

ファブリー・ペロ干渉計の見かけのフィネスと 眞のフィネスについて

Real and Virtual Finesse of the Fabry-Pérot Interferometer

藤井 陽一*・滝本 英之*

Yoichi FUJII and Hideyuki TAKIMOTO

ファブリー・ペロ干渉計(FP)のフィネス(finesse)を測定するとき、レーザ光のスペクトル分布の影響をうける。すなわち、測定された見かけのフィネスとFPの眞のフィネスが異なってくることになる。そこで、測定されたフィネスから眞のフィネスを求める方法について解析を行ない、簡単な近似式を求めた。さらに、数値計算により、この式の適用範囲を求めた。また、近似式を測定値に用いることにより、FPの眞のフィネスおよびレーザ光のスペクトル分布を得ることができたので以下に報告する。

1. 解析

いま、ひとつのFP(平面鏡、振幅反射率 r 、平面鏡間隔(共振器長) d)を考えるを考える。その電力透過率周波数特性 $T(\omega)$ は、中心角周波を ω_0 とすると、

$$T(\omega) = [1 + F \sin d/c(\omega - \omega_0)]^{-1} \quad (1)$$

となる。ここに、 $F = 4rr^*/(1 - rr^*)^2$ 、 $\omega_0 = n\pi c/d$ である。ただし、 r^* は r の共役複素数、 c は真空中の光の速さ、 n は大きな正整数であり、FP内部の伝搬媒質の屈折率は1、入射波は平面波で最大透過電力は1とした。このとき、FPのフィネスおよび半値幅はそれぞれ

$$F_0 = \pi\sqrt{F}/2 = \pi c/d \Delta\omega_0 \quad (2)$$

$$\Delta\omega_0 = 2c/L\sqrt{F} = \pi c/d F_0 \quad (3)$$

となる。ただし、 $F \gg 1$ ($rr^* \approx 1$) で $1 \sin d/c (\pm \Delta\omega_0/2)$ $1 \ll 1$ の場合の近似である。

一般にFPを通過した透過光強度 $M(\omega)$ はレーザ光のスペクトル分布 $G(\omega)$ と $T(\omega)$ のconvolutionで与えられる(図1)。すなわち、

$$M(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\xi) T(\xi - \omega) d\xi \quad (4)$$

ここで、解析上簡単のため、 $G(\omega)$ および $T(\omega)$ をGauss分布で近似する。すなわち、規格化して

$$G(\omega) = 2\pi g_0 \exp[-\pi g_0^2(\omega - \omega_0)^2] \quad (5)$$

ここで、 $g_0 = 2\sqrt{\ln 2/\pi}/\Delta\omega_0$ で $\Delta\omega_0$ はレーザ光の発振周波数幅である。また、

$$T(\omega) = 2\pi t_0 \exp[-\pi t_0^2(\omega - \omega_0)^2] \quad (6)$$

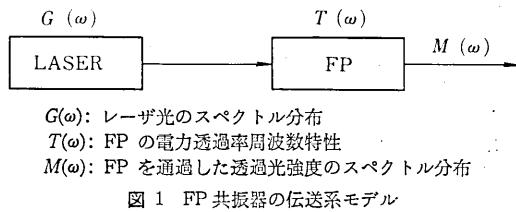


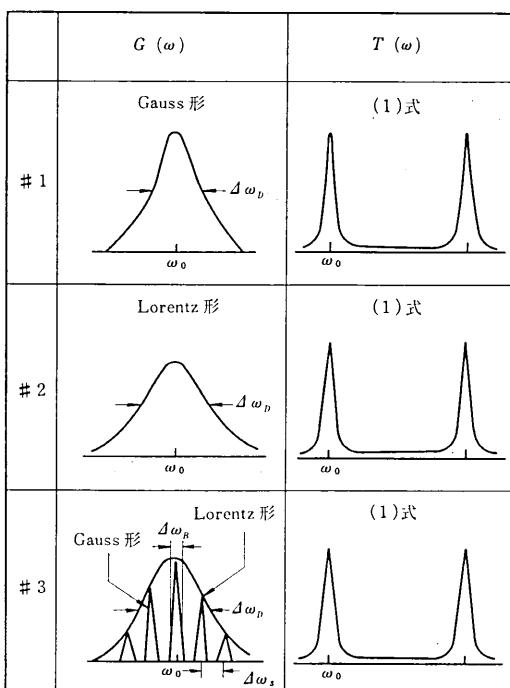
図1 FP共振器の伝送系モデル

ここに、 $t_0 = 2\sqrt{\ln 2/\pi}/\Delta\omega_0$ である。したがって、(5)、(6)式を(4)式に代入して、フーリエ変換で計算すれば、

$$M(\omega) = 2\pi m_0 \exp[-\pi m_0^2(\omega - \omega_0)^2] \quad (7)$$

となる。ここに、 $m_0^{-2} = g_0^{-2} + t_0^{-2}$ であるから、これを $(2\pi \cdot c/2d)$ で除することより、次式が得られる。

