

# 非定常性を考慮した地震動および地震応答の動的解析の一手法について

On a Method of Dynamic Analysis for Earthquake Motions and Their Responses Considering Nonstationarity

宮川 清\*・鈴木 浩平\*・佐藤 壽芳\*

Kiyoshi MIYAKAWA, Kohei SUZUKI and Hisayoshi SATO

## 1. はじめに

構造物の耐震設計問題に動的応答解析 (dynamic response analysis) の方法が採用されてから久しいが、この方法においては実際に記録された加速度地震波あるいはなんらかの手法によって作成した模擬地震波が入力として用いられる。しかしながら周知のように実地震波による応答解析には地震波の不規則性により系の応答がばらつき、系の統計的応答特性を把握するためには該当地点の地震記録が多数必要となる。また模擬地震波を作成するにしてもその波の振動数成分や包絡関数 (envelope function) をいかに仮定するかという問題がある。

現在のところ所要の地震記録が得られていることはほとんど期待できず、実地震波による応答計算では El Centro 地震 (1940. 5), Taft 地震 (1952. 7) のような記録として完全なものがよく使われている。あるいは構造物の建設対象地の地盤の性質に近いと思われるところで記録された波形がある場合には、これを入力として用いることが推奨されている。模擬地震波については地盤特性などを考慮しながらも、かなり大胆な仮定によって振動数帯域、包絡関数を定めているのが実状であるが、この包絡関数を実際に対象地点に関してどのように選ぶかという点について検討は十分とはいえない。最近、筆者らによって統計的手法による応答解析も行なわれているがそのためにも地震動の非定常性の解析が重要である。

ここでは筆者の一人が提案した移動ウィンドウ関数の導入による取扱い法を応用し、地震動および系の応答に関する統計的諸量を時間関数として推定する手法についてのべ、いくつかの計算例を示す。

## 2. 移動ウィンドウ関数の導入と入力波の分散関数

地震加速度波のような非定常不規則時間関数  $f(t)$  を  $t=t_0$  において  $F(t, t_0)$  とあらわして、これが  $t=t_0-\tau$  の値に依存しており

$$F(t, t_0) = f(t) \cdot w(\tau) = f(t) \cdot w(t_0 - t) \quad (1)$$

と記述できると仮定する。ここで地震継続時間を  $T_d$  としたとき  $0 \leq t_0 \leq T_d$  であり、 $f(t)$  はこの区間で有効な

値をもっているとする。以下において(1)式の  $w(\tau)$  を移動ウィンドウ関数とよぶことにする。この  $w(\tau)$  は不規則波中の  $\tau$  だけ離れた二点の相関性をあらわしている。

(1)式を用いると非定常不規則信号  $f(t)$  についての統計的諸関数は次のように推定できる。

(a) 時間平均

$$\begin{aligned} \mu_f(t) &= \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} F(t, t_0) dt \\ &= \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} f(t) w(t_0 - t) dt \end{aligned} \quad (2)$$

(b) 自己相関関数

$$R_{ff}(\tau, t_0) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} F(t, t_0) F(t + \tau, t_0) dt \quad (3)$$

(c) 分散関数

$$\sigma_f^2(t_0) = R_{ff}(0, t_0) \quad (4)$$

(d) パワー・スペクトル

$$\Phi_{ff}(\omega, t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau, t_0) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (5)$$

以下では分散関数についてあらためて  $t=t_0$  において扱うこととする。 $\sigma_f^2(t)$  は時刻  $t$  における  $f(t)$  のパワーをもあらわしている。これらの諸関数のうちとくに分散関数とパワー・スペクトルの推定を考えよう。このさいいづれにしても  $F(t, t_0)$  をもとにして計算をすすめなくてはならないので、移動ウィンドウ関数としてどういうものを採用するかが重要な問題となる。

従来の研究を参考にすると  $w(\tau)$  として次のようなものが考えられる。

- (i) Box Car 型  $w(\tau) = 1.0 \quad (|\tau| \leq T)$   
 $= 0 \quad (|\tau| > T)$
- (ii) Exponential 型  $w(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \quad (|\tau| \leq T)$   
 $= 0 \quad (|\tau| > T)$

