。また， $u$ と $y$ の接続は，後段のスイッチ回路網が一対一非閉塞であるから，やはり常に可能である。

なお，この縦続構成多対一接続網において，前段のスイッチ回路網の最も出側の段の格子数と，後段のスイッチ回路網の最も入側の段の格子数を同じにすれば，どちらか一方を省略することができる。例えば，クロス形 3 段スイッチ回路網を用いれば，縦続構成多対一接続網は，図 1. 1 7 に示すような 5 段のスイッチ回路網で実現できる。

ここで，式 (7.13) に注目する。式 (7.13) を変形すると

$$u_2 N_2 \geq (N_2 - 1)v + u_1 N_1 \quad (7.18)$$

となる。式 (7.18) において， $u_2 N_2$ ， $u_1 N_1$  は各々，出線総容量，入線総容量を表す。従って，入線総容量が一定であっても， $N_2$  が大きいほど，出線総容量を増加させる必要がある。一方，式 (7.1) をみると，一対一非閉塞網の所要 2 次格子数は， $n_2 u_2$  の積一定のもとに， $n_2$ ， $u_2$  を変化させても変わらない。従って，二つの 3 段スイッチ回路網を縦続接続するときには，図 7. 1 8 のように， $n_2=1$  であるスイッチ回路網を縦続接続したのと考えたほうが，必要となる出線総容量が少なくなるので有利である。

図 7. 1 7 の 5 段スイッチ回路網の設計例を示す。設計パラメータの内，後段

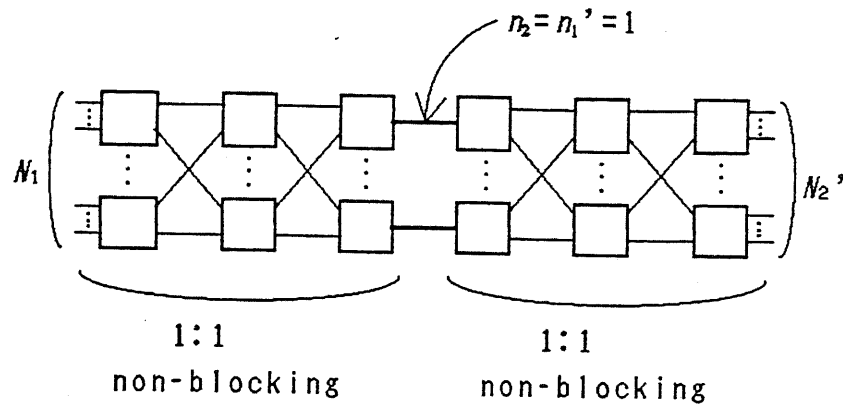


図 7. 18 格子の省略を行う前に想定すべきスイッチ回路網の構成

の 3 段スイッチ回路網に関するものには, ' (ダッシュ) をつける。設計パラメータはいろいろに変化させることができるが, ここでは簡単のため,

$$N_1 = N_2' = N \quad (7.19)$$

$$c_1 = c_2 = c_1' = c_2' = c \quad (7.20)$$

$$n_1 = n_2' = n \quad (7.21)$$

$$u_1 = u_2' = v = u \quad (7.22)$$

と仮定する。このとき, 二つの 3 段スイッチ回路網は, 左右対象で同一の構成となる。また, 前段のスイッチ回路網の 3 次格子数 (後段のスイッチ回路網の 1 次格子数) は, 1 次格子数  $N/n$  に等しいものとする。更に, 上述の議論から,

$$n_2 = n_1' = 1 \quad (7.23)$$

とする。

このとき, 式 (7.13) を  $u_2$  について解くと,

$$u_2 \geq \{(1 - 1/N)n + 1\}u \quad (7.24)$$

となる。N が大きいとき,

$$1 - 1/N < 1 \quad \text{かつ} \quad 1 - 1/N \doteq 1 \quad (7.25)$$

であるので, ここでは全ての N に対して, 式 (7.24) が成り立つように

$$u_2 \geq (n + 1)u \quad (7.26)$$

とすることにする。これを式 (7.1) に代入すれば各 3 段スイッチ回路網で必要となる 2 次格子数を算出できる。内部リンク容量と容量の比  $c/u$  を横軸に, 所要 2 次格子数  $m$  を縦軸にとったグラフを図 7. 19 に示す。

