



氣・232

学位論文

大規模電力系統における定態安定度評価
および制御の階層分散化に関する研究

指導教官 横山 明彦 助教授

東京大学大学院工学系研究科
電気工学専攻 37096 永田 真幸

目 次

1 序論	1
1.1 本研究の背景	1
1.2 本研究の目的	2
1.3 本論文の構成	5
2 電力系統の定態安定度評価／制御手法	7
2.1 概要	7
2.2 電力系統の安定性	8
2.3 電力系統の定態安定度解析とそのモデル	10
2.4 定態安定度評価手法	12
2.4.1 固有値問題の高速解法	12
2.4.2 高速解法の電力系統への応用例	16
2.5 定態安定度制御手法	18
2.5.1 支配固有値優先安定化アルゴリズム	19
2.5.2 操作量準最小化アルゴリズム	20
2.5.3 固有値制御の線形計画問題としての定式化	21
3 可変インピーダンス機器制御による電力系統の大域的動搖モードの安定化	24
3.1 概要	24
3.2 相互干渉システムの分散制御理論に基づく VIPS 機器制御系の設計法	26
3.2.1 VIPS 機器設置系統の線形状態方程式	26
3.2.2 リアブノフ関数を用いた安定化条件の導出	28
3.2.3 VIPS 機器制御系の設計法	30
3.2.4 弱制動モードのダンピング向上	32

3.3	数値例	33
3.3.1	可変直列コデンサ設置ケース	33
3.3.2	高速移相器設置ケース	35
3.4	まとめ	41
4	系統分割を利用した定態安定度解析の階層分散化	42
4.1	概要	42
4.2	部分系統生成のための全系ネットワークの分割	44
4.3	部分系統の動搖モードの局所性の指標	48
4.4	全系の固有ベクトルと部分系統の固有ベクトルの関係	51
4.5	数値例 - LIR によるモードの局所性の評価 -	52
4.5.1	5 機串型系統	53
4.5.2	New England 39 母線系統	58
4.6	全系と部分系統の関係の評価手法	69
4.7	数値例 - 全系と部分系統の関係の評価 -	71
4.7.1	全系と部分系統の関係の評価	71
4.7.2	近似固有ベクトルを用いた固有値感度の評価	71
4.8	大域的モードのための固有値問題の部分空間解法	78
4.9	数値例 - 電力動搖モードの計算 -	81
4.9.1	III 法を用いた電力動搖モードの計算	81
4.9.2	部分空間解法による電力動搖モードの計算	82
4.10	まとめ	85
5	系統分割を利用した固有値制御の階層分散化	86
5.1	概要	86
5.2	階層分散型固有値制御	88
5.2.1	部分系統における固有値制御	90
5.2.2	全系における固有値制御	93
5.3	数値例	97
5.3.1	局所的モードの不安定化防止のための制約の効果	97
5.3.2	部分系統制御時の安定領域更新の効果	98

5.3.3 集中型との処理時間の比較	112
5.4 まとめ	116
6 結論	117
謝辞	120
参考文献	120
発表文献一覧	124

第 1 章

序論

1.1 本研究の背景

エネルギー需要構造の電力シフト化にともない、電力需要は今後も堅調な伸びを続けていくことが予想されている。また高度情報化社会を迎えて、高信頼度の電力供給が社会にとってますます不可欠なものとなりつつある。

このような電力需要の増大、高信頼度性への要求に対応するためには、電力系統のハード（設備）面およびソフト（運用）面における技術の進展が不可欠である。従来は、各電力会社は原子力発電を中心とする新規電源の開発や、基幹系統での送電電圧の高圧化により、電力需要の増加に対応してきた。これはいわば、ハード重視の対応策と言って良い。

しかしながら、電力系統を取り巻く今後の情勢を鑑みた場合、大規模な新規電源、新規送電線の開発、建設は、用地取得の困難さ、大電力・長距離送電による系統安定度の低下などの観点から、今後は困難となると言わざるを得ない。また、今日までの設備増強の結果として、電力系統では次のような 2 点の傾向が顕著になりつつある。

- 大容量の原子力発電所を中心として、電源の遠隔地化・集中化が進んでおり、その結果、電力輸送形態も大電力・長距離送電の傾向が強まっている。
- 各電力会社内で、需給を完全にバランスさせることが難しくなり、広域的な運用が必要となりつつある。各電力会社間の連系線潮流も重潮流化が進んでいる。

以上の点から、今後はソフト面における新技術の導入を中心として、電力需要の増加に対応する必要があると考えられる。今後の電力系統に導入されていく可能性が高いと考えられている技術としては、

- 大電力デバイスを応用した機器(可変インピーダンス機器)
- いわゆるライトサイジング [1] の概念を応用した新しい系統監視制御システム

大電力デバイスを応用した機器(たとえば、可変直列コンデンサや高速移相器など)を系統に導入することにより、従来ほぼ固定されてきた送電網のアドミタンスを連続的に変化させることが可能となる。この時変回路としての送電網を制御することにより、潮流制御による系統内の潮流の適正化、可変インピーダンス機器の制御による系統安定度の大幅な向上が期待できる。

一方、系統制御システムに目を転じてみると、制御の対象となる電力系統では、制御対象設備の数が膨大であるだけでなく、面的に広がった広範囲な地域に分散されている。そこで、これらを制御する制御個所は役割分担のもとに階層化され、さらに作業量的な面から地域的に分割された階層分散の形態となっている。なおかつ、その構造は新規設備の導入や設備の増加に伴い、変化していく。

電力供給の信頼性を確保するという観点からみると、系統に擾乱が生じた際に、如何に安定度を確保するかが重要となる。以上の点から、今後ますます大規模複雑化することが予想される電力系統において、上記のような新技術にあった安定化制御手法を開発することが望まれていると言えよう。

1.2 本研究の目的

上記のように、電力需要増に対応するため、可変インピーダンス機器の導入などによる既存送電設備の能力向上、系統間の連系強化による大電力融通体制の整備などの方策が、今後実現化することが予想される。その結果、電力システムのダイナミクスは、従来よりもさらに大規模複雑化することになり、系統の解析、制御技術の一層の高度化が求められることになる。

電力系統の安定性として発電機位相角の安定性を考えた場合、系統の安定性は、大擾乱に対する安定性を問題とし、系統の非線形性が大きく影響する過渡安定度と、微小擾乱に対する安定性を問題とし、系統の動特性を線形として取り扱う定態安定度の2つの安定性を用いて論じられる。このうち定態安定度の解析/制御に関しては、系統の動特性を線形化して得られるシステム行列の固有値を利用する手法が数多く検討されてきている。しかしながら、近年の大規模な電力系統においては、このシステム

行列の次元が膨大なものとなり(例えば、120機の発電機を持つ系統の場合、発電機のモデルにもよるが1500次程度の状態方程式となる)、固有値解析を行なうまでの計算コストが大きな問題となる。また、系統間連系の強化により、弱制動モードのうちでも、発電機間あるいは発電機群間のエネルギーに授受により生じる電力動搖モードに代表される、連系系統全体の動特性に影響を及ぼすモードの安定性が問題となっている。

その一方で、将来系統においては、系統の監視、制御が分散化され、部分系統毎にこれらの機能を有することが予想される。このような構造は、安定度解析の効率化、分散制御の適用に有用であると考えられる。しかしながら、過渡安定度の評価／制御に関しては、分散構造を有する手法、あるいは分散制御の適用などが比較的容易であり、従来より試みられているが、定態安定度に関しては、固有値という数学的な厳密性を要求されるツールを用いているため、分散構造を意識した手法は、これまでに僅かしか検討例がない。したがって、将来の大規模系統の分散化された監視・制御機能に適した定態安定度評価／制御手法の開発が必要である。

そこで、本研究では、大規模電力系統において、部分系統での監視・制御機能を最大限に活用して、系統の定態安定度の評価／制御を行なうことを検討する。

まず、第一に可変インピーダンス機器(VIPS機器)を用いて、電力系統の大域的な動搖モードの安定化を行なう手法について検討する。本検討では、個々の部分系統で安定化制御を行なった上で、可変直列コンデンサや高速移相器といった可変インピーダンス機器(VIPS機器)を部分系統間の連系線に設置し、これを適切に制御することで、部分系統間の動搖モードの安定化を行なう。このために解決すべき問題としては、

- 部分系統での安定化を考慮に入れたVIPS機器の制御法
- 複数のVIPS機器の協調制御

が挙げられる。

第二に、系統分割を利用した、定態安定度評価の階層分散化について検討する。本研究で特に留意している点は、低次元化に必要な情報を、系統を分割して得られる部分系統において計算したもの用いることにある。このために解決すべき問題としては

- 部分系統のモードの局所性の評価

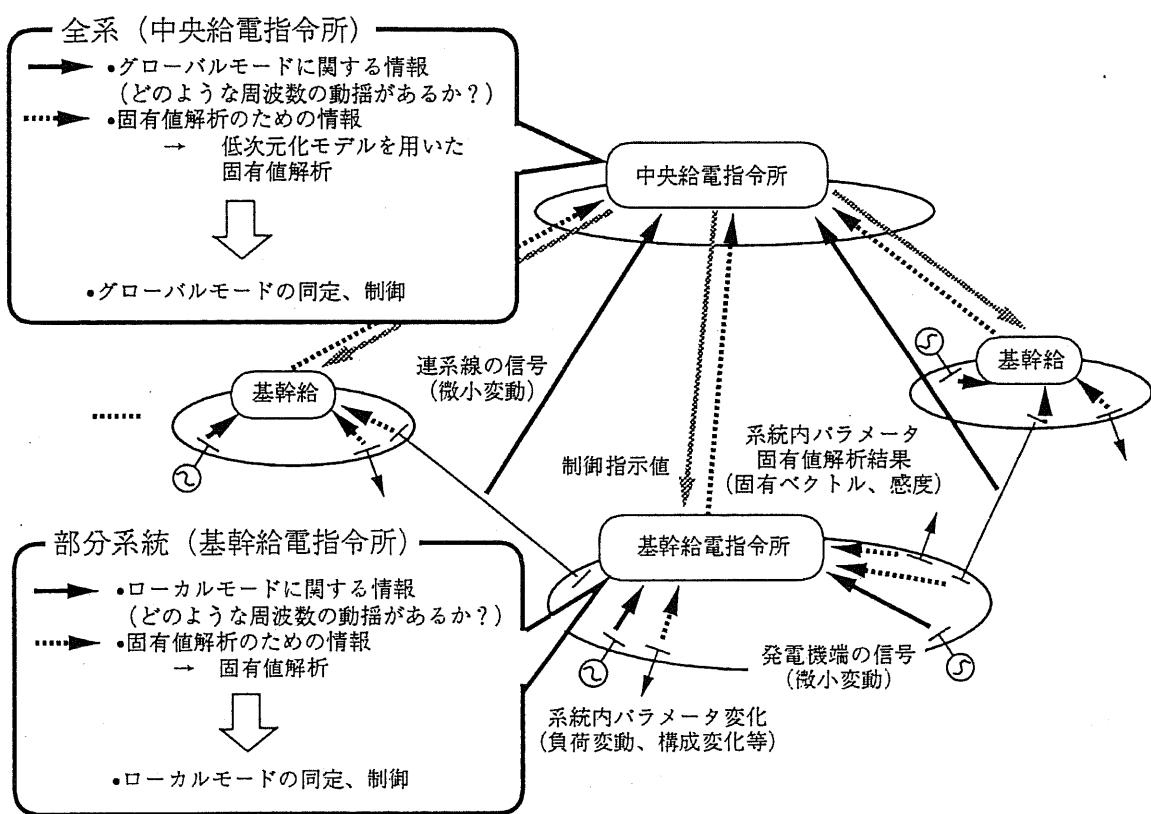


図 1.1: 定態安定度監視／制御の階層分散化

- 部分系統のモードの情報が全系のモードを評価する上で、どの程度意味を持つかの検証
- 部分系統のモードと全体系統のモードの関係の明確化
- 全系の大域的モードに関する前項の関係の評価
- 全系での大域的モードの計算手法

が挙げられよう。

本論文で扱う第三の問題は、分散化された監視・制御構造を持つ系統で、固有値制御による定態安定度の改善をどのように行なえば良いかを明らかにすることである。そのために解決すべき問題としては、

- 部分系統レベルでの固有値制御での制御対象の明確化
- 全系レベルでの固有値制御での制御対象の明確化
- 全系の固有値が安定化できることの保証

が挙げられる。

以上に述べた点について、次章以降に述べる。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下に示す通りである。まず第2章において、電力系統の安定度についてのべ、本研究の対象となる安定度を明確にする。また、定態安定度の評価・制御に関する従来手法を簡単にまとめる。

第3章においては、可変インピーダンス機器を用いて、大規模系統における部分系統間の大域的な動搖モードを安定化するための制御手法について論じる。まず、Lyapunov関数を用いた相互干渉システムの分散制御理論に基づく可変インピーダンス機器制御系の設計法をのべる。部分系統間に複数のVIPS機器が設置されている場合の設計法、弱制動モードのダンピング向上をいかに実現するかについてものべる。ここで述べる制御法をモデル系統に適用し、実際に部分系統間の動搖モードのダンピングが向上することを示す。さらにシミュレーションによる検討により、過渡安定度に対しても向上効果が得られることを示す。

第4章においては、階層分散化された系統の監視構造において、定態安定度の評価を如何に行うかについて述べる。まず、部分系統のモードに関する局所性の指標について述べ、次に、全系と部分系統の動特性の関係を表すための全系と部分系統の固有ベクトルの関係について述べる。そして、提案する指標が局所性を正しく評価できることを、全系の低次元化モデルを用いた電力動搖モードの評価を通じて明らかにする。さらに、局所性の指標からみた局所的・大域的モードと全系と部分系統の固有ベクトルの関係からみた局所的・大域的モードが一致することを数値例を通じて示す。

この章の後半においては、まず、全系の低次元化モデルを用いて前述の全系と部分系統の固有ベクトルの関係を求める手法について述べ、その有効性を固有値感度評価の数値例を通じて明らかにする。最後に、以上の手法を応用した定態安定度解析手法として、固有値問題の部分空間解法について述べ、その有効性を数値例を通じて明らかにする。

第5章においては、階層分散化された系統の制御構造において、定態安定度向上制御としての固有値制御を如何に行うかについて述べる。まず、部分系統・全系のそれぞれどのように制御を行うかについて述べ、数値例を用いて、その有効性、特に集中型の固有値制御に対する優位性を明らかにする。

第6章においては、本論文で得られた結果をまとめ、さらに将来への展望について述べる。

第 2 章

電力系統の定態安定度評価／制御手法

2.1 概要

本章では、電力系統の安定度とそれを解析するための手法について述べる。まず、2.2節では、電力系統の各種安定度についてのべ、本論文が対象とする安定度である定態安定度とはいいかなるものであるかを明らかにする。2.3節では、電力系統の安定度を解析するためのモデルについて、特に定態安定度の評価という観点から、簡単に述べる。2.4節では、定態安定度の評価に関して、現在までに提案されている手法を簡単にまとめる。まず、大規模行列の固有値問題の数理的な解法について述べ、次に、電力系統の定態安定度の評価にどのように応用されているかを簡単にまとめる。最後に2.5節で、定態安定度の制御手法について述べる。

2.2 電力系統の安定性

電力系統において発生する不安定現象には様々な形態があるが、次の2つの安定性の問題に帰着できことが多い。

同期安定性 系統内には多くの同期発電機が存在しており、これらが電気的に一定の回転速度で回転することで同期状態が保たれている。この状態が保たれることを同期安定性という。擾乱によってこの安定性が失われると発電機が脱調状態に陥り、運転を継続できなくなる。

電圧安定性 負荷の漸増や系統故障後に、負荷端における電圧が低下せずに基準電圧からの一定の範囲に収まるかどうかを、電圧安定性という。この安定性は系統の供給可能電力と負荷の動特性によって大きく影響を受ける。送電線の重潮流化や定電力特性を持った負荷が増えてくるにしたがい、電圧安定性が失われ、負荷端電圧が異常に低下するケースが各国で観測されている。

本論文で検討の対象としているのは前者の安定性である。以下、本論文では、特に断らない限り、電力系統の同期安定性(度)を単に安定性(度)と呼ぶことにする。

電力系統の動特性を記述する状態方程式は、比較的強い非線形性を有している。系統に擾乱が生じた場合に、系統の動特性の非線形性が擾乱発生後の系統の振る舞いにどのように影響するかは、擾乱の大きさによる。そのため、電力系統の安定度を議論する際には、これを以下の2つの安定度の問題に分類することが多い。

- 定態安定度 (steady-state stability)
- 過渡安定度 (transient stability)

定態安定度とは、負荷変動などの系統内の様々な微小擾乱に対して、電力系統が安定性を保つ能力を言う。これは定常状態において継続的に送電しうる能力と言い換えることもできる。

一方、過渡安定度とは、系統内に送電線事故などの大きな擾乱が起こった場合にも、脱調することなく新しい平衡状態に移行して安定に送電を継続しうる能力を意味している。この場合、当然のことながら新しい平衡状態が定態安定であることが必要である。過渡安定度の問題は、系統の非線形性ゆえに生じるものである。線形システ

ムであれば、擾乱発生後のシステムの平衡状態の定態安定性さえ保証されるならば、システムが安定であるということができる（すなわち大域的な安定性が保証される）。しかしながら、電力系統の動特性を記述する状態方程式は非線形項を持つので、擾乱が大きい場合には、擾乱除去後の平衡状態が定態安定であっても、発電機が脱調してしまうことがあり得る。

このように考えると、この2つの問題はそれぞれ、非線形システムの平衡点の漸近安定性とこの安定平衡点の吸收領域に関わるものであることがわかる。つまり、通常、電力系統の運用状態が定態安定であるという場合には、その平衡状態が漸近安定であることを意味していることになる。また、系統がある擾乱に対して過渡安定であることは、故障除去後の系統が漸近安定な平衡状態を持ち、しかも故障除去直後における系統の状態が、この平衡状態の吸收領域の中にあるということと等価である。

微分幾何学の定理によれば、平衡点で状態方程式を線形化して得られるシステム行列が虚軸上に固有値を持たない場合には、非線形システムの平衡点近傍の安定性はこれを線形化して得られたシステムの安定性と等価になる。したがって、電力系統の定態安定度を論じる際にも、線形化した状態方程式を利用することができる。

一方、過渡安定度を考える場合には、吸收領域の大きさが問題になるわけであるから、システムの非線形性を保存した状態で解析を行う必要がある。非線形システムの解析理論については、近年徐々に研究が進みつつあるが、リアブノフの定理を除くと、安定性の判別に容易に使える手法はまだ確立されておらず、多くの場合、過渡安定度を評価する際には計算機によるデジタルシミュレーションに頼らざるを得ないのが現状である。

2.3 電力系統の定態安定度解析とそのモデル

前述したように、電力系統の定態安定度を解析する際に、固有値法は有力な手段となる。ただし、この方法でシステムの安定性を議論する場合には、線形化した状態方程式が必要となる。詳細は他の文献(例えば[2])に譲るが、 n_G 機 n 母線の多機系統については次の線形化状態方程式が得られる。

$$A\dot{\underline{x}}_g + B\Delta\underline{V}_G = C\underline{x}_g \quad (2.1)$$

$$Y_G\Delta\underline{V}_G = D\underline{x}_g \quad (2.2)$$

発電機モデルとして、Park モデル[21]を、励磁制御系として3次モデル、調速機として1次モデルを用いるとすると、状態変数ベクトルは以下のように定義できる。

$$\begin{aligned} \underline{x}_g &\triangleq [\underline{x}_1 \ \cdots \ \underline{x}_n]^T \\ \underline{x}_i &\triangleq [\Delta i_d \ \Delta i_q \ \Delta i_{fd} \ \Delta i_{kd} \ \Delta i_{fq} \ \Delta i_{kq} \\ &\quad \Delta\delta \ \Delta\omega \ \Delta P_m \ \Delta v_f \ \Delta v_x \ \Delta v_y]^T \\ V_G &\triangleq [V_{D1} \ V_{Q1} \ \cdots \ V_{Dn_G} \ V_{Qn_G}]^T \end{aligned} \quad (2.3)$$

(2.2)式中の行列 Y_G は、発電機端子からみた送電網のアドミタンス行列であり、 Y を系統のアドミタンス行列として、

$$Y_G = Y_{GG} - Y_{GL}Y_{LL}^{-1}Y_{LG} \quad (2.4)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

として得られる。 Y は、系統内にブランチ(送電線)が存在する要素のみ非零となり、スパースな行列となるが、 Y_G では一般には、 Y の持つスパース性は失われる。

そのほかの行列 A, B, C, D は以下のように定義される。

$$A \triangleq \text{diag.} [A_1 \ A_2 \ \cdots \ A_n] \quad (2.6)$$

$$B \triangleq \text{diag.} [B_1 \ B_2 \ \cdots \ B_n] \quad (2.7)$$

$$C \triangleq \text{diag.} [C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_n] \quad (2.8)$$

$$D \triangleq \text{diag.} [D_1 \ D_2 \ \cdots \ D_n] \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

ただし、 $A_i \in R^{m \times m}, B_i \in R^{m \times 2}, C_i \in R^{2 \times m}, D_i \in R^{2 \times 2}$ である (m は制御系も含めた発電機モデルの次数)。

以上の議論から、以下の線形化状態方程式が得られる。

$$\dot{\underline{x}}_g = A\underline{x}_g \quad (2.11)$$

$$A \triangleq A^{-1} (C - BY^{-1}D) \quad (2.12)$$

ここに得られたシステム行列 A の固有値実部の正負によって、電力系統の定態安定度を議論することができる。ただし、各発電機の内部位相角 δ については、他の発電機位相角との相対値のみが意味を持つので、システム行列 A は必ず 1 つの零固有値を持つ。状態変数として、 $\Delta\delta_1, \Delta\delta_2, \dots, \Delta\delta_n$ の代わりに、 $\Delta\delta_2 - \Delta\delta_1, \Delta\delta_3 - \Delta\delta_1, \dots, \Delta\delta_n - \Delta\delta_1$ を選んで、状態変数の総数を 1 つ減らすことで、この零固有値を除去できる。したがって、この零固有値はシステムの安定性はなんら影響を与えない。

さて、(2.1), (2.2) 式では発電機間の電気的結合を表現するのに、発電機端子からみた送電網のアドミタンス行列を用いたが、この代わりに系統のアドミタンス行列を用いることもできる。この場合、線形化状態方程式は

$$A\dot{\underline{x}}_g + \begin{bmatrix} B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\underline{V}_G \\ \Delta\underline{V}_L \end{bmatrix} = C\underline{x}_g \quad (2.13)$$

$$Y \begin{bmatrix} \Delta\underline{V}_G \\ \Delta\underline{V}_L \end{bmatrix} = D\underline{x}_g \quad (2.14)$$

となる。この場合、 Y は系統のアドミタンス行列そのものとなるため、そのスペース性が保存される。

(2.1), (2.2) 式からわかるように、電力系統では、発電機などの動的な要素が、静的なネットワークによって結合されていることになる。そのため、 Y_G (ないし Y) によって与えられる電気的結合の強弱により、動特性が系統全体から影響を受ける部分と、局所的にしか影響を受けない部分とにわかれ。固有値で前者の動特性に対応する、全系の大域的な動特性を表すモードを大域的モード、後者の動特性に対応する、ある部分系統内の動特性のみを表すモードを局所的モードと呼ぶ。

2.4 定態安定度評価手法

2.4.1 固有値問題の高速解法

前述のように、電力系統の定態安定度は系統の動特性を線形化して得られるシステム行列の固有値を求ることで得られる。電力系統の場合、(2.12)式より得られるシステム行列 A は非対称行列となるが、非対称行列 A に関する固有値問題は、通常、

$$\begin{aligned} A\underline{u} &= \underline{u}\lambda \\ \underline{v}A &= \lambda\underline{v} \end{aligned} \quad (2.15)$$

ないしは、

$$\begin{aligned} A\underline{u} &= B\underline{u}\lambda \\ \underline{v}A &= \lambda\underline{v}B \end{aligned} \quad (2.16)$$

を満たす $\lambda, \underline{u}, \underline{v}$ を見つけることとして定式化される。この固有値問題の代表的な解法として、QR 法が上げられる。QR 法は固有値問題を解くための最も信頼性の高い手法であるといえるが、必要な処理量が n を行列の次元として n^3 のオーダーとなるため、大規模行列においては膨大な計算量が問題となる。また、QR 法は A 行列のすべての固有値・固有ベクトルを求める手法であるが、電力系統の定態安定度を評価する上で、重要なのは、弱制動な（固有値の実部の大きい）少数の固有値であり、すべての固有値を求ることは必ずしも必要ではない。

このような大規模行列（特に帯行列や疎行列の場合）の一部の固有値を求める問題に関しては、QR 法よりも少ない必要演算量で固有値を求める（すなわち n^3 以下の演算量で固有値を求める）ための手法が、数多く提案されている。これらの手法は基本的に繰り返し処理により固有値を求める手法であり、様々なバリエーションがあるが、基本的には次の 4 種類にまとめることができる [3]。

- 反復法（べき乗法）
- 逆行列反復法
- Lanczos 法
- Rayleigh 商を用いる方法

反復法 (Vector Iteration Method)

A を対角化可能な行列とする。あるベクトル \underline{z}_0 に対し,

$$\underline{z}_k = A \underline{\tilde{z}}_{k-1} \quad (2.17)$$

$$\lambda_k = \underline{z}_k \text{ のノルム最大の要素} \quad (2.18)$$

$$\underline{\tilde{z}}_k = \underline{z}_k / \lambda_k \quad (2.19)$$

として、繰り返し計算を行なう。十分な回数の反復計算を行なった場合には、 λ_k は A の支配的固有値に収束する。上記のアルゴリズムでは、一つの固有値しか求まらないが、これを同時に複数の固有値が求まるように拡張したものを、部分空間反復法 (Subspace Iteration Method) という。

A を次元 n の行列とする時、 $m (< n)$ 本の線形独立なベクトル $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_n$ を考える。また、 A の固有値からなる行列を

$$\Lambda = \left[\begin{array}{c|c} \Lambda_a & \Lambda_b \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \lambda_1 & \cdots & \lambda_m & \lambda_{m+1} & \cdots & \lambda_n \end{array} \right] \quad (2.20)$$

で表す。部分空間反復法は Λ_a を求める手法であり、以下のような反復計算を行なう。

$$V_i = AU_i \quad (2.21)$$

$$G_i = U_i^H U_i, H_i = U_i^H V_i \quad (2.22)$$

$$G_i B_i = H_i \text{ を解く} \quad (2.23)$$

$$W_i = V_i P \quad (2.24)$$

$$\text{ただし, } P \text{ は } B_i \text{ の固有ベクトル} \quad (2.25)$$

$$U_{i+1} = W_i \text{ を正規化} \quad (2.26)$$

ただし、添字の i は i 回目の繰り返しを意味する。部分空間反復法は、 Q_a, Q_b をそれぞれ Λ_a, Λ_b に対応する固有ベクトル行列として、(2.21) 式の V_i が

$$V_i = Q_a \Lambda_a C_{ai} + Q_b \Lambda_b C_{bi} \quad (2.27)$$

とかけることを利用している。十分な繰り返しを行なった後には、 C_b が C_a に比べ、十分小さくなり、 m 個の支配的固有値に収束する。

逆行列反復法 (Inverse Vector Iteration Method)

λ_0 を行列 A の固有値の近似値とする。すなわち,

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda_0 \quad (2.28)$$

とする。逆行列反復法では、 $\Delta\lambda$ を Rayleigh 商を用いて更新していく。すなわち、 $\underline{u}_0, \underline{v}_0$ を適当な初期ベクトルとして、

$$(A - \lambda_0 I) \underline{u}_i = \underline{u}_i \Delta\lambda_{i-1} \quad (2.29)$$

$$(A - \lambda_0 I)^H \underline{v}_i = \underline{v}_i \Delta\bar{\lambda}_{i-1} \quad (2.30)$$

$$\Delta\lambda_i = \frac{\underline{v}_i^H A \underline{u}_i}{\underline{v}_i^H \underline{u}_i} \quad (2.31)$$

なる反復計算により、固有値／固有ベクトルを求める。

Rayleigh 商 (Rayleigh Quotient) を利用する手法

Rayleigh 商とは、2つのベクトル $\underline{u} (\in C^{n \times 1}), \underline{v} (\in C^{1 \times n})$ が与えられた時に、

$$\lambda \triangleq \frac{\underline{v}^H A \underline{u}}{\underline{v}^H \underline{u}} \quad (2.32)$$

で与えられる。これより、

$$\Delta\lambda = \frac{\underline{v}^H (A - \lambda I) \underline{u}}{\underline{v}^H \underline{u}} \quad (2.33)$$

となり、Rayleigh 商が A の固有値になった場合には、 $\Delta\lambda$ が 0 となることがわかる。したがって、 A の固有値を求めるには、Rayleigh 商の最大値もしくは最小値を求めれば良いことになる。

Rayleigh 商を利用した方法の一つとして、対称行列に関する Davidson の方法がある。この手法は、固有ベクトルの部分空間での最良近似を利用し、部分空間の基底を(2.33)式の右辺を 0 とするように更新していくものである。固有ベクトルの部分空間での最良近似 (Rayleigh-Ritz 近似) は、以下のようにして得られる。

行列 A の次元が n の場合、固有ベクトルは n 次元の空間にあることになる。この n 次元空間に対し、 k 次元の部分空間を考え、その基底が $\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_m$ で与えられるとしよう。この場合、行列 A の固有ベクトル \underline{u} の部分空間での最良近似 \underline{u}' は、

$$\underline{u}' = \underline{u} z \quad (2.34)$$

$$U^{-1}AU\underline{z} = \underline{z}\lambda \quad (2.35)$$

$$U = \begin{bmatrix} \underline{u}_1 & \cdots & \underline{u}_m \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

で与えられる。(2.35)式の固有値問題は k 次元の行列の固有値問題であることに注意されたい。

Davidson の方法では、以下のようにして U を更新していく。

$$\lambda_k = \frac{\underline{u}_k^H A \underline{u}_k}{\underline{u}_k^H \underline{u}_k} \quad (2.37)$$

$$\underline{q}_k = (A - \lambda_k I) \underline{u}_k \quad (2.38)$$

$$\underline{x}i_k = (A_{(k,k)} - \lambda_k)^{-1} \underline{q}_k \quad (2.39)$$

$$U_{i+1} = \begin{bmatrix} U_i & \underline{x}i_k \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

(2.39) 式で添字の (i,i) は (i,i) 成分を表す。この式は本来、 $\underline{x}i_k = (A - \lambda_k I)^{-1} \underline{q}_k$ となるべきである（この場合、 $(A - \lambda_k)(\underline{u}_k + \underline{x}i_k) = 0$ となる）が、逆行列の演算を含むために、簡略化している。

Davidson の方法を改良したものとして、対称行列の固有値問題に関する片山らの方法 [17] を紹介する。この手法は、Davidson の方法での (2.39) 式の代わりに、残差ベクトル ((2.38) 式での q_k) より正規直交基底を作ることで、部分空間基底を更新するものである。

この手法のアルゴリズムは以下のようになる。

全系が N 次元だとする。全系システム行列を A とする。

1. 適当に部分空間基底の初期値を定める
2. 1. で決められた N_G 本の基底からなる行列 U_G を用いて、 $A_G = U_G^T A U_G$ を作る
3. A_G の固有値 λ_G 、固有ベクトル $\underline{u}^{(i)}$ を計算
4. 求める固有値 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ ($j = 1, \dots, N_D^{(i)}$) に対応する固有ベクトル $\underline{u}_j^{(i)}$ から残差ベクトルを得る

$$\underline{r}_j^{(i)} = A \underline{u}_j^{(i)} - \underline{u}_j^{(i)} \lambda_{Rj}^{(i)} \quad (2.41)$$

$|\underline{r}_j^{(i)}|$ がしきい値よりも小さければ、 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ が収束したと判定

$$N_D^{(i+1)} = N_D^{(i)} - (\text{収束した固有値の数}) \quad (2.42)$$

$N_D^{(i+1)} = 0$ なら終了

5. $\underline{r}_j^{(i)}$, ($j = 1, \dots, N_D^{(i+1)}$) から $\tilde{N}_D^{(i)} (\leq N_D^{(i+1)})$ 本の正規直交なベクトル $\tilde{\underline{u}}_{rj}^{(i)}$ ($j = 1, \dots, \tilde{N}_D^{(i)}$) を生成

$$\tilde{\underline{u}}_{rj}^{(i)T} \tilde{\underline{u}}_{rk}^{(i)} = \delta_{jk} \quad (2.43)$$

$$N_R^{(i+1)} = N_R^{(i)} + \tilde{N}_D^{(i)} \quad (2.44)$$

6. $i = i + 1$ として 6. へ

2.4.2 高速解法の電力系統への応用例

電力系統の分野でも、大規模系統において主として弱制動な少数の固有値を求めるための固有値問題の高速解法が提案されている。ここでは、これらの手法を簡単に紹介する。

これらの高速解法は大きく分けて以下の 3 種類に分けることができる。

- 固有値問題の反復解法を利用したもの
- 伝達関数を利用したもの
- 行列変換を利用したもの

固有値問題の反復解法を利用したもの

2.4.1節に述べた手法は、行列が帶行列あるいは疎行列の場合に効果的である。電力系統の場合 (2.11) 式のシステム行列 A は必ずしも疎とはならないので、(2.11) 式の変わりに、(2.1), (2.2) 式を用いる手法が提案されている。前述のように (2.1), (2.2) 式において、 A, B, C, D の各行列は対角ブロック行列となり、また Y はアドミタンス行列の性質からスパースな行列となる。そのため、(2.1), (2.2) 式を代数方程式とし

