

# 旋盤ベッドの固有振動解析

Free Vibration of Lathe Bed

高橋 伸晃\*・大野 進一\*

Nobuaki TAKAHASHI and Shin-ichi OHNO

## 1. はじめに

骨組構造物の固有振動解析法とそのいくつかの適用結果についてはすでに発表した<sup>1)2)</sup>。この方法を旋盤ベッドの固有振動計算に応用し良い結果を得たので報告する。旋盤ベッドのように複雑な形状と高い剛性を有する構造物を取扱う場合には二つの問題がある。第一は計算モデルの作成法であって、作成者の主観に左右されずにモデルができることが望ましい。ここでは計算モデルの断面諸係数を得る方法をあらかじめ定式化し、それに従ってモデルを作成した。第二は構造物の支持条件の与え方で、理論計算結果と実験結果を比較する場合に問題となる。工作機械では剛性が極めて高いので固定または単純支持条件を作り出すことは難かしく、また機械据付の实情にも合わない。そこで数値計算上繁雑であるが自由支持条件を考えることとした。

## 2. 旋盤ベッドの仕様および振動実験

この研究の対象とした旋盤ベッドの形状と各部の寸法を図1に、A-A 切断図を図2に示す。ベッドの総重量は 119 kg である。自由支持条件を得るため木材およびゴム板の上にベッドを載せた。動電型加振機（最大加振力 50 kg）を用い、ベッドに加振ロッドを押しつけて加振した。振動変位はテレバイプロメータを用いて測定したが、自由支持条件のためベッド全体の剛体運動が重なり変位の絶対値を測定するのは困難なため振動の節を見出すことにした。実験の結果を図3に示す。支持台はベッド両端、中央、その中間など設置個所をいく通りか変えてみたが固有振動数にはほとんど差がなかった。