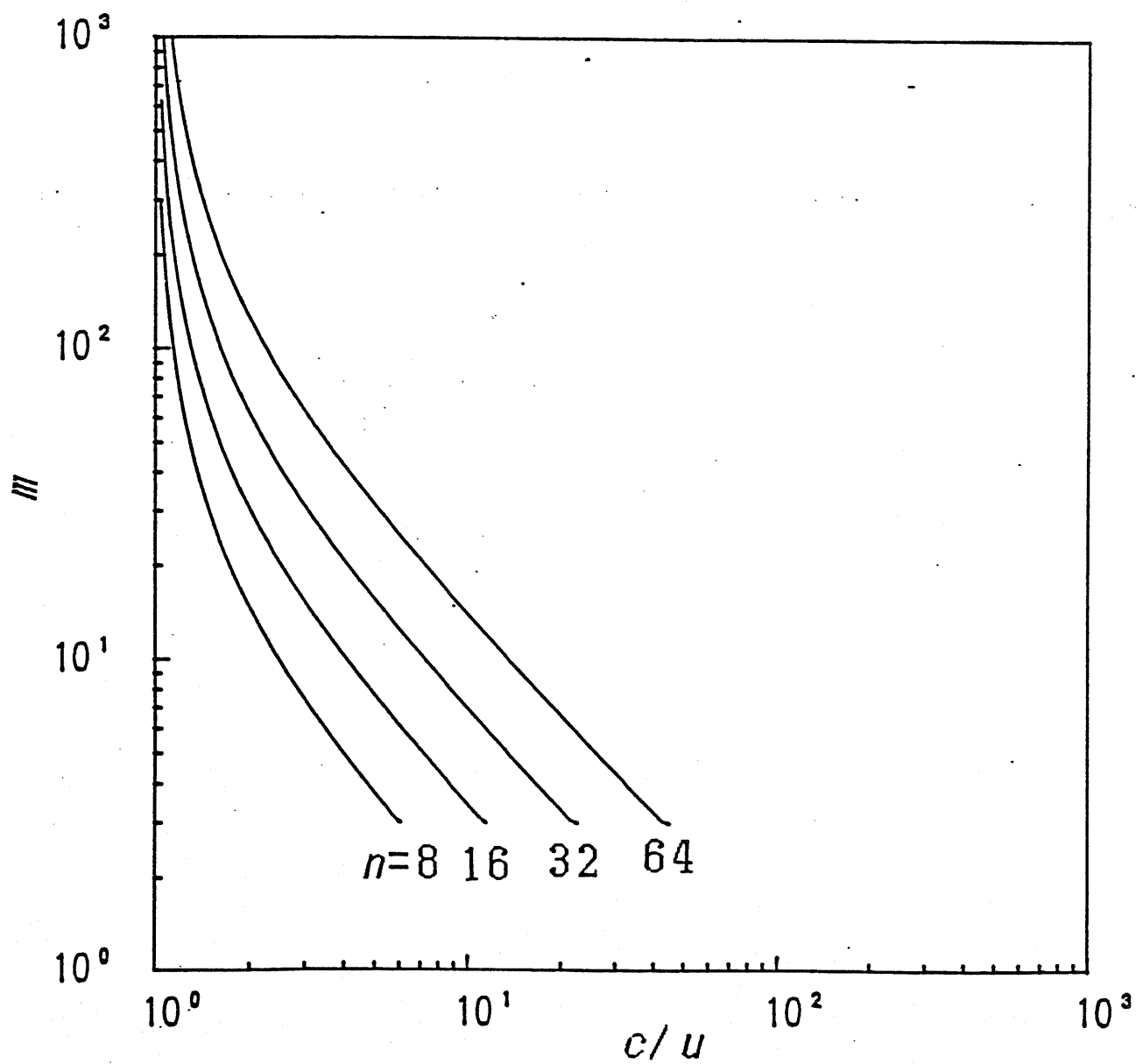


図 7. 1 9 縦続構成多対一接続網の所要 2 次格子数

図 7. 4 と, 図 7. 19 を比較すると, 所要 2 次格子数は同じ  $c, n$  のとき, 図 7. 19 の方が僅かに大きいに過ぎない. 即ち, 入線数と出線数の等しい一対一非閉塞網に, 僅かの 2 次格子を付加したスイッチ回路網 and/or 僅かに内部リンク容量を増したスイッチ回路網を縦続接続することにより, 同じサイズの縦続構成多対一接続網が得られることが分かる.

