

交通信号機の面制御方式

Area Control of Traffic Signals

浜 田 喬*

Takashi HAMADA

複雑な形状の道路網を対象として系統的な信号制御を行なうためには、2 次元的網のボタンを数値的に表示し、これにもとづいて信号制御パラメータを決定すると都合が良い。ここでは道路網をマトリクス表示によってあらわすことによって、信号制御パラメータの間に存在する関係を一般化する方法を示す。さらに、信号機の系統化のための重要な制御パラメータであるオフセットを網路ボタンに応じて最適化する手法について述べる。

1. はじめに

交通信号機は元来、交差点における交通流の安全を維持するとともにその疎通を改善するために設けられたものであった。しかし、交通流が増加し、また都市が過密化するにつれて信号交差点における交通の停滞が生じ、何らかの制御の必要性が生じてきた。このような制御のうち、最も簡単なものはいうまでもなく単一の交差点のみを対象とする制御方式であり、地点交通感应式信号制御方式あるいは点制御方式などと呼ばれている。しかし、現在の都市で多く見られるように、信号機の設置密度が極めて高く、自動車が2つの信号機間を十数秒で走行してしまうような地域では、各信号機をそれぞれ個別に制御したのでは十分な効果は得られず、多数の信号機を系統的に制御する方が必要となって来た。このような目的のために、都市街路の幹線道路に沿った数ないし数十交差点の信号機に一定の関連を持たせて制御する手法が採用され、系統式信号制御あるいは線制御と呼ばれている。このような方式によっても、幹線道路の交通の疎通は大幅に改善され、また基盤目状道路のような、規則的なパターンを持った道路網では線制御の手法が面制御すなわち、2 次元的道路網の制御にまで拡張されている例も多い。しかし、一般の道路網、特に歴史の古い大都市における道路網はきわめて不規則かつ複雑な形状をもつのが普通であり、また道路網における交通流も2 次元的な複雑な流れ方をしているため、より一般性をもった高度な制御手法が必要となって来た。このような手法を導入するためには、2 次元的な道路網パターンを定量的に把握することが必要で、それに基づいて最適な信号制御方式を決定するという手順をとらねばならない。ここでは、一般的な道路網をマトリクス表示する方法について述べ、ついで、信号の系統的制御のための重要な制御パラメータであるオフセットの決定方法について述べる。

2. 道路網の表示と信号制御パラメータの性質⁴⁾

(1) 道路網のマトリクス表現

複雑な形状の道路網における信号制御パラメータを一般的に扱うためには、道路パターンを数式的に表示すると都合が良い。ここでは道路網を一般的な網路 N として取扱うものとし、信号交差点を節点に、また隣接する信号交差点間の道路区間をリンクに対応させる。ここでリンクは有向性リンクであるものとしてその方向は任意に定め、リンクの方向に一致する交通流の方向を上り方向、その逆方向を下り方向と呼ぶことにする。一般にこのような網路には多数の閉路が含まれるが、基本閉路(独立な閉路)の数 m は一義的に定まり、リンク数を l 、節点数を n とすると

$$m = l - n + 1$$

で与えられる。いまこれらの基本閉路に任意の周回方向をつけ、次のように定義する閉路行列 B によって網路を表現するものとする。すなわち

$$B = (b_{ij})$$

とするとき、

$$b_{ij} = \begin{cases} 1: \text{リンク } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれ、リンクの方向と閉路の周回方向が一致するとき} \\ -1: \text{リンク } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれ、リンクの方向と閉路の周回方向とが逆のとき} \\ 0: \text{リンク } j \text{ が閉路 } i \text{ に含まれないとき} \end{cases}$$

このように定義した閉路行列 B は m 行 l 列の行列であり、たとえば図1 (a) の網路の1つの閉路行列は次のようになる ($n=6, l=8, m=3$)。

$$B = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e & f & g & h \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{matrix} \quad (1)$$

次に、網路の任意の木(tree)を選び、この木に含まれるリンクと含まれないリンクに分けて考える。ここで木とは網路から m 個のリンクを取り去った部分網で、次の性質をもつものである。