(iii) Parzen 型

$$\begin{aligned} w(\tau) &= \left\{ 1 + 6 \left( \frac{\tau}{T} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - 6 \left( \frac{\tau}{T} \right)^2 + 6 \left| \frac{\tau}{T} \right|^3 \right\} \\ &\quad \left( \left| \frac{\tau}{T} \right| \leq \frac{1}{2} \right) \\ &= 2 \left\{ 1 + 6 \left( \frac{\tau}{T} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left| \frac{\tau}{T} \right|^3 \right\} \left( \frac{1}{2} \leq \left| \frac{\tau}{T} \right| \leq 1 \right) \end{aligned}$$

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

= 0

$$\left( \left| \frac{\tau}{T} \right| < T \right)$$

(iv) Gauss 型  $w(\tau) = e^{-\alpha\tau^2}$

ここで  $T$  や  $\alpha$  は、非定常信号の特性によって適宜に定める必要が生じる。図 1 はこれらの移動ウィンドウ関数のいくつかの例を図示したものである。

どの移動ウィンドウ関数のいかなる定数のものを使用すべきであるかは、推定しようとする統計的諸量によって異なる。ここでは、まず模擬地震波を作成するための有効な情報を与える分散関数  $\sigma_f(t)$  の推定を考え、いかなる  $w(\tau)$  を採用すべきかを以下の二点を規準にして検討する

(1) 信号  $f(t)$  の絶対値  $|f(t)|$  に極大値を与える  $t$  が、パワーの平方根をあらわす  $\sigma_f(t)$  に極大値を与える  $t$  とほぼ同じ値となること。

(2)  $|f(t)|$  と  $\sigma_f(t)$  を最大値が同じゲインとなるようなスケールで描いたとき、 $\sigma_f(t)$  が  $f(t)$  の曲線を近似的に包絡すること。

以下において、非定常不規則信号の例として十勝沖地震 (1968. 5. 16) の加速度記録を選び、いくつかの計算を行なってみる。十勝沖地震を採用したのは波形の非定常的変動の様子が観察できる長さをもった地震記録であること、および地震波の統計的諸性質が地盤の特性に大きく依存するという過去の研究成果からも、包絡関数の推定などのためには多数の地点で測定されていることが望ましく、十勝沖地震はわが国で記録されたものとしてはこれらの条件を満足していることなどの理由からである。図 2 には八戸と青森での記録例を示す。これらの波形を用いて実際に分散関数を計算した結果をプロットすると、例えば図 3 に示すような結果が得られる。移動ウィンドウ関数を変えながらこの計算を反復することによって、先に述べた判定規準を参考にして適当なものを選択することができる。例えば十勝沖地震波による計算からは、Exponential 型についていうと、 $\alpha=0.3\sim 0.7$ 、Parzen 型については、 $T=1.5\sim 4.5$  s の場合に、良好な結果が得られた。

次に、これらの中から比較的良好と思われる Parzen 型 ( $T=4.5$  s) の移動ウィンドウ関数を用いて十勝沖地震のいくつかの地点における加速度記録に対する分散関数の計算を行なう。分散関数  $\sigma_f(t)$  が加速度記録の絶対値の波形  $|f(t)|$  と比較してそれらをよく包絡していると、 $\sigma_f(t)$  は模擬地震波作成に必要な包絡関数の決定のための重要な一手段となる。十勝沖地震時の室蘭、八戸での NS, EW 方向の加速度記録のほか、青森での両方向の記録も用いる。室蘭および青森では記録は本震と余震の両者について計算を行なった。計算結果例を図 4 に示す。