てみると、その係数行列はいずれもスパースな行列であることがわかる。このことを利用して固有値を高速に得ようとするものである。

その代表例としては、反復法を (2.1), (2.2) 式に適用した手法 (Implicit Inverse Iteration Method, III 法) [5] があげられる。

Implicit Inverse Iteration 法では、(2.17) 式の代わりに

$$\begin{bmatrix} J_A - \lambda I & J_B \\ J_C & J_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z}_{k-1} \\ R_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

を解くことになる。ただし、 $J_A = A^{-1}C$, $J_B = -A^{-1}C$, $J_C = D$, $J_D = Y$ となる。

この他、部分空間反復法を (2.1), (2.2) 式に適用した手法 [6], (2.11) 式を用いていいるが、部分空間反復法での部分空間を不变部分空間として行なう方法 [7] などが提案されている。また文献 [8, 9] では、Lanczos 法を改良した修正 Arnoldi 法が提案されている。

行列変換を用いた手法の応用

A 行列の行列変換を用いて、弱制動な固有値を高速に求める方法としては、S 行列法や Möbius 変換を利用した方法 [10] などがある。

伝達関数を利用する方法

電力系統においては、発電機の位相角の動搖が安定度を考える上で、問題となる。そのため、発電機位相角の動特性を表す動搖方程式に結び付いた固有値（電力動搖モードと呼ばれる）を求めることが重要となる。これを利用して、動搖方程式以外の発電機制御系などの動特性を伝達関数を用いて表現し、システム行列の次元を小さくすることが試みられてきた。文献 [11-13] では発電機を等価的に 2 次モデルで表した状態方程式を用いて、文献 [14] では、3 次モデルで表した状態方程式を用いて電力動搖モードの固有値を計算する手法が検討されている。しかしながら、様々な制御系が発電機以外にも設置されるようになると、発電機の動搖方程式のみを考慮した手法では不十分との指摘がなされるようになってきており、SISO の伝達関数を利用して系統の特定の動的要素に關係の強い固有値を求める方法 [15] などが提案されている。

2.5 定態安定度制御手法

2.3節で述べたように電力系統の定態安定度は、系統の動特性を線形化して得られる状態方程式のシステム行列の固有値で評価できる。したがって定態安定度向上制御には、この固有値を複素平面の左半平面内に移動する事を目的とした制御といえる。固有値の実部は、その固有値に対応する動搖が系統に生じた場合のダンピングをあらわしており、実際には、このダンピングがある一定以上のものとする事が望ましい。したがって、定態安定度向上制御では固有値をただ左半平面内に移動するだけでは不十分であり、左半平面内のあらかじめ定められた領域内に移動する事が要求される。

このような定態安定度向上制御の代表例として、固有値制御があげられる。固有値制御は、系統内の各種パラメータ（発電機などの制御系の制御パラメータ、発電機端子電圧、発電機出力など系統の動作点に関するパラメータ）を変更する事により、系統の固有値を複素平面の左半平面内のあらかじめ定められた領域まで移動させ、系統の動搖がある一定以上のダンピングを持つ事を保証するものである。

さて、系統の固有値が望ましい領域に移動するように系統内のパラメータを変更するには、系統内のパラメータを変更した時に、各固有値がどのように変化するかの情報が必要となる。この情報は(2.46)式で定義される固有値感度により得られる。

$$\frac{\partial \lambda_j}{\partial \alpha_i} = \underline{v}_j \frac{\partial A}{\partial \alpha_i} \underline{u}_j \quad (2.46)$$

ただし、システム行列 A の固有値を λ_j 、対応する右固有ベクトルを \underline{u}_i 、左固有ベクトルを \underline{v}_i とする。(2.46)式は次のようにして得る事ができる。まず、系統の動特性をある動作点周りで、線形化して、状態方程式

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} \quad (2.47)$$

を得たとする。このとき、Rayleigh 商を用いて、

$$\lambda_j = \frac{\underline{v}_j^T A \underline{u}_j}{\underline{v}_j^T \underline{u}_j} \quad (2.48)$$

なる関係が成り立つ。ここで、固有ベクトルが

$$\underline{v}_j^T \underline{u}_i = 1 \quad (2.49)$$

となるように正規化されているとすると、

$$\lambda_j = \underline{v}_j^A \underline{u}_j \quad (2.50)$$

を得る。系統内の任意のパラメータを α_j として、(2.50) 式の両辺を α_j で微分して、(2.46) 式を得る。ここで、 u_i , v_i の微分項が含まれない事に注意されたい。

固有値制御において、各パラメータの決定はこの固有値感度を利用して行われる。各パラメータを変化させた時に固有値がどのように動くかは、固有値感度よりわかるので、各パラメータをどれだけ動かせばよいかを適当な目的関数を用いて最適化計算により、決定する。この目的関数をどのようなものにするかによって、2種類のアルゴリズムが提案されている。

- 支配固有値優先安定化アルゴリズム
- 操作量準最小化アルゴリズム

なお、以下で、系統の固有値のうち、固有値制御で安定化の対象となる固有値を制御対象固有値、安定領域にあるが比較的ダンピングの小さい固有値を監視対象固有値と呼ぶ(図 2.1)。

2.5.1 支配固有値優先安定化アルゴリズム

支配固有値優先安定化アルゴリズムは、制御対象固有値の実部をできるだけ小さくすることを目的としたアルゴリズムであり、以下のように定式化できる。

$$f = \sum_{j \in J} \left(\sum_{i \in I_D} S_{ij} \right) \Delta \alpha_j \rightarrow \min \quad (2.51)$$

subject to

$$|\Delta \alpha_j| \leq d_j \quad (j \in J) \quad (2.52)$$

$$\alpha_{j \min} \leq \alpha_j + \Delta \alpha_j \leq \alpha_{j \max} \quad (j \in J) \quad (2.53)$$

$$\sum_{j \in J} \frac{|\Delta \alpha_j|}{d_j} \leq K_p N_p \quad (2.54)$$

$$\sum_{j \in J} S_{ij} \Delta \alpha_j \leq \sigma_D - \operatorname{Re}\{\lambda_i\} \quad (i \in I_C) \quad (2.55)$$

α_j :操作パラメータ, S_{ij} :固有値 λ_i の操作パラメータ α_j に関する固有値感度,

$d_j (> 0)$:操作パラメータ α_j の一回当たりの変更量の上限値, $\alpha_{j \max}$:操作パ

α_j :操作パラメータ α_j の設定値の上限値, $\alpha_{j\min}$:操作パラメータ α_j の設定値の下限値,
 I_D :制御対象固有値の集合, I_C :監視対象固有値の集合, J :操作パラメータ
の集合, N_p :操作パラメータの数, K_p :操作パラメータ数選択係数

固有値制御においては、制御対象固有値の実部が、安定領域を決定するしきい値である σ_D よりも小さくする事を目的とするため、(2.51)式の目的関数においては、固有値の実部のみの動きを考慮する。

(2.52)式は操作パラメータの一回当たりの変更量を制限する制約である。系統の動特性は非線形なので、状態方程式は、線形化をおこなった動作点の近傍でのみ有効である。すなわち、パラメータが大きく変化する場合には、(2.46)式が成り立たない事に注意する必要がある。そのため、操作パラメータの変更において、一回当たりの変更量に上下限を設ける必要がある。

(2.54)式は制御対象固有値をより効果的に動かす操作パラメータを優先的に選択するための制約条件である。 K_p が1.0の場合は、この制約条件は有効でなく、この場合、すべての操作パラメータが一回当たりの変更量の上下限値まで変更されうることになる。 K_p が1.0以下の場合は、 N_p 個の操作パラメータのうち、制御対象固有値をより効果的に安定方向に動かす、 $N_p \times K_p$ 個のパラメータが一回当たりの変更量の上下限値まで変更されうる。

(2.55)式は、監視対象固有値が安定領域から逸脱しない（実部が σ_D よりも大きくならない）ようにするための制約条件である。

支配固有値優先安定化アルゴリズムでは、(2.51)式の最適化問題を、すべての制御対象固有値が安定領域に移動するまで、繰り返し解く事になる。

2.5.2 操作量準最小化アルゴリズム

操作量準最小化アルゴリズムは、すべての制御対象固有値を、あるあらかじめ決められた回数(N 回とする)だけ操作パラメータを変更する事で、安定領域まで移動させるアルゴリズムである。操作パラメータの変更量を決定する際には、操作パラメータの変更量の総和が最小となるように最適化問題を解く。 N 回全体では、もし $N = 1$ なら操作量の総和を最小化している事になるが、一般には $N \neq 1$ なので、操作量の総和を準最小化することになる。操作量準最小化アルゴリズムは以下のように定式化

できる。

$$f = \sum_{j \in J} g_j |\Delta \alpha_j| \rightarrow \min \quad (2.56)$$

$$\text{subject to} \quad (2.57)$$

$$|\Delta \alpha_j| \leq d_j \quad (j \in J) \quad (2.58)$$

$$\alpha_{j \min} \leq \alpha_j^0 + \Delta \alpha_j \leq \alpha_{j \max} \quad (j \in J) \quad (2.59)$$

$$\sum_{j \in J} S_{ij} \Delta \alpha_j \leq \sigma_D - \operatorname{Re}\{\lambda_i^0\} \quad (i \in I_C) \quad (2.60)$$

$$\sum_{j \in J} S_{ij} \Delta \alpha_j \leq \operatorname{Re}\{\lambda_i^0\} - \sigma_i \quad (i \in I_D) \quad (2.61)$$

α_j :操作パラメータ, S_{ij} :固有値 λ_i の操作パラメータ α_j に関する固有値感度,
 d_j (> 0):操作パラメータ α_j の一回当たりの変更量の上限値, $\alpha_{j \max}$:操作パラメータ α_j の設定値の上限値, $\alpha_{j \ min}$:操作パラメータ α_j の設定値の下限値,
 I_D :制御対象固有値の集合, I_C :監視対象固有値の集合, J :操作パラメータの集合, g_j :重み付け係数

(2.61) 式は i 回目の操作量変更において、制御対象固有値が指定された領域まで移動している事を保証する制約であり、 σ_i は

$$\sigma_i = \min\{\operatorname{Re}(\lambda_0)\} + \frac{i}{N} (\min\{\operatorname{Re}(\lambda_0)\} - \sigma_D) \quad (2.62)$$

として与えられる。操作パラメータの選びかたにより、操作パラメータをどのように変更しても移動しない固有値、いわゆる fixed mode が制御対象固有値の中に生じる場合がある。その場合、式の最適化問題の解が無い事になるので、操作パラメータの選びかたや、制約条件を工夫する必要がある。

以上をまとめると、固有値制御のフローチャートは図 2.2 の様になる。

2.5.3 固有値制御の線形計画問題としての定式化

以上に述べた固有値制御の 2 つのアルゴリズムにおける最適化問題は、線形計画問題として、定式化することができる。操作パラメータの変更量は正負いずれもとりうるので、

$$x_i = x_i^+ - x_i^- \quad (2.63)$$

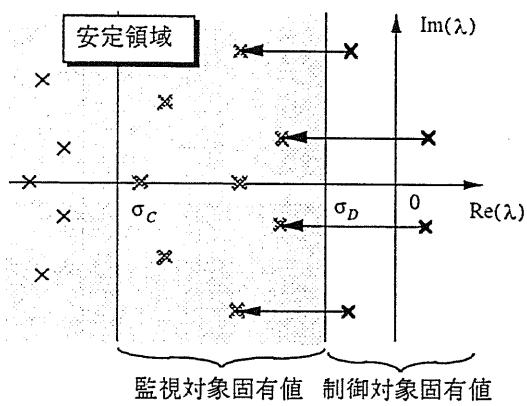


図 2.1: 制御／監視対象固有値

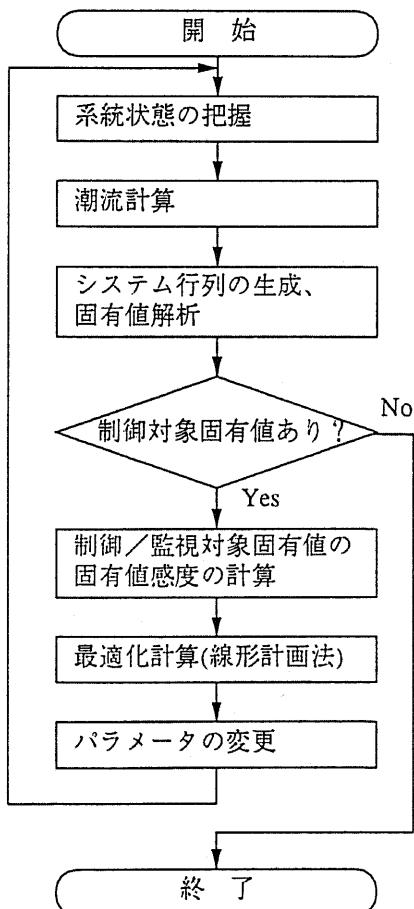


図 2.2: 固有値制御流れ図

として、扱えばよい。 x_i の絶対値を含む制約条件が存在するが、 x_i の絶対値に関して、 x_i^+ と x_i^- を用いて

$$|x_i| \leq x_i^+ + x_i^- \quad (2.64)$$

が成り立つ。(2.64)式の等号は x_i^+ か x_i^- のいずれかが ≥ 0 のとき成り立つ。シンプレス法(改訂シンプレス法)における最適解では、 x_i^+ か x_i^- のいずれかが ≥ 0 となるので、最適解においては、(2.64)式の等号が成り立ち、 x_i の絶対値を含む制約条件が正しく反映されていることになる。

第 3 章

可変インピーダンス機器制御による電力 系統の大域的動搖モードの安定化

3.1 概要

1章で述べたように、将来の系統では潮流制御・系統安定化を目的として、可変直列コンデンサ (VSrC)、高速移相器 (HSPS) などの可変インピーダンス機器 (VIPS 機器) が導入されることが予想される。VIPS 機器を適切に制御することで、系統の安定度を大幅に向かうことができるが期待され、実際、系統内の発電機の角速度偏差を入力信号として用いる簡単な制御系で、過渡安定度を向上できることが報告されている [2]。

定態安定度評価／制御の階層分散化という観点から見た場合、VIPS 機器は系統内の任意の場所に設置が可能であるため、特に系統間の連系線に設置された場合に、これを適切に制御することで、系統間の動搖モード（大域的モード）のダンピングを効果的に向上できる可能性がある。したがって、局所的モードの安定化を部分系統レベルで AVR, PSS などの発電機に設置された制御系を用いて行ない、大域的モードの安定化を全系レベルで VIPS 機器を用いて行なうことが考えられる。本章では、このような階層分散化された安定化制御での全系レベルでの制御手法、すなわち VIPS 機器を利用した、大域的動搖モードの安定化について述べる。本章で述べる手法に関する基礎的な検討は、既に文献 [16] で行なっているが、ここでは、部分系統間に複数の VIPS 機器が設置された場合を考慮している点が異なる。

さて、このような制御を考える上で、ポイントとなる点は以下のようになろう。

- VIPS 機器の制御パラメータをなるべく簡単な計算で求めることができること

- 各部分系統での安定化は独立に行なえること。また、制御系設計時に部分系統での安定化の効果を考慮できること

3.2節では、VIPS 機器制御系の設計法について述べる。提案手法では相互干渉システムの分散安定化の理論を応用することで、制御系設計を簡単な最適化計算により行なうことができ、また、部分系統での安定化の効果を考慮することを可能としている。3.3節では IEEE 39 母線系統をモデル系統として、提案手法で設計された VIPS 機器制御系の有効性を検証する。ここでは、VIPS 機器として、可変直列コンデンサが設置されたケースと高速移相器が設置されたケースを取り上げ、固有値解析により、系統の電力動搖モードのダンピングを提案手法により設計された制御系を用いて、向上させることができること、さらに非線形シミュレーションにより、過渡安定度に対しても向上効果があることを明らかにする。

3.2 相互干渉システムの分散制御理論に基づく VIPS 機器制御系の設計法

3.2.1 VIPS 機器設置系統の線形状態方程式

系統に m 機の VIPS 機器が設置されているとすると、VIPS 機器の制御を考慮しない場合には、系統の動特性をある平衡点の近傍で線形化して得られる方程式は次のように表される [2]。

$$A_g \dot{\underline{x}}_g + B_g \Delta \underline{V}_g = C_g \underline{x}_g \quad (3.1)$$

$$\Delta \underline{I}_g = D_g \underline{x}_g \quad (3.2)$$

$$Y \Delta \underline{V}_g = \Delta \underline{I}_g \quad (3.3)$$

ここで \underline{x}_g は発電機の状態変数ベクトルであり、発電機に設置された AVR, 調速機などの制御系の状態変数も含んでいる。 $\underline{V}_g, \underline{I}_g$ はそれぞれ、発電機端子の出力電圧ベクトル、出力電流ベクトルを表す。また行列 Y は発電機端子からみた系統の縮約アドミタンス行列である。VIPS 機器の制御系として図 3.1 のような多変数フィードバック制御系を考慮すると、ゲインは $-K_{ij} K_{vj}$ ($i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, m$)、時定数は T_{vj} ($j = 1, \dots, m$) となり、この時、系統の動特性を表す状態方程式は、(3.4) 式となる。

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A \underline{x} \\ &= \begin{bmatrix} A_g^{-1}(C_g - B_g Y^{-1} D_g) & A_g^{-1} B_g Y^{-1} S_v \\ T_V^{-1} K_V & -T_V^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_g \\ \underline{x}_v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ただし、

$$K_V \triangleq \begin{bmatrix} -K_{11} K_{v1} & -K_{12} K_{v1} & \cdots & -K_{1N} K_{v1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -K_{m1} K_{vm} & -K_{m2} K_{vm} & \cdots & -K_{mN} K_{vm} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$T_V \triangleq \text{diag.} \begin{bmatrix} T_{v1} & \cdots & T_{vm} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$S_v \triangleq \begin{bmatrix} S_1 \underline{V}_g & \cdots & S_m \underline{V}_g \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

\underline{x}_v は VIPS 機器の状態変数ベクトルである。VIPS 機器の状態変数は、VSR-C の場合には等価リアクタンス、HSPS の場合には移相量となる。 S_i は縮約アドミタンス行列 Y の i 番目の VIPS 機器の状態変数に関する感度行列 ($= \partial Y / \partial x_{vi}$) である。

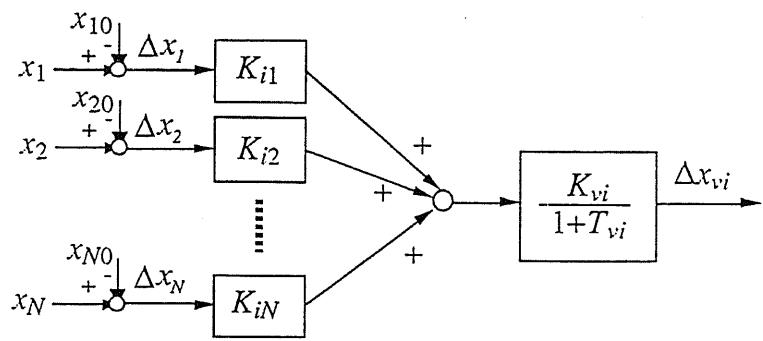


図 3.1: VIPS 機器の制御系

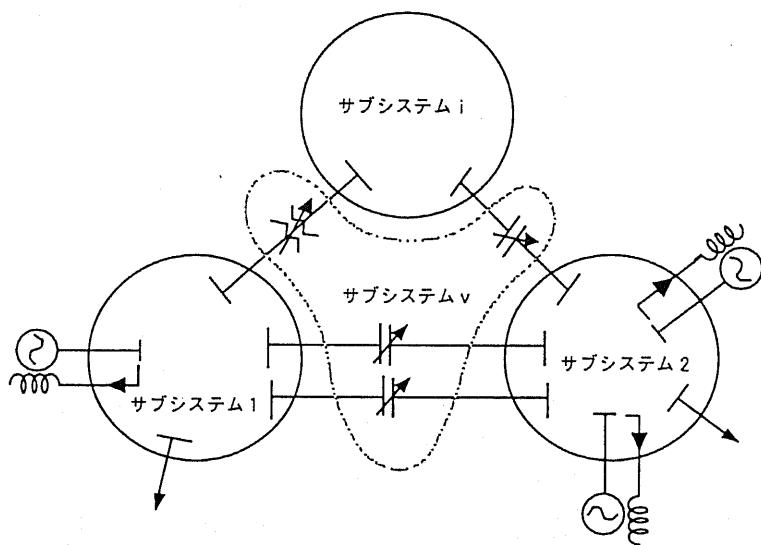


図 3.2: 可変インピーダンス型電力系統 (VIPS)

ここで系統を、図3.2に示すように適当な連系線を境界として、 n 個のサブシステムに分け、各サブシステムはいくつかの発電機を含むと考えると、(3.4)式の状態ベクトル \underline{x} とシステム行列 A および行列 K_V は次のように分割して表すことができる。

$$\begin{aligned}\underline{x} &\triangleq \begin{bmatrix} \underline{x}_1 & \underline{x}_2 & \cdots & \underline{x}_n & \underline{x}_v \end{bmatrix}^T \\ A &\triangleq \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} & A_{1v} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} & A_{2v} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} & A_{nv} \\ A_{v1} & A_{v2} & \cdots & A_{vn} & A_{vv} \end{bmatrix} \\ K_V &\triangleq \begin{bmatrix} -K_{V1} & -K_{V2} & \cdots & -K_{Vn} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.8)$$

ただし \underline{x}_i ($i \neq v$) は各サブシステムの状態変数ベクトルを表す。以下では可変インピーダンス機器からなるサブシステムをサブシステム v とする。サブシステム v の状態変数は \underline{x}_v である。

もし、サブシステム間が完全に非干渉化されていれば、 A_{ij} ($i \neq j$) は全て 0 であり、サブシステム間の干渉による動搖モード、すなわち発電機群間の大域的動搖モードは全く存在しない。しかしながら、電力系統のような大規模システムにおいてこのような完全非干渉化を行なうのは現実的ではなく、本論文では大域的動搖モードのダンピングを向上させることを制御の目的とする。

3.2.2 リアブノフ関数を用いた安定化条件の導出

まず、各サブシステムの動特性が、

$$\dot{\underline{x}}_i = A_{ii}\underline{x}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n, v) \quad (3.9)$$

と記述されるものとする。(3.9)式の A_{ii} は(3.8)式の行列 A の対角部分の部分行列であり、サブシステム間の連系線を無限大母線に置き換えて、サブシステムに分離した場合に得られるシステム行列とは若干異なることに注意する必要がある。

ここで、(3.9)式で表される各サブシステムが発電機に設置された制御系等により安定化されている、すなわち A_{ii} の全ての固有値の実部が負であると仮定する。この安定化は各サブシステムで単独に行なうことができる。このとき各サブシステムに対し、(3.10)式のリアブノフ関数が存在する。

$$V_i(\underline{x}_i) = \underline{x}_i^T P_i \underline{x}_i \quad (i = 1, \dots, n, v) \quad (3.10)$$

P_i は正定実対称行列である。(3.10)式のリアプノフ関数が存在することは(3.11)式を満たす正定実対称行列 Q_i が存在することと等価である。

$$A_{ii}^T P_i + P_i A_{ii} = -Q_i \quad (3.11)$$

上記の各サブシステムが安定という仮定のもとで、系統全体に対して次の関数 $V(\underline{x})$ を考える。

$$V(\underline{x}) = \sum_i V_i(\underline{x}_i) \quad (3.12)$$

$V(\underline{x})$ は明らかに正定であり、もし $V(\underline{x})$ の時間微分 $\dot{V}(\underline{x})$ が負定であれば、 $V(\underline{x})$ は系統全体をある動作点で線形化したシステムのリアプノフ関数となり、系統全体が漸近安定であることがいえる。

仮定より各サブシステムは全て安定であることが保証されるが、これだけでは系統全体としては安定であるとは限らない。これは(3.9)式において、サブシステム間の干渉項が無視されているためであり、これを考慮した上で $\dot{V}(\underline{x})$ が負定となるように VIPS 機器を制御する必要がある。

サブシステム間の干渉項を考慮した場合のサブシステム i の動特性は

$$\dot{\underline{x}}_i = A_{ii}\underline{x}_i + \sum_{j \neq i} A_{ij}\underline{x}_j \quad (i = 1, \dots, n, v) \quad (3.13)$$

で表される。このとき $\dot{V}(\underline{x})$ に関して次の不等式を導くことができる [16]。

$$\dot{V}(\underline{x}) \leq \sum_i \underline{x}_i^T (-Q_i + P_{A_i}) \underline{x}_i \quad (3.14)$$

ただし、

$$P_{A_i} = \sum_j (P'_{A_{ij}} + P''_{A_{ji}}) \quad (3.15)$$

$P'_{A_{ij}}, P''_{A_{ji}}$ は対角行列であり、その (k, k) 要素はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} P'_{A_{ij}(k,k)} &= \sum_l \sum_m P_{i(k,l)} A_{ij(l,m)} \\ P''_{A_{ij}(k,k)} &= \sum_l \sum_m P_{i(m,l)} A_{ij(l,k)} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

で与えられる。添字 (i, j) は行列の (i, j) 要素であることを表す。(3.14)式より、全てのサブシステム i に対し $-Q_i + P_{A_i}$ を負定とすれば、 $\dot{V}(\underline{x})$ が負定となり系統全体が漸近安定となる。

3.2.3 VIPS 機器制御系の設計法

簡単のために VIPS 機器制御系のパラメータの中で, K_{vi} ($i = 1, \dots, m$) をすべて 1 とする。この時の VIPS 機器制御系のゲイン K_{ij} (以後まとめて K と書く), 時定数 T_{vi} (以後まとめて T_v と書く) は, (3.4),(3.8) 式より, (3.15),(3.16) 式においては P'_{Avi}, P''_{Avi} に現れることがわかる。したがって全ての i に対する $-Q_i + P_{Ai}$ にこれらの制御パラメータが現れることになり, VIPS 機器の制御パラメータを適切に設定することにより, $-Q_i + P_{Ai}$ を負定とすると考えられる。

(3.15),(3.16) 式より, P_{Ai} は対角行列であるので, (3.14) 式の Q_i を対角行列としてよい。このとき $-Q_i + P_{Ai}$ を VIPS 機器の制御パラメータ K, T_v が現れる部分とそうでない部分に分けると次のようになる。

$$-Q_i + P_{Ai} = \begin{cases} P_{ci} + P''_{Avi}(K, T_v) & (i \neq v) \\ P_{cv} + P_{Avv}(T_v) + \sum_j P'_{Avj}(K, T_v) & (i = v) \end{cases} \quad (3.17)$$

ただし, $P_{Avv} = P'_{Avv} + P''_{Avv}$, P_{ci} ($i = 1, \dots, n, v$) は対角成分のみからなる定数行列である。

Q_v が対角行列であるので, (3.4),(3.8), (3.11), (3.16) 式より

$$P'_{Avj(k,k)} = - \sum_m \frac{Q_{v(k,k)} K_{Vj(k,m)}}{2} \quad (3.18)$$

となる。 $Q_{v(k,k)} > 0$ より (3.8) 式中の行列 K_V の部分行列 K_{Vj} の各要素について $K_{Vj(k,m)} > 0$ とすれば, P'_{Avj} は負定となる。

以上のことから (3.17) 式を用いて $-Q_i + P_{Ai}$ が負定となるようにパラメータ K, T_v を決定するための手法を以下に示す。

Step 1 $P_{cv} + P_{Avv}$ が負定となるように T_v, Q_v を決定する。

上述のように P'_{Avj} は負定なので、(3.17) 式の P'_{Avj} に関する項を無視することができる。 P_{Avv} に Q_v の要素が含まれ, Q_v に任意性があるため, T_v を一意に定めることはできず, 実際にはこの条件のもとで T_v が妥当な値を持つように Q_v, T_v を定めればよい。VIPS 機器の特徴として, 高速な制御が可能なことがあげられるが, これをモデ

ルに反映させるために、 T_v の値は、ほぼ特定の値(0.1 ~ 0.2[sec]程度)をとると考えてよい。したがって T_v の任意性は実際の制御系設計の上では問題となる。

Step 2(サブシステム間に VIPS 機器が 1 つ設置されている場合) P_{ci} は対角行列なので、 P_{ci} の正の対角要素 (k, k) に対してのみ、 $P_{ci(k,k)} + P''_{Avi(k,k)} < 0$ とすれば、 $-Q_i + P_{Ai} (i \neq v)$ が負定となる。したがって、基本的には K の決定の計算に次の連立不等式が用いられる。

$$P_{ci(k,k)} + P''_{Avi(k,k)} \triangleq P_{ci(k,k)} - \sum_l \sum_m P_{v(m,l)} \frac{K_{Vi(l,k)}}{T_{V(l,l)}} < 0 \quad (3.19)$$

$$i = 1, \dots, n, k \in \{j : P_{ci(j,j)} > 0\}$$

Step 2'(サブシステム間に VIPS 機器が複数設置されている場合) サブシステム間に VIPS 機器が複数設置されている場合には、(3.19) 式では、ゲインの配分を一意に決定することができないことが多い。この場合には、VIPS 機器制御のための各発電機からのフィードバック制御入力のうち、より効果的に系統の状態が変化しうるものに大きなゲインを与えることになると、ゲインの配分が一意に決まる。ゲインの大きな制御入力に対しては、系統の固有値が効果的に安定側に変化することになる。この変化量を正確に求めることは現実的でないので、ここでは A 行列の中に現れる感度行列 S_i を利用して、その効果を示す指標を求める。 S_i は(3.8) 式の行列 A の $A_{iv} (i = 1, \dots, n)$ に現れ、 A_{iv} は(3.4) 式の

$$A_{gv} \triangleq A_g^{-1} B_g Y^{-1} S_v \quad (3.20)$$

の部分行列である。 $A_g^{-1} B_g Y^{-1} \triangleq T$ とすると、発電機の端子電圧ベクトルを $e + j f$ として、(3.20) 式より

$$A_{gv(i,j)} = \sum_k \sum_l \left\{ \frac{\partial G_{(k,l)}}{\partial \underline{x}_{v(j)}} \left(T_{(i,2k-1)} \underline{e}_{(l)} + T_{(i,2k)} \underline{f}_{(l)} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial B_{(k,l)}}{\partial \underline{x}_{v(j)}} \left(-T_{(i,2k-1)} \underline{f}_{(l)} + T_{(i,2k)} \underline{e}_{(l)} \right) \right\} \quad (3.21)$$

となる。 k 番目の発電機からの制御入力に着目した場合、発電機間の動揺モードに対する影響を評価するには、発電機間のアドミタンス $G_{(k,l)}, B_{(k,l)} (l \neq k)$ の変化が重要であるので、 j 番目の VIPS 機器の k 番目の発電機からの制御入力に関する指標 α_{kj} を次式のように与える。

$$\alpha_{kj} = \sum_{i \in J_k} \sum_l \left\{ \frac{\partial G_{(k,l)}}{\partial \underline{x}_{v(j)}} \left(T_{(i,2k-1)} \underline{e}_{(l)} + T_{(i,2k)} \underline{f}_{(l)} \right) \right.$$

$$+ \frac{\partial B_{(k,l)}}{\partial x_{v(j)}} (-T_{(i,2k-1)} f_{(l)} + T_{(i,2k)} e_{(l)}) \Big\} \quad (3.22)$$

I_k は k 番目の発電機からの制御入力の添字全体を表す。結局、このようにして得られた α の値を用いて次の最小化問題を解くことによりゲインが決定される。

$$\sum_{i,j} K_{(j,i)} \rightarrow \min. \quad (3.23)$$

subject to

$$\begin{aligned} P_{cl(r,r)} - \sum_p \sum_q P_{v(q,p)} \frac{K_{Vl(p,r)}}{T_{V(p,p)}} &< 0 \\ l = 1, \dots, n, r \in \{m : P_{cl(m,m)} > 0\} \\ \frac{K_{(j,i)}}{\alpha_{kj}} &= \text{const.} \quad (\text{for all } i \in I_k, \text{all } k, j) \end{aligned}$$

(3.19) 式はリアプロノフの安定性理論に基づいているため、この式から得られる安定化の条件は、実際の安定化に必要な条件よりも厳しいものとなり、その影響をなるべく小さくするためにゲインの総和を最小とすることとした。また、 α を用いた制約条件により、サブシステム間に複数の VIPS 機器が設置されている場合に、ゲインの配分を一意に決定することが実現される。この最小化問題は、安定化のためのゲインの下限を与えることになるので、先に $K_{vi} = 1$ と仮定したゲイン K_{vi} を適当なダンピングが得られるように調整したものを実際の制御系では用いることになる。

3.2.4 弱制動モードのダンピング向上

前節の定式化では、システムに大域的な不安定モードが存在し、これを安定化することを目的としてきたが、実際には安定ではあるが弱制動なモード（支配的固有値）のダンピングの向上が望まれることが多い。この場合には (3.19) 式の代わりに次式を用いる。

$$\begin{aligned} P_{ci(k,k)} + P''_{Avi(k,k)} &\triangleq P_{ci(k,k)} - \sum_l \sum_m P_{v(m,l)} \frac{K_{Vi(l,k)}}{T_{V(l,l)}} < \epsilon_{ik} \\ i = 1, \dots, n, k \in \{j : P_{ci(j,j)} > 0\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

ただし、 ϵ_{ik} は $\epsilon_{ik} < 0$ をみたす適当な定数である。この定数の値は、あくまでも絶対値を大きくすれば、より固有値の実部が安定側に動くことがいえるだけで、制御によりどれだけダンピングが向上するかの定量的な指標とはならないことに注意しなければならない。

