

## 活動等高線(AC)についての基礎研究(II)

Fundamental Study of Activity Contour

原 広司\*・渡辺 健一\*・林 信昭\*・荒川 智\*・入之内 瑛\*

Hiroshi HARA, Kenichi WATANABE, Nobuaki HAYASHI,  
Satoru ASHIKAWA and Akira IRINOUCHI

建築と都市の全体性把握を目的とした新しい計画論として活動等高線(AC)の研究が位置づけられる。ACにおける最も初期的な段階として、単一閉曲線の性状を研究の対象として研究が始められたが、本レポートでは、閉曲線のR\*(Ridge)に関する報告がなされる。

### はじめに

ACの基礎研究の第一段階に、ACの最も初期的段階としての閉曲線图形を対象として研究が始められた。

生研研究第22巻第10号における「活動等高線(AC)についての基礎研究(I)」で、われわれは閉曲線としての图形の相違を、图形のエントロピーという状態量により示すことを試みた。それによれば、图形の安定性を計る一つの尺度として图形のエントロピー表現が可能であることが示された。しかし、ここにおいても图形の相違ということに対し、より以上に人間の感覚に忠実な点においてとらえる、すなわちも視覚的な图形の相違のより客観的な把握を可能による方法の必要性が望まれた。また、图形の相違を、图形の持つ構造において把握する方法が有効であろうと思われる。

ここに、图形—閉曲線—を把握する構造概念としてのRidge(以後R\*を略記号として使用する)が浮かびあがってきた。また、图形の変化過程を考えた場合にも、R\*なる構造概念が、その考察の方法として有効であろうと思われる。そこで、閉曲線解析においても閉曲線における構造を示すもの、图形の方向性を示すもの等、密度分布を全体的に把握する概念としてのR\*が、研究の対象とされたわけである。

#### (1) 閉曲線のR\*

##### イ) 閉曲線に関する基本的約束

- A. 平面上の連続曲線Cにおいて、 $f, g$ が区間 $[ab]$ で連続とした時、両端が一致( $f(a)=f(b), g(a)=g(b)$ )し、しかも、両端以外に重複点のない单一閉曲線(simple closed curve)を現在の研究の対象とする。
- B. 単一閉曲線における閉領域を、内部領域とし、それ以外で、閉曲線上を除く領域を、外部領域とする。
- C. 閉曲線上において、時計まわり方向を、正の方向、反時計まわり方向を、負の方向とする。(図1)
- D. 閉曲線上を正方向にたどった時に、曲率の中心が右側にある時、閉曲線を凸、曲率の中心が左側にある時、閉曲線を凹といふ。

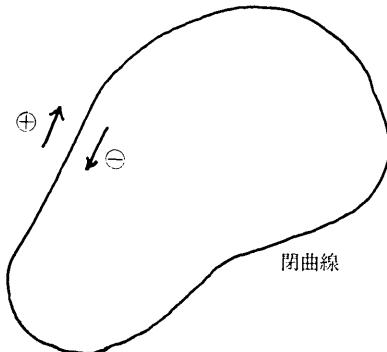


図1

E. 閉曲線上の一点で、接線が一意に定まらない時、この点を曲線上の特異点という。この特異点における曲線の交角が閉曲線の内部で180度以上の場合に凹特異点、閉曲線の外部で180度以上の場合に、凸特異点という。

##### ロ) 閉曲線にたいする平行閉曲線の定義

A. 通常の場合：曲線が与えられた場合、これに対する平行曲線とは、与えられた曲線上の任意の点からの距離が、あらゆる点で等しい点の集合として示される。また、この逆も成立つ。

B. 与えられた曲線の一部が、平行線の平行間隔以下の曲率半径を有し、しかも、その曲率の中心側に平行線を考える場合：平行間隔以下の曲率半径部分における曲率中心側の平行線は定義せず、特異点(重複点)を生じた時、特異点を端点とする分枝は平行閉曲線より除く。

##### C. 与えられた曲線が、特異点を有する場合

(イ) 凸特異点部分における内部領域への平行閉曲線：特異点付近の平行線において、特異点(重複点)を生じた時、特異点を端点とする分枝は平行閉曲線より除く。

(ロ) 凹特異点部分における内部領域への平行閉曲線：特異点部分における平行線は、特異点を中心とし、半径を平行間隔とした円弧とする。

(ハ) 凸、凹各特異点における外部領域への平行線も、

\* 東京大学生産技術研究所 第5部

それぞれ、ロ), イ) と同様に定義される。

以上, A, B, C の総体として閉曲線にたいする平行閉曲線を定義する。この様に定義される平行閉曲線は、その定義の性質上、単一閉曲線として示されることがわかる。

#### ハ) 帯の意味

閉曲線にたいする平行閉曲線により作りだされる帯の意味について考えてみよう。

ある閉曲線にたいして平行曲線を考えるということは、そこに成長の概念が導びかれると思われる。AC を問題の対象とする場合も図形の成長ということは、変動論の時点において重要な概念となる。そして、図形の成長、発展、あるいは縮小等の変動を対象とした時に、なめらかな成長、安定成長等の最もありそうな変化形態が、思考過程の基盤として重要であろう。平行閉曲線とは、この点において重要な役割を果たすように思われる。