包絡関数推定の観点からこれらの結果について検討を

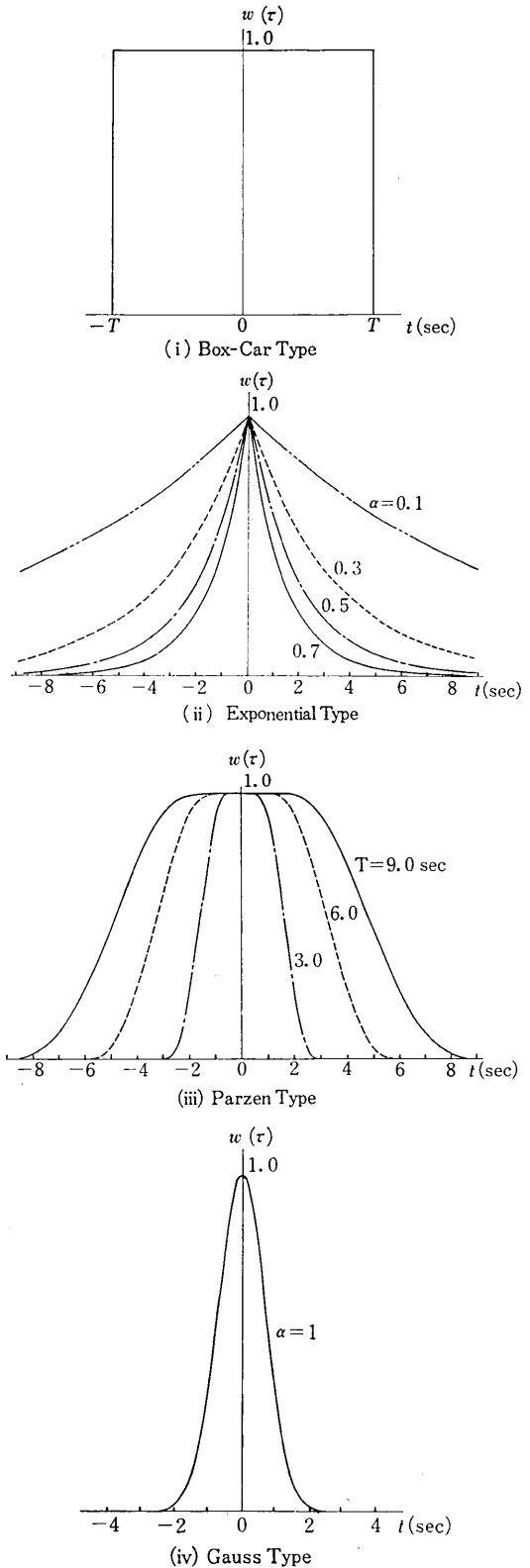


図 1

研 究 速 報

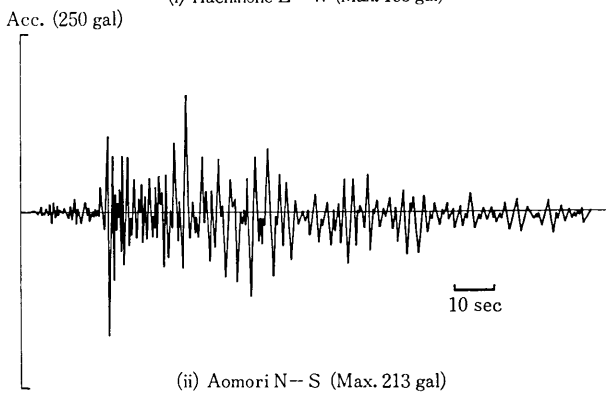
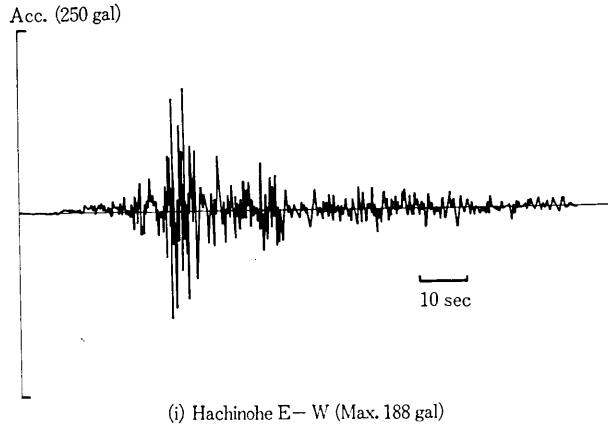