- (1) 閉路が含まれない。

* 東京大学生産技術研究所 第3部

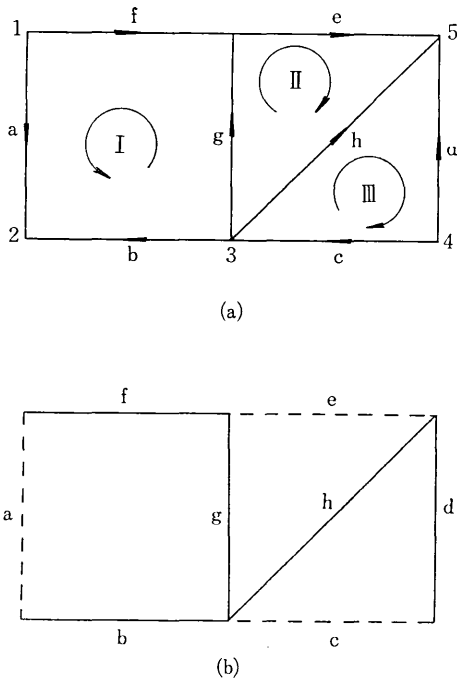


図1 ネットと木の例

(2) すべての節点はリンクで連結されている。たとえば、図1 (a) の1つの木は同図 (b) のようになる。なお、ネットワークでとりさられたリンクからなる部分網を補木 (cotree) と呼ぶ。いま、閉路行列の l 個の列のうち、最初の $n-1$ 列をネットワーク N の木を成すリンクに対応させ、最後の $l-n+1$ ($=m$) 列を補木をなすリンクに対応させるよう各列を配列し、さらに最後の m 列について半対角化 (行と行の加減算によって $i=n \sim l$ について、 b_{ii} を1に、また b_{ij} ($i \neq j$) を0にする操作) を行なえば、 B は

$$B = [D, U] = \begin{bmatrix} & 1 & & 0 \\ D, & & 1 & \\ & & & \ddots \\ & & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

の形にできる。ここで U は m 次の単位行列、 D は m 行 $(n-1)$ 列の行列である。一例として式 (1) では補木に対応する列 a, e, c をこの順で右端に配置すればそのまま式 (2) の形となることは明らかである。このようにしてネットワークを表示することによって、信号制御パラメータの一般的な取扱いが可能となる。

(2) 信号パラメータの定義と一般的取扱い

ここでは、信号制御パラメータの間に存在する関係を導くが、その準備のために前節で扱ったネットワーク N を次のように拡張した新しいネットワーク N^* を導入し、同様なマトリクス表示を行なうものとする。すなわち

(1) ネットワーク N の1つの交差点に対応する節点をその交差点の信号表示の種類 (たとえば四差路では2種類) に等しい数の節点に分割する。したがって新しい節点は

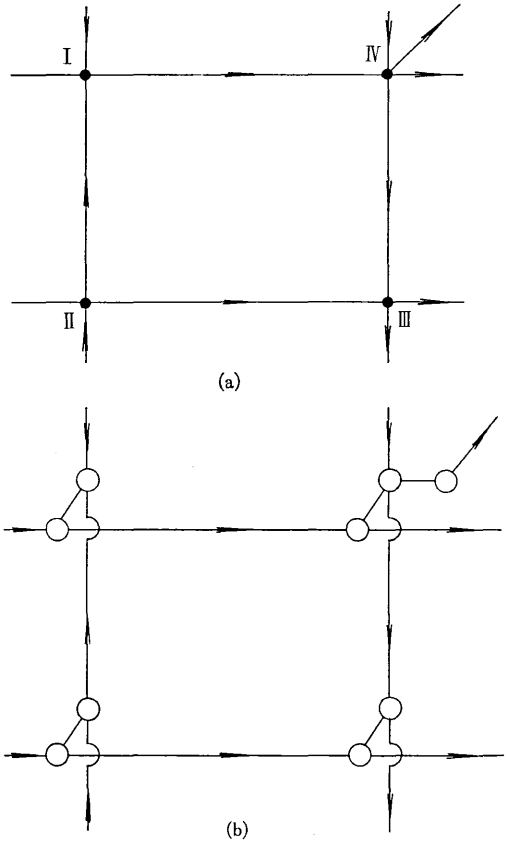


図2 ネットの拡張

信号表示に対応する。

(2) N 内の、ある交差点を1つの端点とするリンク (道路区間) は N^* においては、その交差点を分割してできた節点のうち、そのリンクからその交差点に流入する交通流を制御している信号表示に対応する節点を新しい端点とする。

(3) 1交差点ごとに分割された節点を [信号表示数-1] 個のリンクで接続する。

このようにして、ネットワーク N を N^* に拡張する一例を図2に示す。同図 (a) で交差点 I~III は通常の四差路で2つの信号表示によって制御されるため、上の手順によって各交差点は2つの節点に分割され、分割された節点はそれぞれ1つの新しいリンクで連結されて同図 (b) のようになる。一方、図2 (a) の交差点 IV は五差路であり、3つの信号表示によって制御されるものとすると同図 (b) のように3つの節点に分割され、2つの新しいリンクで連結される。

以上のようにして拡張したネットワーク N^* の節点数およびリンク数をそれぞれ n^* および l^* とし、手順 (3) で付加したリンクの総数を l_a とすると、

$$n^* = n + l_a$$

$$l^* = l + l_a$$

が成立する。ただし n , および l は元のネットワーク N の節点

およびリンク数である。また基本閉路数 $m^* = l^* - n^* + 1$ は変化せず、

$$m^* = m$$

が成立する。なお、付加された l_a 個のリンクから成る部分網は閉路をなさないため、これらの付加されたリンクをすべて含む N^* の木が構成できることは明らかである。