---

## 第 8 章

### 結 論

---

#### 8.1 主たる結果

本論文では、非閉塞多重接続スイッチ回路網の構成理論を中心として、将来の多重接続交換システムの研究を行った。以下に、各章の主たる結果を示す。

第2章では、任意の多対一接続に対して再配置非閉塞となるスイッチ回路網の構成法を示した。すなわち、一対一接続に対して再配置非閉塞となるベネス網のもつ多重接続機能を見出し、このベネス網を縦続接続することにより、多対一接続に対して再配置非閉塞となる縦続ベネス網が得られることを導いた。また、縦続ベネス網の制御法を示すと共に、その最小交差点構成を求めた。その結果として、縦続ベネス網が多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の中で最小の交差点数をもつスイッチ回路網となることを示した。

第3章では、第2章で見出したベネス網のもつ多重接続機能を拡張し、任意の多対多接続に対して再配置非閉塞となるスイッチ回路網、任意の多重接続が再配置非閉塞に行える単側スイッチ回路網の構成法を示すと共にこれらの最小交差点構成を求めた。

第4章では、多対一接続を行う時分割形スイッチ回路網についての検討を行った。すなわち、まず、時間スイッチTと空間スイッチSの単純な組合せによるTSTS構成が、チャネルの運用法に応じて、再配置非閉塞となるスイッチ回路網、あるいは多重接続呼の同時生起の仮定の下で非閉塞となるスイッチ回路網となることを示した。また、両者の複合形のスイッチ回路網も一つのTSTST構成の中で実現できることを示した。一方、多対一接続に対して閉塞のある時分割形スイッチ回路網に対して、そのトラヒック処理特性と、望ましいスイッチ回路網の形式を求め

た。

第5章では、簡易な多地点間テレビ会議の方式と、その多地点間接続装置について論じた。多地点間テレビ会議において、各対地が所望の映像を随時選択する方式を採用すれば、中継回線数を大幅に削減できることを示すと共に、具体的に削減可能な回線数を算出した。また、本方式に適した多地点間接続装置として、自律的に再配置を行う時分割形多対一接続スイッチ回路網、及び光交換を利用した多地点間接続装置を提案した。

第6章では、一対一接続を行うATMスイッチ回路網の構成法を論じている。すなわち、まずベネス網を拡張した一般ベネス網の構成法を示した。次いで、一般ベネス網においてセルの順序逆転は起こり得るが内部輻輳が生じない制御法を見出した。さらに、トラヒックを平衡化するための分散網からバッファを取り除く方策も示した。

第7章は、多対一接続を行っても、セルの順序が保証され、かつ非閉塞であるATMスイッチ回路網の構成法を求めた。すなわち、回線交換形の多重接続スイッチ回路網の構成理論を応用し、多重接続呼の同時生起の仮定により非閉塞となるATMスイッチ回路網、及び無条件に非閉塞となるATMスイッチ回路網の構成法を示した。

これら本論文の成果、及び修士論文の成果によって、交換形及びATM形の非閉塞回線多重接続スイッチ回路網の構成理論が体系的に明らかになったと考えられる。

## 8.2 今後の課題

残された主な課題についてまとめておく。

第2章では、ベネス網のもつ多対一接続の性質を利用して、縦続ベネス網を見出した。しかし、第2章では提案した制御アルゴリズムは、定理の証明の過程で導かれたものであり、これよりよい制御アルゴリズムが存在する可能性は高い。同じことが、第3章、第4章の縦続ベネス形のスイッチ回路網についてもいえる。

第5章では、多重接続スイッチ回路網を実際に利用するシステムとして、多地点間テレビ会議について検討したが、ここでの検討は特に網モデルに初歩的なものを用いている。多地点間テレビ会議のように多対一接続を行うサービスを、一