さて、AC についての基礎研究(I)において図形のエントロピーについて思考を試みたわけであるが、この考え方を、平行閉曲線における帯に適応を試みてみる。

一般に帯を図-2 のように規定し、帯間隔を  $a$ 、分割数を  $n$  とした時、帯のエントロピーを、

$$(e) = f(a \text{ のばらつき}, n \text{ の数})$$

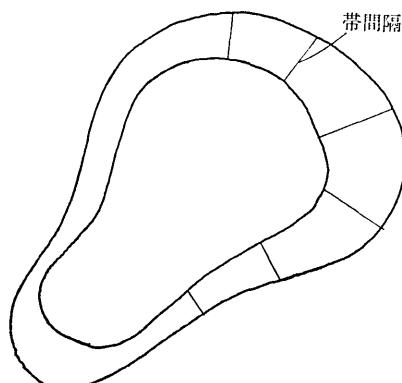


図 2

と規定するなら、平行閉曲線により作りだされる平行な帯は、エントロピー最大を示すことがわかる。平行な帯を図形の発展成長の過程とするなら、これは、エントロピー最大な成長形態である。つまり、図形のなめらかな成長の一形態であるといえる。

このように、図形のなめらかな成長形態にたいしても、図形のエントロピーという状態量による計量が可能であることがわかる。

(注) 帯のエントロピー ( $e$ ) は、次のようにして求められる。  

$$(e) = - \sum_i a_i / n \bar{a} \cdot \log a_i / n \bar{a}$$

#### ニ) $R^*$ の定義

閉曲線の  $R^*$  は、次のように定義される。

「閉曲線の内部領域において、その閉曲線に引かれた

平行閉曲線群における特異点の軌跡を、閉曲線の  $R^*$  とする。」

この定義を、作図上の問題として考えてみる。与えられた閉曲線により囲まれた内側の領域に向かって、適当な単位間隔  $d$  の平行線を順次描いてゆくと、閉曲線の曲率を  $\rho$  とした時、 $nd > 1/\rho$  なる  $n$  に対し、閉曲線に対して引かれた平行線から、特異点を持ち始める。この特異点は、平行線が交叉する点であり、これを順次結んでいった曲線が、求める  $R^*$  である。

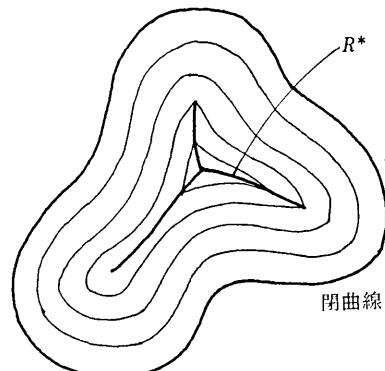


図 3

さらに、 $R^*$  の幾何学的な意味を考えてみよう。

$R^*$  上の任意の点を  $P$  とし、定義より、この  $P$  が平行間隔  $h$  で閉曲線に引かれた平行線の交点として形成された点とすると、平行線の性質により、点  $P$  より閉曲線に引かれた法線は、点  $P$  と閉曲線間の間隔が共に  $h$  に等しい。このことより、点  $P$ を中心半径  $h$  の円を描くと、閉曲線における内接円となっていることがわかる。このように、 $R^*$  上のすべての点において、同様のこと�이

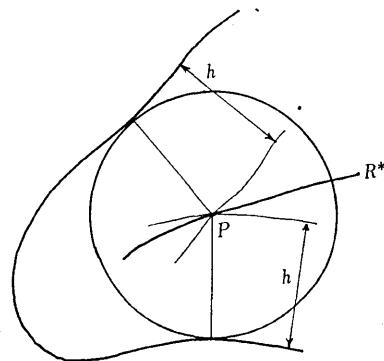


図 4

える、ゆえに、 $R^*$  は、閉曲線の内接円の中心の軌跡であるともいえる。

次に、閉曲線上の点と、 $R^*$  上の点との対応関係を考えてみる。 $R^*$  上の点において、常に閉曲線に対し内接円を描くことが可能であり、内接円の性質上より、 $R^*$  上の一点と、内接円の接点であり、かつ、閉曲線上の 2 点

(区間として対応する場合もある) とが、1 to 1 対応をなしている。また、閉曲線上における任意の一点を考え、そこにおいて閉曲線に対し引かれた法線と  $R^*$  の交点が対応点となり、さらに、 $R^*$  上の点より、また閉曲線上の別の対応点をみつけることができる。このように、 $R^*$  上の一点と、閉曲線上の2点、あるいは区間とが、常に1 to 1 対応の関係を成しているといえる。

ロ) の閉曲線に対する平行閉曲線の定義に示されるごとく、平行線の平行間隔が、その曲線の曲率半径を越える場合、常に平行閉曲線に特異点が生じ、それが  $R^*$  になることがわかる。このことより、閉曲線における  $R^*$  は、その閉曲線の曲率の最大の部分より生じ、しかも、その曲率の中心が  $R^*$  の端点に対応しているといえる。

#### ホ) $R^*$ の意味

閉曲線の構造概念として導入された  $R^*$  に関し、いかなる意味があるかを考えてみよう。

まず、第一に最も基本的なことであるが、 $R^*$  の定義より、すべての閉曲線に対して  $R^*$  が描けるということである。これは、 $R^*$  を考えてゆく上での前提条件としての意味を持つこととなる。それでは、いかなる閉曲線に対しても描ける  $R^*$  の意味とは、どのようなものであろうか。

さて、われわれは、 $R^*$  を閉曲線の平行線群の特異点の軌跡としてとらえているが、具体的に単位平行間隔  $\alpha$  で描かれた平行線群は、そのままの形で等高線であり、しかも、間隔一定の等高線ということで、等勾配な傾斜を形成する。そして  $R^*$  の意味は、等勾配で斜面を作りあげた時の稜線であるといえる。