3.3 数値例

モデル系統として図 3.3 に示す IEEE39 母線系統を用いる。この系統は北米系統の一部を模擬したものであり、典型的なループ系統となっている。この系統を地域的にいくつかの部分系統に分け、部分系統間の全ての連系線に VIPS 機器を設置するものとして検討を行った。

ここでは VIPS 機器を、送電線 26-29, 26-31, 26-34 に設置することとした。これは、これらの送電線が比較的長く、線路潮流も大きいことによる。この場合、発電機 1, 2, 3, 8, 9, 10 からなるサブシステムと発電機 4, 5 からなるサブシステム、発電機 6, 7 からなるサブシステムの 3 つに系統を分割することになる。また、VIPS 機器の種類にかかわらず、定常運用点での VIPS 機器のパラメータの値は 0 とした。VIPS 機器を制御しない場合の電力動揺モードを表 3.1 に示す。計算に当たっては、発電機モデルを 3 次モデルでモデル化し、1 次遅れ系で表現した AVR, GOV を考慮した。

3.3.1 可変直列コデンサ設置ケース

VIPS 機器として VSrC を設置した場合の VSrC の各制御入力に対するゲイン K_{ij} を表 3.2 に示す。

各サブシステムについての Q 行列は対角行列とし、その対角要素はすべて

$$Q_{ii} = 2.0 \times 10^{-4} \quad (3.25)$$

とした。この系統は VIPS 機器が無制御の場合も安定であり、(3.23) 式の最適化問題において (3.24) 式を用いてゲインが決定されることになるが、電力動揺モードの安定化を目的としているので、制御入力は発電機の角速度偏差 $\Delta\omega$ のみとした。したがって、(3.24) 式の ϵ_{ik} は $\Delta\omega$ に対応する要素 $\epsilon_{\Delta\omega_i}$ のみを考えれば良く、その値は

$$\epsilon_{\Delta\omega_i} = -2.0 \times 10^{-2} \quad (\text{for all } i) \quad (3.26)$$

とした。発電機 4, 5, 6, 7 から近い位置に VIPS 機器が設置されるが、これらの発電機からの入力に対するゲインが比較的大きくなっている、VIPS 機器の効果の大きさの指標である α を用いたゲインの決定手法である (3.23) 式の最適化問題が妥当であることが分かる。また、連系線 26-34 の VSrC はゲインが小さくあまり効果がないことも分かる。

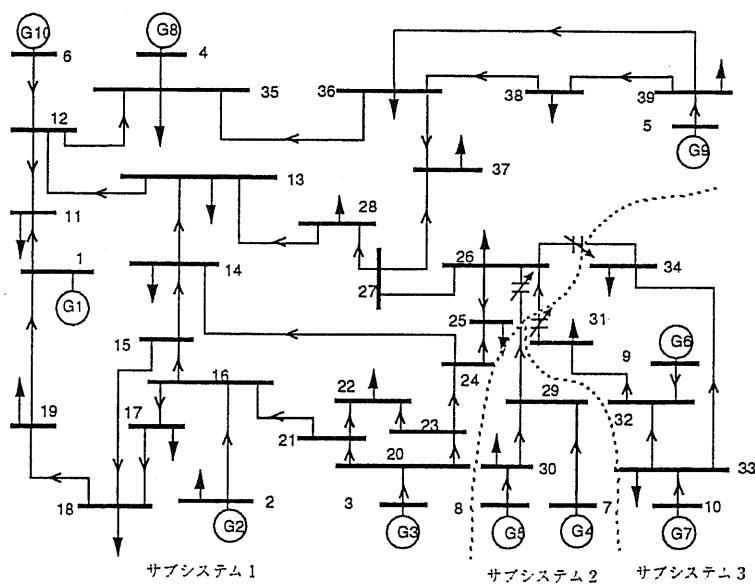


図 3.3: IEEE 39 母線系統

表 3.1: 無制御時の電力動揺モード

モード	固有値 [p.u.]	関与する発電機		
		部分系統 1	部分系統 2	部分系統 3
1*	$-4.1 \times 10^{-5} \pm j5.5 \times 10^{-3}$	G1(+)	G4(-),G5(-)	G6(-),G7(-)
2	$-2.0 \times 10^{-4} \pm j1.4 \times 10^{-2}$	G8(-),G9(+),G10(-)		
3	$-6.4 \times 10^{-4} \pm j1.7 \times 10^{-2}$			G6(-),G7(+)
4	$-6.8 \times 10^{-4} \pm j1.7 \times 10^{-2}$	G8(-),G10(+)		
5	$-6.8 \times 10^{-4} \pm j1.5 \times 10^{-2}$	G2(+),G3(-)		
6	$-6.8 \times 10^{-4} \pm j1.2 \times 10^{-2}$	G2(-),G3(-),G9(+)		
7*	$-7.4 \times 10^{-4} \pm j1.3 \times 10^{-2}$		G5(+)	G6(-),G7(-)
8*	$-8.2 \times 10^{-4} \pm j1.0 \times 10^{-3}$	G2(-),G3(-),G9(-),G10(-)	G5(+)	
9*	$-1.1 \times 10^{-3} \pm j1.9 \times 10^{-2}$	G9(-)	G4(+),G5(+)	

* : 部分系統間の動揺モード

VSrC 制御による電力動搖モードの変化を図 3.4 に示す。モード 1,7,8,9 のダンピングが向上している。これらのモードはサブシステム間の動搖モードである。モード 2,3,4,5,6 はサブシステム内の動搖モードであり、この VIPS 機器では制御できず、各サブシステム内のローカル制御系で扱うことになる。

図 3.6 にデイジタルシミュレーションの結果を示す。想定事故は、二回線送電線 15-16 の母線 15 至近端での一回線三相地絡事故 ($t = 0.1[\text{sec}]$) であり、これを送電線 15-16 の一回線開放 ($t = 0.2[\text{sec}]$) により除去する。図 3.5 は VSrC を制御しない場合の発電機の動搖曲線、図 3.6 は $K_{v_i} = 100$ ($i = 1, 2, 3$) とし VSrC を制御した場合の発電機の動搖曲線である。図 3.6において、VsrC には補償率 50% でリミッタがかかるようにを設定してある。いずれの図でも慣性の大きい発電機 G1 を位相の基準としている。この結果から各発電機の第一波動搖の抑制ならびにダンピングの向上に効果があることが分かる。このケースでは事故除去後に系統の状態が事故前の状態に復帰せず、また VSrC の動作点を事故前の動作点に戻す制御を行っていないため、事故除去後の平衡状態では VSrC の動作点が事故前とは大きく異なっている。

3.3.2 高速移相器設置ケース

VsrC の代わりに、HSPS を設置した場合のゲイン K_{ij} を表 3.3 に示す。 Q 行列、 ϵ の値は VSrC の場合と同じものを用いている。HSPS の制御による電力動搖モードの変化を図 3.7 に示す。VsrC の場合と同じく、モード 1,7,8,9 のダンピング改善効果が高いことがわかる。

VsrC の場合と同じ事故に対するシミュレーション結果を図 3.8 に示す。ここでは $K_{v_i} = 10$ ($i = 1, 2, 3$) としている。この場合も各発電機の第一波動搖の抑制、ダンピング向上に効果があることが分かる。

表 3.2: VSrC の制御パラメータ K_{ij}, T_{vi}

連系線番号	$K_{\Delta\omega_1}$	$K_{\Delta\omega_2}$	$K_{\Delta\omega_3}$	$K_{\Delta\omega_4}$	$K_{\Delta\omega_5}$
26-29	2.65	3.71	5.27	29.95	13.10
26-31	0.56	0.78	1.11	2.48	1.08
26-34	0.04	0.06	0.09	0.19	0.08

連系線番号	$K_{\Delta\omega_6}$	$K_{\Delta\omega_7}$	$K_{\Delta\omega_8}$	$K_{\Delta\omega_9}$	$K_{\Delta\omega_{10}}$	T_v [sec]
26-29	12.71	6.87	3.43	3.58	4.85	0.2
26-31	7.11	1.70	0.72	0.76	1.02	0.2
26-34	0.31	0.44	0.06	0.06	0.08	0.2

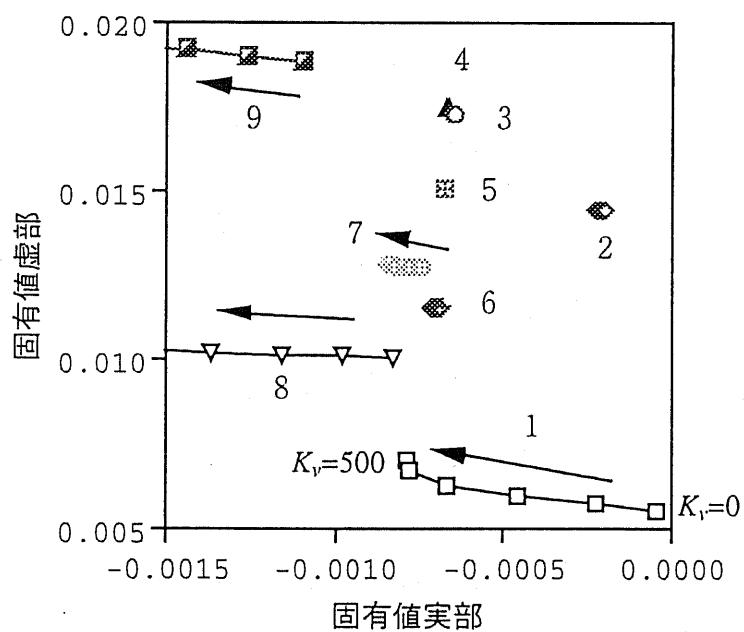


図 3.4: VSrC 制御による電力動搖モードの変化

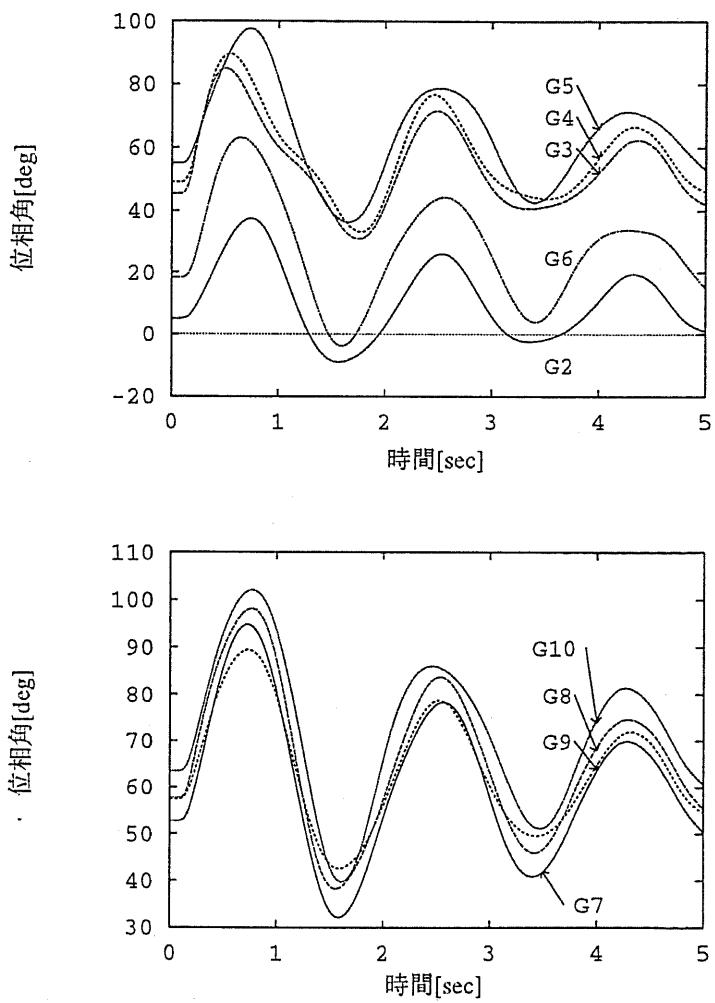


図 3.5: 無制御時の動搖曲線

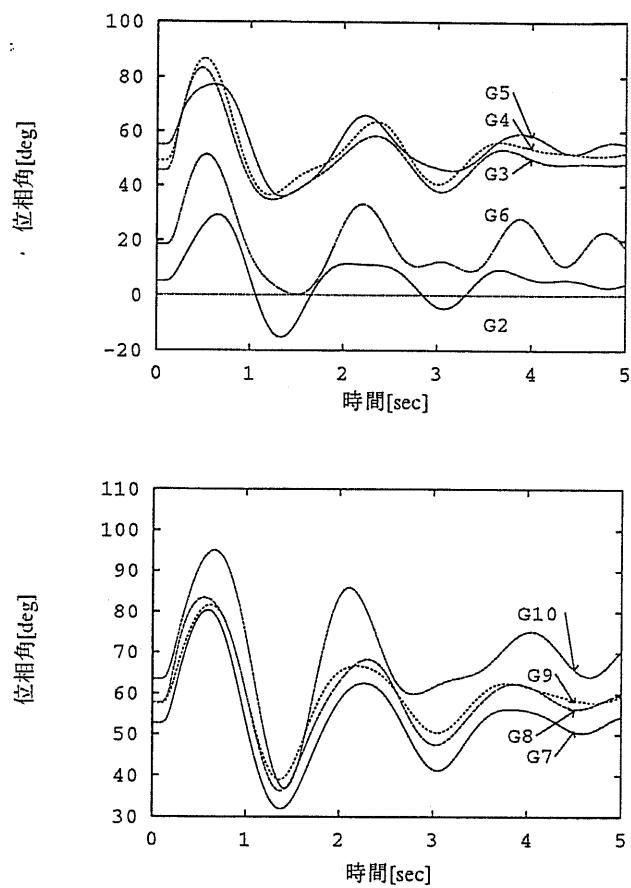


図 3.6-a: VSRc 制御時の動搖曲線

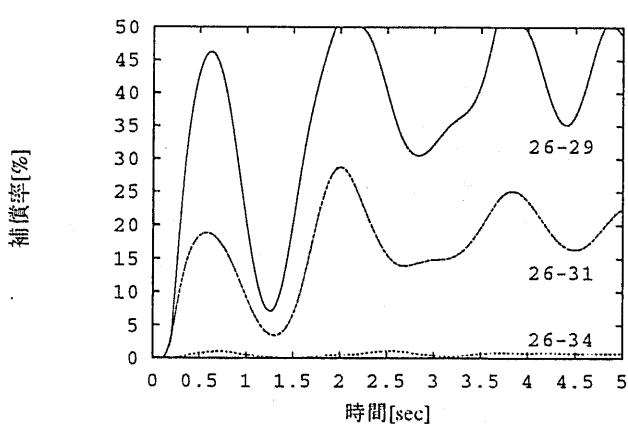


図 3.6-b: VSRc の補償率の変化

図 3.6: シミュレーション結果 (VSRc 設置)

表 3.3: HSPS の制御パラメータ K_{ij}, T_{vi}

連系線番号	$K_{\Delta\omega_1}$	$K_{\Delta\omega_2}$	$K_{\Delta\omega_3}$	$K_{\Delta\omega_4}$	$K_{\Delta\omega_5}$
26-29	2.65	3.71	5.27	29.95	13.10
26-31	1.28	1.79	2.54	5.66	2.47
26-34	0.37	0.52	0.74	1.64	0.72

連系線番号	$K_{\Delta\omega_6}$	$K_{\Delta\omega_7}$	$K_{\Delta\omega_8}$	$K_{\Delta\omega_9}$	$K_{\Delta\omega_{10}}$	$T_v[\text{sec}]$
26-29	12.71	6.87	3.43	3.58	4.85	0.2
26-31	15.72	5.74	1.65	1.72	2.33	0.2
26-34	3.19	3.34	0.48	0.50	0.58	0.2

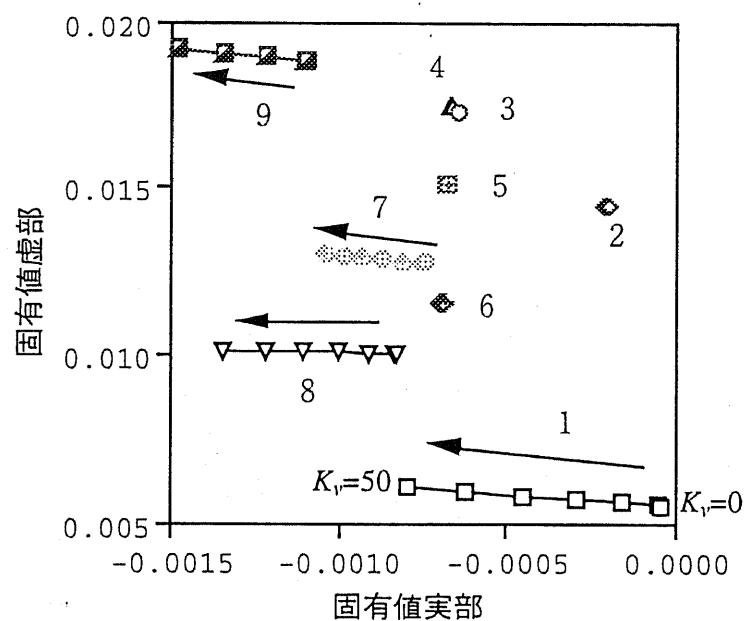


図 3.7: HSPS 制御による電力動搖モードの変化

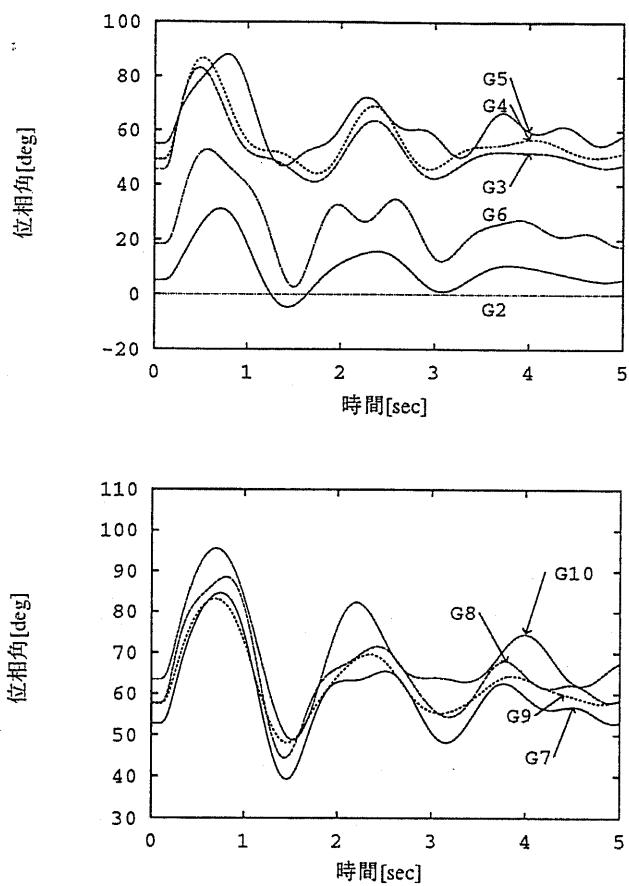


図 3.8-a: HSPS 制御時の動搖曲線

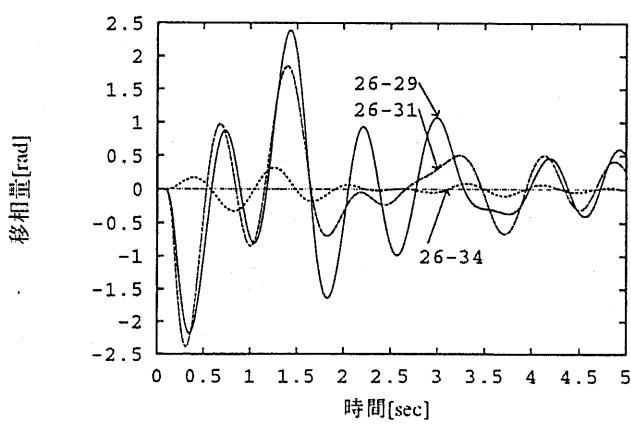


図 3.8-b: HSPS の移相量の変化

図 3.8: シミュレーション結果 (HSPS 設置)

3.4 まとめ

本章では、相互干渉システムの分散安定化の理論に基づく VIPS 機器の制御による、電力系統のサブシステム間の大域的動搖モードの安定化について検討を行った。提案手法の利点をまとめると以下のようになる。

- 系統全体の固有値を求める必要はなく、分割された各サブシステムの固有値のみを求めるべき
- 制御パラメータは簡単な最適化計算により得ることができる
- 各サブシステムにおける安定化は個別に相互に独立して行なうことができ、サブシステムのシステム行列 A_{ii} の次元は、系統全体のシステム行列 A の次元に比べてかなり小さくすることができるので、各サブシステムに最適制御や固有値制御といった制御効果の高い制御を適用することは比較的容易である

3.3節では、モデル系統を用いた検討により、発電機角速度偏差 $\Delta\omega$ の状態フィードバックによる簡単な制御系を用いて VIPS 機器を制御することで、電力系統の定態安定度ならびに過渡安定度を向上できることを示した。

今後は以下の点の検討が必要となろう。

- 今回の検討では、VIPS 機器、情報伝送システムなどを理想的なものとして扱ったが、より詳細なモデルを用いる

また、本研究の適用例では、大域的な電力動搖モードの安定化を目的としたため、制御入力を $\Delta\omega$ のみとしたが、提案手法では任意の状態変数を入力とすることができるため、 $\Delta\delta$ も制御入力として利用することにより制御効果を高めることも考えられる。また、VIPS 機器は定態安定度あるいは過渡安定度向上以外にもさまざまな目的に利用される可能性があり、別種の制御入力を用いて制御を行なうことも十分に考えられる。提案手法では、このような新たな制御入力を組み込むことは容易であり、多目的な制御への拡張が可能である。

第 4 章

系統分割を利用した定態安定度解析の階層分散化

4.1 概要

2章で述べたように、電力系統の定態安定度を評価する方法としては、専ら固有値法が用いられている。定態安定度の評価に重要なのは、弱制動な小数の固有値であり、このことを利用して様々な高速解法が提案されている。しかしながら、これらの方法は本論文で目的とする定態安定度解析の階層分散化とは必ずしも合うものではない。そこで、本章では系統分割を利用した定態安定度解析の階層分散化をいかに行なえばよいかについて述べる。

1章に述べたような、局所的モードを部分系統レベルで、大域的モードを全系レベルで評価することを考えた場合、以下のような問題に注意する必要がある。

- 部分系統の固有値解析で得られた固有値のうち、局所的モードをどのように判別するか
- 固有値／固有ベクトルから見た全系と部分系統の関係をいかに評価するか
- 全系での固有値計算において、計算の効率化のためにいかなるモデルを用いるか
- 全系での固有値計算をいかなる手法で行なうか

まず、4.2節で、部分系統での固有値解析を行なう上で、ネットワークをどのように分割するかについて述べる。部分系統での固有値解析は全系に比べ、ずっと小さな次元の行列を扱うと予想されるため、QR 法のような従来手法を適用することは比較

的容易である。部分系統で得られた固有値のうち局所的モードを判別するための、部分系統固有値の局所性の指標を4.3節で述べる。さらに全系の動特性と部分系統の動特性の関係を表すための、全系の固有ベクトルと部分系統の固有ベクトルの関係について4.4節で述べる。4.5節では、提案する局所性の指標を用いて系統の局所的モードを判別できることを、数値例を用いて明らかにする。

本章で扱う第二の問題である、部分系統と全系の固有値／固有ベクトルから見た関係を低次元化モデルを用いて評価する手法を4.6節に述べ、提案手法の有効性を4.7節で数値例を用いて明らかにする。

次に、以上に述べた手法を用いて、大域的モードの評価を行なうための、固有値問題の部分空間解法を4.8節に述べる。この手法は、基本的には大規模対称行列に関する片山らの手法[17]を非対称行列に拡張したものである。

最後に、III法[5]および提案する部分空間解法を用いた系統の電力動搖モードの計算例により、提案手法の有効性を明らかにする。

4.2 部分系統生成のための全系ネットワークの分割

まず、 n_s 個の部分系統からなる系統を考える。全系の線形化状態方程式は、

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} \quad (4.1)$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{x}_1^T & \cdots & \underline{x}_{n_s}^T \end{bmatrix}^T \quad (4.2)$$

となる。ここで \underline{x} は全系の状態変数ベクトル、 \underline{x}_k は部分系統 k の状態変数ベクトルである。

各部分系統の状態方程式は

$$\dot{\underline{x}}_k = A_k \underline{x}_k \quad (4.3)$$

と書けるとする。

部分系統のシステム行列 A_k としては、3章で扱ったように、全系システム行列 A の対角部分の部分行列を用いることが多い。この場合には、部分系統のシステム行列を計算する際に、全系ネットワークを考慮することになるため、発電機を各部分系統に配分するだけでなく、ネットワークの分割を考慮する必要がない。これに対し、本章では連系線を無限大母線として扱うことにより、他から分離された部分系統を考える。この場合、各部分系統は、部分系統のシステム行列の生成のために、発電機などの動的要素だけでなく、ネットワークに関しても、自系統内の情報のみを持っていれば良いので、系統の監視・制御機能の分散化という構造により適していると考えられる。

さて、部分系統のシステム行列 A_k を計算する際に、動的要素とネットワークの双方の情報を自系統内のみのものを用いるとすると、各部分系統の持つネットワークがどのようなものであるか、すなわち、全系のネットワークを各部分系統にどのように分割するかにより部分系統のシステム行列 A_k の固有値が異なることになる。発電機は各部分系統に配分されたとして、もし、ある負荷母線が部分系統 j に含まれる場合に、含まれない場合と比べて、 A_k の変化が大きければ、この負荷母線の部分系統の動特性に与える影響が大きいことになり、これを部分系統に含めればよいことになる。もし、負荷母線が含まれる部分系統が複数個ある場合には、もっともシステム行列の変化の大きい部分系統に含めればよい。この考えに基づいて、本論文では、以下のようなステップで、系統の分割を行なう。ここで提案するアルゴリズムは繰り返しを

含むが、 n 回目の繰り返しの時点での部分系統 k を $S_k^{(n)}$ で、そのシステム行列を $A_k^{(n)}$ で表す。また、簡単のために図 4.1 の例の場合を括弧内に示す。

1. 発電機を n_S 個の発電機群に分ける。(G1,2 と G3,4)
2. 各発電機群に関して、発電機群を含み、規模の最も小さなネットワークを考え、これを部分系統 $S_k^{(1)}$ とする。 $(S_1^{(1)}, S_2^{(1)})$
3. 部分系統 $S_k^{(n)}$ のシステム行列 $A_k^{(n)}$ を計算する。 $(S_1^{(1)} \rightarrow A_1^{(1)}; S_2^{(1)} \rightarrow A_2^{(1)})$
4. 各部分系統について、全ての隣接する負荷母線がいずれかの部分系統に属していれば終了。どの部分系統にも属さない母線があれば、その母線を含めた新しい部分系統を作る。 $(S_1^{(1)'}, S_2^{(1)'})$
5. 新しい部分系統 $S_k^{(n)'}$ のシステム行列 $A_k^{(n)'}$ を計算する。 $(S_1^{(1)'} \rightarrow A_1^{(1)'}; S_2^{(1)'} \rightarrow A_2^{(1)'})$
6. $e = |A_k^{(n)'} - A_k^{(n)}|/D_k^2$ を計算して、 e が最も大となる部分系統 m に関して $S_m^{(n)'}$ を $S_m^{(n+1)}$ とする。他の部分系統 $k (\neq m)$ に関しては、 $S_k^{(n)}$ を $S_k^{(n+1)}$ とする。ただし D_k は A_k の次元である。
7. $n = n + 1$ として 3. へ

ステップ 4. で新たに部分系統に含む母線は 1 つのみとする。また、ある部分系統に隣接する母線のうち、どの部分系統にも属さない母線が複数個ある場合には、各々の母線につき、4.,5. を行なう。

以上に述べた系統分割のアルゴリズムの流れ図を図 4.2 に示す。

ステップ 1. で系統の分割数を決定し、発電機群の分割を行なう必要があるが、これにはコヒーレントグループ [18] を利用することが考えられる。コヒーレントグループ内の発電機は系統の大域的な動搖に対しては、同じような動搖を示す。そのため、部分系統内の発電機がコヒーレントグループを構成するように系統を分割することが、提案手法に適していると考えられる。

また、大規模系統においては繰り返し数が多くなることが予想されるが、ステップ 5. での部分系統のシステム行列の計算においては、アドミタンス行列の更新のみが

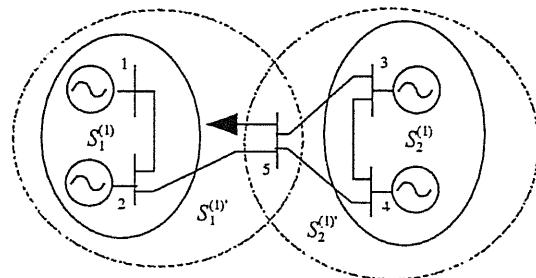


図 4.1: 系統の分割

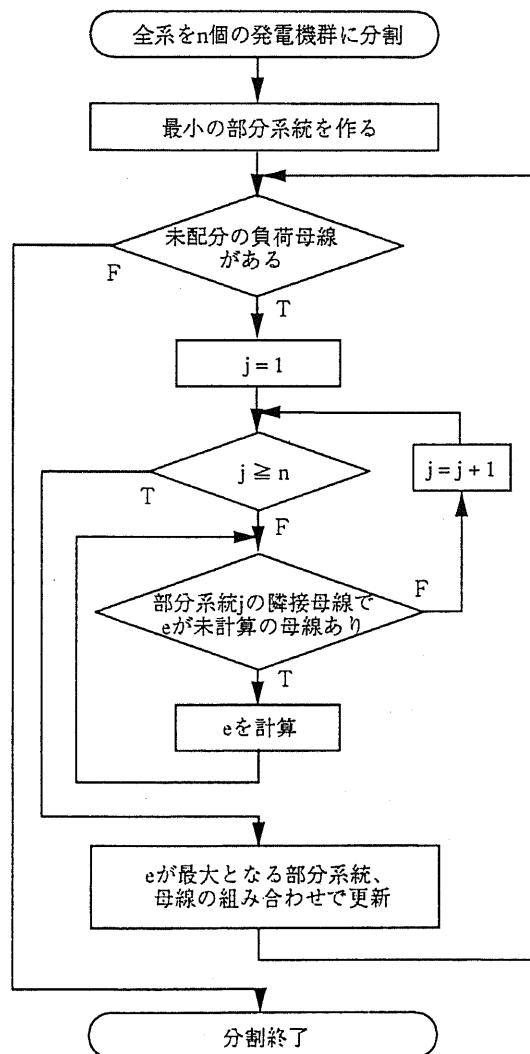


図 4.2: 系統分割流れ図

必要である。そのため、必要計算量を小さくすることが可能であると考えられる。また、系統分割の計算はオフライン計算であり、計算時間の短縮に対する要求は、オンライン計算よりも厳しくない。これらの点から、大規模系統においても実用的な時間内で分割の結果が得られると考えられる。

4.3 部分系統の動搖モードの局所性の指標

さて、4.2節で述べた方法で、系統のネットワークが分割されたとすると、各部分系統でシステム行列 A_k を計算することができる。部分系統レベルでは、 A_k の固有値を計算することで、固有値解析を行なう。その際に、部分系統レベルでは局所的モードのみを安定度評価の対象とするため、 A_k から得られる固有値のうち、局所的モードがどれであるかを判別する必要がある。また、この局所性の評価は、全系で特に問題となる大域的モードに対して寄与の大きい部分系統のモードを判別するために有用である。本論文では、全系の大域的モードに寄与の大きい部分系統のモードを「局所性の低いモード」、全系の局所的モードに寄与の大きい部分系統のモードを「局所性の高いモード」と呼ぶ。本節では、相似変換を用いた部分系統のモードの局所性の指標について述べる。

(4.4), (4.5) および (4.6) 式で与えられる (4.1) 式の x の変換を考える。

$$\underline{z} \triangleq \begin{bmatrix} z_l & \underline{x}_g^T \end{bmatrix}^T \quad (4.4)$$

$$= T^{-1} \underline{x} \quad (4.5)$$

$$= \begin{bmatrix} \underline{u}_l & \begin{array}{|c|} \hline 0^T \\ \hline I \end{array} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_l \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

ここで、 \underline{u}_l は全系の局所的モード λ_l に対応する全系固有ベクトルであり、 x_l は λ_l に関して、最大の寄与率 [19] を持つ状態変数である。この変換により (4.1) 式は、

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_l \\ \dot{\underline{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_l & A_{Glg}^T \\ 0 & A_{Ggg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_l \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

となる。

簡単のために、 x_l が部分系統 1 の状態変数 x_{1l} であり、 x_{1l} は部分系統 1 の固有値 λ_{S1} に関して最大の寄与率を持つとする。また λ_{S1} に対応する固有ベクトルを \underline{u}_{S1} とする。これらを利用して、次の変換を考える。

$$\underline{z}_S \triangleq \begin{bmatrix} z_{S1} & \underline{x}_g^T \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

$$= T_S^{-1} \underline{x} \quad (4.9)$$

$$= \begin{bmatrix} \underline{u}'_{S1} & \begin{array}{|c|} \hline 0^T \\ \hline I \end{array} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_{1l} \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

(4.8), (4.9) および (4.10) 式により、全系の状態方程式 (4.1) 式は以下のように変換される。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{Sl} \\ \dot{\underline{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{Sl} & \underline{A}_{Slg}^T \\ \underline{A}_{Sgl} & A_{Sgg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{Sl} \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