図 2

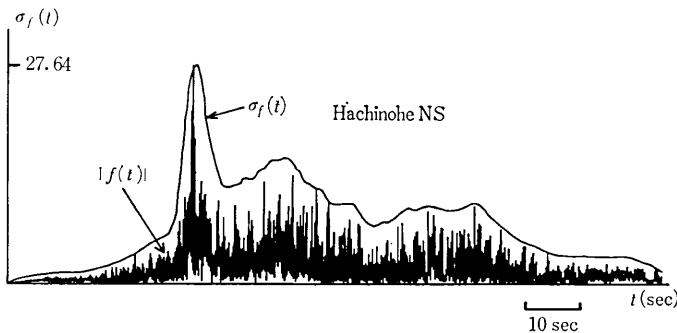


図 3

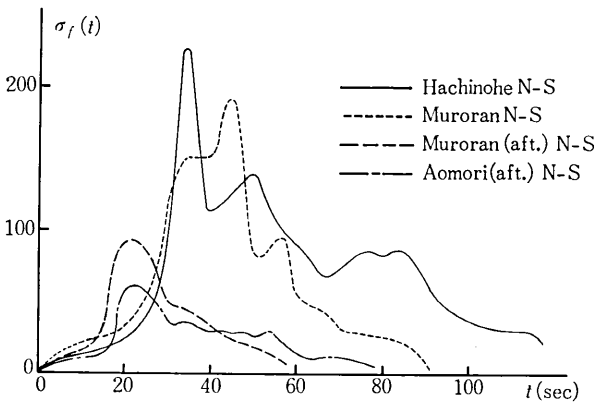


図 4

行なうと、第一に室蘭での NS 方向記録を除いてほとんどの波形が、まず最初に最大をあらわすピークを生じいくつかのピークを経て次第に減少していく傾向を有しているが、とくに余震については Shinozuka 型の包絡関数の特性 ( $e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}$ ) と似た傾向をもっている。第二に、同一地点における同一地震の記録に対してはその方向性にかかわらず  $\sigma_f(t)$  はきわめて類似した形状を示す。このことから同一地点における包絡関数は同一としてよいと思われる。第三に、上述の記録中、八戸と青森は軟弱地盤であり室蘭は比較的硬地質地盤であるといわれている。八戸と青森での記録から計算した  $\sigma_f(t)$  はかなり似た形状を示しているのに対して室蘭の記録から計算した  $\sigma_f(t)$  は異なっている。したがって分散関数の形状は地盤の特性に大きく依存していると考えられ、模擬地震波作成に用いる包絡関数も地盤特性を十分考慮して定めるべきであることが、この点からも指摘できる。これらの結果は包絡関数決定の重要な情報を与えるが、解析の便宜のためには、一方 Housner や Shinozuka らの提案からもわかるように包絡関数はできるだけ簡単な関数型となることが望ましい。そのためには可能な限りのデータについてアンサンブル平均を求めると、 $\sigma_f(t)$  を包絡する関数を求めることなど、今後の試みに待つ点が多い。

3. パワー・スペクトルの計算

非定常状態においてはパワー・スペクトルも時間的に変動することは(5)式をみても明らかであり、すでに筆者の一人によっていくらかの計算が試みられている。ここでは十勝沖地震の記録を例にパワー・スペクトルの時間変動および各周期成分ごとのパワー・レベルの変動について計算を試みた。

図5はその一例であり、八戸での記録についての計算結果をプロットしたものである。データ数は、サンプリング間隔  $\Delta t = 0.01 \text{ s}$  に対して自己相関関数計算の個数  $h = 256$  である。このときの移動ウィンドウ関数  $w(\tau)$  の選択については、先に述べた判定法の中で Parzen 型とならんで良好であった Exponential 型の中から以下のような方法で選んだ。すなわち  $\tau$  の最大値を  $\tau_{\max}$  とすると、 $f(t) \cdot w(\tau_{\max})$  が非常に小さくなると S/N 比が悪くなる。したがってこの場合、 $\tau_{\max} = 12.5 \text{ s}$

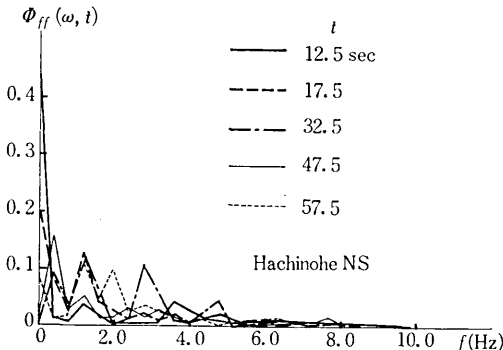


図 5

となるので  $w(\tau_{max}) > 1/20$  を満足するような  $w(\tau)$  として Exponential 型の  $\alpha=0.3$  に相当する移動ウィンドウ関数を採用する. すなわち

$$w(\tau) = e^{-0.3\tau} \quad (|\tau| \leq T) \\ = 0 \quad (|\tau| > T) \quad (6)$$

であり  $w(\tau_{max})=0.07$  となる. 図 6 は八戸での NS 方向の加速度記録に対して各周期成分に関するパワー・スペクトル・レベルの時間的変動を示している.