また、このことを説明する興味ある実験について述べることとする。今、与えられた閉曲線に形どった平面板を用意する。この板を水平に設置した後、砂をこの上に積み上げてゆく。砂の性質により、ある一定の傾斜以上

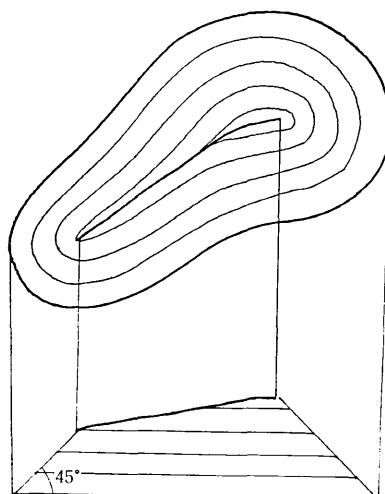


図 5

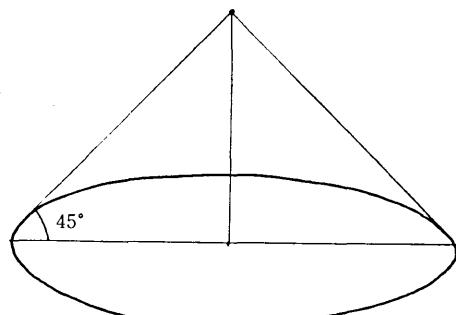


図 6

には積みあげることはできず、結果としては、等傾斜となり、形成される稜線が、われわれの現在、問題としている  $R^*$  に他ならないということができる。

以上述べたように、 $R^*$  とは、平面的な閉曲線すべてに潜在的に存在する立体として思考の対象を転換することになるわけであり、いうなれば、平面形態より立体形態への写像として  $R^*$  が意味を持ってくるということになるといえる。

また、 $R^*$  を問題とする場合に、以上のことより、立体的把握の必要性が生まれてくる。具体的にいえば、 $R^*$  は空間曲線としての把握が必要となるという点に重要性があるといえる。

#### ヘ) $R^*$ に対応する概念としての $V^*$

今、われわれは、閉曲線の内部領域に関する考察を行ない、そこにおいて、 $R^*$  なる概念の導入を行なった。さて、ここで  $R^*$  は、地理学的概念の稜線に対応すると考えられるが、では、やはり地理学的概念で、稜線に対応する、谷の概念が、閉曲線に対して導入されるか否かを考えてみよう。

われわれは、 $R^*$  を閉曲線の内部領域における平行閉曲線群の特異点の軌跡として求めたが、この定義を、閉曲線の外部領域に拡大してみると、やはり、特異点の軌跡として曲線が形成されてくる。これを、地理学的な等高線として解釈すると、谷の概念と一致することがわかる。

そこで、次の様に谷 (Valley, 以後  $V^*$  を略記号として使用する) を定義することができる。

「閉曲線の外部領域において、その閉曲線に引かれた平行閉曲線群における特異点の軌跡を、閉曲線の  $V^*$  とする。」

さて、 $R^*$  に関する考察と同様な方法で、次のことを導びくことができる。すなわち、閉曲線の凹な領域において、曲率の中心が  $V^*$  の端点となるということである。

$R^*$  は、閉曲線における内部領域における構造概念として導びかれた。これと同様に、 $V^*$  は、閉曲線の外部領域における構造概念として考えられるであろう。また、

形を力による変形により形成されたとみた時、 $R^*$  と  $V^*$  は、閉曲線に対し、それぞれ、内力、外力の関係として、作用していると考えることができるであろう。

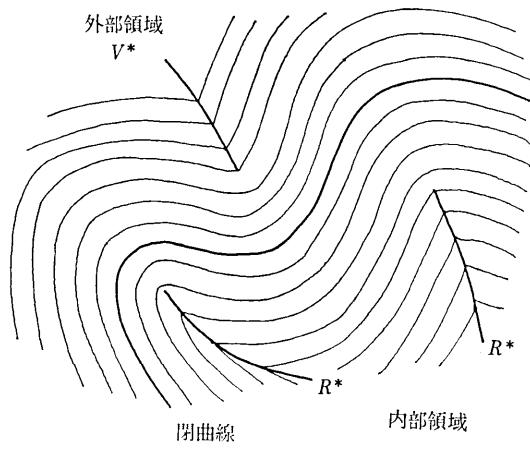


図 7

#### ト) 可逆性と不可逆性

さて、平行閉曲線群を、図形の発展形態と、とらえる場合、ロ)における定義の性格上、縮小、あるいは拡大において、可逆性と不可逆性の二種類の性質を帯びてくる。閉曲線の内部領域における領域区分((2)一(イ))で述べられることであるが、一般的に閉曲線、あるいは平行閉曲線群に、特異点なしで描ける領域が存在する。これが、平衡発展の行なわれる領域として、可逆性のいえる領域である。これに対し、平行閉曲線に特異点が生じた時点において、不可逆的領域へ入るといえる。

##### (i) 凸特異点における場合

平行閉曲線の定義の性格上、拡大に対しては、可逆的であるが、縮小に対しては、不可逆的である。(図8)

##### (ii) 凹特異点における場合

縮小に対して、可逆的であるが、拡大に対して、不可逆的である。(図9)