次に、拡張した網路 N^* の閉路行列を B^* とするとき、その最初の l_a 列を手順 (3) で付加したリンクに、中間の $n+1$ 列を元の網路 N の木に、また最後の $l-n+1 (=m)$ 列を N の補木にそれぞれ対応させて、これを

$$B^* = [M, B'] \quad (3)$$

と置く。ただしここで M は m 行 l_a 列の、また B' は m 行 l 列の行列である。このとき行列 B' はもとの網路 N の閉路行列 B に等しく (証明は略す) $B' = B$ が成立する。したがって式 (3) は

$$B^* = [M, B] \quad (4)$$

と書け、半対角化を行えば式 (2) と同様

$$B^* = [M, D, U] \quad (5)$$

の形にできる。

次に信号機の点灯を規定するパラメータとしては、通常、サイクル長、オフセットおよびスプリットが用いられるが、これらを図3によって説明する。ただし図3(a)は隣接する2交差点を示し、同図(b)は(a)の交通流①、②、③が対面する信号の時間変化を示している。このとき、各信号パラメータは次のように定義される(ここでは繁雑さを避けるため全赤信号はないものとする)。

(1) サイクル長 T : 信号の点灯繰返し周期。図3の T 。

(2) オフセット: 信号点滅の位相を青信号の始点で

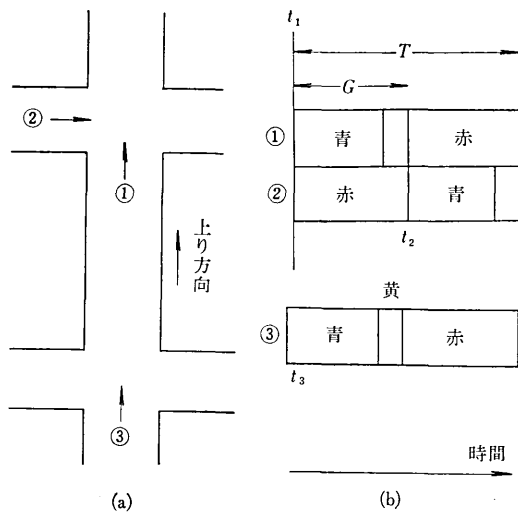


図3 信号表示

表わした量で、対象としている道路網内のすべての信号のサイクル長が等しい時に定義される。次の2種類の定義が用いられる。

(2.1) 絶対オフセット ζ : 道路網内で予め定められた1つの基準信号に対する各信号の正規化した位相差。すなわち図3の時刻 t_1, t_2, t_3 の原点を基準信号の青信号の始点とすると、 $(t_i/T) \bmod 1$ 。

(2.2) 相対オフセット γ : 隣接する2信号の間で、リンクの上り方向に沿って定義した正規化位相差。図3のリンクについては $[(t_1 - t_3)/T] \bmod 1$ 。

(3) スプリット g : 青信号と黄信号時間の和のサイクル長に対する比で、図3①では $g = G/T$ 。各流入路ごとに定義されるが、1交差点での独立なスプリット数は [信号表示の種類] - 1 である。

このようにして定義したパラメータのうち、サイクル長は固定するものとし、オフセットとスプリットの間的一般的な関係を求める。まず、絶対オフセット ζ は、各信号表示ごとに定義されているため、図2(b)のような拡張した網路では各節点に対応づけることができる。次に、相対オフセットはその定義から明らかなように、リンクに沿った絶対オフセットの差であり、リンクに対応づけることができる。また独立したスプリットは網路 N^* 内の付加されたリンクに沿った絶対オフセットの差であり、同様に付加されたリンクに対応づけることができる。したがって、図4のような拡張した網路の1つの閉路について考えると、

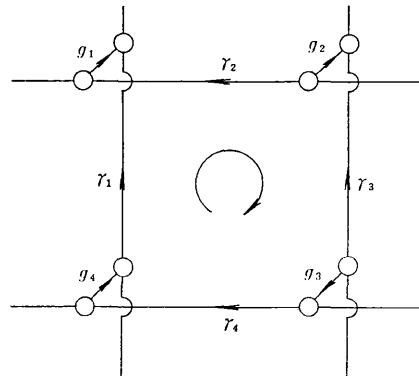


図4 閉路に付随した信号パラメータ

$\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 = 0 \pmod{1}$ (6) が成立しなければならない。ただし-符号は、相対オフセットがリンクの方向に対して定義されるためである。(4)式で与えられる閉路行列 B^* の上記の閉路に対応する行の要素を m_i, b_i とすると式(6)は、

$$b_1\gamma_1 + \dots + b_4\gamma_4 + m_1g_1 + \dots + m_4g_4 = 0 \pmod{1}$$

と書けることは明らかである。したがって、相対オフセット γ 及びスプリット g をベクトル表示によって

$$r = (\gamma_1 \dots \gamma_4)^T, \quad g = (g_1 \dots g_4)^T$$

とすれば (T は転置を表わす), 一般に,

$$B^* \begin{bmatrix} g \\ r \end{bmatrix} = 0 \pmod{.1}$$

が成立する. なお, l_a は付加されたリンク数であるが, 四差路のみを考えればネットワーク N の節点数 (交差点数) n に等しい. 式 (4) を使って B^* を分割すれば

$$B \cdot r + M \cdot g = 0 \pmod{.1} \quad (7)$$

となる. 式 (7) は, 拡張したネットワークの閉路行列による, 信号パラメータの一般的な表示となる. また, オフセット r を, 元のネットワーク N で木をなすリンクのオフセット r' と, 補木のリンクのオフセット r'' に分けると, 式 (5) から

$$(D \cdot U) \begin{bmatrix} r' \\ r'' \end{bmatrix} + M \cdot g = 0 \pmod{.1}$$