## 3. 理論計算

図1に示した旋盤ベッドを 13 個のはりから構成され

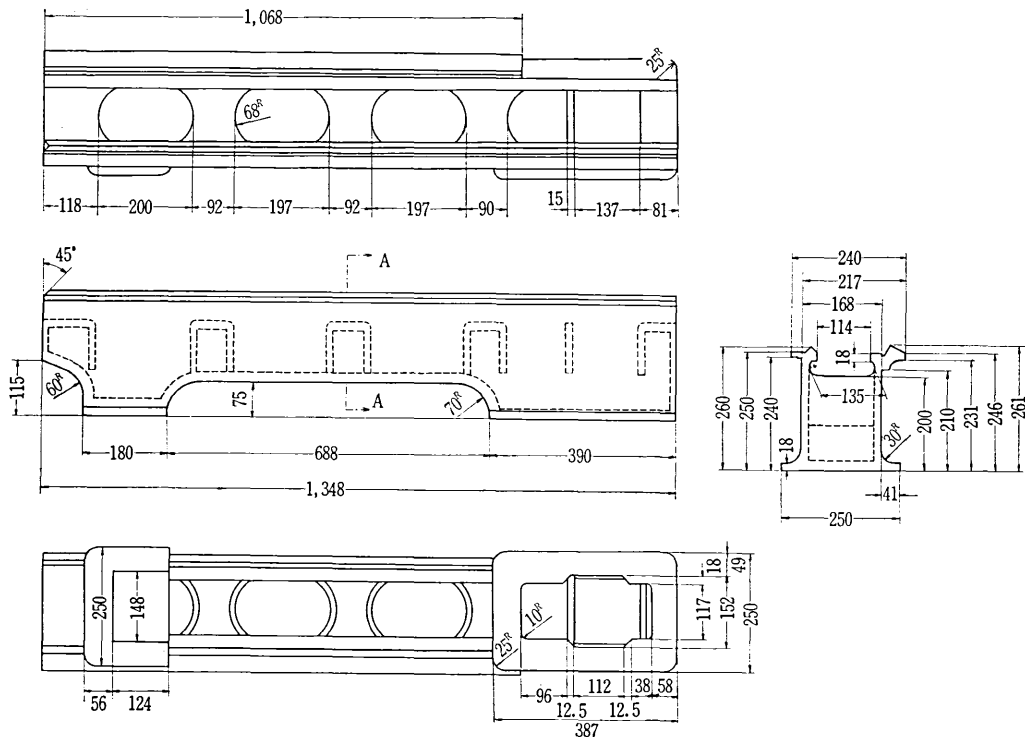


図1 旋盤ベッドの主要寸法

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

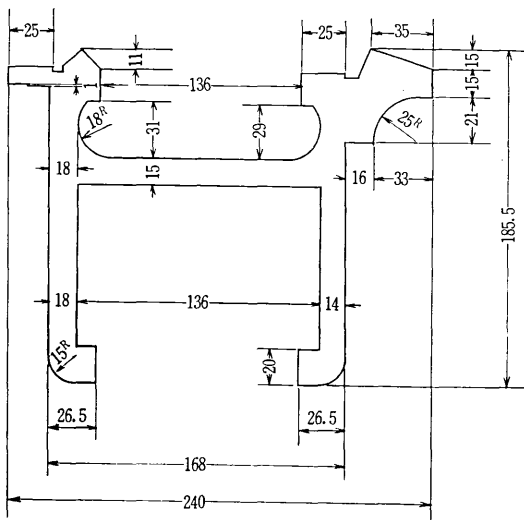


図 2 A-A 断面図

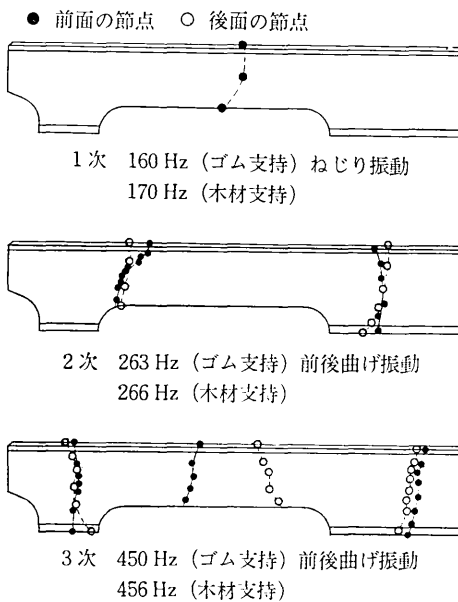


図 3 旋盤ベットの固有振動数および振動モード (実験値)

ているものとしてモデル化したものが図4である。実際には曲げやねじりの中心ははりごとに異なるため、正確にはすべてのはりを図4のように同一平面上に置くことはできないが、中心のずれは無視することにした。各はりの断面諸係数は次に示す方式で計算した。すなわち断面が薄肉のときは図5のような断面について近似的に

$$I_{x'} = \sum_i \left( \frac{1}{12} a_i b_i^3 + y_i^2 a_i b_i \right) \quad (1)$$

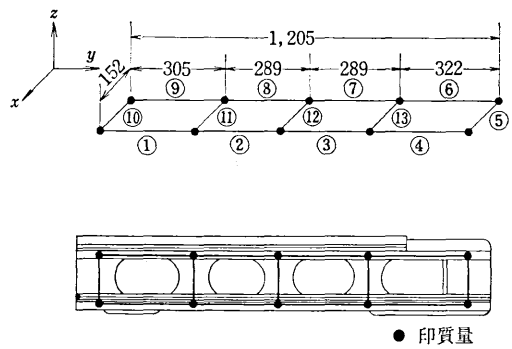


図 4 旋盤ベットの計算モデル

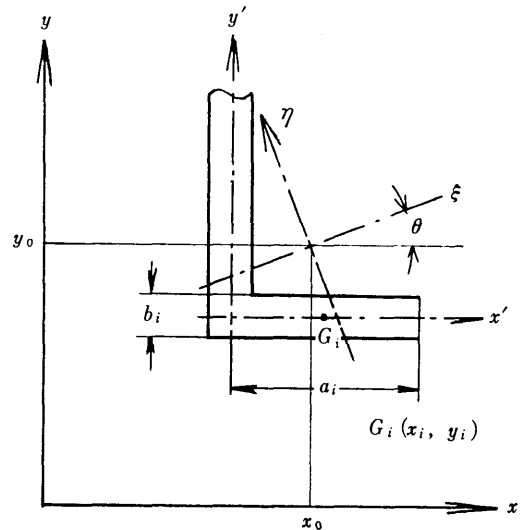


図 5 部材の断面形状と寸法

$$I_{y'} = \sum_i \left( \frac{1}{12} a_i^3 b_i + x_i^2 a_i b_i \right) \quad (2)$$