(i)においては、内部領域に、 $R^*$  が生じた時点において、不可逆的となり、(ii)においては、外部領域に  $V^*$

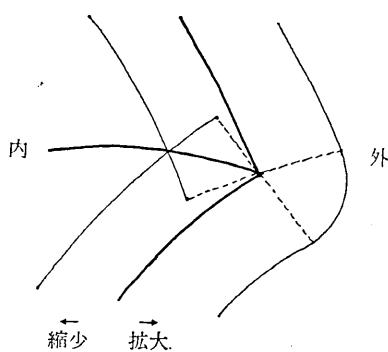


図 8

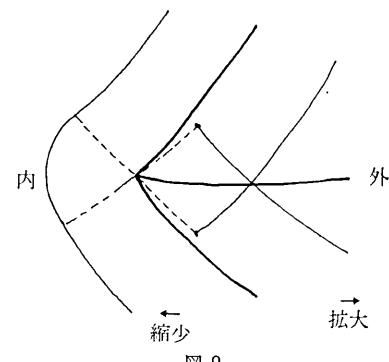


図 9

が生じた時点において、不可逆的となる。

以上、発展形態に、 $R^*$ 、 $V^*$  の考えを導入するなら、その変化過程において、 $R^*$ 、 $V^*$  が生じる場合に、それは、不可逆的領域に入るといえるであろう。

#### (2) $R^*$ の性質

##### イ) 閉曲線でかこまれた図形Dの領域区分

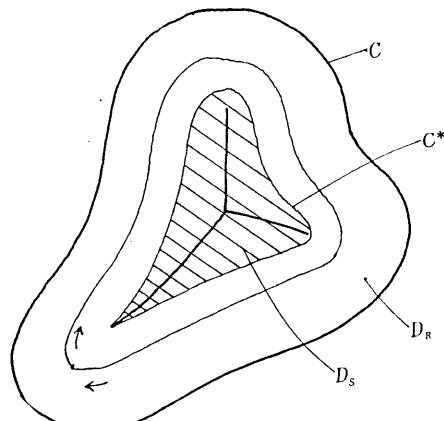
我々は、閉曲線  $C$  と  $R^*$  で構成される空間領域を対象として思考を行なっている。この空間領域に対して、その形成される空間の性質の相違により、領域区分が可能となろう。この領域区分により、閉曲線  $C$  や  $R^*$  の性質、ひいては、 $C$  と  $R^*$  の関係の明確化が可能となるであろう。

##### 臨界閉曲線 $C^*$ による領域区分

閉曲線  $C$  が与えられた時、この閉曲線の平行線群のうち、特異点の生ずる領域と、生じない領域との区分であり、その境界における平行線を臨界閉曲線（略記号  $C^*$  で表わす）とし、領域の区分の境界線となる。与えられた閉曲線に凸特異点の存在する場合には、これが、そのまま臨界閉曲線となり、領域区分はなされない。

では、 $C^*$  により囲まれた領域  $D_s$  と、 $C^*$  と  $C$  で囲まれた領域  $D_R$  の意味が、どのようなものであるかを考えてみよう。 $D_R$  に関しては、平衡的な発展領域として示されるものであり、形成過程の可逆性が成立する領域である。また、等密度線に従って、道すじを描いた場合に、 $R^*$  を越えずにもとの点にもどることができる領域ともいえる。それに対し、 $D_s$  に関しては、閉曲線  $C$  の原型として示され、 $R^*$  を含む最小領域として、また形成過程の不可逆的領域として、閉曲線  $C$  の構造を解明する重要な領域である。この領域に関する研究は、今後の閉曲線の構造解析における重要なかぎとなり、課題とされるものである。(図10参照)

さて、これまで山として把握していた AC より発展し、これを男型として作られる女型の容器を考えてみる、いま、この容器の周辺部、すなわち、もとの閉曲線部分よりボールをころがすと、ボールの集中の仕方にある性質があることがわかる。この性質を利用して、閉曲線により囲まれた図形の領域区分が可能であると思われる。



閉曲線  $C$  により囲まれる領域:  $D$   
臨界閉曲線 :  $C^*$   
 $C^*$  で囲まれる領域 :  $D_s$   
 $C^*$  と  $C$  で囲まれる領域 :  $D_R$

図 10

□)  $R^*$  上の点の性格による分類

曲線上の点と、 $R^*$  上の点との対応関係の性格分類をすると次のようになる。

定常点の定義

$C$  と  $R^*$  との対応

$$f : C \rightarrow R^*$$

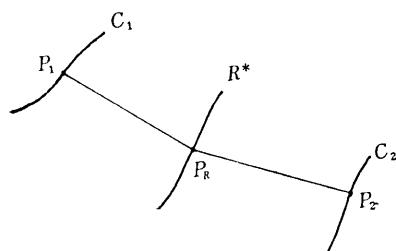


図 11

を考える。 $(C$  の元 (曲線上の点) は、 $R^*$  の元 (曲線上の点) に対応する)

いま、 $C$  の部分集合、 $C^\circ$  をとると、 $C^\circ$  は  $C_1$ 、 $C_2$  のふたつの同型の部分集合 ( $C_1 \cup C_2 = C^\circ$ ,  $C_1 \cap C_2 = \emptyset$ ,  $g : C_1 \rightarrow C_2$  とすれば、 $g$ 、 $g^{-1}$  は 1 to 1 に対応する) にわけられる。 $P_1 \in C_1$ 、 $P_2 \in C_2$  として、対  $(P_1 P_2)$  をつくれば、 $(P_1 P_2)$  は、 $R^*$  の一点  $P_R$  と対応し、適当な  $R^*$  の部分集合  $R^{*0}$  と、 $\{(P_1 P_2)\}$  とは同型になる。このような  $C^\circ$ 、 $R^{*0}$  を定常領域といい、 $(P_1 P_2 P_R)$  をそれぞれ、 $C$ 、 $R^*$  の定常点という。