すなわち

$$r'' = -D \cdot r' - M \cdot g \pmod{.1} \quad (8)$$

となり, スプリット g と木をなすリンクのオフセット r' とが定まれば, 補木のオフセット r'' は直ちに求まる.

3. サイクル長とスプリットの決定

上記のようにして定義した信号パラメータは, 所定の評価基準のもとにサイクル長, スプリット, オフセットを一括して最適化することが望ましいが, これには種々の困難をとまうことが多い. 普通, 評価基準としては交通流の走行所要時間, 待合せ時間, 停止回数, 待行列長などが用いられるが, これらの諸量と信号パラメータとの関係は一般にきわめて複雑で, たとえば待合せ時間についてみても, 多数の信号機群が複雑な多段待合せ系を構成しており, 厳密な値を求めることはできない. このため, 通常は近似的手法によって評価量を導入する手法がとられるが, その場合も一般に非線型で非凸関数を扱う必要があるため一括した最適化は困難である.

このような理由から, 通常信号パラメータは, サイクル長, スプリット, オフセットをそれぞれ別々に最適化するという手法がとられる. ここではまず, サイクル長とスプリットの決定方法について簡単にふれる.

(1) 最適サイクル長

通常, 信号が切替わる前後 1~数秒の間, 交差点の全流入路ともに走行できない時間帯 (これを損失時間と呼ぶ) が生じるため, サイクル長を短くすると相対的に損失時間が大きくなり, 交通容量が低下する. 一般にサイクル長 T と交通容量 C の関係は図 5 のようになり, 交通量が多い場合はサイクル長を長くしなければならない. しかし必要以上に長くすると当然ながら待合せ時間も増大するため交通流をさばける範囲内での最小値を決定する必要がある. サイクル長と交通容量との関係式については種々のものが導入されており, たとえばランダム性を全く無視して議論をすすめると, 1 流入路の交通

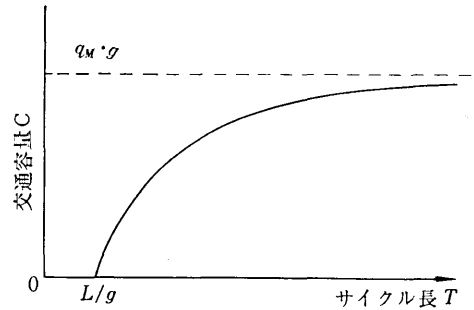


図5 サイクル長 T と交通容量 C の関係

容量 C_1 は

$$C_1 = q_M \left(g - \frac{L}{T} \right)$$

となる. ただし, q_M は道路の交通容量, g はスプリット, L は損失時間である. したがって, 2 流入路についての交通容量 C は, 交差方向のスプリットが $1-g$ であることから (L, q_M は両道路について等しいものとする)

$$C = q_M \left(g - \frac{L}{T} \right) + q_M \left(1-g - \frac{L}{T} \right) = q_M \left(1 - \frac{2L}{T} \right)$$

となる. よって 1 つの道路で対面する交通量の大きい方を q_i (交差する 2 道路について $i=1, 2$ とする) とすれば, $q_1 + q_2 \leq C$ を満足する最小サイクル長は

$$T = \frac{2L}{1 - (q_1 + q_2)/q_M} \quad (9)$$

となる. 一般に交通流のランダム性を考慮すると T はより大きな値にする必要があり, その場合の最適値はシミュレーション等で求めることもできる. しかし現在では信号制御の実績もかなりあるため, 経験的に図 5 のような曲線を定めて最適サイクル長を決定するのが実情である.

前述のようにオフセットの制御を行なうためにサイクル長はある対象道路網 (サブエリア) に対して等しい値が設定されるが, その値は, 各交差点ごとに定めた最適周期の最大値とすればよい.