般の通信網上において運用するためには、網の構成法、制御法等について改めて検討を加えていく必要がある。一対一接続を行う電話通信網においては、古典的な遠近回転法を初めとして、精力的な研究が行われてきている。ところが、多重接続を行うサービスはまだその萌芽段階にあり、多重接続を意識した通信網の構成法、及び制御法に関しては、殆ど研究がなされていないのが、実状である。

第6章では、一般ベネス網の非輻輳セルフルーティング制御について論じたが、セルフルーティングの順序逆転は制御上かなりの負担となる。一般ベネス網形のスイッチ回路網で、セル順序を逆転させない方策について検討する必要がある。

第7章では、セル順序を保存したATMスイッチ回路網について論じたが、トラヒック処理特性については未検討である。これは、バースト性をもつ呼源のモデル化が、映像、音声など限られた呼種別についてのみ行われており、実状を反映したモデルが得られないことによる。ATMスイッチ回路網にはいる呼は、多重化装置などの出力として与えられるものであり、トラヒック処理特性を解析するに当たっては、この点も考慮しなければならない。

本論文によって、多重接続を処理するハードウェアである多重接続スイッチ回路網の構成理論については、体系的な構成法が得られたものと考えられるが、このハードウェアを用いてどのようなシステムを構築し、またどのようなサービスを提供して行くかについては、通信工学の研究者、通信事業者にとっての今後の大きな課題となる。



## 謝 辞

本研究をすすめるにあたり、懇切丁寧なご指導を賜った田中良明助教授に心より感謝いたします。

また、秋山稔教授には、大局的な観点から数々の有益な御助言御討論を頂き感謝いたします。

田中崇氏、清水修氏をはじめ、修士課程、博士課程の5年間研究面はもとより、日常生活においても大変お世話になった秋山・田中研究室の皆様に関心からお礼申し上げます。

## 文 献

### 【参考文献】

- (1) 北原,他:"特集, INSモデルシステム(その1),モデルシステム概要と基本計画",研技報,32,9 (昭58-09).
- (2) 島田,他:"特集, INSモデルシステム(その6),加入者光通信方式",研技報,34, 7(昭60-07).
- (3) 南宏二:"通信・放送統合網に関する研究",東京大学修士論文, 昭和60年3月.
- (4) 山本,萩原,横山:"10×10マトリクス光スイッチの試作",信学論(c), J64-C, 8, pp.819-825(昭56-12).
- (5) 姫野,小林:"4×4光ゲートスイッチ",昭59信学総全大,S17-11.
- (6) 島田, 村上:"音声会議システムにおける中継装置の設計条件",信学技報,CS8 3-81 (1983-08).
- (7) T.Feng: "A survey of interconnection Net-works", IEEE Computer, 14, 12, pp.12-17 (Dec. 1981).
- (8) C.Clos: "A study of non-blocking switching networks", Bell Syst.Tech .J., 32, 2, pp.406-424 (March 1953).
- (9) D.C.Opferman and N.T.Tsao-Wu: "On a class of rearrangeable switching networks, part I:control algorithm", Bell Syst.Tech.J., 50,5, pp.157 9-1600 (May-June 1971).
- (10) 阪田,柴田,平山:"多重接続を考慮した交換回路網の一構成法",信学論(A), J 58-A, 1, pp.68-74 (Jan. 1975).
- (11) D.C.Thompson: "Generalized connection net-works for parallel process or inter-connec-tion", IEEE Trans. Comput., C-27, 12, pp.1119-1125 (Dec. 1978).
- (12) G.M.Masson: "Upper bounds on fanout in connec-tion networks", IEEE Trans. Circuit Theory., CT-20, 3, pp.222-229 (May 1973).
- (13) G.W.Richards and F.K.Hwang: "A two stage rearrangeable broadcast switching network", IEEE Trans. Commun., COM-33, 10, pp.1025-1035 (Oct. 1985).