もし $\lambda_l \simeq \lambda_{Sl}$ かつ $\underline{u}_l \simeq \underline{u}'_{Sl}$ であれば、 $\underline{A}_{Sgl} \simeq \underline{0}$, $A_{Sl} \simeq \lambda_l$, $\underline{A}_{Slg}^T \simeq \underline{A}_{Glg}^T$ であり、(4.11) 式が (4.7) 式の良い近似となる。このことは、 $|\underline{A}_{Sgl}|$ が、部分系統 1 の固有ベクトル \underline{u}_{Sl} と全系固有ベクトル \underline{u}_l の差を表していることを意味する。したがって、 $|\underline{A}_{Sgl}|$ を部分系統のモードの局所性の指標として用いることができる。以下、本論文ではこの指標を LIR(Locality Index for Reduction) と呼ぶ。

さて、 \underline{x}_1 を x_{1l} とその他の変数にわけ、 $\underline{x}_1 = [x_{1l} \ \underline{x}_{1g}]^T$ かつ $\underline{u}_{Sl} = [u_{1l} \ \underline{u}_{1g}]^T$ とすると、 A および T_S は次のように書ける。

$$A = \begin{bmatrix} A_{11ll} & \underline{A}_{11lg}^T & \underline{A}_{1rl}^T \\ -\underline{A}_{11gl} & A_{11gg} & \underline{A}_{1rg}^T \\ -\underline{A}_{r1l} & \underline{A}_{r1g} & A_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{1r} \\ A_{r1} & A_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$T_S = \begin{bmatrix} u_{1l} & \underline{0}^T & \underline{0}^T \\ -\underline{u}_{1g} & I & 0 \\ \underline{0} & 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

ただし、 \underline{u}_{Sl} は A_1 の固有ベクトルであり、 A_{11} の固有ベクトルではないことに注意されたい。

A_{11} に T_1 を用いた相似変換を施すと、

$$T_1^{-1} A_{11} T_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{Sl} & \underline{A}_{1lg}^T \\ \underline{A}_{1gl} & A_{1gg} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

となる。(4.12), (4.13) および (4.14) 式より、(4.11) 式の \underline{A}_{Sgl} は

$$\underline{A}_{Sgl} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{1gl} \\ E \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$E = \begin{bmatrix} \underline{A}_{r1l} & A_{r1g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1l} \\ \underline{u}_{1g} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

となる。したがって、

$$|\underline{A}_{Sgl}| = \sqrt{|\underline{A}_{1gl}|^2 + |A_{r1}\underline{u}_{Sl}|^2} \quad (4.17)$$

もし、 \underline{u}_{Sl} として全系システム行列の部分行列 A_{11} から得られる固有ベクトルを用いれば、 $\underline{A}_{1gl} = \underline{0}$ となり、

$$\text{LIR} \triangleq |\underline{A}_{Sgl}| = |A_{r1}\underline{u}_{Sl}| \quad (4.18)$$

となる。本論文では、部分系統のシステム行列は全系システム行列の部分行列でない
ので、 A_{1gl} は0とならないが、局所性の指標として用いる場合には、 $|A_{Sgl}|$ そのもの
ではなく、その値の大小が重要であり、 A_{1gl} を考慮しなくても、値の大小への影響は
小さいものと考え、以下の検討ではLIRとして(4.18)式を用いた。この場合、(4.18)
式からわかるように、部分系統の各モードにつき、その固有ベクトルと行列の一回の
かけ算でモードの局所性の評価を行なうことができる。なお、 A_{1gl} を無視すること
の是非は4.5節において数値例を用いて検証する。

さて、仮に λ_{Sl} が A_{11} の固有値であるとしよう。すると、 λ_l を λ_{Sl} で、 u_l を u_{Sl} で、そ
れぞれ近似するとした場合、残差ベクトルは、

$$A \begin{bmatrix} u_{Sl} \\ 0 \end{bmatrix} - \lambda_{Sl} \begin{bmatrix} u_{Sl} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{r1} \end{bmatrix} u_{Sl} - \lambda_{Sl} \begin{bmatrix} u_{Sl} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ A_{r1}u_{Sl} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

となり、(4.18)式の右辺の絶対値の中は残差ベクトルと等しくなる。本章での検討で
は、 λ_{Sl} は A_{11} の固有値とはならないので、残差ベクトルとは一致しないが、LIRは
近似的に残差ベクトルのノルムを評価しているといつてい良い。残差ベクトルが小さ
ければ、 λ_{Sl} 、 u_{Sl} は全系固有値／固有ベクトルに近い、すなわち局所性が高いことは
自明であり、LIRが局所性の評価指標として適切であることがこのことからもうかが
える。

4.4 全系の固有ベクトルと部分系統の固有ベクトルの関係

定態安定度評価の階層分散化では、大域的モードは全系レベルで、部分系統での固有値解析の結果を利用して評価されることになる。したがって、全系の大域的モードに寄与の大きな部分系統のモードがどのようなものであるかの情報が有用であるといえる。では、部分系統のモードの全系モードに対する寄与の大きさとはどのように評価すれば良いのであろうか？本論文では、全系のモードと部分系統のモードの関係を、全系の固有ベクトルと部分系統の固有ベクトルの関係を用いて評価する [20]。

まず、 A が n 個の異なる固有値 λ_i と n 本の線形独立な右固有ベクトル \underline{u}_i を持つ、 A_k ($k = 1, \dots, n_s$) が異なる固有値 λ_{Sj} と線形独立な右固有ベクトル \underline{u}_{Sj} を持つと仮定する。この時、全ての j に対し、次のようなベクトル \underline{u}'_{Sj} を考えることができる。 \underline{u}'_{Sj} の次元は \underline{x} の次元と同じであり、 \underline{x}_k に対応する要素は、 \underline{u}_{Sj} の要素と同じで、それ以外の要素は全て 0 とする。つまり、部分系統の n 本の固有ベクトルに対し、線形独立な n 本のベクトル \underline{u}'_{Sj} が存在する。したがって、全ての全系固有ベクトル \underline{u}_i は \underline{u}'_{Sj} の線形結合として表すことができる。

$$\underline{u}_i = \sum_{j=1}^n \underline{u}'_{Sj} c_{ji} \quad (4.21)$$

ここで、(4.21) 式において、一般性を失うことなく、

$$|c_{1i}| \geq |c_{2i}| \geq \dots \geq |c_{ni}| \quad (4.22)$$

と仮定することができる。全系の固有ベクトルと部分系統の固有ベクトルとの関係は線形結合の係数 c_{ji} で表され、 $|c_{ji}|$ が全系モードに対する部分系統のモードの寄与の大きさを表すことになる。

以上の議論は、右固有ベクトルに関するものであるが、左固有ベクトルに関しても全く同様の議論が成り立ち、

$$\underline{v}_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} \underline{v}'_{Sj} \quad (4.23)$$

$$|d_{i1}| \geq |d_{i2}| \geq \dots \geq |d_{in}| \quad (4.24)$$

となる。ここで、 \underline{v}'_{Sj} は \underline{u}'_{Sj} と同じ構造を持つベクトルであり、部分系統の左固有ベクトル \underline{v}_{Sj} を含む。

4.5 数値例 – LIR によるモードの局所性の評価 –

本節では、4.3節に述べた、部分系統のモードの局所性の指標 LIR の有効性を数値例を用いて検証する。まず、部分系統でローカルな情報を用いて得られたモードの情報が、全系の大域的モード、特に電力動搖モードの評価に関してどの程度意味のある情報を含んでいるかを検証するため、モードの大域性・局所性を利用した全系の低次元化モデルを利用して、電力動搖モードの計算を行なう。ここでは、LIR の小さな部分系統のモードに対する固有ベクトルを利用して、低次元化モデルを生成することで、全系の電力動搖モードが比較的精度良く低次元化モデルに保存されることを示す。次に LIR と c_{ji} の関係を数値例を用いて明らかにし、LIR が部分系統のモードの局所性を正しく評価できることを示す。

モードの大域性・局所性を利用した電力系統の低次元モデル

(4.1) 式の低次元化モデルを得る方法の一つとして、次のような方法が考えられる。
(4.10) 式において、 \underline{u}'_{S_l} の代わりに、LIR があるしきい値 ϵ_{LIR} より小さな n_l 本の部分系統の固有ベクトルに対応する $\underline{u}'_{S_j} (j = 1, \dots, n_l)$ を用いると、次の変換を得る。

$$z \triangleq \begin{bmatrix} z_l^T & \underline{x}_g^T \end{bmatrix} = T^{-1} \underline{x} \quad (4.25)$$

$$T \triangleq \left[\begin{array}{c|c} U_L & I \\ \hline & 0 \end{array} \right] \quad (4.26)$$

$$U_L \triangleq \begin{bmatrix} \underline{u}'_{S_1} & \cdots & \underline{u}'_{S_{n_l}} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

すると (4.1) 式は

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_l \\ \dot{\underline{x}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_l & A_{Glg} \\ 0 & A_{Ggg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_l \\ \underline{x}_g \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\Lambda_l \triangleq \text{diag.} [\lambda_{l1} \ \cdots \ \lambda_{ln_l}] \quad (4.29)$$

となり、 $\dot{\underline{x}}_g = A_{Ggg} \underline{x}_g$ なる低次元化された系を得る。もし、LIR が小さな部分系統のモードが局所的であれば、低次元化モデルには、全系の大域的モードが精度良く保存されると考えられる。

低次元化モデルを用いた電力動搖モードの計算

ここでは、上記の低次元化モデルの次元を変化させていった場合に、系統の電力動搖モードがどの程度精度良く保存されるかを、モデル系統を用いて検証する。電力動搖モードが全て大域的なモードとは限らない(部分系統内の発電機間の動搖モードも存在しうる)ので、計算に当たっては以下のようないくつかの条件を設けた。

1. 電力動搖モードの固有ベクトルに対応する \underline{u}'_{Sj} を U_L に含めると低次元化モデルに含まれる電力動搖モードの精度を著しく損なうので、部分系統の共役な固有値のうち、発電機の位相角偏差 $\Delta\delta$ 、角速度偏差 $\Delta\omega$ の寄与率の大きさがある一定以上(寄与率の大きさの最大値に対し 10 % 以上)あるものは低次元化モデルの生成には利用しない。
2. x_l に含まれるある変数の寄与率の大きさが最大となるモードが複数あった場合には、LIR が最も小さいモードのみを低次元化モデルの生成に利用する。

4.5.1 5 機串型系統

モデル系統として図 4.3 に示す 5 機串型系統を用いた。これを 2 つの部分系統に分け、それぞれ母線 1,4,5,8,9,12,13、母線 2,3,6,7,10,11 からなるものとした。ここでは、発電機を Park モデル(8 次)[21]、AVR を 3 次(図 4.4)、調速機を 1 次モデル(4.5)でモデル化する。したがって、全系の次数は 60 次となる。部分系統 1,2 の次数はそれぞれ、24,36 となる。

低次元化モデルを用いた電力動搖モードの評価

各部分系統で評価したモードの固有値、最近接な全系固有値との差分 $\Delta\lambda$ 、LIR の値、関与する状態変数を表 4.2, 4.3 に示す。ただし $\Delta\delta$, $\Delta\omega$ に関するモードは除いてある。 ϵ_{LIR} を大きくしていった際の、縮約次元と全系の電力動搖モードの実部の誤差の関係を図 4.6 に示す。部分系統内の電力動搖モードであるモード 1,3,4 の誤差が比較的小さいのに対し、部分系統間の電力動搖モードであるモード 2 の誤差が大きいことがわかる。また、縮約次元を 24 次とした時点で低次元化モデルでは有意な固有値が得られなくなつた。

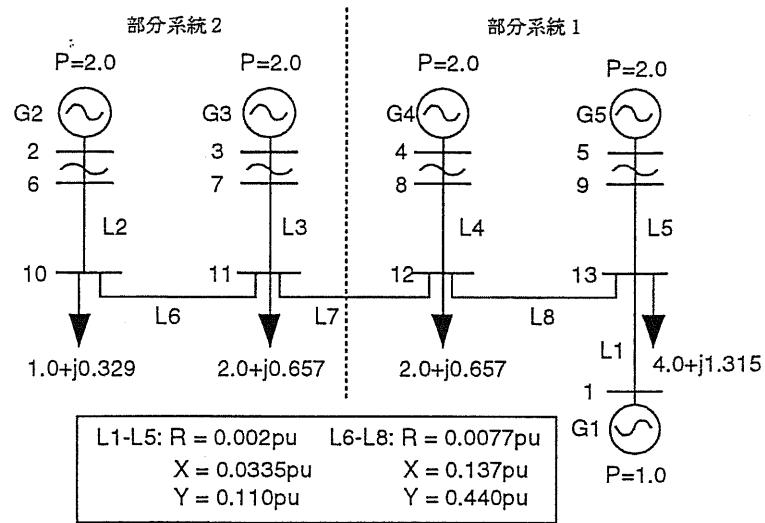


図 4.3: 5 機串型系統

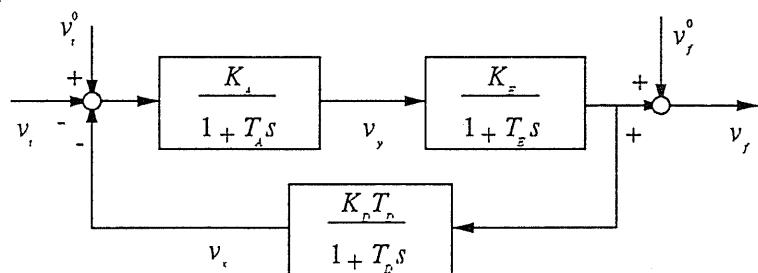


図 4.4: 励磁系モデル

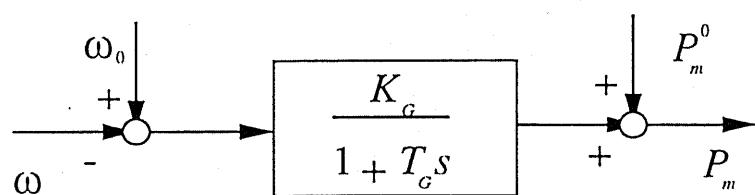


図 4.5: 調速機モデル

表 4.1: 電力動搖モード

モード	固有値(縮約前)	関与する発電機
1	$-1.94 \times 10^{-3} \pm j1.94 \times 10^{-2}$	G1-G5
2	$-1.73 \times 10^{-3} \pm j1.28 \times 10^{-2}$	G1,5-G2
3	$-1.34 \times 10^{-3} \pm j1.88 \times 10^{-2}$	G3-G4
4	$-1.20 \times 10^{-3} \pm j1.73 \times 10^{-2}$	G2-G3,4

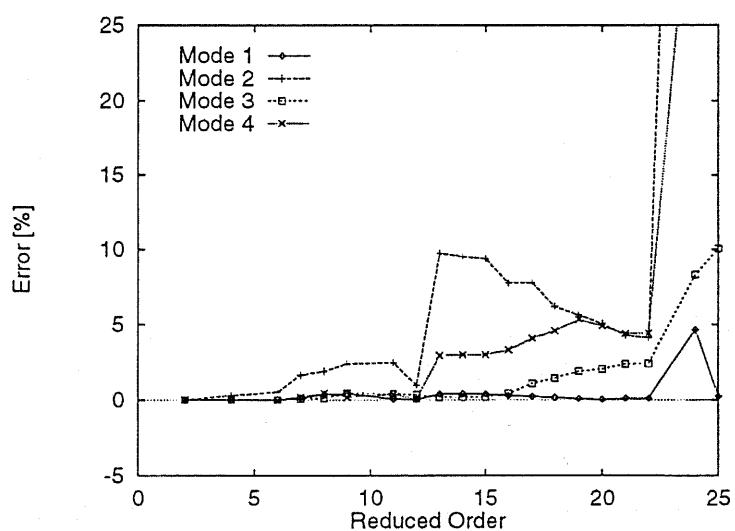


図 4.6: 縮約次元に対する電力動搖モード実部の誤差の変化

表 4.2: 部分系統 1 のモード

モード	固有値	$\Delta\lambda$	LIR	対応する 状態変数
1	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	1.1×10^{-6} $\pm j1.0 \times 10^{-5}$	0.07	$\Delta v_{f1}, \Delta v_{y1}$
2	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	4.2×10^{-5} $\pm j1.4 \times 10^{-5}$	0.20	$\Delta v_{f4}, \Delta v_{y4}$
3	$-1.78 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	3.5×10^{-4} $\pm j2.3 \times 10^{-5}$	0.30	$\Delta v_{f5}, \Delta v_{f1}$
4	-1.44×10^{-1}	2.9×10^{-4}	0.34	Δi_{kq1}
5	-9.19×10^{-2}	9.4×10^{-4}	0.45	Δi_{kd4}
6	$-3.77 \times 10^{-2} \pm j1.25$	2.7×10^{-5} $\pm j2.2 \times 10^{-4}$	0.53	$\Delta i_{d1}, \Delta i_{q1}$
7	-8.83×10^{-2}	2.6×10^{-3}	0.71	Δi_{kd5}
8	-1.58×10^{-3}	1.3×10^{-7}	0.72	ΔP_{m5}
9	-1.27×10^{-1}	3.1×10^{-3}	1.01	Δi_{kq4}
10	-9.93×10^{-3}	2.5×10^{-5}	1.48	Δi_{fq4}
11	-9.85×10^{-3}	4.2×10^{-5}	1.67	Δi_{fq5}
12	-1.58×10^{-3}	1.0×10^{-6}	2.18	ΔP_{m4}
13	$-9.68 \times 10^{-2} \pm j3.51 \times 10^{-3}$	7.8×10^{-4} $\pm j3.5 \times 10^{-3}$	2.40	$\Delta i_{kd1}, \Delta i_{fd1}$
14	-9.11×10^{-3}	2.7×10^{-4}	2.62	Δi_{fq1}
15	-1.76×10^{-3}	1.6×10^{-4}	3.00	Δi_{fd1}
16	-1.81×10^{-3}	2.1×10^{-4}	3.29	Δi_{fd1}
17	-1.71×10^{-3}	3.0×10^{-3}	4.48	Δi_{fd1}
18	$-1.25 \times 10^{-3} \pm j1.64 \times 10^{-3}$	2.3×10^{-7} $\pm j3.3 \times 10^{-4}$	5.09	$\Delta i_{fd5}, \Delta v_{f5}$
19	$-7.05 \times 10^{-2} \pm j1.56$	1.6×10^{-2} 6.0×10^{-2}	5.22	$\Delta i_{d4}, \Delta i_{q4}$
20	$-1.58 \times 10^{-3} \pm j2.10 \times 10^{-3}$	6.3×10^{-5} $\pm j1.9 \times 10^{-2}$	8.42	$\Delta i_{fd4}, \Delta v_{f4}$
21	$-7.93 \times 10^{-1} \pm j2.14$	1.6×10^{-3} $\pm j1.5 \times 10^{-3}$	13.2	$\Delta i_{d5}, \Delta i_{q5}$

表 4.3: 部分系統 2 のモード

モード	固有値	$\Delta\lambda$	LIR	対応する状態変数
1	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	1.1×10^{-6} $\pm j2.1 \times 10^{-6}$	0.09	$\Delta v_{f2}, \Delta v_{f3}$
2	-9.24×10^{-2}	4.7×10^{-4}	0.23	Δi_{kd3}
3	-8.49×10^{-2}	1.1×10^{-3}	0.53	Δi_{kd2}
4	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	1.2×10^{-4} $\pm j4.1 \times 10^{-5}$	0.54	$\Delta v_{f2}, \Delta v_{f3}$
5	-1.58×10^{-3}	2.3×10^{-8}	0.86	ΔP_{m3}
6	-1.27×10^{-1}	2.7×10^{-3}	1.15	Δi_{kg3}
7	-9.95×10^{-3}	2.6×10^{-5}	1.65	Δi_{fg3}
8	-1.04×10^{-1}	1.6×10^{-4}	2.09	Δi_{kq2}
9	$-6.57 \times 10^{-2} \pm j1.55$	1.1×10^{-2} $\pm j5.3 \times 10^{-2}$	5.53	$\Delta i_{d3}, \Delta i_{q3}$
10	-1.57×10^{-3}	5.6×10^{-6}	6.44	ΔP_{m2}
11	-9.19×10^{-3}	3.6×10^{-4}	7.14	Δi_{fq2}
12	$-1.61 \times 10^{-3} \pm j2.14 \times 10^{-3}$	2.2×10^{-5} $\pm j7.5 \times 10^{-5}$	8.94	$\Delta i_{fd3}, \Delta v_{x3}$
13	$-3.67 \times 10^{-1} \pm j2.24$	6.0×10^{-2} $\pm j1.2 \times 10^{-1}$	13.5	$\Delta i_{d2}, \Delta i_{q2}$
14	$-3.19 \times 10^{-3} \pm j3.16 \times 10^{-3}$	1.3×10^{-4} $\pm j9.0 \times 10^{-5}$	14.5	$\Delta i_{d2}, \Delta v_{x2}$

LIR と c_{ji} の関係

全系のモードが局所的か大域的かの評価を、(4.21)式の c_{ji} の要素の値により、行なった。ここでは、固有値は QR 法により、 c_{ji} は $c_{ji} = \underline{v}'_{Sj} \underline{u}_i$ として得られた値を用いた。

全系のモード λ_i (一部)について、 $|c_{ji}|$ が最大および 2 番目に大きい部分系統のモード λ_{Sj} 、 $|c_{ji}|$ の値および指標 LIR の値を表 4.4, 4.5 に示す。表 4.4 が局所的モードについて、表 4.5 が大域的モードについての結果である。それぞれの表で、各全系固有値に対し、上段が $|c_{ji}|$ が最大 ($|c_{1i}|$) となる部分系統のモード、下段が $|c_{ji}|$ が 2 番目に大きい ($|c_{2i}|$) 部分系統のモードを示す。

表 4.4 から、全系の局所的モードに関しては、 $|c_{2i}|$ が $|c_{1i}|$ に比べてずっと小さく、 c_{1i} に対応する部分系統のモードの寄与が支配的であることがわかる。 c_{1i} に対応する部分系統のモードの LIR は小さい値となっており、全系の局所的モードに関しては LIR の小さな部分系統のモードが支配的に関与していることがわかる。一方、表 4.5 より、全系の大域的モードに関しては、 $|c_{2i}|$ は $|c_{1i}|$ に比べ無視できない大きさとなっており、また、 $|c_{2i}|$ および $|c_{1i}|$ に対応する部分系統のモードの LIR は比較的大きな値となっている。したがって、大域的モードに関しては、LIR が大きな部分系統のモードが支配的に関与しているといえる。

4.5.2 New England 39 母線系統

New England 39 母線系統をモデル系統として検討を行なった。発電機を 8 次モデルで表し、AVR(3 次、図 4.4) と調速機(1 次、図 4.5) を考慮した。この系統には 10 機の発電機があり、発電機 1 機当たり 12 次のモデルを用いるので全体では 120 次となる。

低次元化モデルを用いた電力動搖モードの評価

図 4.7 のように発電機を 3 つの発電機群に分割した。このうち発電機 350 は連系系統を表しており、実質的には 2 つの発電機群に分割していることになる。4.2 節に示した手法を用いて、負荷母線を含めた系統分割を行なった。図 4.7-a に 4.2 節に示した分割アルゴリズムのステップ 2. での最小の部分系統を示す。また、系統分割の結果

表 4.4: 全系局所的モードに関与の大きい部分系統モードと LIR の値

全系固有値	固有値(部分系統)	$ c_{ji} $	LIR
$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}(2)$	1.08	0.04
	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}(1)$	0.16	0.19
$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}$	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}(1)$	1.01	0.08
	$-1.77 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}(2)$	0.16	0.19
-1.43×10^{-1}	$-1.43 \times 10^{-1}(1)$	1.00	0.36
	$-8.25 \times 10^{-2}(2)$	0.06	1.34
-9.09×10^{-2}	$-9.04 \times 10^{-2}(1)$	0.95	0.22
	$-8.25 \times 10^{-2}(2)$	0.40	1.34
$-3.76 \times 10^{-1} \pm j1.25$	$-3.78 \times 10^{-1} \pm j1.25(1)$	1.24	0.35
	$-1.18 \times 10^{-1} \pm j2.02(2)$	0.03	17.0

上段: $|c_{1i}|$, 下段: $|c_{2i}|$

表 4.5: 全系大域的モードに関与の大きい部分系統モードと LIR の値

全系固有値	固有値(部分系統)	$ c_{ji} $	LIR
$-2.21 \pm j1.63$	$-1.18 \pm j2.02(2)$	1.08	17.0
	$-1.35 \pm j1.61(1)$	0.89	19.0
$-9.91 \times 10^{-2} \pm j1.67$	$-1.05 \times 10^{-1} \pm j1.62(2)$	1.02	3.89
	$-1.49 \times 10^{-1} \pm j1.66(1)$	0.99	4.24
$-7.90 \times 10^{-2} \pm j1.17 \times 10^{-2}$	$-8.97 \times 10^{-2} \pm j1.52 \times 10^{-2}(1)$	1.24	3.33
	$-9.29 \times 10^{-2} \pm j2.33 \times 10^{-3}(2)$	0.76	2.96
$-5.48 \times 10^{-2} \pm j1.50$	$-1.49 \times 10^{-1} \pm j1.66(1)$	0.77	4.24
	$-1.05 \times 10^{-1} \pm j1.62(2)$	0.77	3.89
$-3.06 \times 10^{-3} \pm j3.25 \times 10^{-3}$	$-2.78 \times 10^{-1} \pm j1.75 \times 10^{-1}(2)$	1.05	15.5
	$-4.97 \times 10^{-1}(1)$	0.77	5.00

上段: $|c_{1i}|$, 下段: $|c_{2i}|$

を図 4.7-b に示す。図中の括弧で括られている番号は負荷母線が何回目の繰り返しで部分系統に組み込まれたのかを示している。

この結果に基づいて部分系統でモードの評価を行ない、 ϵ_{LIR} を大きくしていった際の削減次元数と全系の電力動揺モードの実部の誤差の変化を図 4.8 に示す。部分系統内の電力動揺モードの誤差が比較的小さい(図 4.8-b) のに対し、部分系統間の電力動揺モードに関する誤差が大きいことがわかる。この場合は、削減次元数が 60 次を越えたところで低次元化モデルで有意な解が得られなくなった。

4.3 節で述べた指標 LIR では(4.17) 式の A_{jgl} の大きさを無視していたが、これを考慮した場合の削減次元数と電力動揺モードの実部の誤差の関係を図 4.9 に示す。結果は図 4.8 と酷似しており、LIR の大小関係に対しては A_{jgl} の考慮の有無の影響が小さいことを示している。したがって、LIR として(4.17) 式の代わりに(4.18) 式を用いても差し支えないといえる。

New England 39 母線系統で系統分割数を 6 とした場合の系統分割結果を図 4.10 に示す。発電機群は図 4.7 での部分系統 2 と部分系統 3 をさらに地理的に分割したものであり、各部分系統内では発電機がコヒーレントグループを形成している [18]。最終的に得られる系統分割は図 4.10-b である。この場合、分割の最終結果を得るまでに要した時間は Sparc Station IPX 上で計算を行なったところ、12 秒であった。

6 分割の場合の削減次元数と電力動揺モード実部の誤差の関係を図 4.11 に示す。図 4.8 の 3 分割の場合の結果と比較して、削減次元数が大きくなった時の最大誤差の増加が小さいことがわかる。削減次元数を 57 次とした場合の最大誤差は 3 分割の場合が 21% であるのに対し、6 分割の場合は 23% となっている。したがって、発電機群の分割を適切に行なえば、分割数が増えた場合の精度の劣化が少ないと思われる。

以上の結果で、低次元化モデルの次数を全系の次数の半分程度とした場合、電力動揺モードの実部の誤差が、部分系統内の動揺モードに関しては数%，部分系統間の動揺モードに関しては 20% 程度となっており、部分系統で自系統内の情報のみを用いて得られた固有値、固有ベクトルが全系の電力動揺モードの評価に関して、十分な意味のある情報を有していると考えられる。

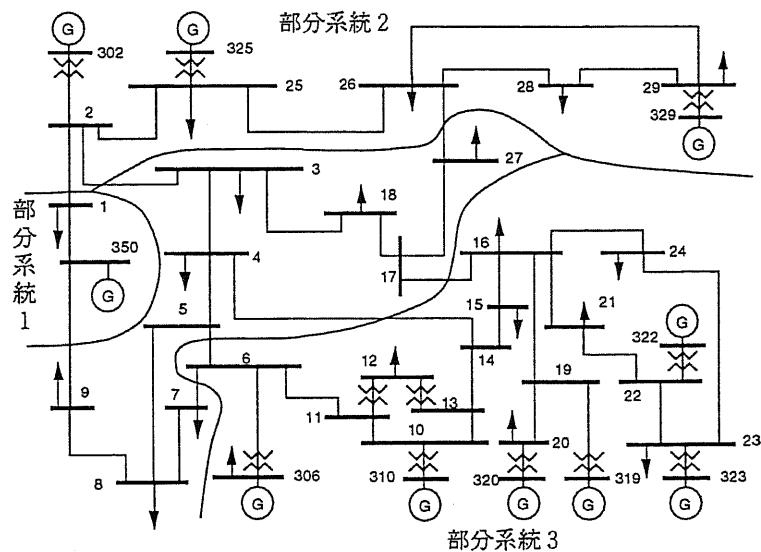


図 4.7-a: 初期状態

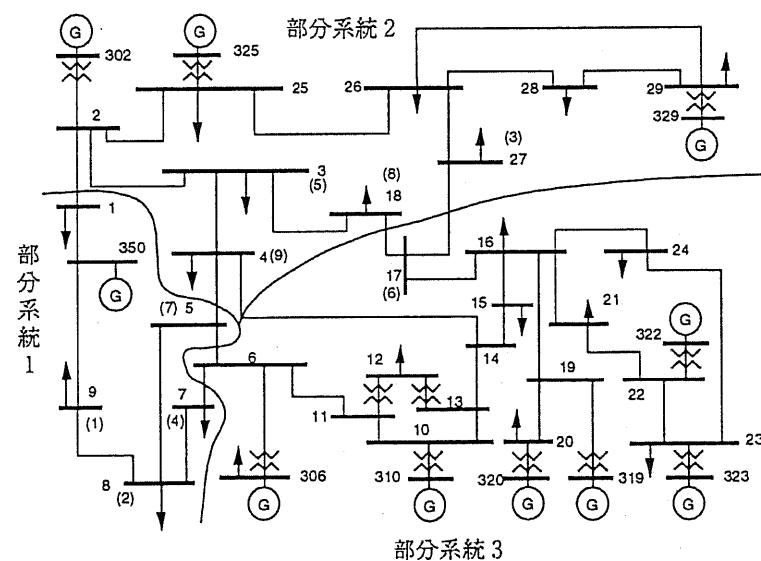


図 4.7-b: 最終結果

図 4.7: New England 39 母線系統

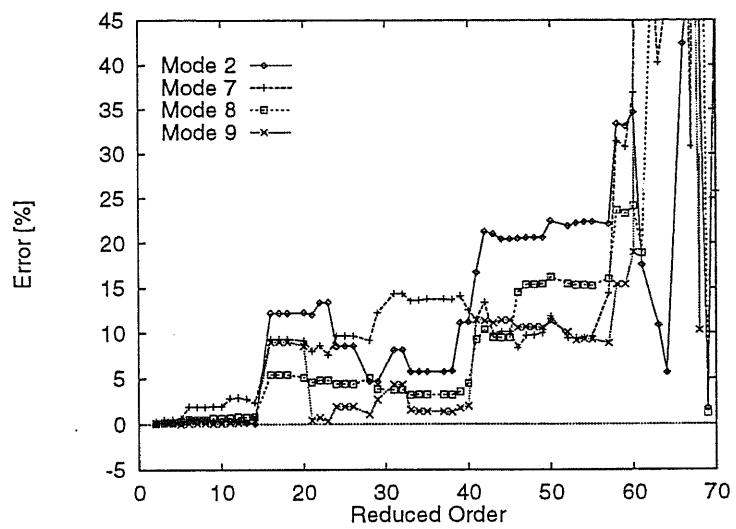


図 4.8-a: モード 2,7,8,9(部分系統間)

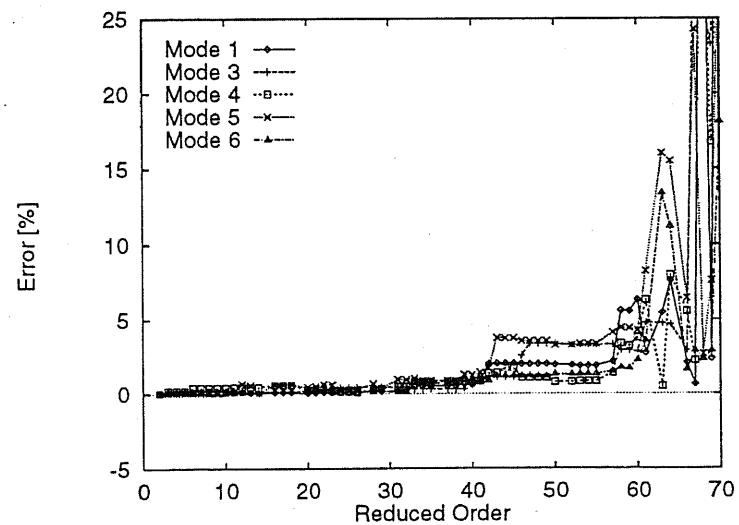


図 4.8-b: モード 1,3,4,5,6(部分系統内)