表1 数値計算に用いた $G(\omega)$ 、 $T(\omega)$ の組合せ



$T(\omega)$ は本文中(1)式で与えられる。

モデル#1はGauss形分布。

モデル#2はLorentz形分布。

モデル#3はレーザのたてモードを含めた分布である。

* 東京大学生産技術研究所 第3部

研究速報

表2 モデルを用いた数値計算解 $M(\omega)$ より求めた「見かけのフィネス」と近似式より求めた「見かけのフィネス」とや比解

d (cm)	近似式解	数値計算解		
		# 1	# 2	# 3
1.0	23.6	23.4	23.1	22.8
1.5	15.8	15.9	15.8	15.3
2.0	11.9	11.8	12.0	11.4
2.5	9.5	9.5	9.5	9.3
3.0	7.9	8.0	8.2	7.6
4.0	5.9	6.1	6.0	5.7
4.5	5.3	5.3	5.3	5.2
5.0	4.8	4.9	4.9	4.5
5.5	4.3	4.3	4.4	4.1
6.0	4.0	4.0	4.0	3.8
7.0	3.4	3.5	3.5	3.5

$$1/F_m^2 = 1/F_c^2 + 1/F_0^2 \quad (8)$$

ここに、 $F_m = \pi c/d m_0$, $F_D = \pi c/d \Delta\omega_D = \pi c/d g_0$, F_0 は(2)式で与えられる真のフィネスである。

この(8)式で与えられる F_m を測定より得られる「見かけのフィネス」と呼ぶ。右辺第一項はレーザの発振スペクトル幅に起因するもので、第二項はFPの鏡定数によってのみ決定される真のフィネスである。

さて、この(8)式を用いることにより、 F_m と F_D から F_0 が求められることになる。しかし、実際には $G(\omega)$ も $T(\omega)$ も Gauss 形スペクトルではない、そこで近似式(8)式の適用範囲について調べる。表1に示した $G(\omega)$, $T(\omega)$ の分布函数の組み合せについて、(4)式の $M(\omega)$ 数値計算解を表2に、近似式より求めた F_m と共に示す。表2において、#3はレーザのたてモードをも含めた場合であり、 $\Delta\omega_B$ はレーザたてモードの周波数ゆらぎ等による等価的スペクトル幅、 $\Delta\omega_S$ はレーザのたてモード間隔である。

数値計算に用いた数値例は以下のとおりである。

$$\Delta\omega_B/2\pi = 630 \text{ MHz}, \Delta\omega_S/2\pi = 28 \text{ MHz},$$

$$\Delta\omega_S/2\pi = 150 \text{ MHz}, rr^* = 0.98$$

これらの数値例は実際のレーザ光、FPについて、実験より推測した値である。表2より近似式(8)は実際のレーザ光、FPに対してもよく一致しており実用上有用な近似式であることがわかった。

2. F_m の測定および測定結果

F_m の測定は共振器長変化法による。つまり(1)式において、 d を $d + \epsilon (\epsilon \ll d)$ にすると、 $T(\omega)$ の共振角周波数 ω_r は $\omega_r = \pi n_0 c / (d + \epsilon) = \omega_0 (1 - \epsilon/d)$ となる。ここで $\epsilon = d/n = \lambda_0/2$ (λ_0 = レーザ光の波長) とすれば一つの曲線 Q を得る。さらに、(8)式から