定常点でない場合

$$f : C \rightarrow R^*$$

定常点でない場合には、次の場合が考えられる。

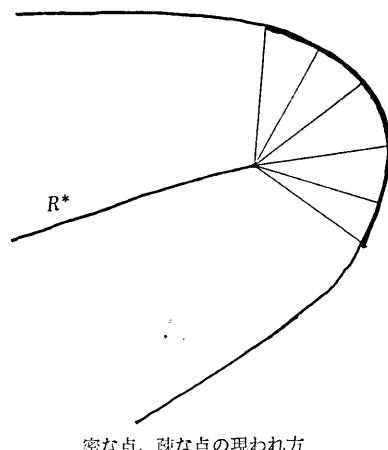
イ.  $f$  が多値である場合

ロ.  $f^{-1}$  が多値である場合

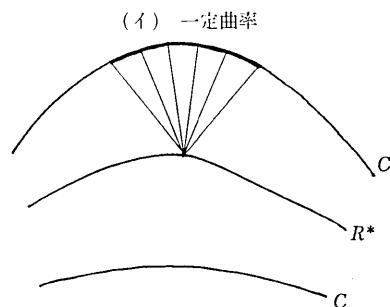
定常点でない場合には、密な点、疎な点の概念が生ま

れる。

対  $(P_1 P_2)$  に対応した  $R^*$  上の点  $P_R$  が、区間  $[P_{R1} P_{R2}]$  により示される場合、区間  $[P_{R1} P_{R2}]$  を、 $R^*$  の疎な点といい、また、この時の点  $(P_1 P_2)$  を、 $C$  の密な点という。次に、 $R^*$  上の点  $P_R$  に対、 $C$  上の対応点が  $P_1 P_2$  の少なくとももいはずれかが、区間  $[P_{11} P_{12}]$  あるいは、区間  $[P_{21} P_{22}]$  で示される時、 $R^*$  上の点  $P_R$  は、 $R^*$  の密な点、区間  $[P_{11} P_{12}]$  あるいは、区間  $[P_{21} P_{22}]$  を  $C$  の疎な点という。



密な点、疎な点の現われ方



$C$  の疎な点、 $R^*$  の密な点

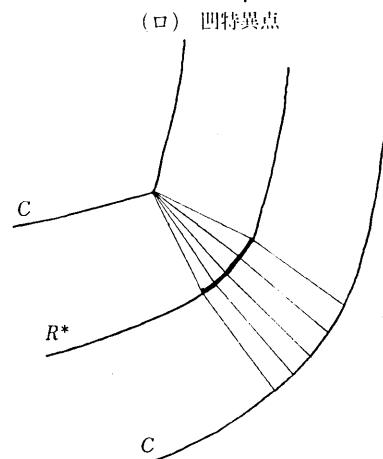


図 12

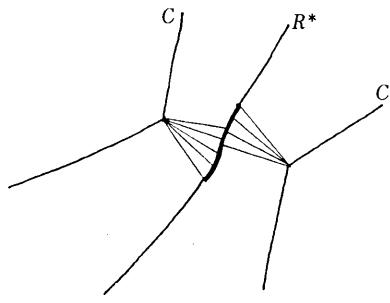


図 13

密な点、疎な点は、次の場合にあらわれる。

イ. 閉曲線に、一定曲率部分が存在する場合

$$\rightarrow C \text{ の疎な点}$$

$$R^* \text{ の密な点}$$

ロ. 閉曲線に、凹特異点が存在する場合

$$\rightarrow C \text{ の密な点}$$

$$R^* \text{ の疎な点}$$

ハ)  $R^*$  の座標表現

いま、閉曲線  $C$  が直交座標で

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t)$$

で与えられた時、この閉曲線  $C$  における  $R^*$  の座標を求ることとする。

まず、曲線  $C$  との平行線を求める。

曲線  $C$  と、平行間隙  $h$  の平行線の座標は一般に

$$X = x \pm h \sin \alpha$$

$$Y = y \mp h \cos \alpha$$

で表わすことができる。ただし、 $\alpha$  は曲線上の点  $(x, y)$  における接線の傾角を示す。

曲線  $C$  の部分集合  $C^0$  を取った時、 $C^0$  は  $C_1, C_2$  のふたつの同型の部分集合 ( $C_1 \cup C_2 = C^0, C_1 \cap C_2 = \emptyset, g : C_1 \rightarrow C_2$  とすれば、 $g, g^{-1}$  は 1 to 1 に対応) にわけられ、 $P_1 \in C_1, P_2 \in C_2$  なる対  $(P_1, P_2)$  が、 $R^*$  上の点  $P_R$  に対応し、部分集合  $R^{*0}$  と  $\{(P_1, P_2)\}$  とは同型となる。このような  $C_1, C_2$  が対応点の集合となる。 $R^*$  は、定義により、曲線  $C_1, C_2$  における平行線群の交点の軌跡と