図 4.8: 縮約次元に対する電力動搖モード実部の誤差の変化(3 分割)

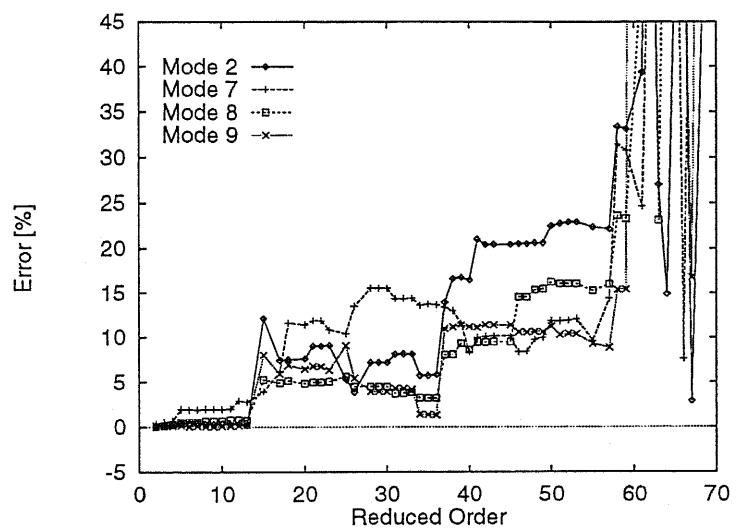


図 4.9-a: モード 2,7,8,9(部分系統間)

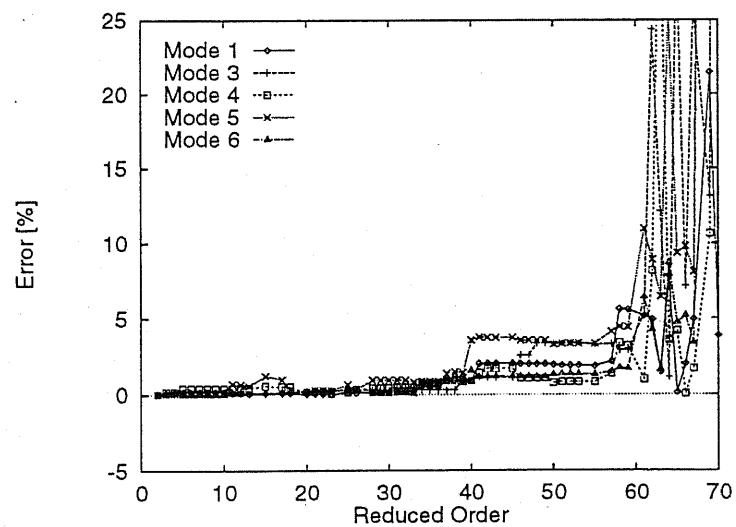


図 4.9-b: モード 1,3,4,5,6(部分系統内)

図 4.9: 縮約次元に対する電力動搖モード実部の誤差の変化 (3分割, A_{Sglj} 考慮)

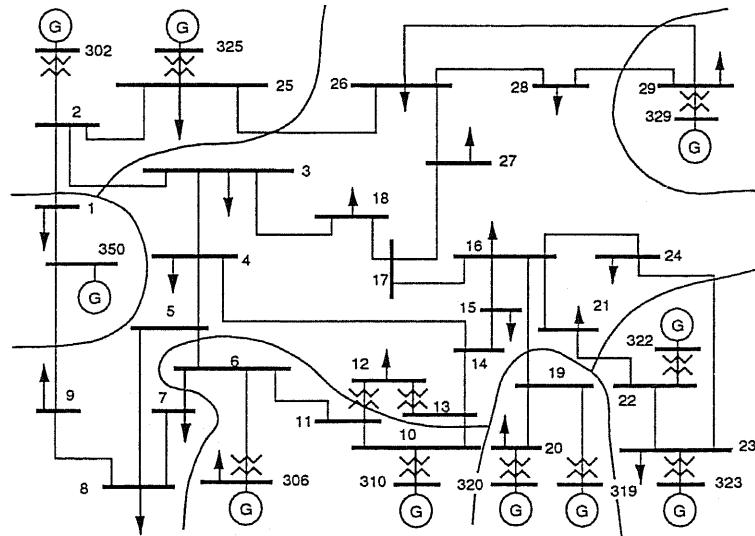


図 4.10-a: 初期状態

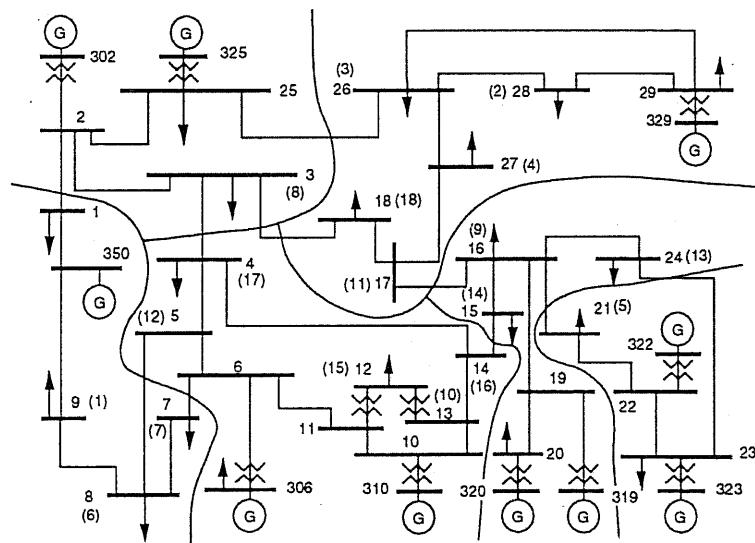


図 4.10-b: 最終結果

図 4.10: 系統分割結果 (6 分割)

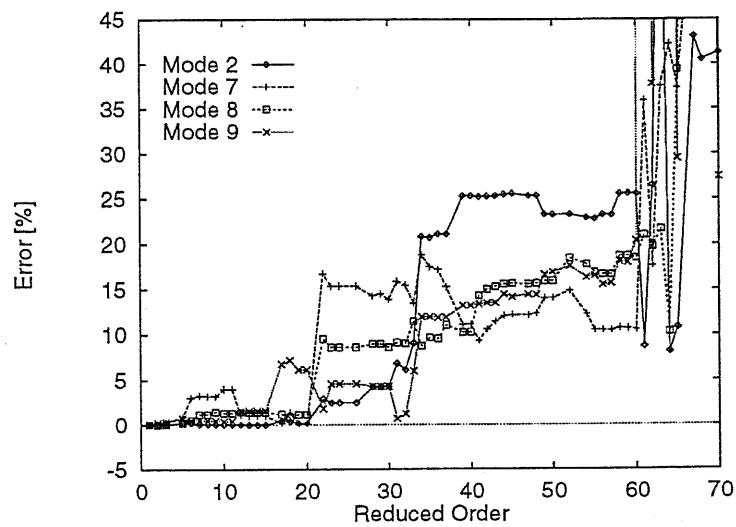


図 4.11-a: モード 2,7,8,9

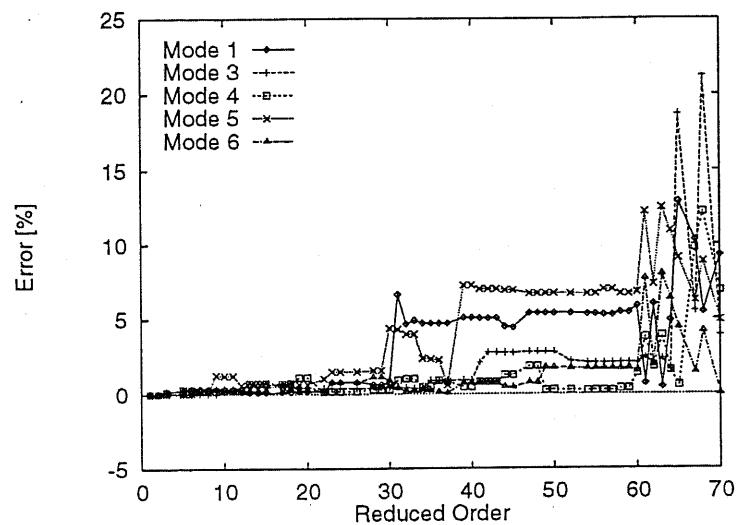


図 4.11-b: モード 1,3,4,5,6

図 4.11: 縮約次元に対する電力動搖モード実部の誤差の変化(6分割)

LIR と c_{ji} の関係

6分割の場合での、LIR と c_{ji} の関係の評価を行なった。5機系統の場合と同様に全系のモードが局所的か大域的かの判別は、(4.21)式において $|c_{ji}|$ の大きな項に対応するモードが、一つの部分系統のものであるか、複数の部分系統のものであるかで行なった。全系の局所的モードおよび大域的モードのうち、いくつかのモードに関する結果を表4.6および4.7にそれぞれ示す。表4.6および4.7には、各全系モードに関し、(4.21)および(4.22)式での c_{1i} および c_{2i} に対する部分系統のモード、QR法で計算した全系および部分系統のモードを示してある。また、部分系統固有値の欄の括弧内の数値は部分系統の番号である。ここでは $|c_{1i}|$ および $|c_{2i}|$ は、 $c_{ji} = \underline{u}'_{Sj} \underline{u}_i$ として計算した値を示している。

表4.6から、全系の局所的モードに関しては、 $|c_{2i}|$ が $|c_{1i}|$ に比べてずっと小さく、 c_{1i} に対する部分系統のモードの寄与が支配的であることがわかる。 c_{1i} に対する部分系統のモードの LIR は小さい値となっており、全系の局所的モードに関しては LIR の小さな部分系統のモードが支配的に関与していることがわかる。一方、表4.7より、全系の大域的モードに関しては、 $|c_{2i}|$ は $|c_{1i}|$ に比べ無視できない大きさとなっており、また、 $|c_{2i}|$ および $|c_{1i}|$ に対する部分系統のモードの LIR は比較的大きな値となっている。したがって、大域的モードに関しては、LIR が大きな部分系統のモードが支配的に関与しているといえる。以上の結果から、提案する局所性の指標 LIR が、部分系統の局所性の低いモードと局所性の高いモードを正しく判別できることがわかる。

表 4.6: 全系局所的モードに関与の大きい部分系統モードと LIR の値

全系固有値	固有値(サブシステム)	LIR	$ c_{ji} $
$-4.06 \times 10^{-1} \pm j1.37 \times 10^{-1}$	$-4.06 \times 10^{-1} \pm j1.37 \times 10^{-1}$	0.33	1.00
	$-2.56 \times 10^{-1} \pm j2.96$	114.7	0.002
-8.90×10^{-2}	-8.89×10^{-2}	0.42	1.00
	-8.63×10^{-2}	5.03	0.13
-2.16×10^{-1}	-2.16×10^{-1}	0.54	1.10
	-2.08×10^{-1}	7.06	0.21
-3.22×10^{-2}	-3.23×10^{-2}	0.72	1.01
	-3.53×10^{-2}	2.95	0.09
-3.76×10^{-3}	-3.76×10^{-3}	1.03	1.00
	-4.42×10^{-3}	54.8	0.06
-7.27×10^{-4}	-7.04×10^{-4}	1.30	1.22
	-1.90×10^{-4}	26.5	0.22
-1.31×10^{-1}	-1.31×10^{-1}	1.51	1.07
	-1.31×10^{-1}	3.33	0.20
$-6.35 \times 10^{-2} \pm j1.66$	$-6.37 \times 10^{-2} \pm j1.66$	1.63	0.99
	$-2.56 \times 10^{-1} \pm j2.96$	114.7	0.02

上段: $|c_{1i}|$, 下段: $|c_{2i}|$

表 4.7: 全系大域的モードに関与の大きい部分系統モードと LIR の値

全系固有値	固有値(サブシステム)	LIR	$ c_{ji} $
$-5.16 \times 10^{-1} \pm j3.00$	$-2.56 \times 10^{-1} \pm j2.96$	114.7	1.00
	$-5.24 \times 10^{-1} \pm j9.68$	36.1	0.50
-6.54×10^{-3}	$-6.34 \times 10^{-3} \pm j1.59 \times 10^{-4}$	64.9	3.13
	$-6.24 \times 10^{-3} \pm j1.44 \times 10^{-4}$	46.9	2.22
$-1.03 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	$-8.85 \times 10^{-4} \pm j1.61 \times 10^{-2}$	63.5	0.87
	$-2.49 \times 10^{-4} \pm j1.71 \times 10^{-2}$	41.3	0.74
-4.06×10^{-3}	-4.42×10^{-3}	54.8	1.43
	-3.53×10^{-2}	2.95	0.96
$-1.73 \times 10^{-3} \pm j2.81 \times 10^{-3}$	$-1.98 \times 10^{-3} \pm j2.92 \times 10^{-3}$	54.6	1.28
	-9.89×10^{-3}	2.21	0.69
$-2.32 \times 10^{-1} \pm j2.43$	$-3.58 \times 10^{-1} \pm j2.64$	52.8	0.78
	$-4.07 \times 10^{-1} \pm j2.58$	19.0	0.48
-5.76×10^{-3}	$-6.24 \times 10^{-3} \pm j1.44 \times 10^{-4}$	46.9	3.18
	$-6.34 \times 10^{-3} \pm j1.59 \times 10^{-4}$	64.9	2.71
$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74$	$-2.48 \times 10^{-4} \pm j1.71$	30.4	0.91
	-9.89×10^{-2}	2.20	0.54

上段: $|c_{1i}|$, 下段: $|c_{2i}|$

4.6 全系と部分系統の関係の評価手法

前節の結果からわかるように、局所的モードに関しては、全系のモードと部分系統のモードは 1 対 1 に対応する。一方、大域的モードに関しては、全系のある大域的モードに対応する（寄与の大きい）部分系統のモードは複数存在することになる。つまり、全系と部分系統の固有ベクトルの関係は、大域的モードに関しての情報が重要である。したがって、大域的モードに関して、 c_{ji} , d_{ij} をいかに効率的に求めるかが重要となる。本節では、この評価手法について述べる。

系統の状態方程式として、(2.1), (2.2) 式を用いた場合、電力系統の固有値解析は、通常、次式を満たす固有値 λ および固有ベクトル \underline{u} を見つけることになる。

$$\begin{bmatrix} \underline{u}\lambda \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_A & J_B \\ J_C & J_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \Delta \underline{V} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

ただし、 $\Delta \underline{V}$ は母線電圧ベクトルであり、 $J_A = A^{-1}C$, $J_B = -A^{-1}C$, $J_C = D$, $J_D = Y$ となる。

一方、 c_{ji} は次式を満たす固有値 λ および固有ベクトル \underline{c} を見つけることで、求めることができる。

$$\begin{bmatrix} \underline{c}\lambda \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_P & J_Q \\ J_R & J_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{c} \\ \Delta \underline{V} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

ここで

$$J_P = V_S J_A U_S \quad (4.32)$$

$$J_Q = V_S J_B \quad (4.33)$$

$$J_R = J_C U_S \quad (4.34)$$

$$V_S = \text{block diag. } [V_{Sk}] \quad (4.35)$$

$$U_S = \text{block diag. } [U_{Sk}] \quad (4.36)$$

である。 V_{Sk} および U_{Sk} は、それぞれ部分系統 k のシステム行列 A_k の左固有ベクトル、右固有ベクトルからなる行列である。

4.5 節の結果から、全系の大域的モードと部分系統の局所性の低いモードの関係を求めるには、LIR の大きな部分系統のモードに関して c_{ji} を計算すれば良いことがわかる。このことを利用すれば、(4.31) 式の行列 J_P , J_Q および J_R の次元を小さくする

ことができ、結果として、 c_{ji} の計算に必要な計算量を減らすことができる。もし、 V_S および U_S を得るのに、 n 本のサブシステムの固有ベクトルのうち、LIR があるしきい値 LIR_{max} より大きな n_b 本の固有ベクトルを選べば、(4.31) 式の次元を (4.30) 式の次元よりも小さくすることができる。このことは、 c_{ji} を得るのに、全系の固有値問題よりも、次元の低い問題を解けば良いことを示している。

LIR のしきい値の決定法としては、各部分系統で、固有値を LIR の大きさにより並べた際に、LIR の大きさの隔たりが比較的大きなところを利用して、LIR の大きな固有値のグループと LIR の小さな固有値のグループを作り、その境界値をしきい値として用いることが考えられる。

2.3節で述べたように、(4.30) 式での J_A, J_B, J_C は発電機毎のブロック対角行列となる。一方、(4.31) 式においては、 J_P, J_Q, J_R は部分系統毎のブロック対角行列となる。したがって、発電機群の分割をどのように行なうかにもよるが、(4.31) 式が低次元化されていることも考慮すれば、(4.30) 式に比べ、そのスパース性が大きく損なわれることはないといってよい。したがって、2.4節に述べたスパース性を利用した高速解法が適用可能であると考えられる。

4.7 数値例 - 全系と部分系統の関係の評価 -

4.7.1 全系と部分系統の関係の評価

前節に述べた手法の有効性の検証のため、図 4.10 の New England 39 母線系統を用いて検討を行なった。計算に当たっては、 LIR_{max} を 13.0 とし、120 個の部分系統の固有値のうち、 LIR_{max} より LIR の大きな 72 個の固有値を用いた。 LIR_{max} を 13.0 としたのは、各部分系統で 13.0 付近で 2 つの固有値のグループに分離することが可能であることによる。

本節の計算では、(4.31) 式の固有値問題を解くのに、2.4 節に述べた Implicit Inverse Iteration 法 (III 法) [5] を用いたが、これは実装が簡単なためであり、他の高速解法を適用することも可能である。(4.31) 式を III 法を用いて解く際の固有値、固有ベクトルの初期値には、72 個の固有値とその固有ベクトルのうちのいずれかを用いた。

表 4.8 に全系の大域的モードに関する結果を示す。モード 3 に関しては解が得られなかつたが、モード 3 が部分系統 5 の局所的モードであるため、モード 3 に対応する部分系統 5 のモードが 72 個の固有値の中に残らず、モード 3 を求めるために必要な初期値が得られないためである。また、モード 6 の収束が遅いのも同様の理由による。

表 4.9 に、表 4.8 に示した全系の大域的モードに関する c_{ji} ($j = 2, 3, 4$) の値を示す。ここでは、 c_{1i} を $1.0 + j0.0$ となるように c_{ji} を正規化しており、表 4.9 から c_{1i} は除いてある。表 4.9 で各モードに対して、上の行は QR 法を用いて得られた \underline{v}'_{Sj} 、 \underline{u}_i を用いて $c_{ji} = \underline{v}'_{Sj} \underline{u}_i$ により計算された値、下の行は III 法を用いて低次元化された固有値問題を解いて得られた値を示している。表 4.9 より c_{ji} の値そのものは誤差が大きいものもあるが、各全系モードに対して、どの部分系統のモードが寄与が大きいかに関しては正しい結果が得られており、提案手法が、全系の大域的モードの評価に関して必要な c_{ji} の値を効率良く求めることができることがわかる。

4.7.2 近似固有ベクトルを用いた固有値感度の評価

全系の固有値感度を得るには、全系の固有ベクトルが必要となる。ある全系モードの固有ベクトル $\underline{u}_i, \underline{v}_i$ に対し、 $\underline{u}_{sj}, \underline{v}_{sj}$ を部分系統の固有ベクトルとして、(4.21) 式

表 4.8: III 法による固有値計算結果(電力動揺モードのみ)

電力動揺モード		初期値 収束値	繰り返し 計算回数
1	$-3.96 \times 10^{-3} \pm j2.51 \times 10^{-2}$	$-4.54 \times 10^{-3} \pm j2.52 \times 10^{-2}$ $-3.96 \times 10^{-3} \pm j2.51 \times 10^{-2}$	9
2	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$	$-2.46 \times 10^{-3} \pm j1.55 \times 10^{-2}$ $-2.88 \times 10^{-3} \pm j1.45 \times 10^{-2}$	42
3	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$	— —	—
4	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$	$-3.18 \times 10^{-3} \pm j1.89 \times 10^{-2}$ $-2.03 \times 10^{-3} \pm j1.80 \times 10^{-2}$	15
5	$-1.86 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$	$-1.83 \times 10^{-3} \pm j2.27 \times 10^{-2}$ $-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$	10
6	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-3}$	$-1.30 \times 10^{-3} \pm j2.33 \times 10^{-3}$ $-1.80 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-3}$	152
7	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	$-4.97 \times 10^{-4} \pm j1.62 \times 10^{-2}$ $-1.08 \times 10^{-3} \pm j1.62 \times 10^{-2}$	24
8	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$	$-4.45 \times 10^{-4} \pm j1.68 \times 10^{-2}$ $-8.88 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$	15
9	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$	$-1.20 \times 10^{-4} \pm j6.09 \times 10^{-3}$ $-9.02 \times 10^{-4} \pm j6.82 \times 10^{-3}$	10

表 4.9: 全系グローバルモードに関する c_{ji} の計算結果

Global Mode i	c_{2i}	c_{3i}	c_{4i}
1	3.63×10^{-1} $\pm j7.43 \times 10^{-2}$	-2.86×10^{-1} $\pm j1.20 \times 10^{-1}$	-1.79×10^{-1} $\pm j2.35 \times 10^{-1}$
	3.37×10^{-1} $\pm j3.98 \times 10^{-1}$	-3.99×10^{-1} $\pm j2.81 \times 10^{-1}$	-1.78×10^{-1} $\pm j3.60 \times 10^{-1}$
2	1.92×10^{-2} $\pm j4.07 \times 10^{-3}$	-6.47×10^{-1} $\pm j1.01 \times 10^{-1}$	-2.83×10^{-2} $\pm j5.10 \times 10^{-1}$
	2.43×10^{-1} $\pm j1.86 \times 10^{-1}$	1.68×10^{-1} $\pm j1.10 \times 10^{-1}$	-2.04×10^{-2} $\pm j1.99 \times 10^{-1}$
3	-1.92×10^{-1} $\pm j1.60 \times 10^{-1}$	3.97×10^{-3} $\pm j8.18 \times 10^{-2}$	-3.26×10^{-2} $\pm j5.99 \times 10^{-2}$
	—	—	—
4	-6.66×10^{-1} $\pm j8.43 \times 10^{-1}$	5.34×10^{-1} $\pm j5.55 \times 10^{-1}$	3.69×10^{-1} $\pm j6.12 \times 10^{-1}$
	-5.78×10^{-1} $\pm j5.73 \times 10^{-1}$	3.44×10^{-1} $\pm j6.72 \times 10^{-1}$	3.33×10^{-1} $\pm j5.65 \times 10^{-1}$
5	3.15×10^{-1} $\pm j1.45 \times 10^{-1}$	-1.35×10^{-1} $\pm j7.02 \times 10^{-2}$	3.81×10^{-2} $\pm j1.11 \times 10^{-1}$
	3.01×10^{-1} $\pm j1.37 \times 10^{-1}$	-1.11×10^{-1} $\pm j6.26 \times 10^{-2}$	2.96×10^{-2} $\pm j1.14 \times 10^{-1}$
6	-3.07×10^{-1} $\pm j1.10 \times 10^{-1}$	-1.78×10^{-1} $\pm j3.87 \times 10^{-2}$	6.51×10^{-2} $\pm j1.28 \times 10^{-1}$
	-2.83×10^{-1} $\pm j1.05 \times 10^{-1}$	-1.57×10^{-1} $\pm j3.96 \times 10^{-2}$	4.87×10^{-2} $\pm j1.04 \times 10^{-1}$
7	6.44×10^{-1} $\pm j2.91 \times 10^{-1}$	9.53×10^{-2} $\pm j6.12 \times 10^{-1}$	-5.06×10^{-1} $\pm j2.84 \times 10^{-1}$
	4.73×10^{-1} $\pm j2.64 \times 10^{-1}$	4.15×10^{-2} $\pm j5.37 \times 10^{-1}$	-4.07×10^{-1} $\pm j2.38 \times 10^{-1}$
8	6.44×10^{-1} $\pm j2.91 \times 10^{-1}$	9.53×10^{-2} $\pm j6.12 \times 10^{-1}$	-5.06×10^{-1} $\pm j2.84 \times 10^{-1}$
	4.03×10^{-2} $\pm j5.28 \times 10^{-1}$	4.54×10^{-1} $\pm j2.62 \times 10^{-1}$	-8.14×10^{-2} $\pm j4.89 \times 10^{-1}$
9	2.22×10^{-1} $\pm j2.59 \times 10^{-1}$	2.18×10^{-1} $\pm j4.68 \times 10^{-2}$	-3.30×10^{-2} $\pm j2.09 \times 10^{-1}$
	3.13×10^{-1} $\pm j2.12 \times 10^{-1}$	2.74×10^{-1} $\pm j6.17 \times 10^{-2}$	-4.58×10^{-2} $\pm j1.51 \times 10^{-1}$

* 上段: 原モデル, 下段: 低次元化モデル

より

$$\underline{u}_i = \sum_{k=1}^N \underline{u}'_{sj} c_{ji} \quad (4.37)$$

$$\underline{v}_i^T = \sum_{k=1}^N d_{ij} \underline{u}'_{sj}^T \quad (4.38)$$

なる関係が成り立つ。ただし $|c_{1i}| \geq |c_{2i}| \geq \dots \geq |c_{Ni}|$ とする。

(4.37),(4.38) 式で, $|c_{ki}|, |d_{ik}|$ が小さい項を無視することで, 近似固有ベクトルが得られる。通常 c_{ki}, d_{ik} は未知なので, 計算によりこれを求めることが必要となるが, あらかじめ, $|c_{ki}|, |d_{ik}|$ が小さい項が既知であれば, 計算の低次元化(および高速化)が図れることになる。全系の動特性を考える上で, 問題となるのは大域的モードであり, 4.5節に示したように, 全系の大域的モードに対しては, 部分系統モードのうち, 局所性の低いモードが支配的に関与すると考えられるので, 局所性の指標 LIR を用いて, 部分系統のモードの選択を行なう。LIR の値が大きいほど, 部分系統のモードの局所性が低いので, LIR に関する閾値を与え, これより大きな LIR を持つモードのみを用いて (4.37),(4.38) 式の計算を行なうこととする。

モデル系統として New England 39 母線系統(6分割ケース)を用いる。表 4.10, 4.11 に母線 306 の発電機の AVR のゲインおよび時定数に関する各モードの固有値感度の計算結果を, 表 4.12, 4.13 に母線 306 の発電機のガバナのゲインおよび時定数に関する各モードの固有値感度の計算結果を示す。表 4.10-4.13 には実部のみを示してある。表中, 真値は全系固有ベクトルを用いて得られた値, 近似値は近似固有ベクトルを用いて得られた値である。近似固有ベクトルの計算に当たっては, (4.22), (4.24) 式において, $|c_{ji}|$ の大きい方から, LIR が閾値より大きいモードを用いて部分空間の基底を順次拡大していく, 固有値感度の実部の変化量が実部の 10% 以下になるまで繰り返した。表の基底の数は, 繰り返し終了時の部分空間の基底となる固有ベクトルの本数を表す。LIR の閾値は部分空間の基底が最大 72 個になるように設定した。

表 4.10-4.13 の結果から, モード 3 を除いて, 各モードが安定方向に動くか, 不安定方向に動くかの判別は正しくできていることがわかる。前に述べたように, モード 3 はサブシステム 5 の内部で動搖するモードであり, サブシステム内で処理すべきモードである。固有値感度の精度および繰り返し終了時の部分空間の基底の数に関しては, モード, 考慮するパラメータによりばらつきがあるが, サブシステム内の動搖

表 4.10: 発電機 306 の AVR のゲインに関する電力動搖モードの固有値感度

電力動搖モード	ゲイン K_A に関する感度		
	真値	近似値	基底の数
1	2.75×10^{-9}	8.24×10^{-10}	6
2	-1.55×10^{-7}	-9.12×10^{-8}	47
3	-2.32×10^{-10}	-7.58×10^{-7}	8
4	2.14×10^{-9}	2.14×10^{-9}	11
5	-2.67×10^{-10}	-1.69×10^{-10}	67
6	-3.03×10^{-10}	-2.18×10^{-10}	33
7	5.61×10^{-8}	1.10×10^{-7}	16
8	-2.10×10^{-7}	-2.16×10^{-7}	4
9	-2.68×10^{-7}	-2.45×10^{-7}	48

表 4.11: 発電機 306 の AVR の時定数に関する電力動搖モードの固有値感度

電力動搖モード	時定数 T_A に関する感度		
	真値	近似値	基底の数
1	8.06×10^{-7}	8.54×10^{-7}	44
2	-4.84×10^{-5}	-2.93×10^{-5}	20
3	-2.24×10^{-7}	-3.70×10^{-4}	26
4	2.41×10^{-6}	2.43×10^{-6}	20
5	-4.12×10^{-6}	-3.23×10^{-6}	71
6	-2.19×10^{-7}	-2.00×10^{-7}	62
7	9.50×10^{-5}	7.70×10^{-5}	20
8	9.48×10^{-5}	5.50×10^{-5}	35
9	-2.05×10^{-5}	-2.03×10^{-5}	27

表 4.12: 発電機 306 のガバナのゲインに関する電力動搖モードの固有値感度

電力動搖モード	ゲイン K_G に関する感度		
	真値	近似値	基底の数
1	7.15×10^{-11}	7.46×10^{-11}	17
2	-2.96×10^{-9}	-3.03×10^{-9}	16
3	-1.01×10^{-9}	2.03×10^{-7}	25
4	-9.95×10^{-10}	-6.78×10^{-10}	29
5	6.74×10^{-10}	3.72×10^{-10}	23
6	-1.94×10^{-9}	-9.89×10^{-10}	10
7	-1.91×10^{-7}	-1.95×10^{-7}	6
8	1.43×10^{-7}	1.35×10^{-7}	11
9	3.87×10^{-9}	4.39×10^{-9}	41

表 4.13: 発電機 306 のガバナの時定数に関する電力動搖モードの固有値感度

電力動搖モード	時定数 T_g に関する感度		
	真値	近似値	基底の数
1	-7.15×10^{-10}	-7.31×10^{-10}	13
2	1.48×10^{-8}	1.66×10^{-8}	16
3	9.73×10^{-9}	-2.09×10^{-6}	22
4	2.48×10^{-8}	1.73×10^{-8}	23
5	3.30×10^{-8}	2.82×10^{-8}	23
6	1.95×10^{-8}	9.62×10^{-9}	37
7	2.01×10^{-6}	2.01×10^{-6}	6
8	-7.28×10^{-7}	-7.32×10^{-7}	22
9	-4.92×10^{-8}	-3.18×10^{-8}	48

を含むモード 5, 6, 7 が、特に AVR のパラメータを変化させた場合に、精度の低下と基底数の増大がみられた。

4.8 大域的モードのための固有値問題の部分空間解法

本節では、LIR および c_{ji} の評価方法を応用して、系統の大域的モードを効率良く求めるための、固有値問題の部分空間解法について述べる。本節に述べる手法は、2.4 節に述べた片山らの手法 [17] を基に、非対称行列に拡張したものである。非対称行列に対する拡張の部分は、平野らが Davidson の方法に対して行なったもの [22] に等しい。

本節で述べる手法の特徴のもう一つは、部分空間解法における、初期部分空間を LIR および c_{ji} を利用して、大域的モードに寄与の大きい部分系統固有ベクトルによって生成するようにしている点である。この処理により、繰り返し計算における収束特性の改善、大域的モードに関する解の発見性の向上、収束時の部分空間の次元の低下による計算量の低下が期待できる。

初期部分空間の生成法

電力系統の定態安定度を評価する場合、弱制動な固有値を求めることが重要である。したがって、部分空間解法における初期部分空間も弱制動な固有値を求めるように設定することが望ましい。本節で述べる手法は、大域的モードの評価を目的とするので、弱制動な大域的モードを求めるのに適した初期部分空間を選択することが望ましいといえる。

初期部分空間を部分系統の固有ベクトルにより張るものとすると、大域的モードに関与の大きな部分系統の固有ベクトルは、前に述べたように、LIR により選択すれば良い。そのうち、弱制動な大域的モードに寄与の大きな固有ベクトルを選択するには c_{ji} を用いれば良いことになる。 c_{ji} の値は、4.6 節に述べた手法で、近似的に求めることができるので、これをを利用して初期部分空間の基底を決定する。すなわち、4.6 節に述べた手法で、低次元化モデルを用いて、大域的モードの近似解を求める。得られた近似解のうち、弱制動な固有値を選択し、これらの固有値に寄与の大きな部分系統固有ベクトルを c_{ji} により選んで、初期部分空間の基底とする。ここで、 c_{ji} は、低次元化モデルの固有ベクトルとして得られることに注意されたい。

アルゴリズム

提案手法のアルゴリズムを以下に示す。

全系が N 次元とする。全系システム行列を A とする。

1. N 本の部分系統の固有ベクトルのうち, LIR の大きな $N_G (< N)$ 本を選択
2. 1. で選択された N_G 本の右(左) 固有ベクトルからなる行列 $U_G(V_G)$ を用いて, 全系の低次元化されたシステム行列 $A_G = V_G A U_G$ を作る
3. A_G の固有値 λ_G , 固有ベクトル $\underline{c}, \underline{d}^T$ を計算
4. N_G 個の λ_G のうち, 正確な固有値感度が必要な $N_D (< N_G)$ 個の固有値(例えば, 支配的固有値)を選択
5. 1. で選択された N_G 本の固有ベクトルのうち, 4. で選択された N_D 個の固有値に対して, 寄与の大きい ($|c_{ji}|, |d_{ji}|$ が大) N_R 本の固有ベクトルを選択 ($N_G > N_R \leq N_D$)
 1. 得られた $|c_{ji}|, |d_{ji}|$ が大なら, 正確な固有ベクトルを計算した時でも, $|c_{ji}|, |d_{ji}|$ が大と考えられる。