$$1/F_m^2 = 1/F_0^2 + (\Delta\omega_B/c\pi)^2 d^2 \quad (9)$$

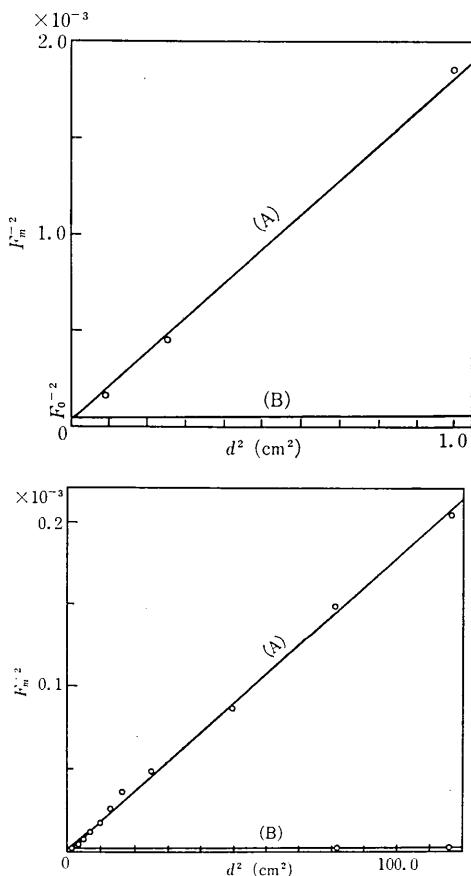


図2 (8)式の実験的確証
Aは $\Delta\omega_D$ (α 曲線)、Bは $\Delta\omega_B$ (β 曲線)にそれぞれ存在する。

より、 d の函数として F_m を測定することができる。

実験には、 $G(\omega)$ として He-Ne レーザ(共振器間隔 1 m)の TEM₀₀ モード(たてモード約 7 本)、 $T(\omega)$ として、直徑 55 mm、電力反射率約 98%、面積度 1/100 波長(共に 6228 Å について)の平面鏡より構成された FP を用いた。共振器長微少変化は圧電素子を用い、掃引速度は $\epsilon = \lambda_0/2$ あたり約 5 秒で、透過光検出は光電子増倍管を用いた。また、波面不整合によるフィネス値の劣化を除くために最小フリンジのスポットサイズ(最大透過光強度になったときの直径)と検出器 aperture の直徑との比を 0.05 とし、近軸光線のみを検出した。

ここで、FP の分解角周波数(光学的には分解能にある)を ω_{res} とすると(3)式を用い、 $\omega_{res}(d) = \Delta\omega_0 = \pi c/d F_0$ (光学的定義による)となる。したがって、レーザのたてモード間隔 $\Delta\omega_S$ との間に、 $\omega_{res}(d_0) = \Delta\omega_S$ なるが存在する。この d_0 より大きい d では、 $\omega_{res} > \Delta\omega_S$ より、 $M(\omega)$ の中に、レーザのたてモードスペクトルが観測される。この場合、その包絡線スペクトルおよび各

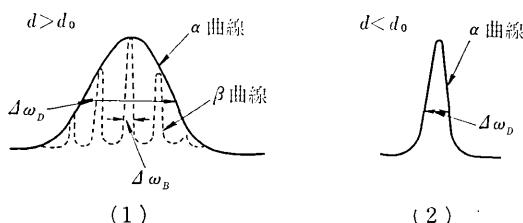


図3 共振器の周波数特性をレーザのスペクトルとの関係

たてモードスペクトルについて求めたフィネスから、 $\Delta\omega_D$ および $\Delta\omega_B$ ((5)(9)) 式の $\Delta\omega_D$ の代わりに $\Delta\omega_B$ を用いる) が求まる。図2において、図3 (1) の α 曲線の線幅は $\Delta\omega_D$ に、 β 曲線は $\Delta\omega_B$ に依存している。また、 $d < d_0$ つまり、 $\omega_{res} > \Delta\omega_S$ では、 $M(\omega)$ の中にレーザのたてモードスペクトルは分離して観測されず、 $\Delta\omega_D$ のみが求まる。図2において、図3 (2) の α 曲線は $\Delta\omega_D$ に依存している。 $d=1\sim11\text{ cm}$ について測定した F_m を図2に示す。図2において、(A) は d の全領域について、 $\Delta\omega_D$ (α 曲線) に関する測定値、(B) は $d_0 < d$ の領域について、 $\Delta\omega_B$ (β 曲線) に関する測定値結果である。なお、図2の左図は右図の $d <$

cm の範囲を拡大したものである。

3. 結論

近似式 (8) 式を用い、図2から $\Delta\omega_D/2\pi \approx 610\text{ MHz}$ $\Delta\omega_B/2\pi \approx 35\text{ MHz}$, $F_0 = 186(r_r^* = 0.983)$ を得た。 $\Delta\omega_B$ は多少大きくなっているが、長時間のレーザ周波数ゆらぎを考えると⁴ 大体妥当と思われる。また、真のフィネス F_0 の値も (2) 式から求めたものとよく一致しており、十分によい精度で、真のフィネス値が理論、実験と一致していることがわかる。ここで問題は、共振器のモード整合、および最大透過率とフィネスの関係であるが、これは検討中で、近い将来報告する予定である。

(1971年6月7日受理)

文献

- 1) Born & Wolf; "Principles of Optics" 3rd ed. Pergamon Press.
- 2) Jenkins & White; "Fundamentals of Optics" 3rd ed. McGraw-Hill.
- 3) 吉原邦夫; "物理光学" 共立出版
- 4) 藤井, 伊藤; 昼エレ資料 QE-70-7 (1970-05)

次号预告(10月号)

研究解説

鉄針状結晶(ウイスカー)の製造と若干の性質について	大藏明 金子恭二郎
人体の数値表現とその自動処理	丸安隆和 村栗俊治 原京子
光分解性プラスチック	本多健一 村賀市郎

研究速報

圧力制御弁の動特性に関する研究 —非線形性の影響—	中原裕 石田智英 小島一郎
一方向凝固させたアルミニウム—銅合金薄板の凝固組織	岡色邦正 片岡文植 高山富雄
イオン交換体に捕集された銅(II)イオンのESRによる研究 —IV 液状イオン交換体—	沢香代子 辺梅山 辺梅山 辺梅山
9,9'-ジアミノおよび9,9'-ジメチル-3,3-ジベンゾアントロニルの合成	行信宣 藤井信 永井行

研究室紹介

小瀬研究室	輝次
-------	----