(2) 最適スプリット

スプリットとオフセットとの間には, 式 (7) の関係があるため, これらを一括して最適化するのが望ましいが上述のように極めて複雑な問題になってしまうため, 別々に扱うのが普通である. スプリットはオフセットと分離して取扱うと, 交差点間での相関をほとんど考慮する必要がないため, 各交差点で流入交通量に応じて独立して決めることができる. スプリットを定める基本的な方針は, 交通量の多い流入路に対して大きな青信号を与えることに他ならないが, 流入交通量に対する最適スプリット (たとえば待合せ時間を最小とするもの) を理論的に定める方法は確立されていない. たとえば, 式 (9) と同様にランダム性を無視した理論式や, ある程度ラン

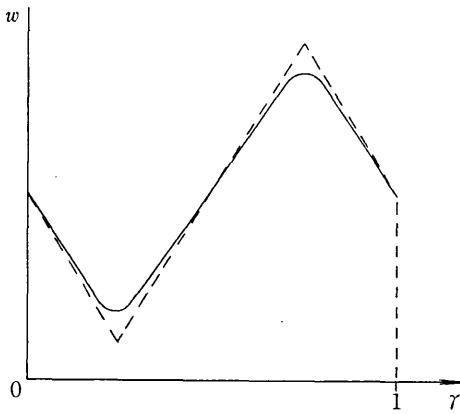


図6 オフセット r と待合せ時間 w との関係

ダム性を考慮した近似式などもあるが、いずれもそのままでは実情にそぐわないことが多く、これらに経験的な修正を施して決定するのが普通である。しかしスプリットは各交差点ごとに定めることができるため、一般にそれほど大きな問題とはならない。

4. オフセットの最適化

(1) オフセット決定の問題点

信号機の系統的な制御を行なう場合の重要な問題は相対オフセット r の決定方法であり、その設定値によって制御効果は大きく左右される。一般に、あるリンクの相対オフセット r と、そのリンクを一方向に走行している車が端点の交差点で受ける平均待合せ時間 w との間には図6の実線のような関係があり、その変化幅は極めて大きい。また同図の関数は、正確には他のリンクのオフセットの影響も受けるため、最適化問題を複雑なものにしている。

一方、前述のように相対オフセット r は各リンクについて定義されて、式(7)のような関係があり、その値は網路の形状による制限を受けるため、スプリットのようにそれぞれ独立に定めることはできず網路全体として総合的に最適化しなければならない。スプリット g の値がすでに与えられているものとすると式(7)から

$$B \cdot r = k \pmod{1} \tag{10}$$

あるいは式(8)から

$$r' = k - D \cdot r' \pmod{1} \tag{11}$$

が成立する。ただし、ここで $k = -M \cdot g$ としている。よって最適オフセットは式(10)の制限条件のもとで、図6で示されるような関数を最小にするものに他ならない。しかし周知のようにこのような問題を一般的に解くことは困難であるため、通常は以下に述べるような近似的手法が用いられる。

(2) 折線近似による最適化⁽⁴⁾

図6の実線のような関数が、このリンクのオフセット r のみの関数であるものとし、さらにこれを同図破線のように近似して考える。このとき、同図の待合せ時間 w

を最小とするオフセットを優先オフセットと呼ぶ。優先オフセットは各リンクごとに上下方向に対応して2つの値が存在することはいうまでもない。ここで次のような仮定を設けるが、これらは実用上は妥当なものである。

(1) オフセット r のある範囲内で道路網内の総待合せ時間 W が一定値をとる確率は0とする。

(2) 任意の閉路をなすリンク上のすべてのオフセットが優先オフセットになりうる確率(すなわち式(10)で与えられる m 個の制限条件の任意の1つにおいて、すべての r_j が優先オフセットになる確率)は0である。

式(8)について述べたように、独立変数となりうるオフセットは木を成すリンクに対応したもののみであるため、(2)の仮定に従えば、優先オフセットを設定できるリンクは木をなすリンクに限られる。

このような仮定のもとでは、最適オフセットに関して次のような必要条件が成立する。

すなわち、道路網内の総待合せ時間 W を最小とするためには、網路のある1つの木を成すリンクに対応した $(n-1)$ 個の相対オフセットが上、下いずれかの優先オフセットでなければならない。

これは次に示すように帰びゅう法で証明できる。道路網 N の l 個のリンクのうち、任意の1つの木に含まれる k 個のリンクからなる部分網を N_k とするとき、

$$0 \leq k \leq n-2$$

を満足するリンクに優先オフセットを与え、同時に網路 N のうちの N_k を除く他のすべてのリンクに優先オフセット以外の適当なオフセットを与えたときに W が最小値 W_m をとるものと仮定する。オフセットの自由度が $n-1$ (木に含まれるリンク数) であることと、上記(2)からこの仮定は任意の木をなすリンクに優先オフセットを与えるすべての場合以外において、 W が最小となることを意味しているため、これが成立しないことを示せば上の条件が証明される。

いま、 N_k を含む任意の1つの木を構成してこれを N_k とおく。このとき、 N_k に含まれ N_k には含まれないリンクは $n-1-k$ 個存在するが、そのうちの任意の1つのリンクの番号を j とおく。ここで木 N_k のうち、 r_j を除く他のすべてのオフセットを固定した場合の、 N 内の総待合せ時間と r_j の関係を $W(r_j)$ とおく。次に、 r_j を Δr_j だけ微小変化させると式(11)から明らかのように N_k の補木のリンクのオフセットも変動を受けて W はその最小値のまわりで変化し、次のようになる。

$$W(r_j + \Delta r_j) = W_m + \Delta W$$

$$W(r_j - \Delta r_j) = W_m + \Delta W'$$

しかし、変動を受けるすべてのリンクには優先オフセット以外のオフセットが与えられているため、先に仮定した図6のような折線特性により、 $\Delta W, \Delta W'$ は Δr_j に関して線形な範囲にあることと、上記(1)の仮定とか