ここで $i = 1$ とする。 $N_R^{(i)} = N_R, N_D^{(i)} = N_D$
6. $N_R^{(i)}$ 本の正規双直交ベクトルからなる行列 $U_R^{(i)}, V_R^{(i)}$ ($V_R^{(i)} U_R^{(i)} = I$) を利用して, $A_R^{(i)} = V_R^{(i)} A U_R^{(i)}$ を得る
7. $A_R^{(i)}$ の固有値 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ ($j = 1, \dots, N_R^{(i)}$) と, 対応する右固有ベクトル $\underline{x}_j^{(i)}$, 左固有ベクトル $\underline{y}_j^{T(i)}$ を求める
 この時, $\underline{u}_j^{(i)} = U_R^{(i)} \underline{x}_j^{(i)}$, $\underline{v}_j^{(i)} = \underline{y}_j^{T(i)} V_R^{(i)}$ はそれぞれ, A の右固有ベクトル, 左固有ベクトルの最良近似となる
8. 求める固有値 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ ($j = 1, \dots, N_D^{(i)}$) に対応する固有ベクトル $\underline{u}_j^{(i)}, \underline{v}_j^{(i)}$ から残差ベクトルを得る

$$\begin{aligned} \underline{r}_j^{(i)} &= A \underline{u}_j^{(i)} - \underline{u}_j^{(i)} \lambda_{Rj}^{(i)} \\ \underline{s}_j^{(i)} &= A \underline{v}_j^{(i)} - \lambda_{Rj}^{(i)} \underline{v}_j^{(i)} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (j = 1, \dots, N_D^{(i)}) \quad (4.39)$$

$|\underline{r}_j^{(i)}|, |\underline{s}_j^{(i)}|$ がしきい値よりも小さければ、 $\lambda_{Rj}^{(i)}$ が収束したと判定

$$N_D^{(i+1)} = N_D^{(i)} - (\text{収束した固有値の数}) \quad (4.40)$$

$N_D^{(i+1)} = 0$ なら終了

9. $\underline{r}_j^{(i)}, \underline{s}_j^{(i)} (j = 1, \dots, N_D^{(i+1)})$ から $\tilde{N}_D^{(i)} (\leq N_D^{(i+1)})$ 本の正規双直交なベクトル $\tilde{\underline{u}}_{rj}^{(i)}, \tilde{\underline{v}}_{rj}^{(i)} (j = 1, \dots, \tilde{N}_D^{(i)})$ を生成

$$\tilde{\underline{u}}_{rj}^{(i)} \tilde{\underline{u}}_{rk}^{(i)} = \delta_{jk} \quad (4.41)$$

かつ

$$V_R^{(i+1)} U_R^{(i+1)} \triangleq \begin{bmatrix} V_R^{(i)} \\ \tilde{\underline{u}}_{r1}^{(i)} \\ \vdots \\ \tilde{\underline{u}}_{r\tilde{N}_D^{(i)}}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_R^{(i)} & \tilde{\underline{u}}_{r1}^{(i)} & \cdots & \tilde{\underline{u}}_{r\tilde{N}_D^{(i)}}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$= I \quad (4.43)$$

$$N_R^{(i+1)} = N_R^{(i)} + \tilde{N}_D^{(i)} \quad (4.44)$$

10. $i = i + 1$ として 6. へ

4.9 数値例 – 電力動搖モードの計算 –

本節では、前節に述べた、大域的モード計算のための固有値問題の部分空間解法を電力動搖のモードの計算に適用し、その有効性を検証する。提案手法の特徴の一つは、初期値を定めるための方法として、従来手法では、虚軸上の点や部分系統で得られる固有値を用いているところを、低次元化モデルと利用することにある。このことの効果を検証するために、III法による電力動搖モードの計算で、部分系統の固有値を初期値とした場合と、低次元化モデルから得られる固有値、固有ベクトルを初期とした場合の比較を行なう。そして、部分空間解法による電力動搖モードの計算を行ない、その有効性を検証する。

4.9.1 III 法を用いた電力動搖モードの計算

4.5節の結果から明らかなように、低次元化モデルを用いて得られた固有値、固有ベクトルには、誤差が含まれている。一方、大規模系統の固有値の解法として、適当な初期解から繰り返し計算により、固有値、固有ベクトルを求める方法が従来より提案されている。これらの方法で、良好な解の発見性、収束性を得るには、初期値が真値から近いことが望ましい。4.5節で得られた結果は、十分に真値から近いといえ、これらの解法の初期値として有用であると考えられる。そこで、本節では、繰り返しによる固有値の解法の一つである III(Implicit Inverse Iteration) 法の初期値として、低次元化モデルを用いて得られた値を用い、固有値の計算を行なった。なお、III 法については、文献 [5] を参照されたい。

5 機串型系統

4.5.1節と同じ条件で、38次の低次元化モデルにより得られた値を用いて、III 法により固有値の計算を行なった。電力動搖モードに関する結果を表 4.14 に示す。表 4.14 には比較のため、部分系統で得られた固有値を初期値とした場合の結果も示してあり、各モードについて上段が低次元化モデルより得られた値を初期値とした場合、下段が部分系統で得られた固有値を初期値とした場合の結果である。いずれの場合でも、収束値は真値 (QR 法による計算値) と一致した。

表 4.14 の結果からわかるように、低次元化モデルによる固有値を初期値とした場

合には、少ない回数で収束していることがわかる。電力動搖モードのうち、部分系統内の動搖モード（モード 1,3,4）に関しては、部分系統で得られた固有値を初期値とした場合でも低次元化モデルにより得られた値を用いた場合と同じような結果が得られている。一方、部分系統間の動搖モードであるモード 2 に関しては、低次元化モデルにより得られた値を初期値とした方が、収束までの繰り返しが少なくなっている。

電力動搖モード以外の支配的モードに関しても、電力動搖モードの場合と同様の結果が得られた。

New England 38 母線系統

4.5.2節の3分割のケースで、63次の低次元化モデルにより得られた値を初期値として、III法により固有値の計算を行なった。電力動搖モードに関する結果を表4.15に示す。5機系統の場合と同じように、部分系統で得られた固有値を初期値とした場合の結果も示してあり、各モードについて上段が低次元化モデルより得られた値を初期値とした場合、下段が部分系統で得られた固有値を初期値とした場合の結果である。

部分系統で得られた固有値を初期値とした場合には、部分系統間の動搖モードのうち、モード 2 と 8 に収束せず、解の発見性に難があることがわかる。6分割とした場合には収束しないモードはさらに多くなる。一方、低次元化モデルを用いた場合には、全ての電力動搖モードに収束している。また、少ない回数で真値に収束しており、良好な結果が得られている。

4.9.2 部分空間解法による電力動搖モードの計算

モデル系統としては、New England 39 母線系統(6分割ケース)を用いる。1.での N_G は 65 とした。4.でのモードの選択としては、ここでは大域的モードの代表例として、電力動搖モードを取り上げる。この系統では 9 組の電力動搖モードがあるので、 $N_D = 9$ となる。5.での固有ベクトルの選択法としては、各モードにつき

$$|c_{ji}| \geq 0.2 \times \max(|c_{jk}|) \quad (4.45)$$

を満たす固有ベクトルを選択するものとした。その結果 $N_D^{(1)} = 35$ となった。

表4.16に8.での収束時の固有値と全系システム行列より QR 法を用いて得られた固有値の比較を示す。固有値収束時の部分空間の次元が小さいことに注意されたい。

表 4.14: 電力動搖モード (5 機串型系統)

モード	固有値	初期値	繰り返し回数
1	-1.94×10^{-3}	$-1.95 \times 10^{-3} \pm j1.95 \times 10^{-2}$	3
	$\pm j1.94 \times 10^{-2}$	$-2.01 \times 10^{-3} \pm j1.95 \times 10^{-2}$	4
2	-1.73×10^{-3}	$-1.80 \times 10^{-3} \pm j1.29 \times 10^{-2}$	4
	$\pm j1.28 \times 10^{-2}$	$7.26 \times 10^{-5} \pm j1.27 \times 10^{-2}$	15
3	-1.34×10^{-3}	$-1.36 \times 10^{-3} \pm j1.88 \times 10^{-2}$	2
	$\pm j1.88 \times 10^{-2}$	$-1.34 \times 10^{-3} \pm j1.88 \times 10^{-2}$	2
4	-1.20×10^{-3}	$-1.25 \times 10^{-3} \pm j1.73 \times 10^{-2}$	3
	$\pm j1.73 \times 10^{-2}$	$-1.44 \times 10^{-3} \pm j1.83 \times 10^{-2}$	5

表 4.15: 電力動搖モード (New England 39 母線系統)

モード	固有値(真値)	初期値	回数
1	$-3.96 \times 10^{-3} \pm j2.51 \times 10^{-2}$	$-4.20 \times 10^{-3} \pm j2.51 \times 10^{-2}$	6
		$-4.06 \times 10^{-3} \pm j2.55 \times 10^{-2}$	5
2	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$	$-2.12 \times 10^{-3} \pm j1.51 \times 10^{-2}$	10
		—	—
3	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$	$-2.01 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$	3
		$-2.12 \times 10^{-3} \pm j1.99 \times 10^{-2}$	5
4	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$	$-1.88 \times 10^{-3} \pm j1.85 \times 10^{-2}$	3
		$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.85 \times 10^{-2}$	4
5	$-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$	$-2.00 \times 10^{-3} \pm j2.32 \times 10^{-2}$	5
		$-2.15 \times 10^{-3} \pm j2.23 \times 10^{-2}$	8
6	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-2}$	$-1.74 \times 10^{-3} \pm j2.37 \times 10^{-2}$	2
		$-1.68 \times 10^{-3} \pm j2.37 \times 10^{-2}$	4
7	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	$-8.53 \times 10^{-4} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	4
		$-7.31 \times 10^{-4} \pm j1.78 \times 10^{-2}$	6
8	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$	$-1.03 \times 10^{-4} \pm j1.75 \times 10^{-2}$	10
		—	—
9	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$	$-4.39 \times 10^{-4} \pm j7.02 \times 10^{-3}$	8
		$-1.33 \times 10^{-3} \pm j6.03 \times 10^{-3}$	18

上段:低次元化モデルの固有値を利用, 下段:部分系統の固有値を利用

表 4.16: 電力動搖モード計算結果

モード	提案法		QR 法(全系計算)
	固有値	収束時の部分 空間次数	固有値
1	$-3.96 \times 10^{-5} \pm j2.51 \times 10^{-3}$	45	$-3.96 \times 10^{-5} \pm j2.51 \times 10^{-3}$
2	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$	50	$-2.89 \times 10^{-3} \pm j1.46 \times 10^{-2}$
3	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$	45	$-1.97 \times 10^{-3} \pm j1.98 \times 10^{-2}$
4	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$	50	$-1.92 \times 10^{-3} \pm j1.84 \times 10^{-2}$
5	$-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$	45	$-1.87 \times 10^{-3} \pm j2.29 \times 10^{-2}$
6	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-2}$	54	$-1.78 \times 10^{-3} \pm j2.36 \times 10^{-2}$
7	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$	50	$-1.04 \times 10^{-3} \pm j1.63 \times 10^{-2}$
8	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$	50	$-8.59 \times 10^{-4} \pm j1.74 \times 10^{-2}$
9	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$	50	$-7.06 \times 10^{-4} \pm j7.03 \times 10^{-3}$

4.10 まとめ

本章では、系統分割を利用して、局所的モードの評価を部分系統で、大域的モードの評価を全系レベルで行うことにより、定態安定度向上評価を階層分散化することを検討した。ここで得られた結果を以下にまとめる。

- 部分系統で得られた固有値のうち、全系の局所的モードに対応する固有値を判別するための、系統のシステム行列の相似変換を利用した局所性の指標を提案した。5機串型系統およびIEEE 39母線系統を用いた検討により、本指標が、簡単な計算で部分系統のモードの局所性を正しく判別できることを示した。
- 部分系統と全系の動的な関係を固有ベクトルを用いて評価することを提案し、全系の大域的なモードに関して、この関係を低次元化モデルを用いて評価する手法を提案した。モデル系統に提案手法を適用し、全系の大域的モードと、それに関与の大きい部分系統のモードの関係を効率良く評価できることを示した。
- 上記の局所性の指標、全系と部分系統の関係の評価手法を利用した、固有値問題の部分空間解法を提案した。本手法は、局所性の指標、全系と部分系統の関係の評価手法を利用することにより、初期部分空間での全系の大域的モードの固有ベクトルの近似精度を改善することにより、良好な収束特性が得られることを、数値例を用いて明らかにした。

第 5 章

系統分割を利用した固有値制御の階層分散化

5.1 概要

本章では、定態安定度向上制御としての固有値制御の階層分散化について述べる。2.5節で述べたように、固有値制御は定態安定度制御として、系統内の様々なパラメータの影響が考慮でき、また、その安定化効果が定量的に評価できる点で優れた手法であるということができる。しかしながら、従来の集中型の固有値制御では、固有値の系統内のパラメータに関する感度である固有値感度の計算が大きな処理時間を必要であり、系統規模が大きくなれば、その分考慮すべきパラメータの数も増加するため、大規模系統へそのまま適用するには困難な点があった。

本章で述べる階層分散型固有値制御は、局所的モードの安定化を部分系統レベルで、大域的モードの安定化を全系レベルで、それぞれ固有値制御により行なうことにより、大規模系統での固有値制御の効率化を計るものである。部分系統での固有値制御は、次元、パラメータの数とも全系に比べれば、大幅に小さな問題を扱うだけで良く、効率良く局所的モードを安定化できることが期待できる。また、全系での固有値制御では、局所的モードの安定化が部分系統レベルで行なわれているため、大域的なモードだけを対象とすれば良く、集中型に比べ、感度計算の対象となる固有値を大幅に減少することができる。

5.2節では、固有値制御をどのように階層分散化するかについて述べる。5.3節では、階層分散型固有値制御の有効性を数値例を用いて検証する。結果として、階層分散型固有値制御でも集中型と同様の定態安定度改善効果が得られること、集中型に比べ、

処理時間を大幅に減少できることが明らかとなった。

5.2 階層分散型固有値制御

本節では前節に述べた固有値制御を階層分散化することについて述べる。その際に注意すべきポイントとしては、

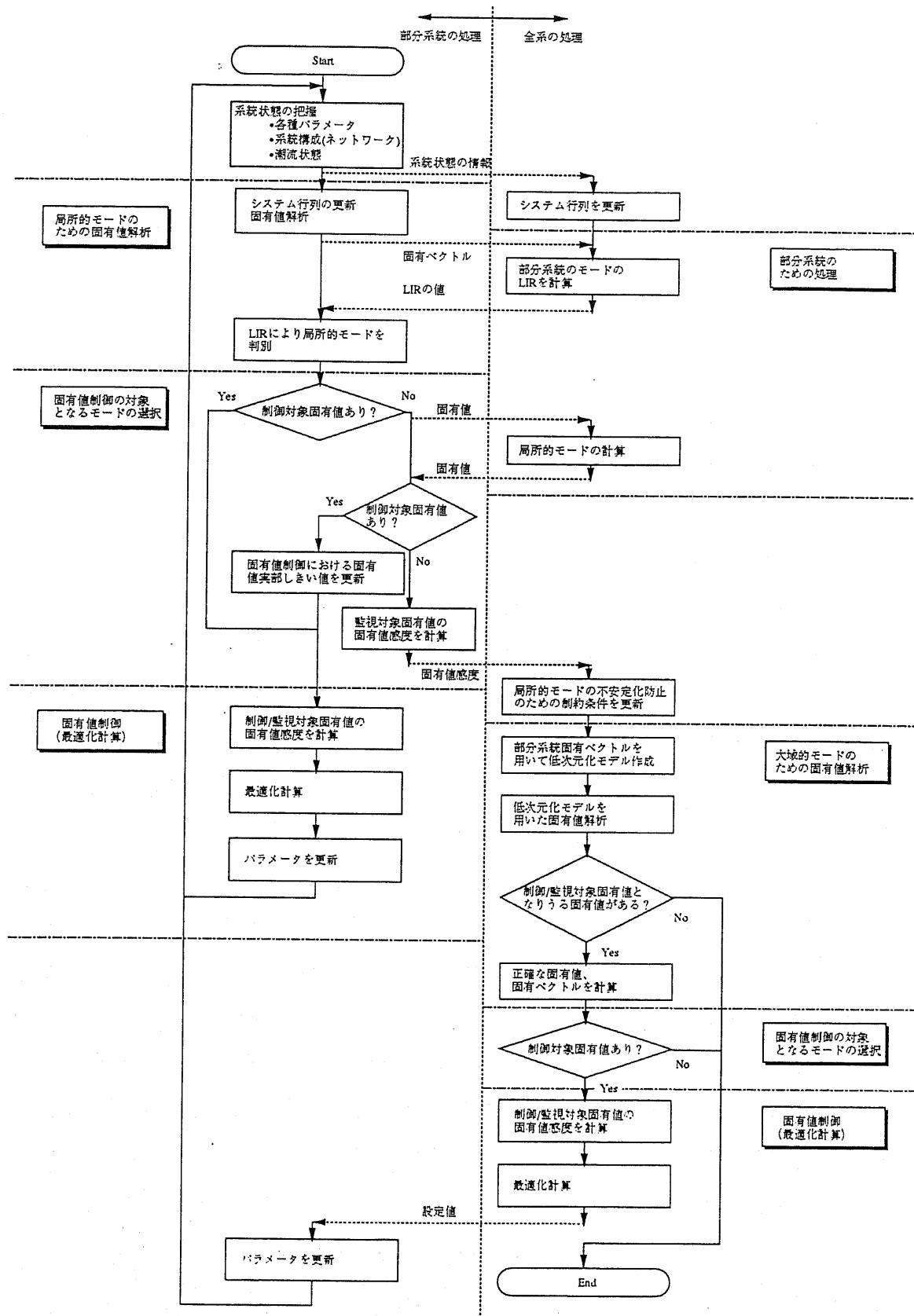
- 全系／部分系統の役割分担をどうするか？
- すべての制御対象固有値が制御の対象となっていることをどう保証するか？
- 全系／部分系統での固有値制御をどのようにおこなうか？

などの点が考えられる。

ここで検討する手法では、図1.1に示したとおり、大域的モードの安定化を全系で、局所的モードの安定化を部分系統でおこなう。

この場合、全系／部分系統で安定化の対象となるモードで、系統の全ての弱制動な固有値制御において制御対象となるようなモードを、全てカバーできるかどうかが問題となると思われる。系統においては、事故が生じていない定常時においても、負荷のごく小さな変動などにより、微小な動搖が生じる。この動搖は、系統の動搖モードに対応しており、この微小変動から系統の動特性を把握する試みも行われている。そこで、将来系統においては、図1.1に示すように、局所的モードに関しては、発電機端で得られる発電機出力などの情報から、大域的モードに関しては、連系線の潮流などの情報から、上述の微小変動を利用することにより、系統にどのような動搖モードが存在するかを把握できるものと考える。全系レベルの制御を中央給電指令所で、部分系統レベルの制御を基幹系統指令所でおこなうとすると、これらの指令所で上記の微小変動を観測し、どのような動搖モードが存在するかを、データベース化しておけば、固有値解析の結果、得られたモードで、制御／監視すべき固有値が全て得られているかどうかをチェックすることが可能であると考えられる。

本節で検討する手法においては、このようにして得られた制御対象固有値のうち、局所的モードをまず部分系統における固有値制御で安定化しておき、全ての局所的モードが安定化されたら、すなわち、全ての部分系統で固有値制御が終了したら、全系で大域的モードを対象として固有値制御を行い系統を安定化することを考える。本節で検討する階層分散型固有値制御のフローチャートを図5.1に示す。



5.2.1 部分系統における固有値制御

前述のとおり、部分系統の固有値制御においては、局所的モードを安定化することが目的となる。部分系統の固有値制御をおこなう場合のフローチャートを図5.2に示す。図中の網かけの部分が、階層分散化に際して新たに必要となる処理を表している。図2.2に示した集中型の場合と比較されたい。

まず、系統状態の把握は部分系統レベルでの処理となる。系統状態をあらわす情報としては、系統内の各種制御系の制御パラメータ、系統内のネットワークの状態、発電機出力、負荷、連系線潮流などの潮流状態の情報があげられる。これらの情報を基幹給電指令所で獲得すると、部分系統のシステム行列 A_i を更新し、同時に、系統状態の情報を全系レベルに伝送する。全系レベルでは各部分系統から送られる系統状態の情報を用いて、全系システム行列の更新をおこなう。部分系統では更新されたシステム行列を用いて、固有値解析をおこなう。そして、得られた固有ベクトルを全系レベルに伝送する。全系レベルでは、全系システム行列と各部分系統から送られる固有ベクトルを用いて、LIR の計算をおこなう。LIR の計算は全系計算であることに注意されたい。そして、得られた LIR の値を各部分系統に伝送する。各部分系統では、全系から送られる LIR の値を用いて、固有値解析より得られたモードのそれぞれについて、局所的か、そうでないかの判別をおこなう。具体的には各部分系統で LIR に関するしきい値を設けておき、そのしきい値よりも LIR の小さなモードは局所的、そうでないモードは大域的と判別することが考えられる。部分系統の固有値制御の対象となるモードは、上記の処理で局所的と判断されたモードとなる。

局所的モードで、制御対象となるモードがあれば、制御／監視対象固有値の固有値感度を計算し、前節に述べたアルゴリズムにしたがって、固有値制御の最適化計算を行い、系統内のパラメータを変更する。ただし、この場合の固有値感度の計算にはシステム行列として A_i を用いること、LIR により大域的と判断されたモードは複素平面内で、制御／監視対象固有値となる領域にあっても制御／監視対象固有値とは扱わないことに注意されたい。以上の処理を A_i から得られる局所的モードが全て安定領域まで移動するまで繰り返す。

部分系統での固有値制御のポイントなる点は、

- 制御の対象となる局所的モードをどのように判別するか？

- 部分系統で得られる局所的モードと全系で得られる局所的モードは異なる可能性があるが、その差をどう補償するか？

の2点である。以下、この2点の処理について述べる(図5.2での編目部分)。

局所的モードの判別

部分系統での局所的モードの判別には、部分系統のモードに関する局所性の指標 LIR を用いる。ある部分系統の固有値に対応する固有ベクトルを \underline{u}_{Sl} とすると、この固有値の LIR は、4.3節で述べたように

$$LIR = |A_{r1}\underline{u}_{Sl}| \quad (5.1)$$

で与えられる。ただし、 A_{r1} は全系システム行列の部分行列である。

LIR の値が小さいほど、全系の局所的なモードに関与の大きい局所的なモードであるといえ、また LIR の大きな部分系統のモードは、全系の大域的なモードへの関与が大きいので、部分系統では LIR の小さな固有値のみを対象として、固有値制御を行なえば良いことになる。そこで、部分系統で LIR に関する閾値を設け、これより LIR の小さなモードのみを局所的モードとして、部分系統での固有値制御の対象とすることとした。

部分系統固有値制御時の安定領域の更新

部分系統での固有値制御においては、部分系統のシステム行列 A_i から得られる固有値を対象として行われるが、 A_i から得られる局所的モードは、全系システム行列 A から得られる局所的モードと異なる可能性がある。そのため、部分系統の固有値制御で、 A_i から得られる局所的モードが全て安定領域まで動いても、全系の局所的モードは安定領域まで達していないことがありうる。

その解決策としては、以下のような3通りの方法が考えられる。

- 部分系統での固有値制御時に安定領域をより安定側に設定する。すなわち、部分系統の固有値の実部が $\sigma_{DS} = \sigma_D + \Delta\sigma_{DS}$ よりも小さくなるように制御を行なう。

2. 部分系統で従来通り、固有値制御を行ない、全系での固有値制御に局所的モードも組み込む。
 3. 部分系統で従来通り、固有値制御を行ない、終了時に全系計算により局所的モードの実部が σ_D よりも小さくなっているかどうかをチェックする。もし実部が σ_D よりも大きなモードがあれば、部分系統での σ_D をより小さく(より安定側に)変更して、再度部分系統での固有値制御を行なう。これを局所的モードのダンピングが十分なものになるまで繰り返す。
1. の方法では、 $\Delta\sigma_{DS}$ をどのように設定するかが問題となるが、固有値の存在範囲を利用する手法などでは、この値が大きくなってしまい、制御を行なう上で、有意な(適当な)値を得ることは困難であると思われる。2. の手法では局所的モードが、ごく小数のパラメータを変更することにより安定化できるものなのにも関わらず、すべてのパラメータに関する固有値感度の計算が必要であり、計算の無駄が多い。また、局所的モードの制御は部分系統で、という基本的な方針とはそぐわない。そこで本検討では、3. の方法を用いることとした。具体的には、部分系統での固有値制御終了時に、弱制動なモードの固有値、固有ベクトルを全系レベルに伝送し、全系レベルで実際に局所的モードが全て安定領域まで動いたかどうかをチェックすることとしている。ここで全系計算をおこなう必要があるモードは弱制動なごく小数のモードでよく、逆行列繰り返し法(III法)のような繰り返し演算を用いる固有値計算手法において、局所的モードは収束が速いことが予想されるので、このチェックに必要な計算量は小さく押さえることが可能だと考えられる。

全系からは計算の結果得られた固有値を部分系統に伝送し、部分系統では伝送されて来た固有値が安定領域にあれば、固有値制御が終了したと判断する。そうでなければ、

$$\sigma_{D\text{new}} = \sigma_{D\text{old}} + \max \{ \operatorname{Re}(\lambda_{Si}) - \operatorname{Re}(\lambda_{li}) \} \quad (5.2)$$

として固有値制御での安定領域をより安定側に更新して、再度部分系統のシステム行列 A_i より得られる局所的モードを対象として固有値制御をおこなう。ただし λ_{Si} は部分系統の監視対象固有値(のうち実部の大きなもの)を、 λ_{li} は対応する全系固有値を表す。今回の検討では、全系計算は逆行列繰り返し法(Implicit Inverse Iteration 法)を用いて行なった。以上の処理を全系計算により得られる局所的モードが全て安定領

域まで移動するまで繰り返し、部分系統での固有値制御は終了する。

5.2.2 全系における固有値制御

全系の固有値制御においては、大域的モードの安定化がその目的となる。全系固有値制御時のフローチャートを図 5.4 に示す。図中の網かけの部分が、階層分散化に際して新たに加えられた処理を表している。図 2.2 の集中型の場合と比較されたい。

部分系統での固有値制御のポイントなる点は、

- 制御の対象となる大域的モードをどのように計算するか？
- 部分系統での固有値制御で安定化された局所的モードの不安定化を防止する制約をどのようにするか？

の 2 点であると考えられる。以下、この 2 点の処理について述べる（図 5.4 での編目部分）。

局所的モードの不安定化防止

部分系統において LIR により部分系統で得られる固有値が局所的かそうでないかの判別をおこなう部分までは、部分系統で固有値制御をおこなう場合の処理とまったく同じである。全系での固有値制御をおこなう時点では、局所的モードは部分系統での固有値制御により全て安定化されているので、局所的モードで制御対象となる固有値があるかどうかの判定はおこなわない。部分系統では、監視対象となる局所的モードの固有値感度を計算して全系に伝送する。これは次に述べる局所的モードの不安定化防止のための制約条件のための処理である。

全系の固有値制御時には、部分系統の固有値制御によって安定化された局所的モードがパラメータの変更により不安定化しないように、何等かの制約条件を設ける必要がある。基本的には大域的モードの不安定化防止のための制約条件と同じく、固有値感度を用いて制約条件を設ければよい。局所的モードは部分系統内で、いわば閉じたモードであるので、ある部分系統の局所的モードに関する固有値感度は、全系で計算しても部分系統で計算しても同じ様な値が得られると考えられる。そこで、局所的モードの不安定化防止のための制約条件には部分系統で得られた固有値感度を用いることとした。ただし、上記のように部分系統で得られる固有値は、全系で得られる固

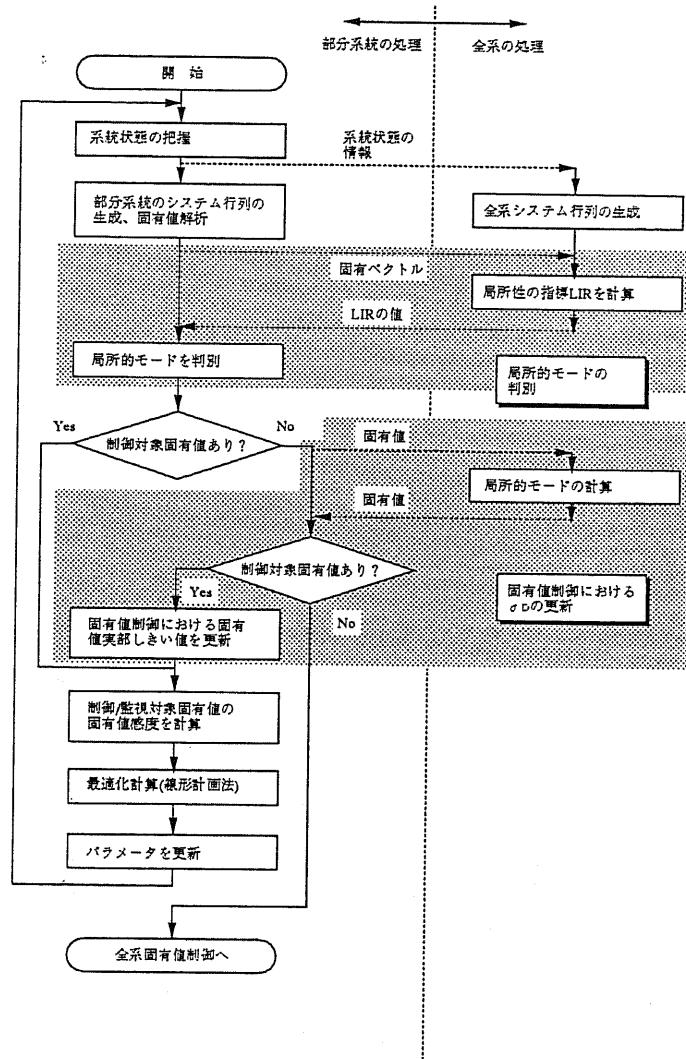


図 5.2: 階層分散型固有制御フローチャート (部分系統固有值制御時)

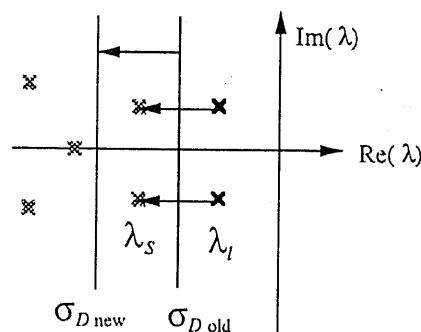


図 5.3: σ_D の更新

有値よりも安定寄りとなる可能性もあるので、局所的モードに関する制約条件では、モードが不安定方向に移動しないことを条件とすることとした。すなわち、局所的モードに関する制約条件は

$$\sum_{j \in J} S'_{ij} \Delta \alpha_j \leq 0 \quad (5.3)$$

となる。

大域的モードの計算

全系レベルで、大域的モードを得る際には、4.8節に述べた、固有値問題の部分空間解法を利用する。

まず、部分系統の大域的モードに対応する、固有ベクトルを用いて、低次元化モデルを作成し、これを用いて大域的モードの評価をおこなう。低次元化モデルにより得られた固有値で、制御対象となりうる固有値がなければ、すなわち、低次元化モデルにより得られる固有値の実部が十分に小さければ、終了となる。そうでない場合、低次元化モデルから得られる固有値、固有ベクトルは誤差を含むので、固有値制御に必要な固有値感度を正確に得るために、固有値問題の部分空間解法を利用して、大域的モードの正確な固有値、固有ベクトルを得る。この時点で制御対象となる固有値がなければ終了となる。もし、制御対象となる固有値があれば、制御／監視対象固有値の固有値感度を計算し、最適化計算をおこなって、操作パラメータの変更量を求める。パラメータの変更は部分系統レベルでおこなうので、全系からパラメータの設定値を部分系統に伝送し、部分系統ではパラメータの更新をおこなう。