これらの結果からまず第一に, 各周期成分のパワー・スペクトル・レベルが時間的に凹凸をもって変動しており, とくに長周期成分に対してはきわめて顕著な変動がみられる. たとえば固有周期  $T=2.6$  s についてみると  $t=42.5$  s で 0.35,  $t=97.5$  s で 0.3 のパワー・レベルがあるが  $t=52.5 \sim 62.5$  s および  $t=82.5$  s ではそれらの  $1/10$  以下にすぎない. また従来大地震においては時間の経過とともに長周期の波が卓越するといわれており事実筆者の一人が El Centro 波によって行なった計算結果からもある程度その傾向は指摘できた. また新潟地震 (1964. 6. 16) の記録には一見してその傾向がわかる. しかし八戸での記録による計算結果からみれば, パワー・スペクトルは時間経過とともに必ずしも一定の高いレベルを保ち続けるとは限らず大きく変動している. 一方, 青森での記録には新潟地震でみられたような長周期成分が時間とともに優勢になっていく傾向が明確にみられ, このことからこれは軟弱地盤に対しては一般的な特性であると考えられる.

4. 応答波形のパワー・スペクトル

もっとも簡単な 1 自由度バネ質点系の地震応答のパワー・スペクトルが入力波の非定常性の影響をうけてどのように変動するかを計算する. 周知のように系のインパルス応答関数を  $h(t)$  とするとき, 系の出力  $x(t)$  は入力  $f(t)$  に対して

$$x(t) = \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

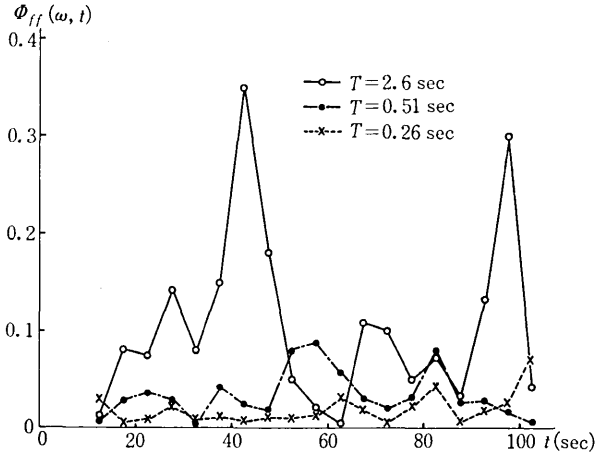


図 6

$$= \int_{-\infty}^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (7)$$

とあらわせる.  $f(t)$  と同じように  $x(t)$  も区間  $(0, T_d)$  において有効値をもつものとして (1) と同様に

$$X(t, t_0) = x(t) \cdot w(\tau) \\ = x(t) \cdot w(t-t_0) \quad (8)$$

とおくと出力の自己相関関数は

$$R_{xx}(\tau, t_0) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} X(t, t_0)X(t+\tau, t_0)dt \\ = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} x(t)w(t-t_0)x(t+\tau) \\ \cdot w(t+\tau-t_0)dt \\ = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} w(t-t_0)w(t+\tau-t_0) \\ \cdot \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t f(\tau'+\tau)f(\tau')h(t-\tau') \\ \cdot h\{t-(\tau+\tau')\} d\tau' d\tau dt \quad (9)$$

したがってこの式からパワースペクトル関数は

$$\Phi_{xx}(\omega, t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau, t_0) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (10)$$

として求めることができる.

実例として八戸記録の NS 方向成分を入力波としたとき 1 自由度系の加速度応答について計算を行なってみる. 減衰係数  $h_s$  は構築物の標準値として 0.05, 固有周期としては加速度応答スペクトルが最大となる  $T_s = 0.35$  s (2.86 Hz) と, 入力波が卓越する  $T_s = 1.0$  s (1.0 Hz) を選んだ.  $T_s = 0.35$  s の系の加速度応答についてそのパワー・スペクトルの時間的変動をプロットしたのが図 7 である. 次に,  $T_s$  のそれぞれの値 (0.35 s, 1.0 s) に対して  $\Phi_{xx}(\omega, t)$  が最大となる 0.37 s, 0.85 s の成分に対する入出力のパワー・スペクトルレベルが時間的にどう変動するかを計算しプロットしたのが図 8 の各図