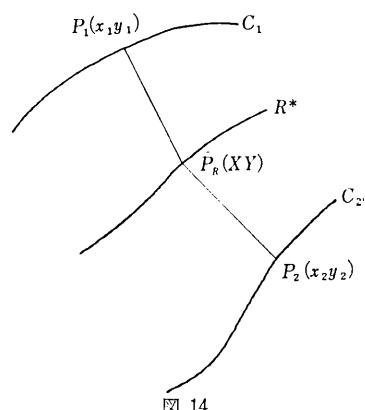


図 14

して求めることができる。

曲線  $C_1$  に平行な曲線群

$$X_1 = x_1 + h \sin \alpha_1 \quad (1)$$

$$Y_1 = y_1 - h \cos \alpha_1$$

曲線  $C_2$  に平行な曲線群

$$X_2 = x_2 - h \sin \alpha_2$$

$$Y_2 = y_2 + h \cos \alpha_2 \quad (2)$$

これらの交点の軌跡としての座標を求める

$$X = \frac{x_2 \sin \alpha_1 + x_1 \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2} \quad (3)$$

$$Y = \frac{y_2 \cos \alpha_1 + y_1 \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}$$

ただし、 $x_1, y_1, \alpha_1; x_2, y_2, \alpha_2$  の間の条件として

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2}$$

$$= -1/\tan \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (4)$$

が成立することが必要である。

さて、ここで条件 (4) の意味を考えてみよう。

まず、 $R^*$  が  $C_1, C_2$  上の点  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  を対応点として  $R(X, Y)$  が決定されたとしよう。ここで点  $P, Q$  上で各曲線  $C_1, C_2$  に引かれた接線の交点を  $O$  とすると、 $R^*$  の性質として、 $PR=QR$  が成立つ。しかも、内接円の中心としての性質として、角  $OPR=\angle OQR=\pi/2$  が成立つ。ゆえに、三角形  $OPR$  と三角形  $OQR$  は合同となる。このことより、 $OR$  は角  $POQ$  の二等分線となっていることが証明される。そこで、直線  $OP, OQ$  の傾角が  $\alpha_1, \alpha_2$  であることから、直線  $OR$  の傾角は  $\alpha_1 + \alpha_2/2$  であることがわかる。この関係と、三角形の合同条件より導びかれる。 $OR$  と  $PQ$  の直交条件とから、条件 (4) を導びくことができる。すなわち、部分集合  $C_1, C_2$  上の点の対応条件として、条件 (4) があることがわかる。

次に、 $R^*$  が、(4) の条件のもとに、(3) で与えられた場合に、

$$\frac{dY}{dX} = \tan \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (5)$$

が、成立つことが証明できる。これは、 $R^*$  上の一点  $(X, Y)$  と、これに対応する  $C_1, C_2$  上の点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

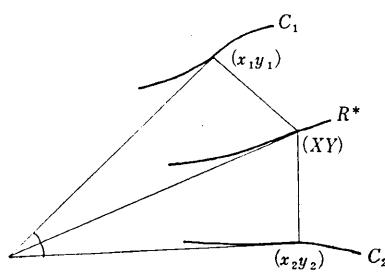


図 15

$y_2$  上に引いた接線が一点で交わり、しかも  $(X, Y)$  上の接線が  $(x_1, y_1)$   $(x_2, y_2)$  における接線の交角の二等分線となっているという幾何学的な性質を示すものである。

(証明)

$$\text{曲線 } C: x = \varphi(t), \quad y = \psi(t) \quad (6)$$

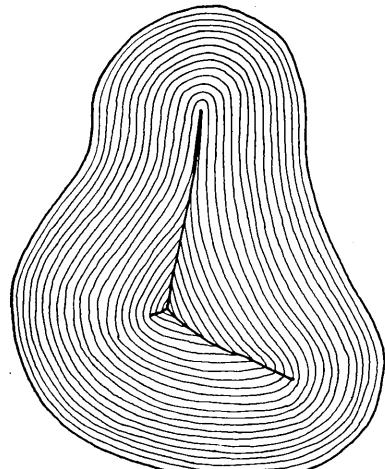
$$dy/dx = \tan \alpha \quad (7)$$

$$(7) \text{ より} \quad dy_1/dt = \tan \alpha_1 \cdot dx_1/dt \quad (8)$$

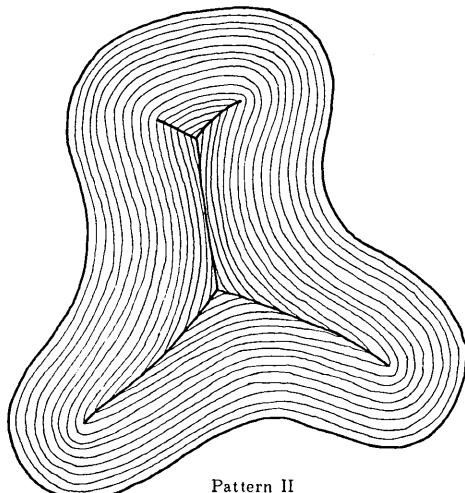
(3) を  $t$  につき微分

$$\begin{aligned} (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)^2 dX/dt &= \sin^2 \alpha_1 \cdot dx_2/dt \\ &+ \sin^2 \alpha_2 \cdot dx_1/dt + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 (dx_1/dt \\ &+ dx_2/dt) - (x_2 - x_1)(\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 d\alpha_2/dt \\ &- \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 d\alpha_1/dt) \end{aligned}$$