以上の処理を全ての大域的モードが安定領域まで移動するまで、繰り返して全系の固有値制御は行われる。

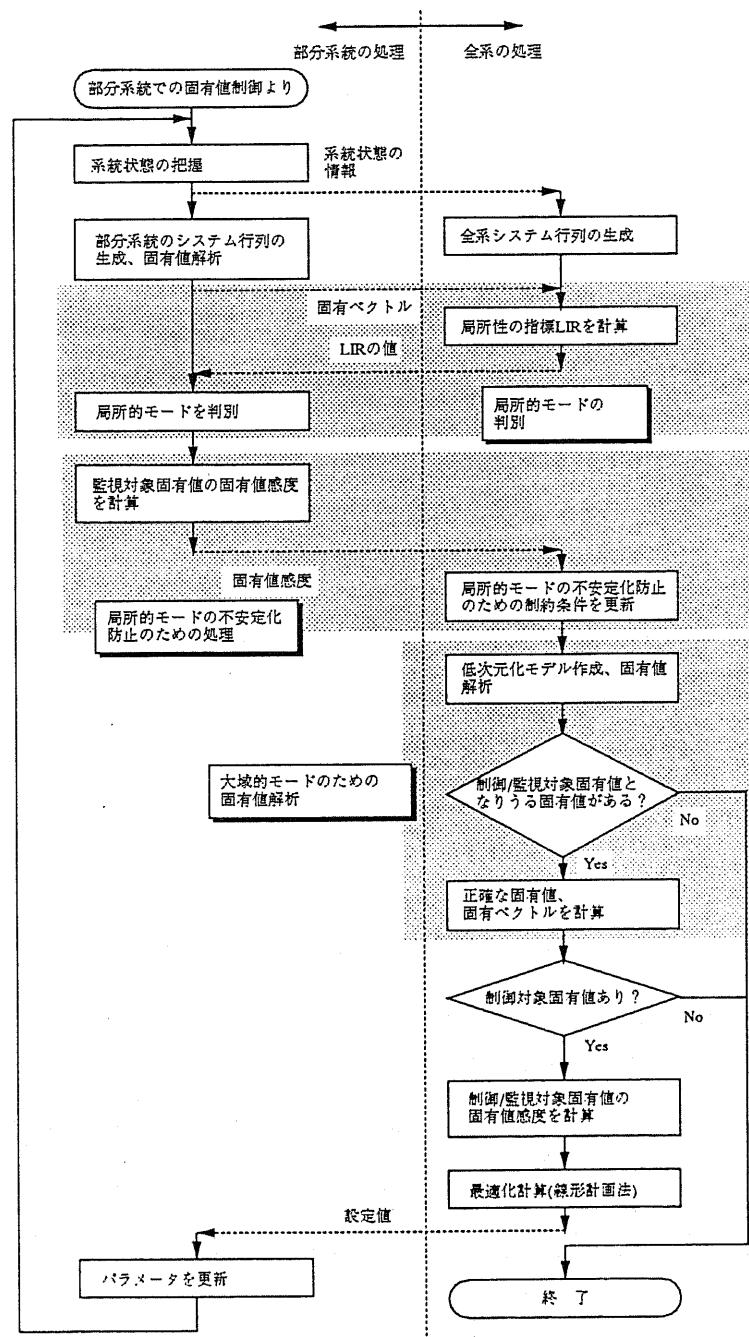


図 5.4: 階層分散型固有制御フローチャート (全系固有值制御時)

5.3 数値例

本節では前節に述べた階層分散型固有値制御の有効性をモデル系統を用いた検討により検証する。モデル系統としては、図4.3に示す5機串型系統(2分割)および図4.10に示すNew England 39母線系統(6分割)を用いる。5機串型系統での検討例では、全系固有値制御時における、局所的モードに関する制約条件の有効性について検証をおこなう。New England 39母線系統での検討例では、低次元化のための部分系統でのLIRのしきい値の設定法について検討をおこなう。また、部分系統での固有値制御時に、安定領域を更新することの有効性に関し、検討をおこなう。さらに、集中型との処理時間の比較をおこなう。

5.3.1 局所的モードの不安定化防止のための制約の効果

5機串型系統

モデル系統として、図4.3に示す5機串型系統を用いる。固有値制御における実部の閾値を

$$\sigma_D = -1.2 \times 10^{-3} \quad (5.4)$$

とすると、制御対象固有値は

$$\begin{aligned} \text{モード 1: } & -1.05 \times 10^{-3} \pm j1.03 \times 10^{-2} \\ \text{モード 2: } & -1.17 \times 10^{-3} \pm j1.73 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (5.5)$$

の2つのモードとなる。この2つのモードは両方とも系統の大域的モードである。したがって、階層分散型固有値制御において、部分系統での固有値制御は行われず、全系の固有値制御のみが行われることになる。

固有値制御における操作パラメータは、発電機1,3,4,5のAVRのゲイン K_A および時定数 T_A 、ガバナのゲイン K_G および時定数 T_G とした。固有値制御におけるパラメータは、

$$\begin{aligned} \sigma_C &= -2.0 \times 10^{-3} \\ d_j &= \text{初期値の } 10\% \\ -\infty &\leq \{K_A, K_G\} \leq \infty \\ 0.01 &\leq T_A \leq 0.5 \\ 1.0 &\leq T_G \leq 10.0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

とした。LIR のしきい値は部分系統 1,2 で共通とし、全系の低次元化モデルの次元が 30 次となるように設定した。

集中型固有値制御をおこなった場合の結果を図 5.5 に、階層分散型固有値制御をおこなった場合の結果を図 5.6 および 5.7 に示す。図 5.6 は階層分散型固有値制御において、局所的モードに関する制約条件を考慮せず、大域的モードのみを考慮して制御をおこなった場合、図 5.7 は階層分散型固有値制御において、局所的モードに関する制約条件を考慮した場合である。いずれの場合でも、4 回の最適化計算および操作パラメータ変更により、制御が終了した。

図 5.5 および図 5.6 からわかるように、集中型固有値制御と局所的モードに関する制約条件を考慮しない場合の階層分散型固有値制御はほとんど同じ動きを示す。ただし、最後の 4 回目のパラメータ変更で、集中型固有値制御では、モード 4 の不安定化防止の制約により、ガバナ時定数の動きが制限され、モード 4 は安定領域に留まっているが、図 5.6 の場合は、モード 4 が不安定化している。これはモード 4 が局所的モードであり、図 5.6 では局所的モードの不安定化防止のための制約が無いためである。これに対し、局所的モードの不安定化防止のための制約条件を考慮した図 5.7 の場合は、ガバナ時定数の動きが制限され、モード 4 がほとんど動いていないことがわかる。前述のように、局所的モードの不安定化防止の制約には、固有値感度として、全系固有値感度ではなく、部分系統で計算される固有値感度を用いているが、この場合でもモード 4 が不安定方向にはほとんど動かず、局所的モードを不安定方向に動かさないと言う制約条件の目的を達成できていることがわかる。

5.3.2 部分系統制御時の安定領域更新の効果

New England 39 母線系統

モデル系統として図 4.10 に示す New England 39 母線系統(6 分割)を用いる。固有値制御における実部の閾値を

$$\sigma_D = -5.2 \times 10^{-4} \quad (5.7)$$

とすると、制御対象固有値は

$$\begin{aligned} \text{モード 1: } & -4.87 \times 10^{-4} \pm j1.47 \times 10^{-2} \\ \text{モード 2: } & -4.95 \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (5.8)$$

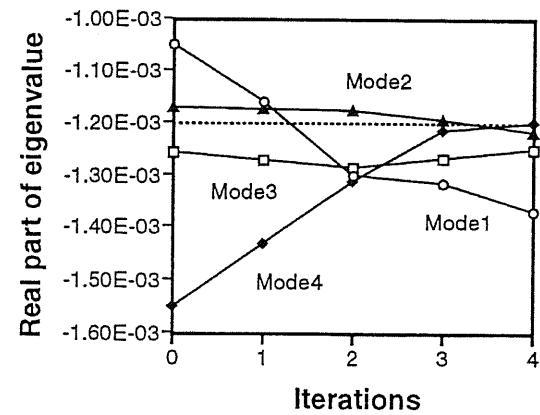


図 5.5-a: 支配的固有値実部の変化

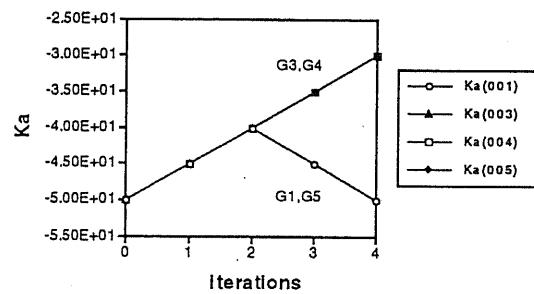


図 5.5-b: AVR ゲインの変化

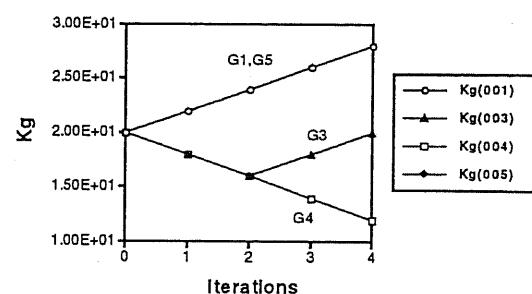


図 5.5-c: ガバナゲインの変化

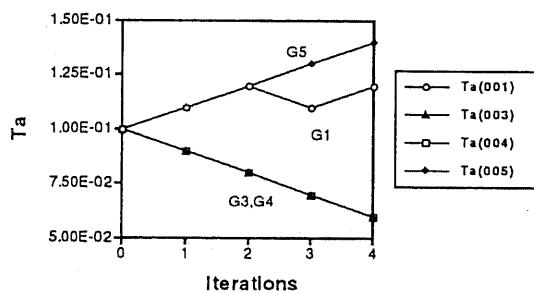


図 5.5-d: AVR 時定数の変化

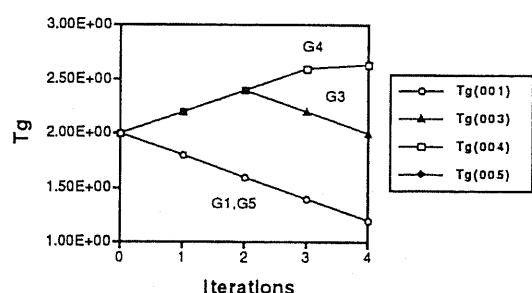


図 5.5-e: ガバナ時定数の変化

図 5.5: 固有値制御結果(集中型, 5機串型系統)

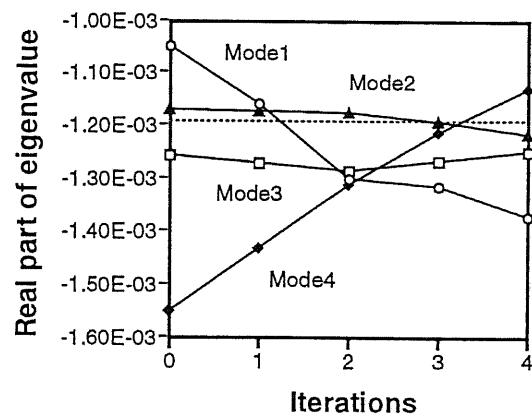


図 5.6-a: 支配的固有値実部の変化

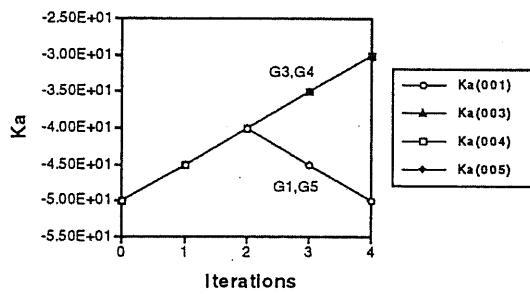


図 5.6-b: AVR ゲインの変化

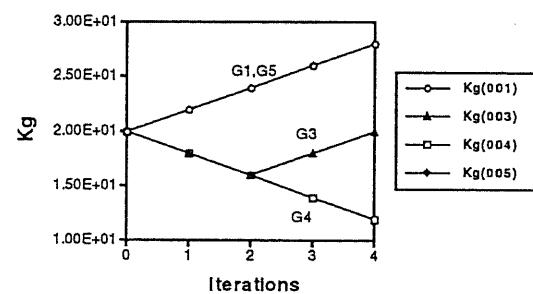


図 5.6-c: ガバナゲインの変化

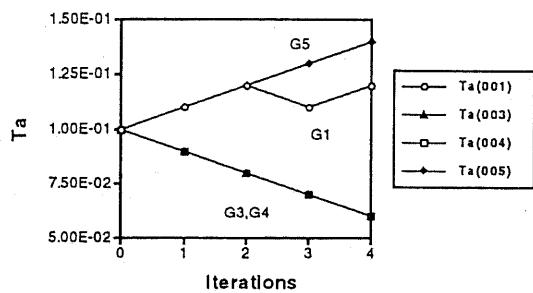


図 5.6-d: AVR 時定数の変化

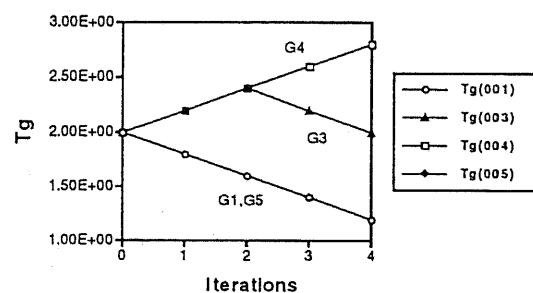


図 5.6-e: ガバナ時定数の変化

図 5.6: 固有値制御結果 (階層分散型, 5 機串型系統, 局所的モードに関する制約なし)

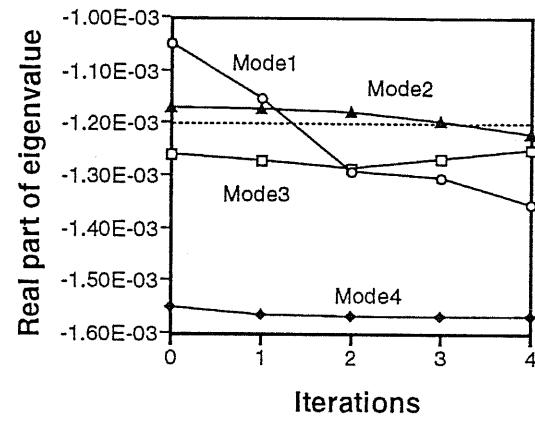


図 5.7-a: 支配的固有値実部の変化

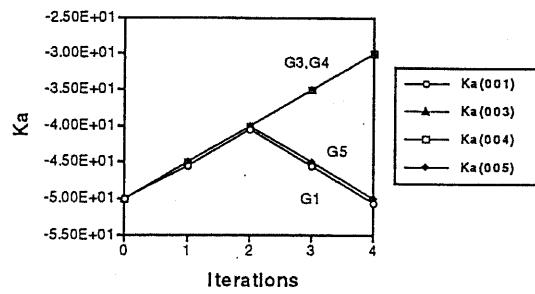


図 5.7-b: AVR ゲインの変化

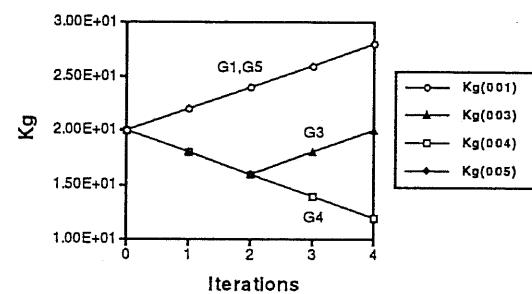


図 5.7-c: ガバナゲインの変化

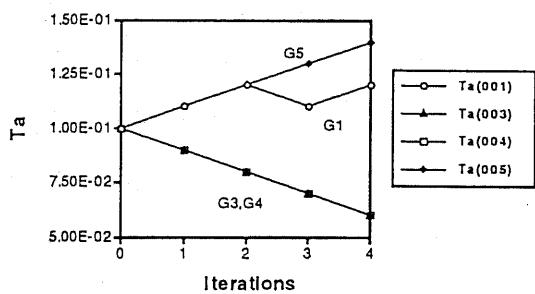


図 5.7-d: AVR 時定数の変化

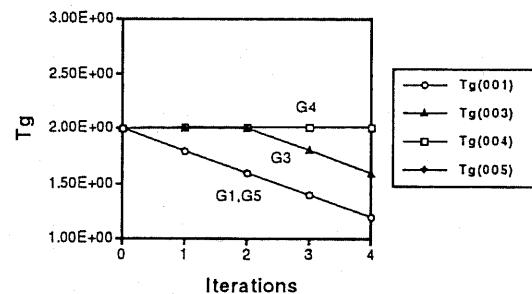


図 5.7-e: ガバナ時定数の変化

図 5.7: 固有値制御結果 (階層分散型, 5 機串型系統, 局所的モードに関する制約あり)

の2つのモードとなる。モード1は系統の大域的モード、モード2は部分系統1の局所的モードであり、階層分散型固有値制御において、部分系統1でのみ固有値制御が行われることになる。

固有値制御における操作パラメータは、発電機302, 322, 325, 350のAVRのゲイン K_A および時定数 T_A 、ガバナのゲイン K_G および時定数 T_G とした。固有値制御におけるパラメータは、

$$\begin{aligned}\sigma_C &= -2.0 \times 10^{-3} \\ d_j &= \text{初期値の } 10\% \\ -\infty &\leq \{K_A, K_G\} \leq \infty \\ 0.01 &\leq T_A \leq 0.5 \text{ (G302, G350)} \\ 0.005 &\leq T_A \leq 0.2 \text{ (G322, G325)} \\ 1.0 &\leq T_G \leq 10.0\end{aligned}\tag{5.9}$$

とした。

LIRのしきい値は、全ての部分系統で、共通で全系の低次元化モデルの次数を65次とするケースと、各部分系統毎にヒューリスティックに設定するケースを考慮した。しきい値をヒューリスティックに決める場合には、図5.8に示すように、各部分系統で、LIRの大きい方からならべた際の、LIRの大きさの変化の大きい部分を利用する。図5.8は制御開始時の各部分系統でのLIRの大きさの様子を示したものである。図中の点線のように各部分系統でのLIRのしきい値を定めると、全系の低次元化モデルの次数は37次となる。以上に述べた2つのケースで、部分系統での固有値制御終了時の全系の制御／監視対象固有値と対応する部分系統／低次元化モデルの固有値を表5.1および5.2に示す。低次元化モデルを65次とした場合には全ての制御／監視対象固有値に対応する固有値が、37次まで低次元化した場合にもモード18を除いた全ての制御／監視対象固有値に対応する固有値が、部分系統／低次元化モデルの固有値として得られていることがわかる。

集中型固有値制御をおこなった場合の結果を図5.9に、階層分散型固有値制御(低次元化モデルは65次)をおこなった場合の結果を図5.10および5.11に示す。図5.10は階層分散型固有値制御において、部分系統での固有値制御をおこなわなかった場合、図5.11は階層分散型固有値制御において、部分系統における固有値制御をおこなった場合である。ただし、階層分散型固有値制御においては、いずれの場合にも部分系統での固有値制御における安定領域の更新はおこなっていない。

図5.10からわかるように、階層分散型固有値制御において、部分系統での固有値制

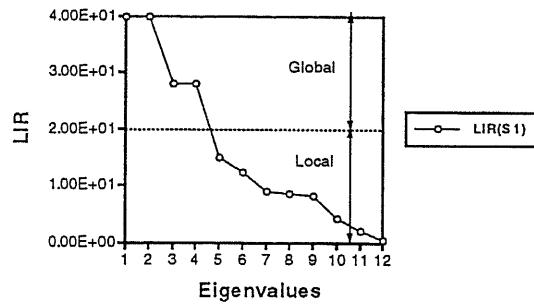


図 5.8-a: 部分系統 1 のモードの LIR

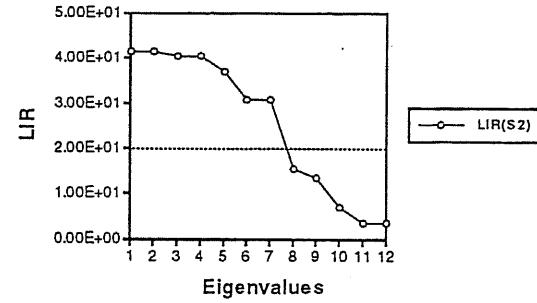


図 5.8-b: 部分系統 2 のモードの LIR

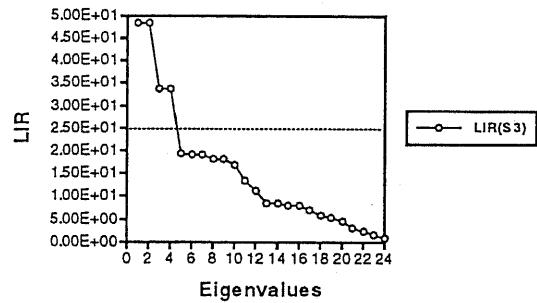


図 5.8-c: 部分系統 3 のモードの LIR

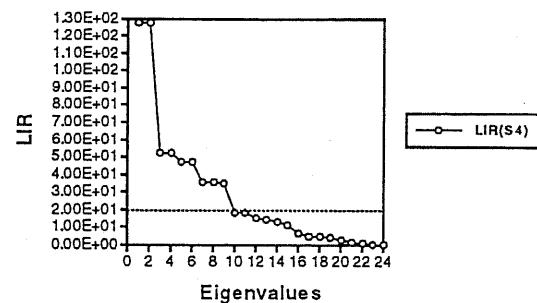


図 5.8-d: 部分系統 4 のモードの LIR

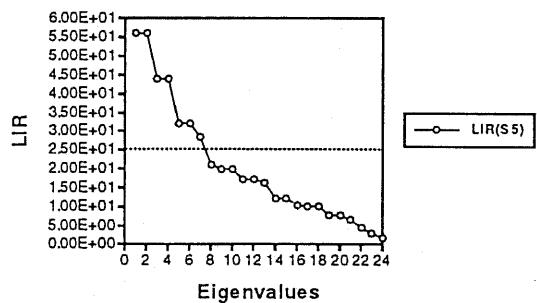


図 5.8-e: 部分系統 5 のモードの LIR

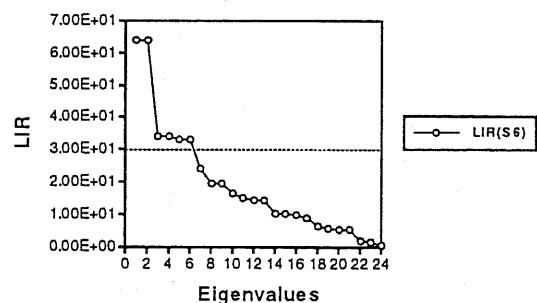


図 5.8-f: 部分系統 6 のモードの LIR

図 5.8: 部分系統のモードの LIR

表 5.1: 弱制動モード (65 次に低次元化)

モード	固有値 (全系計算)	固有値 (低次元化モデル or 部分系統)	系統 系統
1	$-5.12 \times 10^{-4} \pm 1.47 \times 10^{-2}$	$-5.40 \times 10^{-4} \pm 1.52 \times 10^{-2}$	R
2	-5.12×10^{-4}	-5.25×10^{-4}	1
3	-6.28×10^{-4}	-6.12×10^{-4}	3
4	-6.60×10^{-4}	-6.56×10^{-4}	R
5	-7.27×10^{-4}	-7.23×10^{-4}	R
6	$-7.38 \times 10^{-4} \pm 1.76 \times 10^{-2}$	$-7.46 \times 10^{-4} \pm 1.76 \times 10^{-2}$	R
7	-8.06×10^{-4}	-8.09×10^{-4}	R
8	$-1.18 \times 10^{-3} \pm 1.72 \times 10^{-2}$	$-1.18 \times 10^{-3} \pm 1.73 \times 10^{-2}$	R
9	-1.30×10^{-3}	-1.31×10^{-3}	R
10	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	R
11	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	R
12	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	R
13	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	R
14	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	3
15	-1.33×10^{-3}	-1.33×10^{-3}	5
16	$-1.33 \times 10^{-3} \pm 7.94 \times 10^{-7}$	-1.34×10^{-3}	R
		-1.34×10^{-3}	6
17	-1.35×10^{-3}	-1.36×10^{-3}	R
18	$-1.39 \times 10^{-3} \pm 4.56 \times 10^{-4}$	$-1.22 \times 10^{-3} \pm 1.64 \times 10^{-3}$	R
19	-1.48×10^{-3}	-1.45×10^{-3}	R

表 5.2: 弱制動モード (37 次に低次元化)

モード	固有値 (全系計算)	固有値 (低次元化モデル or 部分系統)	系統 系統
1	$-5.12 \times 10^{-4} \pm 1.47 \times 10^{-2}$	$-5.52 \times 10^{-4} \pm 1.53 \times 10^{-2}$	R
2	-5.12×10^{-4}	-5.25×10^{-4}	1
3	-6.28×10^{-4}	-6.12×10^{-4}	3
4	-6.60×10^{-4}	-6.57×10^{-4}	5
5	-7.27×10^{-4}	-7.54×10^{-4}	3
6	$-7.38 \times 10^{-4} \pm 1.76 \times 10^{-2}$	$-7.40 \times 10^{-4} \pm 1.77 \times 10^{-2}$	R
7	-8.06×10^{-4}	-8.97×10^{-4}	6
8	$-1.18 \times 10^{-3} \pm 1.72 \times 10^{-2}$	$-1.35 \times 10^{-3} \pm 1.75 \times 10^{-2}$	R
9	-1.30×10^{-3}	-1.31×10^{-3}	6
10	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	4
11	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	5
12	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	2
13	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	1
14	-1.32×10^{-3}	-1.32×10^{-3}	3
15	-1.33×10^{-3}	-1.33×10^{-3}	5
16	$-1.33 \times 10^{-3} \pm 7.94 \times 10^{-7}$	-1.34×10^{-3} -1.34×10^{-3}	4 6
17	-1.35×10^{-3}	-1.36×10^{-3}	3
18	$-1.39 \times 10^{-3} \pm 4.56 \times 10^{-4}$	—	—
19	-1.48×10^{-3}	-1.42×10^{-3}	3

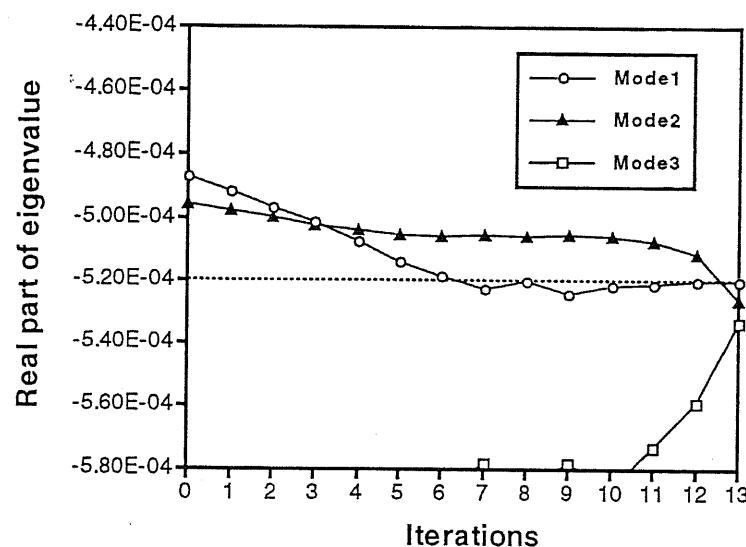


図 5.9-a: 支配的固有値実部の変化

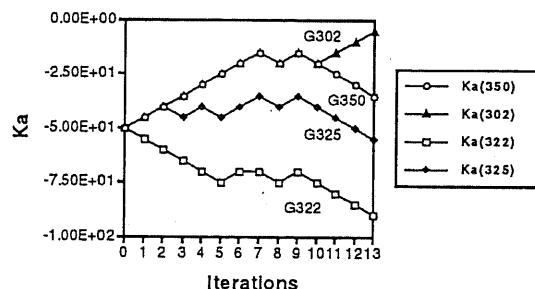


図 5.9-b: AVR ゲインの変化

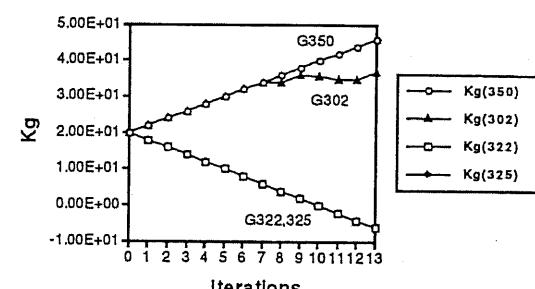


図 5.9-c: ガバナゲインの変化

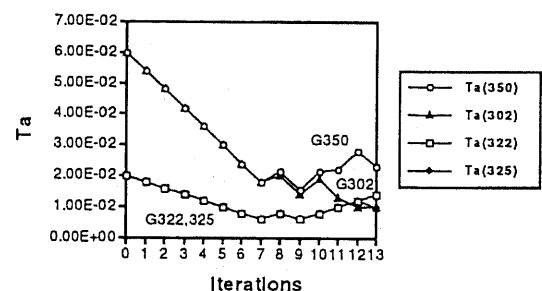


図 5.9-d: AVR 時定数の変化

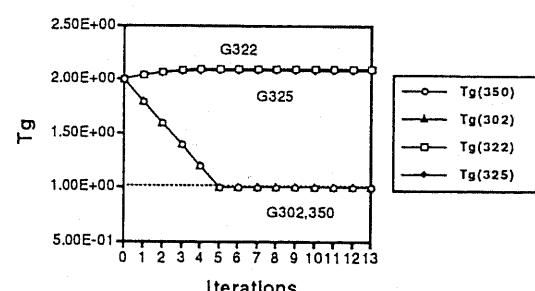


図 5.9-e: ガバナ時定数の変化

図 5.9: 固有値制御結果 (集中型, New England 系統)

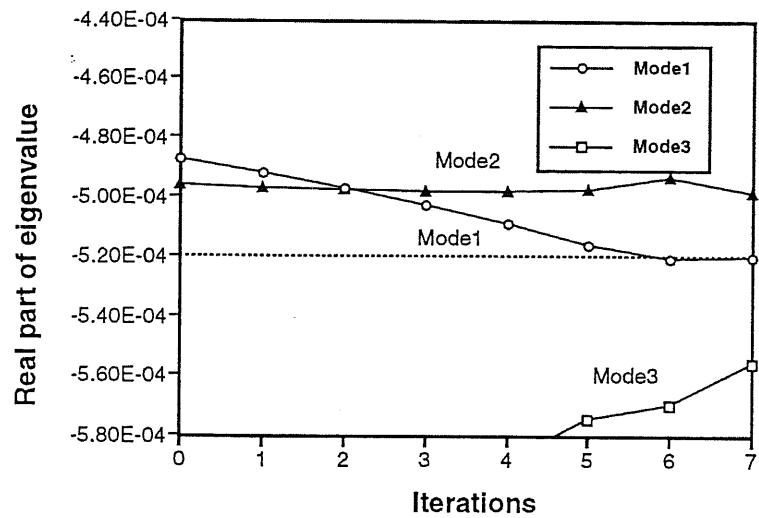


図 5.10-a: 支配的固有値実部の変化

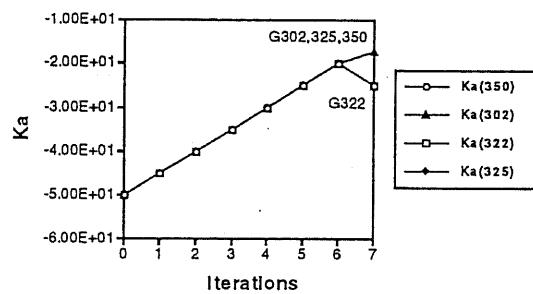


図 5.10-b: AVR ゲインの変化

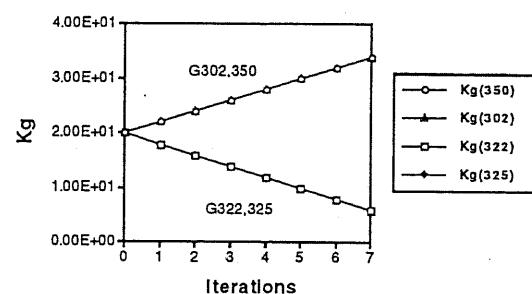


図 5.10-c: ガバナゲインの変化

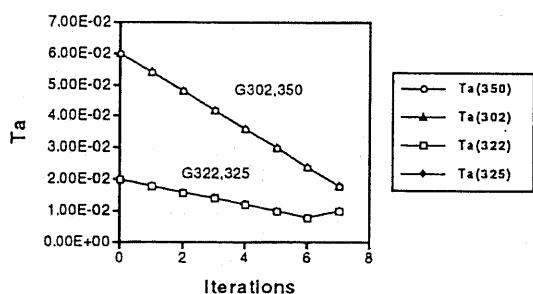


図 5.10-d: AVR 時定数の変化

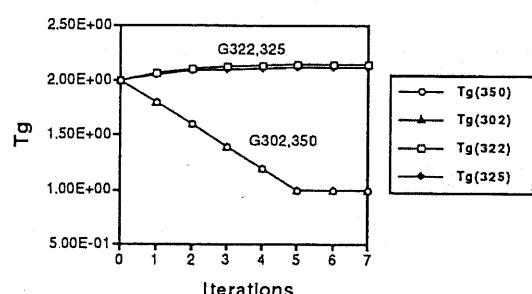


図 5.10-e: ガバナ時定数の変化

図 5.10: 固有値制御結果 (階層分散型, New England 系統, 部分系統での制御なし)