$$A_0 = \sum_i a_i b_i \quad (3)$$

$$x_0 = \left( \sum_i a_i b_i x_i \right) / A_0 \quad (4)$$

$$y_0 = \left( \sum_i a_i b_i y_i \right) / A_0 \quad (5)$$

$$I_x = I_{x'} + y_0^2 A_0 \quad (6)$$

$$I_y = I_{y'} + x_0^2 A_0 \quad (7)$$

$$I_{x_y} = x_0 y_0 A_0 \quad (8)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan(2 I_{x_y} / (I_y - I_x)) \quad (9)$$

$$I_{\xi} = I_x \cos^2 \theta + I_y \sin^2 \theta - I_{x_y} \sin 2\theta \quad (10)$$

$$I_{\eta} = I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta + I_{x_y} \sin 2\theta \quad (11)$$

$$I_p = \sum_i \left( \frac{1}{3} a_i b_i^3 \right) \quad (12)$$

さて図5の部材⑩を例にとってみるとその断面形状は図6(a)の通りである。この断面について諸係数を求めるためのモデル化を行なって図6(b)のようにする。

表 1 部材の断面諸係数

部材番号	長 mm	$\alpha$	断 面 積 mm <sup>2</sup>	断面二次モーメント (I) mm <sup>4</sup>	断面二次モーメント (II) mm <sup>4</sup>	断面極二次モーメント mm <sup>4</sup>
①	0.305×10 <sup>3</sup>		0.554×10 <sup>4</sup>	0.388×10 <sup>8</sup>	0.473×10 <sup>8</sup>	0.616×10 <sup>8</sup>
②	0.289×10 <sup>3</sup>		0.368×10 <sup>4</sup>	0.103×10 <sup>8</sup>	0.370×10 <sup>8</sup>	0.412×10 <sup>8</sup>
③	0.289×10 <sup>3</sup>		0.368×10 <sup>4</sup>	0.103×10 <sup>8</sup>	0.370×10 <sup>8</sup>	0.412×10 <sup>8</sup>
④	0.322×10 <sup>3</sup>		0.554×10 <sup>4</sup>	0.388×10 <sup>8</sup>	0.473×10 <sup>8</sup>	0.616×10 <sup>8</sup>
⑤	0.152×10 <sup>3</sup>		0.116×10 <sup>3</sup>	0.340×10 <sup>8</sup>	0.187×10 <sup>9</sup>	0.998×10 <sup>8</sup>
⑥	0.322×10 <sup>3</sup>		0.439×10 <sup>4</sup>	0.334×10 <sup>8</sup>	0.144×10 <sup>8</sup>	0.324×10 <sup>8</sup>
⑦	0.289×10 <sup>3</sup>		0.443×10 <sup>4</sup>	0.170×10 <sup>8</sup>	0.998×10 <sup>8</sup>	0.690×10 <sup>8</sup>
⑧	0.289×10 <sup>3</sup>		0.443×10 <sup>4</sup>	0.170×10 <sup>8</sup>	0.998×10 <sup>8</sup>	0.690×10 <sup>8</sup>
⑨	0.305×10 <sup>3</sup>		0.579×10 <sup>4</sup>	0.512×10 <sup>8</sup>	0.123×10 <sup>7</sup>	0.781×10 <sup>8</sup>
⑩	0.152×10 <sup>3</sup>		0.957×10 <sup>4</sup>	0.118×10 <sup>8</sup>	0.647×10 <sup>8</sup>	0.719×10 <sup>7</sup>
⑪	0.152×10 <sup>3</sup>		0.399×10 <sup>4</sup>	0.608×10 <sup>7</sup>	0.501×10 <sup>7</sup>	0.224×10 <sup>8</sup>
⑫	0.152×10 <sup>3</sup>		0.399×10 <sup>4</sup>	0.608×10 <sup>7</sup>	0.501×10 <sup>7</sup>	0.224×10 <sup>8</sup>
⑬	0.152×10 <sup>3</sup>		0.399×10 <sup>4</sup>	0.608×10 <sup>7</sup>	0.501×10 <sup>7</sup>	0.224×10 <sup>8</sup>