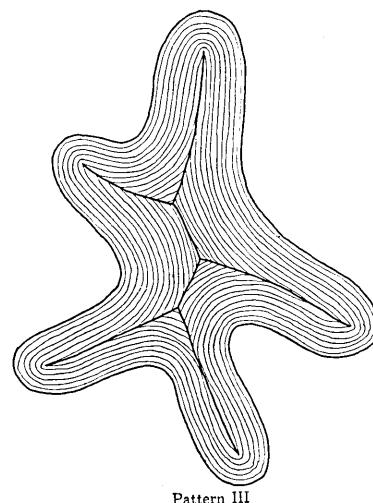
$$\begin{aligned} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)^2 dY/dt &= \cos^2 \alpha_1 \cdot dy_2/dt \\ &+ \cos^2 \alpha_2 dy_1/dt + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 (dy_1/dt) \end{aligned}$$



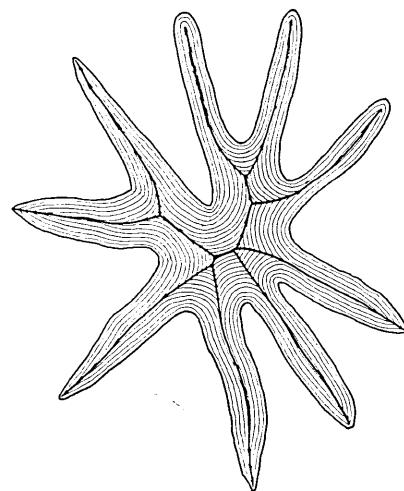
Pattern I



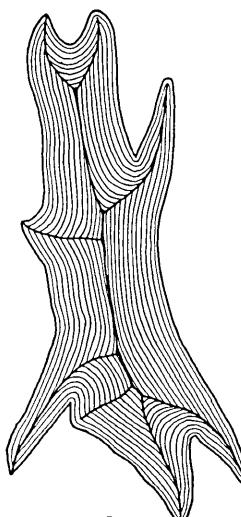
Pattern II



Pattern III



Pattern IV



Pattern V

図 16

$$+dy_2/dt) - (y_2 - y_1)(\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 d\alpha_1/dt \\ - \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 d\alpha_2/dt) \quad (9)$$

(4) を  $t$  につき微分し、(4) (8) を代入する。

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \frac{dx_1}{dt} \\ + \frac{\cos \alpha_2}{\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2} (x_2 - x_1) \left( \frac{d\alpha_1}{dt} + \frac{d\alpha_2}{dt} \right) \quad (10)$$

(9) に (4) (8) (10) を代入し整理すると

$$(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)(\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)dY/dt \\ = (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)(\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_1)dx_1/dt \\ + (x_2 - x_1)(\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2)d\alpha_1/dt \\ (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)^2 dX/dt = (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)(\sin \alpha_2 \\ + \cos \alpha_2 \tan \alpha_1)dx_1/dt + (x_2 - x_1)(\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2)d\alpha_1/dt \quad (11)$$

(11) より  $dY/dX = (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2)/(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) = \tan(\alpha_1 + \alpha_2)/2$  が証明される。

### (3) $R^*$ のパターンと閉曲線の発展プロセス

#### イ) $R^*$ のパターン

閉曲線のパターンは多様である。また、閉曲線に対応した  $R^*$  のパターンも多様である。ここでは、閉曲線のパターンを、5種類選び、それに対応した  $R^*$  の形態を描いてみた。(活動等高線(AC)についての基礎研究Iにおいて、対象とした5種類の閉曲線パターンをとっている。) (p.16 図16 参照)

#### ロ) ある图形から円へのスムーズな移向

ある图形が少しづつ変化していくて円に変化するプロセスは、いろいろ考えられる。ここで、もっともありそうなスムーズな変化について考えてみる。

平衡な発展(曲線C上の点が、等距離に法線方向に移動する、すなわち、平衡曲線を描く)によって円に近づく過程が、スムーズな変化であると考えられる。この発展は、 $P \rightarrow P'$  の変位を  $\rho$  とすれば、この  $\rho$  の分布から求められた確率函数  $f(x)$  について、エントロピー

$$(S) = - \int f(x) \log f(x) dx$$

が最大になる発展形式である。この変化の意味は、ある  $R^*$  をもった平行曲線群を、一定の大きさの画面に投影した場合、画像の縮尺を無限大まで伸ばしてゆく過程

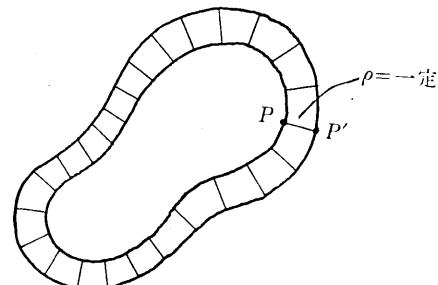


図 17

であるといつてもよい。いい方をかえれば、あらゆる图形は、無限時間平衡発展を続けてゆくと、円に近づくという意味もある。

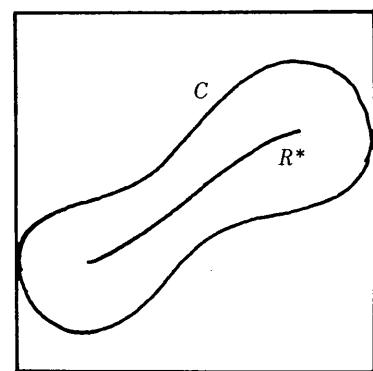


図 18

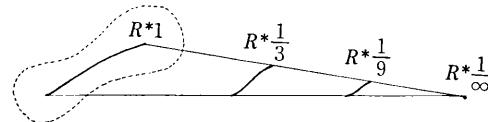


図 19

注: ここで、円という形態を問題とするのは、图形のエントロピーが円で最大である事より、图形の中で最も安定した形態であるとして、円を思考の基盤として把握している為である。また、円の  $R^*$  は当然の事であるが、中心一点である。