ら

$$\Delta W = -\Delta W', \Delta W \neq 0$$

が成立する。したがって W_m が最小値であるという仮定は成立せず、上記の必要条件が証明された。

次に多数の木の中から最適の木を選ぶ必要があるが、これを解析的に行なうことは困難で、次のような近似的手法がとられる。あるリンク j で生じる両方向の待合せ時間の総計を $W_j(\gamma_j)$ とおき、これを γ_j が 0 から 1 まで変化した時の平均値 \bar{W}_j と、 \bar{W}_j からの負方向変化分 $X_j(\gamma_j)$ とに分け、次のように表わす。

$$W_j(\gamma_j) = \bar{W}_j - X_j(\gamma_j) \tag{12}$$

このとき、 $X(\gamma_j)$ の最大値を

$$E_j = \max_{\gamma_j} \{X_j(\gamma_j)\}$$

とおくと、この最大値を与えるオフセットがリンク j の最適オフセット (折線近似の場合、上下いずれかの優先オフセット) であり、待合せ時間の最小値 W_{\min} は

$$W_{\min} = \bar{W}_j - E_j \tag{13}$$

となる。一方、リンク j にランダムにオフセットを設定するものとする待合せ時間 W_j の期待値 $E(W_j)$ は $\bar{X}(\gamma_j) = 0$ から

$$E(W_j) = \bar{W}_j$$

となる。したがって、 E_j はリンク j において最適オフセットを設定することによって得られる待合せ時間の減少量の期待値であり、オフセット効果量と呼ぶ。

次に、道路網内に 1 つの木を選び、この木に含まれるリンクに対して上記の最適オフセットを与えれば、道路網内の総待合せ時間 W は式 (12)、(13) から

$$\begin{aligned} W &= \sum_{j=1}^l W_j(\gamma_j) \\ &= \sum_{j=1}^l \bar{W}_j - \sum_{\text{tree}} E_j - \sum_{\text{co-tree}} X_j(\gamma_j) \end{aligned} \tag{14}$$

と書ける。ただし \sum_{tree} および $\sum_{\text{co-tree}}$ はそれぞれ木および補木を成すリンクについての和をとることを示す。ここで補木を成すリンクにおいて $\{\gamma_i\}$ はランダムな値をとると考えて良いから $\bar{X}(\gamma_j) = 0$ を用いると式 (14) の期待値 $E(W)$ は次のようになる。

$$E(W) = \sum_{j=1}^l \bar{W}_j - \sum_{\text{tree}} E_j$$

したがって、 $\sum_{\text{tree}} E_j$ を最大にする木を選択することによって $E(W)$ を最小にできる。

このような木を選ぶには、すべてのリンクについて、 E_j を計算しておき、その値の大きい方から順にリンクを選んで木を構成して行き、閉路を形成するものを棄却すれば良い。なおリンクの交通量などと E_j の値との関係については、折線近似を用いれば比較的簡単な代数演算式で表わすことができるが⁽¹⁴⁾、導入が繁雑となるためここでは省略する。

このようにして得られた木に含まれるリンクに対して優先オフセットを設定すれば、その補木のリンクのオフセットは式 (11) から一義的に定まる。

上記のオフセット決定方法は、補木を成すリンクのオフセットを考慮していないため、何らかの修正も必要であるが、複雑な道路網に対する最適オフセットの 1 次近似値を定めるのに有効である。

(3) 勾配法によるオフセットの最適化⁽²⁾

より精度の高い最適オフセットの決定方法として、いわゆる勾配法 (steepest descent method) を用いて評価量の極小値を探索するものがある。

いまオフセット r と評価量 $F(r)$ (総待合せ時間など) の関係

$$F = F(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_l) = F(r)$$

が与えられているものとする。このような関数は、シミュレーションあるいは実測などに基づき、比較的次數の低い多項式で近似的に与えることが可能である。ここで任意の木に含まれるリンクのオフセット r' を独立変数として

$$-\frac{dF}{dr'} = -\left[\frac{dF}{d\gamma_1}, \frac{dF}{d\gamma_2}, \dots, \frac{dF}{d\gamma_{n-1}} \right]^T$$

の方向に順次オフセットを修正して行けば、 F の極小値が求まる。ここで $s' = dF/dr'$ とおくと、木を成すリンク (リンク 1~ $n-1$) のオフセットの修正量は ε を正数として

$$\Delta r' = -\varepsilon \cdot s'$$

と書ける。最急勾配方向 s' は次のようにして求めることができる。まず補木を成すリンク (リンク $n \sim l$) のオフセット r'' を従属変数として

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\gamma_j} &= \sum_{\nu=1}^l \frac{\partial F}{\partial \gamma_\nu} \frac{d\gamma_\nu}{d\gamma_j} \\ &= F_j + \sum_{\nu=n}^l F_\nu \frac{d\gamma_\nu}{d\gamma_j} \quad (j \leq n-1) \end{aligned} \tag{15}$$