研究速報

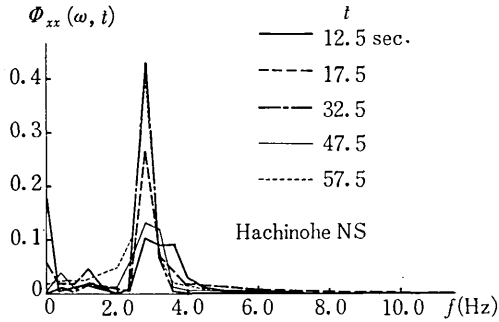


図 7

である。

図 7 と図 8 の結果をみると、同一の  $\omega$  に対する入力パワー・スペクトル  $\Phi_{ff}(\omega, t)$  と出力はパワー・スペクトル  $\Phi_{xx}(\omega, t)$  の変動には非常に似た傾向があり両者は時間  $t$  に対してはほぼ相似的に変動している。また入力信号  $f(t)$  が大きな値を示すときは応答もきわめて大となる。たとえば  $T_s=0.35$  s の  $\omega$  き  $f(t)$  が  $t=33.5$  s で最大となりかつ  $\Phi_{ff}(\omega, t)$  は  $t=32.5$  s で極大となるがこの付近での加速度応答は 610 gal ほどになり、そのほかの  $t$  の値についての加速度応答の極大値が 250 gal ほどであるのに対して 2 倍以上になっている。

系の応答の非定常性を考慮した計算は加速度だけではなく速度および変位応答についても検討しなければならないが、いずれにしても入力の非定常性に大きく左右されると考えられる。

5. む す び

移動ウィンドウ関数  $w(\tau)$  の導入によって非定常性を考慮した地震および一自由度系の加速度応答についてその統計量のうち分散関数、パワー・スペクトルの時間的変動を計算し、その結果例を図示した。

実際の建造物の耐震設計にこの手法を応用するにはさらに多くの入力波による解析をおこなって  $w(\tau)$  の最適な推定法を確立し、模擬地震波作成法も確立する必要がある。また地震動の時間的変動に与える地震の強さ、地盤特性の影響を検討し系に対して入力と出力のパワー・スペクトルの相関性を研究しなくてはならないなど今後解決されるべき問題は多い。

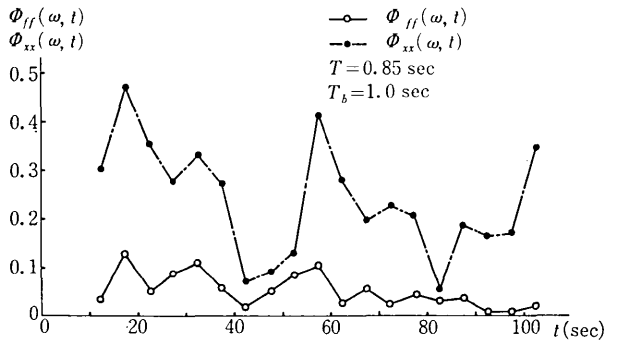
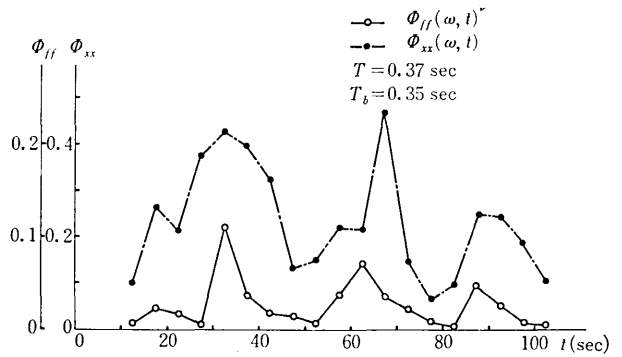


図 8

終りに日頃有益なご指導ご助言いただいている本学互理、藤井、柴田教授および文部省統数研赤池博士に深謝します。本研究の計算および結果の整理に尽力された佐藤研究室技官大堀真敬、駒崎正洋および大学院生黒田佳男の諸氏に感謝する。

(1971年8月24日受理)

参考文献

- 1) Bogdanoff, J. L., et al.; Response of a Simple Structure to a Random Earthquake-Type Disturbance, Bull. Seism. Soc. Am. 51-2, 1961-4.
- 2) Housner, G. W. and Jennings, P. C.; Generation of Artificial Earthquakes, Jour. Proc. ASCE, 1964-2.
- 3) Shinozuka, M. and Sato, Y.; Simulation of Non-stationary Random Process, Proc. ASCE, 93, No. EM 1, 1967.
- 4) Akaike, H.; Low Pass Filter, Tech. Rep. Dep. Statist. Stanford Univ. No. 20, 1967-11.
- 5) 佐藤ほか; 地震動の非定常性の一取扱法について, 生産研究, 17-12, 1965-12.
- 6) 土田ほか; 1968年十勝沖地震とその余震の港湾地域における強震記録, 港湾技研資料, No. 80, 1969.