- (14) F.K.Hwang: "Three-stage multiconnection networks which are nonblocking in the wide sense", Bell Syst.Tech.J., 58, 10, pp.2183-2187 (Dec. 1979).
- (15) M.Hall: "Combinatorial Theory", Blaisdell Publishing Company (1967).
- (16) 瀬田満: "通信・放送統合網", 東京大学卒業論文, 昭和58年3月.
- (17) 張愛平: "放送分配スイッチの構成", 東京大学卒業論文, 昭和59年3月.
- (18) 小平邦夫: "広義非閉塞多重接続通話路網の最適構成法", 信学論(B), J64-B, 8, pp.839-846 (昭56-08).
- (19) F.R.K.Chung: "On concentrators, superconcentrators, generalizers and non-blocking networks", Bell Syst.Tech.J., 58, 8, pp.1765-1777 (Oct. 1979).
- (20) V.E.Benes: "Mathematical theory of connecting networks and telephone traffic", Academic Press (1965).
- (21) 太田, 上田: "3段スイッチ回路網の再配置アルゴリズム", 信学技報, CS84-173 (1985-03).
- (22) F.K.Hwang: "Control Algorithms for Rearrangeable Clos Networks", IEEE Trans. Commun., COM-31, 8, pp.952-954 (Aug. 1983).
- (23) 島田, 藤井: "多地点間音声加算の所要挿入損失", 信学技報, SE85-68 (1985-08).
- (24) C.Melas and A.Milewski: "The effect of call routing routes in non-blocking three-stage switching networks", IEEE Trans.Commun., COM-27, 1, pp.150-152 (Jan. 1979).
- (25) D.G.Smith: "Lower bound on the size of 3-stage wide-sense non-blocking network", Electron. Lett., 13, 7, pp.215-216 (March 1977).
- (26) 秋山稔: "近代通信交換工学", 電気書院 (昭48).
- (27) 安井, 三瓶: "高速・広帯域交換方式", 信学誌, 70, 5, pp.488-495 (昭62-05).
- (28) J.van Baardewijk: "An experimental ALL-IN-ONE multiservice broadband switch", Proc. ISS'87, A10.3 (1987).
- (29) 尾佐竹, 北見, 山崎, 小川: "再配置非閉そく回路網の最適構成", 信学論(A),

56-A, 8, pp.377-384 (昭48-07).

(30)尾佐竹, 北見: "最適再配置非閉塞回路網の制御方式", 信学技報, SE72-40 (1972-10).

(31)D.M. Dias and M. Kumar: "Packet switching in NlogN multistage networks", Proc. Globecom '84, 5.2., pp.114-120 (Nov. 1984).

(32)太田, 山口: "パケットスイッチ回路網の非輻輳セルフルーティング制御法", 信学論(A), J70-A, 2, pp.312-319 (昭62-02).

(33)J.S. Turner: "Fluid flow loading analysis of packet switching networks", Proc. ITC'88, 1.3A.2 (May 1988).

(34)Y.S.Yeh, M.G.Hluchyj and A.S.Acampora: "The Knockout Switch: A simple, modular architecture for high-performance packet switching", Proc. ISS'87 B10.2 (1987).

(35)鈴木, 竹内, 明石: "超高速パケットスイッチの検討", 昭63信学春期全大, B-317.

(36)加藤, 初鹿野, 下江, 村上: "広帯域ISDN用ATM交換機の試作", 信学技報, SSE88-29 (1988-05).

(37)上松, 渡辺: "BENES網を用いたバーストクロスコネクトスイッチ網", 信学論(B), J71-B, 3, pp.350-357 (昭63-03).

(38)長山, 足立, 小菅, 若原: "多地点間通信における最適ルーティングアルゴリズムの検討", 信学技報, IN85-45 (1987-08).

(39)加藤, 加藤, 草柳, 村上: "可変帯域交換方式の一検討", 信学技報, SE86-116 (1986-12).

(40)石野, 渡辺, 行松, 渡辺: "同報形通信網構成法の検討", 信学技報, SE83-126 (1983-11).

(41)高橋, 山中: "バイトニックソーティングによる時分割回線交換通話路構成の検討", 昭61信学通信全大, 160.

(42)K.E.Batcher: "Sorting networks and their applications", AFIPS Conf. Proc., 1968 SJCC pp.307-314.