が成立する。ただし $F_j = \partial F / \partial \gamma_j$, $F_\nu = \partial F / \partial \gamma_\nu$ としている。一方、式 (11) から、 $D = (d_{ij})$ とすれば

$$\frac{d\gamma_\nu}{d\gamma_j} = -d_{\nu-n+1, j} \quad (\nu \geq n, j \leq n-1)$$

が成立するため、式 (15) に代入して

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\gamma_j} &= F_j - \sum_{\nu=n}^l F_\nu d_{\nu-n+1, j} \\ &= F_j - \sum_{i=1}^m F_{i+n-1} d_{ij} \end{aligned} \tag{16}$$

が得られる。ただし $m = l - n + 1$ (基本閉路数) である。ここで

$$\begin{aligned} f' &= (F_1, F_2, \dots, F_{n-1})^T \\ f'' &= (F_n, F_{n+1}, \dots, F_l)^T \end{aligned}$$

と置き、式 (16) をベクトルにまとめると

$$s' = \frac{dF}{dr'} = f' - D^T \cdot f'' \tag{17}$$

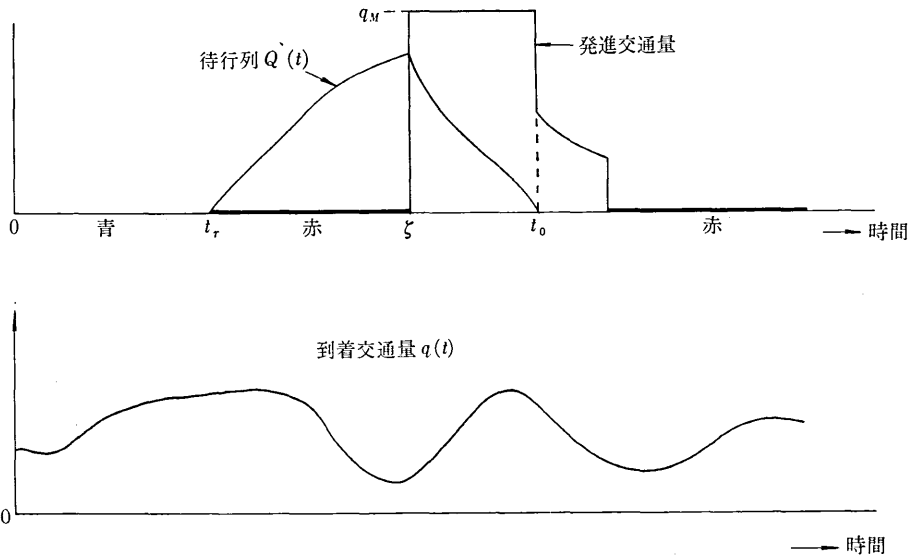


図7 交通量と信号の関係

となり、これから勾配方向を計算できる。

一方、補木を成すリンクのオフセットの勾配方向 s^c は s^f により一義的に定まり式 (11) から

$$s^c = -D \cdot s^f$$

となり、オフセット全体の最急勾配方向 s は

$$s = \begin{bmatrix} s^f \\ s^c \end{bmatrix} \quad (18)$$

で与えられる。したがってオフセットの初期値を r^0 として

$$r^k = r^{k-1} - \varepsilon \cdot s^{k-1} \quad (19)$$

を順次計算すれば $F(r)$ は極小値に漸近する。ただしここで s^{k-1} は式 (18) の s を r^{k-1} に基づいて計算したベクトルである。

なお、式 (19) で用いているきざみ ε は、その値が小さすぎると収束が極めて遅くなり、大きすぎると r^k が発散してしまうことが多い。これらを防止するために

$$f(\varepsilon) = F(r^{k-1} - \varepsilon \cdot s^{k-1})$$

を最小とするよう、 k の各ステップごとに最適の ε を計算する方法もある⁴⁾。

また $F(r)$ は一般に多数の極小値を持つため、以上の方法では必ずしも最小値が得られるとは限らないが、4・(2)節で述べたような近似的な最適オフセットを初期値 r^0 とすれば、実用的には大きな問題はないと考えられる。

(4) オフセットの自動追従による最適化

以上では、オフセットと待合せ時間との関係を一定の関数によって表示したが、交通流の実測値から $dF/d\gamma$ を直接求めることができれば式 (17) で計算されるようなオフセットの変化量をそのまま信号機の点滅に反映させ、自動的に最適オフセットに近づけるとともに、交通流の変化に追従させることができる。このような方式は

越³⁾によって提案されたもので、ある有限なオフセットの変化量に対する待合せ時間の変化量に応じてオフセットの修正量を定めたり、あるいは変化量の大きい方から順にリンクを選んでできる木についてオフセットを修正する方法などを採用することができる。ここではこのような目的のために、待合せ時間のオフセットに関する微係数を求めることにする。