(1971年6月21日 受理)

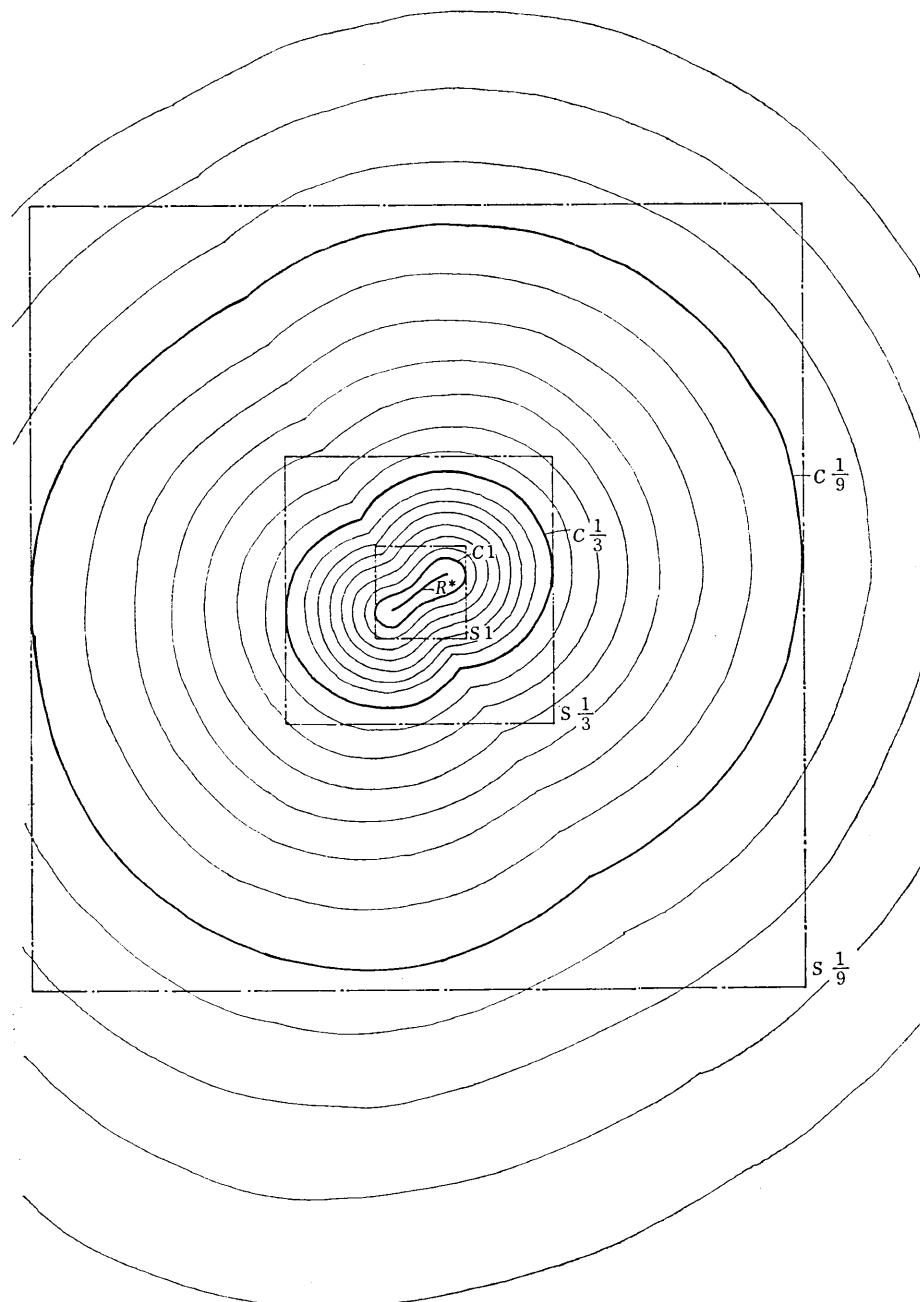


図 20

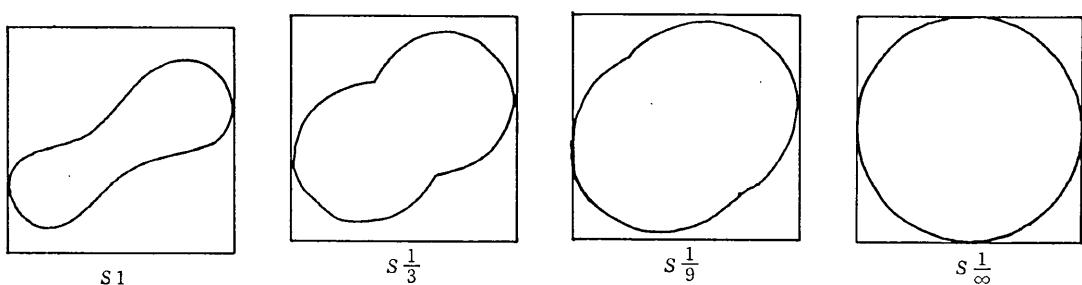


図 21