## 【発表文献】

### <論文>

- (1) 田中, 瀬崎, 秋山: "縦続構成多重接続スイッチ回路網", 信学論(B), J70-B, 1, pp.41-47 (1987-01).
- (2) 田中, 瀬崎, 秋山: "多対一接続3段スイッチ回路網", 信学論(B), J70-B, 2, pp.179-185 (1987-02).
- (3) 瀬崎, 田中, 秋山: "縦続ベネス網-多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の一構成", 信学論(B), J71-B, 8, pp.915-921 (1988-08).
- (4) 田中, 瀬崎, 秋山: "木状構成による多対一接続スイッチ回路網", 信学論(B), 条件付採録修正中.
- (5) 瀬崎, 田中, 秋山: "一般ベネス網の非ふくそうセルフルーティング制御", 信学論(B), 投稿中.

### <国際会議>

- (6) K.Sezaki, Y.Tanaka and M.Akiyama: "Configuration of Non-Blocking Multiconnection Switching Networks", 1988 Joint Conference on Communication Networks and Switching Systems, No.13, Seoul, Korea, Nov. 1988.

### <全国大会>

- (7) 瀬崎, 相沢, 原島, 宮川: "ベクトル量子化の一高速探索法", 昭59テレビ学全大, 6-7 (1984-08).
- (8) 田中, 瀬崎, 秋山: "広義非閉塞多重接続網の一経路選択規則", 昭60信学総全大, 1885 (1985-03).
- (9) 田中, 瀬崎, 秋山: "縦続構成多重接続スイッチ回路網における経路選択規則", 昭60信学情報システム全大, 433 (1985-11).
- (10) 田中, 瀬崎, 秋山: "任意の多対一接続が可能なスイッチ回路網の構成法", 昭61信学総全大, 1872 (1986-03).
- (11) 田中, 瀬崎, 秋山: "再配置多対一非閉塞スイッチ回路網の一構成法", 昭61信学通信部門全大, 166 (1986-09).

- (12) 田中, 瀬崎, 秋山: "多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の最適化", 昭62信学総全大, 1897 (1987-03).
- (13) 瀬崎, 田中, 秋山: "分配接続を行う時分割形スイッチ回路網についての検討", 昭62信学情報システム全大, 512 (1987-11).
- (14) 瀬崎, 田中, 秋山: "多対一接続の可能なセルフルーティング時分割形スイッチ回路網", 昭63信学春季全大, B-316 (1988-03).
- (15) 秋山, 田中, 瀬崎, 川沢, : "分散網付与型パンヤン網の検討", 昭63信学秋季全大, B-125 (1988-09).
- (16) 瀬崎, 田中, 秋山, 宮城: "光交換による多地点TV会議の多地点間接続装置", 平成元年春季全国大会 (発表予定).

#### <研究会>

- (17) 瀬崎, 相沢, 原島, 宮川: "ベクトル量子化の一高速探索手法", 信学技報, CS84-92 (1984-11).
- (18) 田中, 瀬崎, 秋山: "多重接続スイッチ回路網", 信学技報, SE85-22 (1985-05).
- (19) 田中, 瀬崎, 秋山: "多重接続スイッチ回路網(その2)", 信学技報, SE85-77 (1985-08).
- (20) 田中, 瀬崎, 秋山: "多重接続スイッチ回路網(その3)", 第2回交換・情報ネットワークワークショップ(1986-03).
- (21) 田中, 瀬崎, 秋山: "多重接続スイッチ回路網(その4)", 信学技報, SE86-55 (1986-07).
- (22) 田中, 瀬崎, 秋山: "多対一再配置非閉塞スイッチ回路網の最適化", 第3回交換・情報ネットワークワークショップ(1987-02).
- (23) 瀬崎, 田中, 秋山: "網管理が容易なTV会議システムの構成", 信学技報, IN87-89 (1987-12).
- (24) 瀬崎, 田中, 秋山: "一般ベネス網の非ふくそうセルフルーチング制御", 信学技報, SSE88-59 (1988-07).

#### <その他>

- (25) 瀬崎薫: "画像のベクトル量子化の研究", 昭和59年東京大学卒業論文.
- (26) 瀬崎薫: "多重接続スイッチ回路網に関する研究", 昭和61年東京大学修士論文.