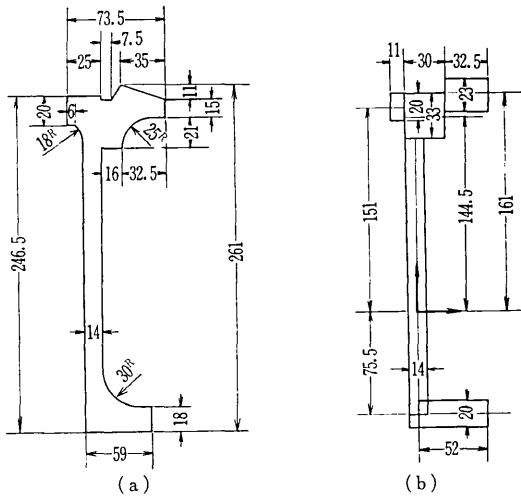


図 6 部材⑨の形状とそのモデル

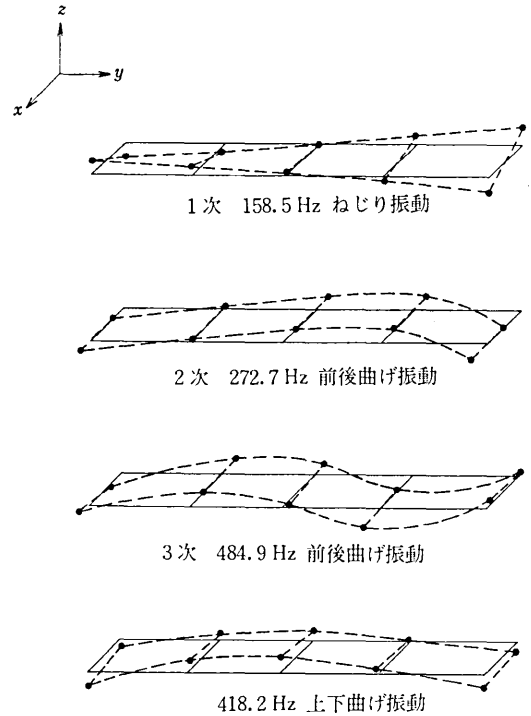


図 7 固有振動数および振動モードの理論計算値

これは上に述べた近似的な方法により断面諸係数を求めることができる。その結果を表 1 中の部材⑨に示した。同様にして部材①～⑬についてモデル化し断面諸係数を求めたものを表 1 の部材①～⑬に示す。

次に、この部材の諸係数を用いて固有振動数計算を行なう<sup>1)</sup>。振動方程式は

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (13)$$

これより振動数方程式

$$|[K] - p^2[M]| = 0 \quad (14)$$

を得る。これを解いて固有円振動数  $p$  が求まる。ここで注意しなければならないことはの逆行列を用いる解法は使用できないことである。図 7 に計算で求めたいくつかの固有振動数および対応する振動モードを示す。自由度は 60 である。

#### 4. 考 察

固有振動数について実験値と理論計算値との間には高

々 10% の相対誤差しかない。上下方向 (z 方向) の曲げ振動は実験では表われなかったが計算値では比較的低い値 (418.2 Hz) を示した。この原因は断面諸係数を求める部分の近似が上下方向については不十分のため、あるいは曲げやねじり等の中心位置のずれを考慮していないためであろう。振動モードについても、両者の節の位置についてよく一致している。

(1971 年 4 月 23 日受理)

#### 参 考 文 献

- 1) 高橋：日本機械学会郡山地方講演会講演論文集 (1969)
- 2) 高橋：生産研究 Vol. 21, No. 6 (1969)