図7に示したように、1つの交差点で時刻 t における到着交通量を $q(t)$ 、信号が青になってから待行列がなくなるまでの間の発進交通量(一定)を q_M 、待行列台数を $Q(t)$ 、青信号の始点(絶対オフセット)を ζ 、赤信号の始点を t_r 、待ち行列が解消する時刻を t_0 とおく。このとき待行列台数は到着交通量と発進交通量の差を積分することによって ($Q(t_r)=0$ とする)

$$Q(t) = \begin{cases} \int_{t_r}^t q(x) dx : t_r \leq t \leq \zeta \\ \int_{t_r}^t q(x) dx - q_M \cdot (t - \zeta) : \zeta \leq t \leq t_0 \end{cases}$$

となる。ここで t_0 は定義から明らかのように

$$\int_{t_r}^{t_0} q(x) dx = q_M \cdot (t_0 - \zeta) \quad (20)$$

の根で与えられる。時間 $(t, t+dt)$ の間に Q 台の車に生じる待合せ時間は Qdt であることから、信号1サイクルにおける総待合せ時間 W は

$$W = \int_{t_r}^{t_0} Q(t) dt = \int_{t_r}^{t_0} dt \int_{t_r}^t q(x) dx - \frac{1}{2} q_M \cdot (t_0 - \zeta)^2 \quad (21)$$

となる。ここで

$$\int_{t_r}^{t_0} dt \int_{t_r}^t q(x) dx \equiv \int_{t_r}^{t_0} q(x) (t_0 - x) dx$$

の関係を用いると W は

$$W = \int_{t_r}^{t_0} q(x)(t_0 - x) dx - \frac{1}{2} q_M \cdot (t_0 - \zeta)^2 \quad (22)$$

となる。次に $dW/d\zeta$ を求める。

$$\frac{dW}{d\zeta} = \frac{\partial W}{\partial \zeta} + \frac{\partial W}{\partial t_r} \frac{dt_r}{d\zeta} + \frac{\partial W}{\partial t_0} \frac{dt_0}{d\zeta} \quad (23)$$

において、右辺第3項の $\partial W/\partial t_0$ は式(21) および(20) から

$$\frac{\partial W}{\partial t_0} = \int_{t_r}^{t_0} q(x) dx - q_M \cdot (t_0 - \zeta) = 0$$

となる。 $dt_r/d\zeta = 1$ (赤信号時間は一定としている) を用いると式(22) および(23) から

$$\frac{dW}{d\zeta} = q_M \cdot (t_0 - \zeta) - q(t_r)(t_0 - t_r)$$

が成立し、これに式(20)を代入すると

$$\frac{dW}{d\zeta} = \int_{t_r}^{t_0} q(x) dx - q(t_r)(t_0 - t_r) \quad (24)$$

となる。よって交通量 q および待ち行列が解消する時刻 t_0 を計測すれば絶対オフセット ζ に対する待合せ時間の微係数 $dW/d\zeta$ が得られ、相対オフセット γ に関する微係数に変換することも比較的容易である。

このような微係数を用いてオフセットを変化させて行けば極小値に到達するが、この場合も最小値に一致しないことはあり得る。しかし初期値を適切に選択すれば同様に問題はないものと考えられる。また複雑な道路網に適用した場合の収束性についての検討も必要であるが、これらについては、計画中の実験³⁾成果が期待されている。

5. おわりに

以上、主として2次元的な道路網の表示手法と、それに関連したオフセットの最適化手法について述べたが、これらの信号機制御を実現するためには、交通流情報の処理や端末信号機の駆動など他の多くの処理機能が必要であり、近年ではデジタル計算機を用いたシステムが実用化されている。このようなシステムでは、自動車の通過情報は、路面に埋めたループコイルのインダクタンス変化を検出するループ式感知器、あるいは路面上数mの位置から超音波のパルスを送って自動車を検出する超音波式感知器などを用いて自動的に収集され、また信号の切り換えは計算機から専用電話回線を介して切換えパルスを各交差点に送出する方法がとられている。計算機を用いた面制御システムはトロント(約800交差点)、東京(約400交差点)などですでに大きな効果をあげているが、その詳細については、紙数の関係で割愛する。

(1972年1月28日受理)

文 献

- 1) 猪瀬, 藤崎, 浜田: “巨視的交通流モデルに基づく道路交通制御の理論” 電気学会誌, 87, p. 1591-1600 (昭42)
- 2) 浜田, 猪瀬: “道路網における交通信号機の動的制御方式” 電気四学会論文集, No. 3069 (昭44)
- 3) 越: “広域交通制御における信号オフセットのプログラム形成の1つの方法” 生産研究, 20, p. 45-47 (昭43)
- 4) 猪瀬, 浜田: 道路交通管制, 産業図書 (昭47)
- 5) 高羽, 越, 大野, 河村: 都市交通公害対策の調査研究, 生産研究, 24, p. 86-94 (昭47)