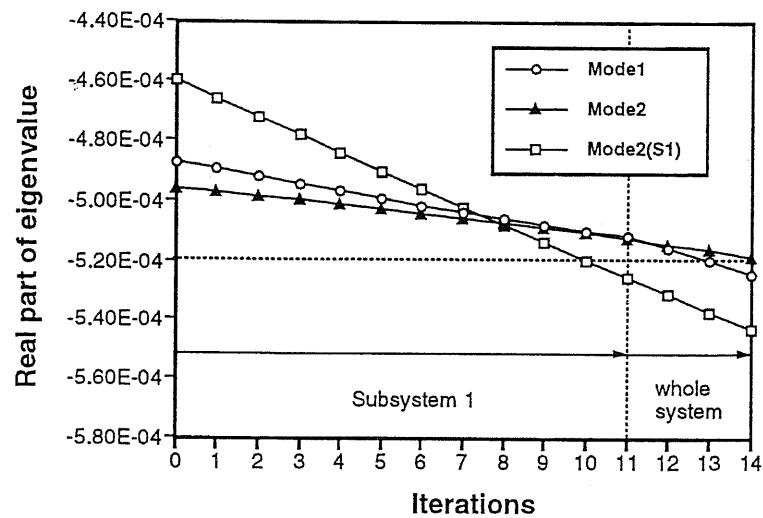


図 5.11-a: 支配的固有値実部の変化

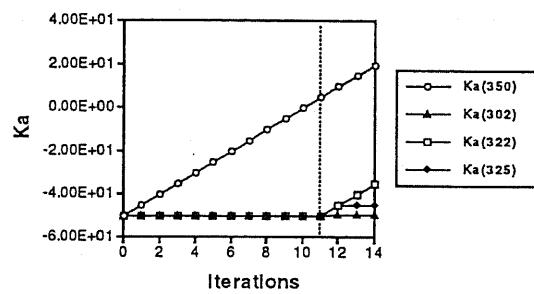


図 5.11-b: AVR ゲインの変化

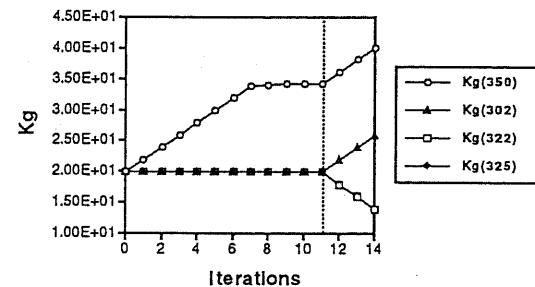


図 5.11-c: ガバナゲインの変化

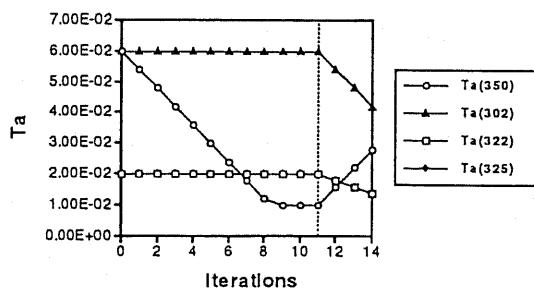


図 5.11-d: AVR 時定数の変化

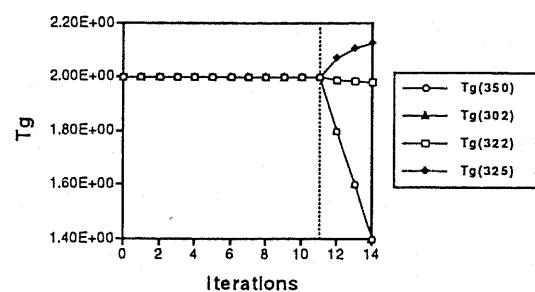


図 5.11-e: ガバナ時定数の変化

図 5.11: 固有値制御結果 (階層分散型, 65 次に低次元化)

御をおこなわなかった場合には、局所的モードであるモードがまったく安定化されない。それに対し、部分系統における固有値制御をおこなった場合には、モードも安定化されている。ただし、部分系統での固有値制御における安定領域の更新を行っていないため、部分系統の固有値制御の終了時には、モードが安定領域まで、移動していない。その結果、全系の固有値制御終了時でも、モードが完全には安定領域まで移動していない。

図 5.12に低次元化モデルを 37 次として、階層分散型固有値制御を行った場合の結果を示す。低次元化モデルを 65 次とした場合と制御終了までの繰り返し回数は同じであった。また、図 5.11および 5.12からわかるように制御対象固有値の動きもほとんど同じである。一方、全系固有値制御時の各パラメータの動きは 65 次の場合とは若干異なる。この理由は、監視対象固有値の動きが 2つのケースで異なるためである。制御／監視対象固有値の実部の変化を図 5.13に示す。低次元化モデルが 65 次の場合には、モードが表 5.1からわかるように、大域的モードとして扱われるため、式であらわされる不安定化防止のための制約条件が適用されることになり、全系固有値制御時に不安定方向にも動きうることになり、実際にこれらのモードは図 5.13-aからわかるように不安定方向に動く。一方、低次元化モデルが 37 次の場合には、モードは表 5.2からわかるように、局所的モードとして扱われるため、不安定化方向には移動しないという制約条件が適用される。実際に、図 5.13-bからわかるように、これらのモードは実軸方向にはほとんど変化しない。

図 5.14および 5.15に部分系統での固有値制御における安定領域の更新を行った場合の結果を示す。図 5.14が低次元化モデルを 65 次とした場合、図 5.15が低次元化モデルを 37 次とした場合の結果である。図中の階段状の実線が部分系統 1 での固有値制御を行った際の安定領域を定めるしきい値の変化をあらわしている。それぞれを図 5.11および 5.12と比較すると、部分系統 1 での制御の繰り返し回数が、11 回から 15 回と増加しており、部分系統での固有値制御の終了時に局所的モードに対応するモードが安定領域に移動していることがわかる。部分系統 1 での固有値制御終了後、モードの安定化のため、全系での固有値制御が 1 回のみのパラメータ変化で行われている。全系での制御の繰り返し数が 3 回から 1 回と減少したため、全体の計算時間はむしろ減少した。いずれの場合も、ローカルモードの全系計算の対象となる固有値は 2 つであり、いずれも III 法で数回の反復計算で対応する全系固有値が得られた。全系

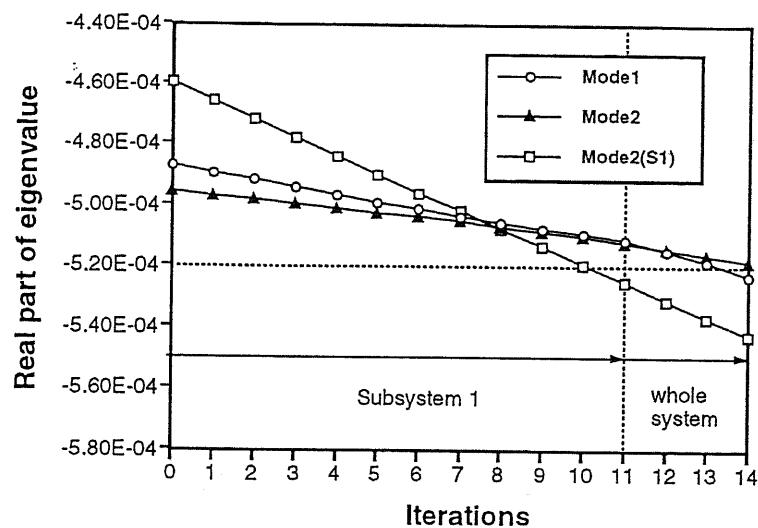


図 5.12-a: 支配的固有値実部の変化

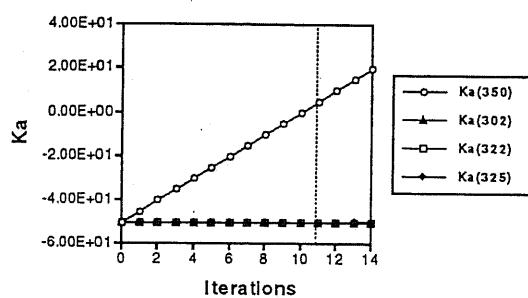


図 5.12-b: AVR ゲインの変化

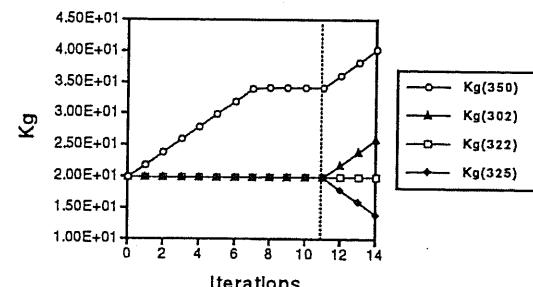


図 5.12-c: ガバナゲインの変化

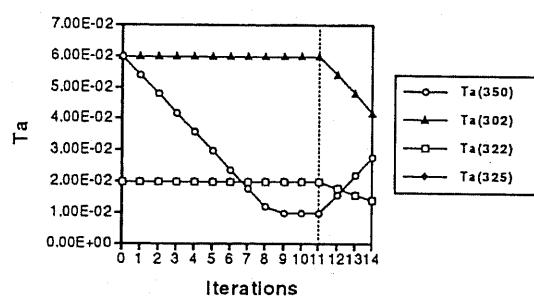


図 5.12-d: AVR 時定数の変化

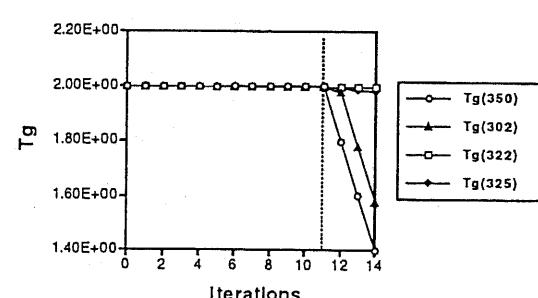


図 5.12-e: ガバナ時定数の変化

図 5.12: 固有値制御結果 (階層分散型, 37 次に低次元化)

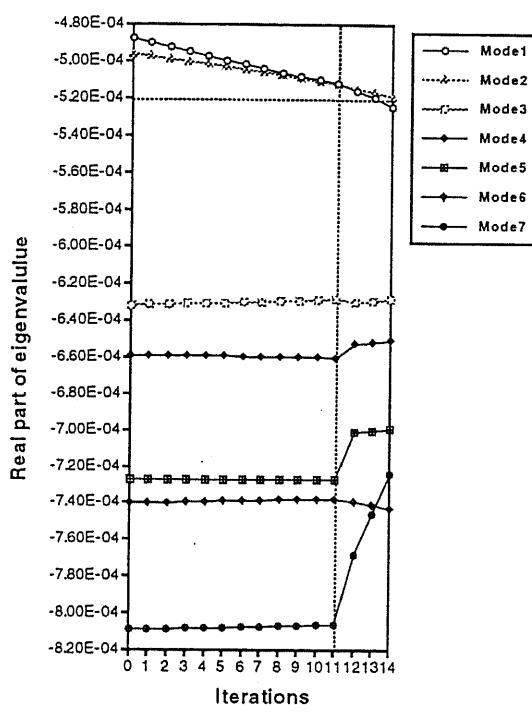


図 5.13-a: 階層分散型, 65 次に低次元化

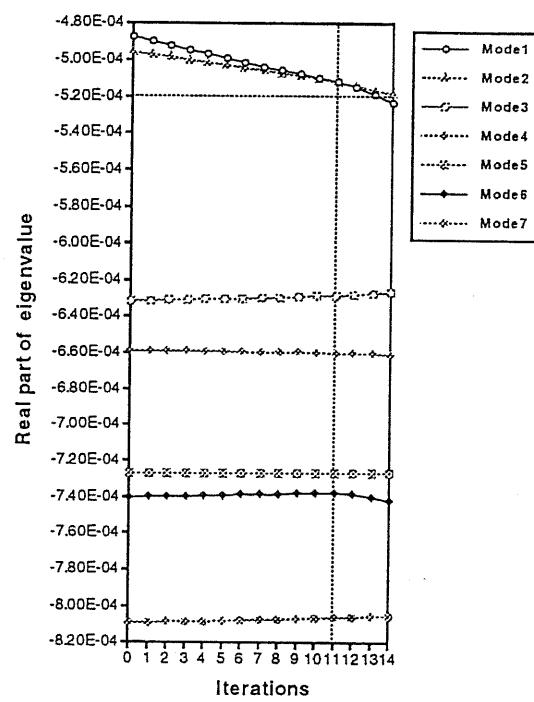


図 5.13-b: 階層分散型, 37 次に低次元化

図 5.13: 支配的固有値実部の変化の比較

固有値制御終了時には全てのモードが安定領域まで移動しており、部分系統の固有値制御時に安定領域を更新することが有効であることがわかる。

5.3.3 集中型との処理時間の比較

図 5.16に、集中型の場合(図 5.9)と階層分散型の場合(図 5.15)との処理時間の比較を示す。図 5.16では集中型の場合の処理時間を 1.0 として正規化してある。図 5.16かわかるように、階層分散型固有値制御では、集中型の固有値制御に比べ、大幅に処理時間が短縮できる。集中型の固有値制御においては、固有値感度の計算に多くの処理時間が費やされている。一方、階層分散型固有値制御では、部分系統固有値制御時の固有値感度計算が、次元が小さく、パラメータの数も少なくて済むために、処理時間が短くて済む。その差が、全体の処理時間の差となっている。

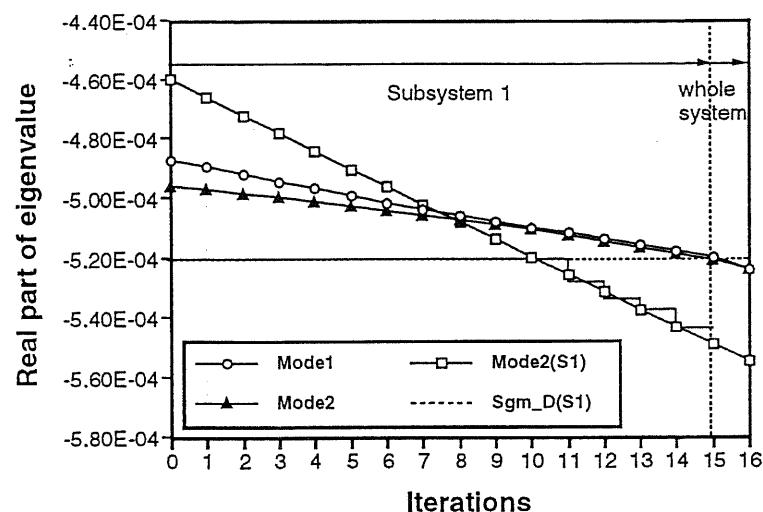


図 5.14-a: 支配的固有値実部の変化

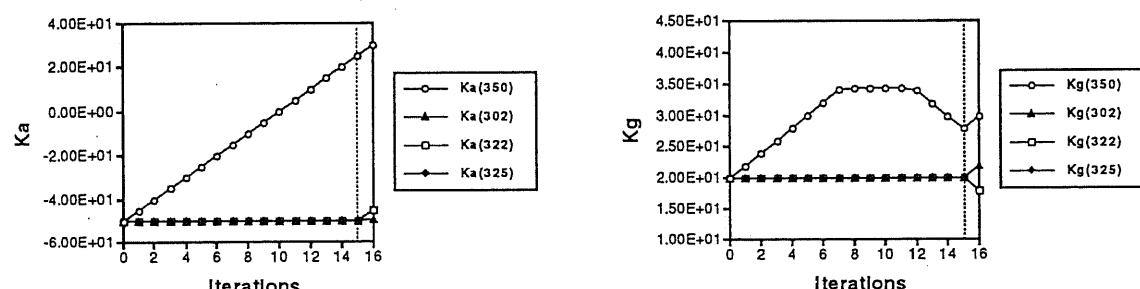


図 5.14-b: AVR ゲインの変化

図 5.14-c: ガバナゲインの変化

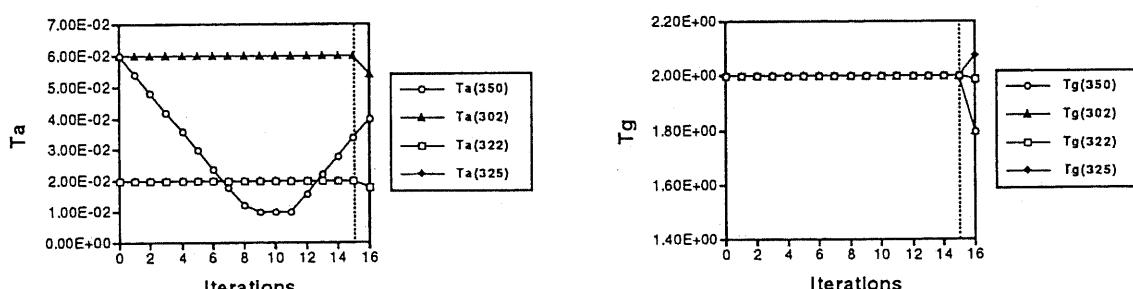


図 5.14-d: AVR 時定数の変化

図 5.14-e: ガバナ時定数の変化

図 5.14: 固有値制御結果 (階層分散型, 65 次に低次元化, 部分系統の σ_D 更新あり)

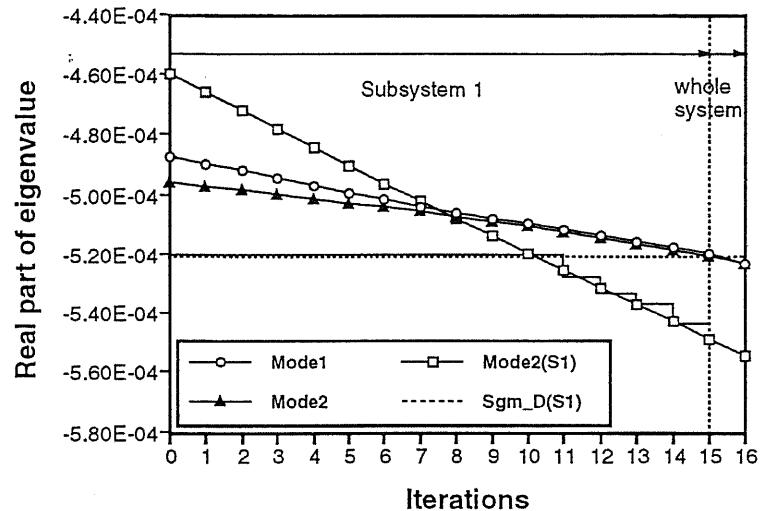


図 5.15-a: 支配的固有値実部の変化

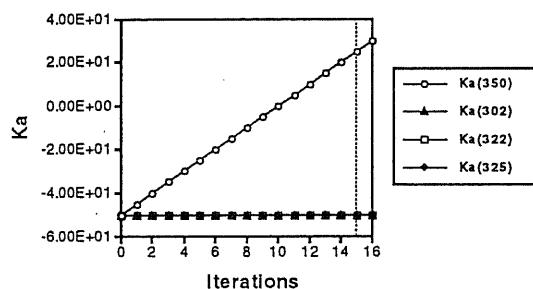


図 5.15-b: AVR ゲインの変化

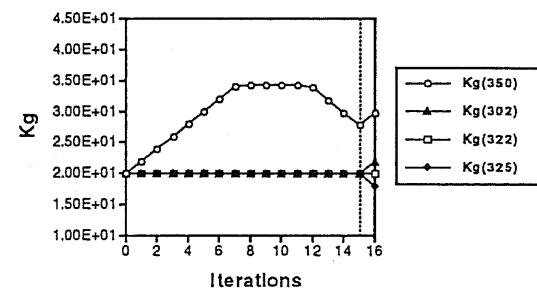


図 5.15-c: ガバナゲインの変化

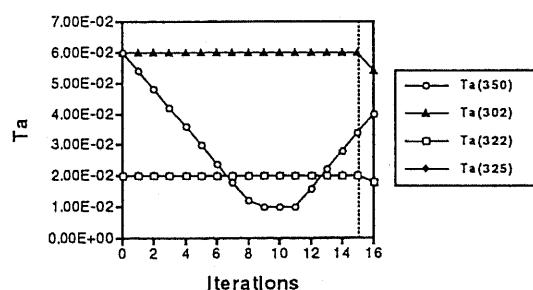


図 5.15-d: AVR 時定数の変化

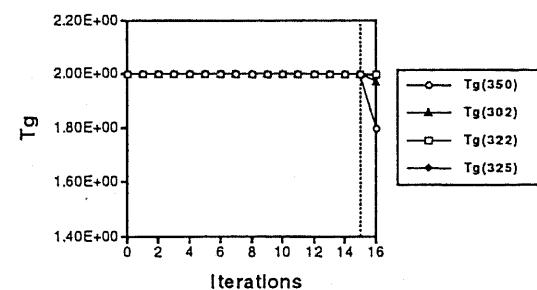


図 5.15-e: ガバナ時定数の変化

図 5.15: 固有値制御結果 (階層分散型, 37 次に低次元化, 部分系統の σ_D 更新あり)

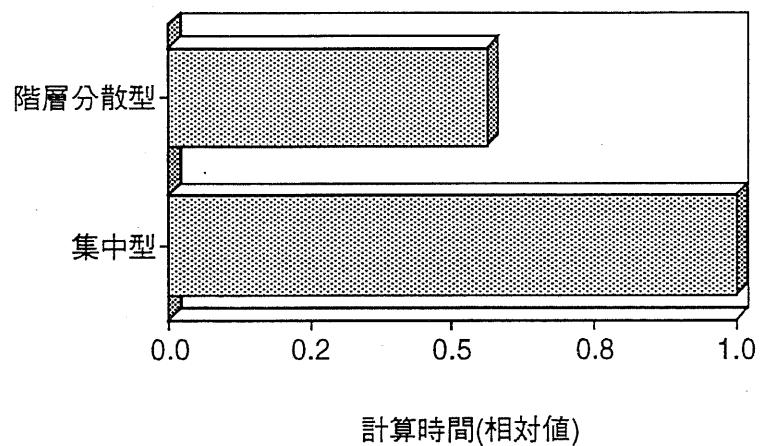


図 5.16: 計算時間の比較

5.4 まとめ

本章では、定態安定度向上制御として、固有値制御を取り上げ、局所的モードの安定化を部分系統で、大域的モードの安定化を全系レベルで行うことにより、固有値制御を階層分散化することを検討した。ここで得られた結果を以下にまとめる。

- 部分系統のモードの局所性の指標 LIR を用いて、部分系統のモードを局所的モードと大域的モードに分離し、部分系統で局所的モードを対象に固有値制御を行い、局所的モードを安定化した後、全系で大域的モードを利用して得られる低次元化モデルに基づいて、固有値制御を行うことで、系統のモードを安定領域まで移動させる手法を提案した。
- 提案手法を 5 機串型系統および New England 39 母線系統に適用し、いずれの場合でも初期の目的を達成することが可能であることを示した。
- 全系固有値制御時に、部分系統で得られる局所的モードに関する固有値感度を利用することで、局所的モードの不安定化防止のための制約条件を効率的に生成することができ、実際に得られた制約条件により、局所的モードの不安定化を防止することができる事を示した。
- 部分系統固有値制御時に、局所的モードを全系計算に評価し、その結果を基に、安定領域を更新することで、局所的モードを確実に安定化できることを示した。
- 提案する階層分散型固有値制御が、集中型の固有値制御に比べ、大幅に少ない処理時間で系統の固有値を安定領域まで移動させることができることを示した。

第 6 章

結論

1章に述べたように、わが国の電力システムは、今後ますます大規模複雑化し、監視・制御の分散化の必要性が急速に高まっていくことが予想される。本論文は、まず第一に監視・制御の分散化という点を念頭において、定態安定度の評価/制御を論じたものであり、その意味で意義のあるものと考えている。

本論文で得られた結論を述べると以下のようになる。

まず、可変インピーダンス機器を用いて、大規模系統における部分系統間の動揺モードのダンピングを向上させる手法について述べ、モデル系統を用いた数値例により、系統間動揺モードのダンピングの向上に効果があること、定態安定度のみならず、過渡安定度に対しても向上効果があることを示した。本手法は、部分系統での発電機制御系などのローカルな制御系での制御効果を考慮することができ、階層分散化された制御構造に適しているものと考える。また、可変インピーダンス機器として、可変直列コンデンサと高速移相器を取り上げ、いずれの場合も提案手法でより設計された制御系で初期の目的を達成することが可能であることを示した。

次に、系統の階層分散化された監視構造を利用して、局所的モードを部分系統で、大域的モードを全系で評価する定態安定度の監視構造を提案した。また、その実現のために、部分系統のモードの局所性の評価指標、部分系統と全系の動特性(固有ベクトル)の関係を全系レベルで低次元化モデルを用いて明らかにする手法を提案し、それぞれ数値例を用いて有効性を示した。さらにこれらの手法を応用して、全系の大域的モードを評価するための固有値問題の部分空間解法を提案し、その有効性を示した。電力系統の定態安定度を評価する上で重要なのは、弱制動な少数の固有値であり、このことを利用して弱制動な固有値を高速に求める手法が、本論文で検討した部

分空間を利用する解法も含め、数多く提案されている。本論文で検討した手法は、部分系統レベルと全系レベルで役割分担を行うことで、監視構造の階層分散化というパラダイムに適しており、また、部分系統での固有値解析の結果を利用することにより、全系における大域的動搖モードの評価での初期値、初期部分空間が系統的に得られるという点で、従来手法よりも定態安定度監視の階層分散化という方向に一歩踏み込んだものということができる。

さらに、階層分散化された制御構造を利用して、局所的モードを部分系統で、大域的モードを全系で安定化を行う定態安定度の制御構造を提案し、その概念を固有値制御に適用した階層分散型固有値制御を提案した。そして、その有効性をモデル系統を用いた数値例で明らかにした。特に集中型に比べ、制御のための処理時間が著しく減少することを示した。

以上に述べたように、本論文で提案した手法は、電力系統における定態安定度評価・制御の階層分散化による効率化に大きく寄与しうると結論することができる。しかしながら、実系統で定態安定度解析・制御の階層分散化を実現していくには、本論文で扱えなかった多くの問題を解決しなければならない。たとえば、以下のような点について検討を行っていく必要があろう。

まず、本論文で扱った系統よりも、大規模な系統で有効性を検証する必要がある。現実に本論文のようなアプローチが必要となる系統規模は、ノード数で 1500 程度、発電機数で 200 機程度以上の規模であると思われる。むろん一足飛びにこのような大規模系統での検討を行うのは困難であるが、発電機数にして、数十機程度の大きさの系統で十分な検討を行う必要があると思われる。

本論文では、部分系統で局所的モードを、全系レベルで大域的モードを対象として、監視・制御を行うことを検討したが、本論文で扱った手法で、定態安定度上重要な弱制動な固有値が全て監視・制御できるという保証は、残念ながらない。章で述べたように、系統内の各種信号から得られる情報を用いることで、どのようなモードが系統に存在するかの把握は、将来的には可能であると思われ、実際上は問題となるとも考えられるが、理論面での大きな課題と言えよう。

ここでは、系統の監視・制御構造の階層分散化を前提としたが、ここでの階層分散構造では、部分系統は全系とつながりを持つだけで、部分系統同士のつながりは全く考慮していない。この点に関しては、たとえば、部分系統のモードの局所性の指標で

ある LIR の計算を (2.1), (2.2) 式の状態方程式を用いることで、隣接部分系統間の処理のみで行うことなども考えられ、本論文で扱ったような、部分系統レベル、全系レベル、部分系統と全系間の処理に加えて、隣接部分系統間の処理により、系統の監視・制御を行うアプローチもある。分散処理・制御の最終的な形態が、自律分散であり、このようなアプローチは系統の監視・制御の自律分散化への足掛かりになるものと思われる。

本論文では、部分系統と全系間での情報伝送系に関しては、全く考察を行っていない、これは一つには、これらの検討を行うためには、実時間での動作の検討が必要であり、計算機の能力、伝送系の容量、速度などの数多くの不確定要素を考慮しなければならないことによる。伝送系のハードおよび情報圧縮などのソフトの今後予想される進歩を考えると、重要なのは如何に必要情報量を押さえるかではなく、むしろ伝送系の事故等に必要な情報が失われた場合に如何に対処するかであると思われる。制御の観点から言えば、で検討されているような、部分系統における固有値制御での安定領域を十分に安定側に設定しておき、部分系統における固有値制御のみで全系の安定化を行う手法 [24] なども緊急時には有効であると考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、横山明彦助教授には、終始懇切な御指導と貴重な御助言を賜わりました。ここに厚くお礼申し上げます。

横山研究室技術官の島田規人氏には、研究を進める際の様々な便宜をはかっていました。また、横山研究室の諸氏には、公私共にお世話になり、極めて快適な環境で5年半を過ごすことができました。心より感謝いたします。

参考文献

- [1] 関, 塙. 電力制御システムのライトサイジングへの取組み - 次世代電力系統監視制御システムへの一提言 - . 計測と制御, Vol. 34, No. 11,, 1995.
- [2] 岡本. 可変インピーダンス型電力システムの安定化制御. PhD thesis, 東京大学, 1993.
- [3] W. Kerner. Large-scale complex eigenvalue problems. *Journal of Computational Physics*, Vol. 85, No. 1, pp. 1–85, 1992.
- [4] R. B. Morgan. Generalization of davidson's method for computing eigenvalues of large nonsymmetric matrices. *Journal of Computational Physics*, Vol. 101, No. 2, pp. 287–291, 1992.
- [5] N. Martins. Efficient eigenvalue and frequency response methods applied to power system small-signal stability studies. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 217–226, 1986.
- [6] J. M. Campagnolo, N. Martins, and J. L. R. Pereira. Fase small-signal stability assessment using parallel processing. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 9, No. 2, pp. 949–956, May 1994.
- [7] D. J. Stadnicki and J. E. Van Ness. Invariant subspace method for eigenvalue computation. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 572–580, 1993.
- [8] L. Wang and A. Semlyen. Application of sparse eigenvalue techniques to the small signal stability analysis of large power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, pp. 635–642, 1990.
- [9] L. Rouco, I. J. Perez-Arriaga, R. Criado, and J. Soto. A computer package for analysis of small signal stability in large electric power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, pp. 1141–1148.

- [10] L. T. G. LIma, L. H. Bezarra, C. Tomei, and N. Martins. New methods for fast small-signal stability assessment of large scale power systems. In *IEEE/PES Winter Meeting*, number 95 WM 190-9 PWRS, 1995.
- [11] D. Y. Wong, G. J. Rogers, B. Porretta, and P. Kundur. Eigenvalue analysis of very large power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 472–480, 1988.
- [12] E. Z. Zhou, O. P. Malik, and G. S. Hope. A reduced-order iterative method for swing mode computation. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 1224–1230, 1991.
- [13] E. Z. Zhou, S. S. Chen, Y. X. Ni, and B. L. Zhang. Modified selective modal analysis method and its application in the analysis of power system dynamics. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 3, pp. 1189–1195, 1991.
- [14] Y. Obata, S. Takeda, and H. Suzuki. An efficient eigenvalue estimation technique for multimachine power system dynamic stability analysis. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, No. 1, pp. 259–263, 1981.
- [15] N. Martins, L. T. G. Lima, and H. J. C. P. Pinto. Computing dominant poles of power system transfer functions. In *IEEE/PES Winter Meeting*, number 95 WM 191-7 PWRS, 1995.
- [16] 永田. 可変インピーダンス機器による電力系統の非干渉化制御に関する研究. Master's thesis, 東京大学, 1993.
- [17] 片山, 清田, 柏木, 大脇, 平井. 残差ベクトルを用いた標準固有値問題の部分空間解法. 日本応用数理学会論文誌, Vol. 4, No. 4, pp. 299–325, 1994.
- [18] K. M. Liyanage, A. Yokoyama, and Y. Sekine. Coherency for power systems through modal analysis – from perfect to close coherency –. 電気学会論文誌 B, Vol. 111, No. 8, pp. 850–858, 1991.
- [19] I. J. Perez-Arriaga, G. C. Verghese, and F. C. Scheppe. Selective modal analysis with application to electric power systems, part 1: Heuristic introduction. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 9, pp. 3117–3125, 1982.
- [20] D. K. Mugwanya and J. E. Van Ness. Mode coupling in power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 2, No. 2, pp. 264–270, 1987.
- [21] 関根. 電力系統過渡解析論. オーム社, 1984.

- [22] K. Hirano and H. Nakatsuji. A generalization of the davidson's method to large nonsymmetric eigenvalue problems. *Journal of Computational Physics*, Vol. 45, pp. 246–254, 1982.
- [23] 横山, 前田, 関根. 固有値制御のための系統動作点に対する固有値感度解析. 電気学会論文誌 B, Vol. 107, No. 4, pp. 181–188, 1987.
- [24] Yu Huang. Decentralized eigenvalue control for midterm stability in power systems. Master's thesis, 東京大学, 1990.

発表文献一覧

(平成 8 年 1 月現在投稿済みのものまで含む)

電気学会論文誌

1. 永田, 横山, 関根:「分散制御手法に基づいた可変インピーダンス機器制御による電力系統の大域的動搖モードの安定化」, 電気学会論文誌 B, 平成 7 年 3 月
2. 永田, 横山:「定態安定度解析の階層分散化のための全体系統と部分系統の関係の評価」, 電気学会論文誌 B (掲載予定)

国際会議

1. Nagata, Yokoyama, Sekine : "Stabilization of Inter-Area Oscillatory Modes In Power System by VIPS Apparatus based on Decentralized Control Scheme", Stockholm Power Tech, Stockholm, Sweden (1995)
2. Nagata, Yokoyama : "Evaluation of Dynamical Relation Between Subsystems And Interconnected System by Eigenvalue Analysis", ICEE'95, Taejon, Korea (1995)
3. Nagata, Yokoyama : "Eigenvalue Sensitivity Analysis for Power System Control based on Decentralized and Hierarchical Computation", submitted to 12th Power System Computation Conference

電気学会部門大会

論文 II

1. 永田, 横山, 関根:「可変インピーダンス機器を設置した系統における分散協調制御に関する考察」, 平成 3 年電気学会電力エネルギー部門大会, 180
2. 永田, 横山:「電力系統の縮約モデルを用いた大域的動搖モード計算に関する一考察」, 平成 6 年電気学会電力・エネルギー部門大会, 245

3. 永田, 横山, 関根: 「可変インピーダンス機器による大規模系統の大域的動搖モードの安定化に関する一検討 -串型系統への適用-」, 平成 6 年電気学会電力・エネルギー部門大会, 301
4. 永田, 横山:「系統分割を利用した全系固有値感度の評価」, 平成 7 年電気学会電力・エネルギー部門大会, 289

電気学会全国大会

1. 永田, 横山, 関根:「多機系統における関数最適化に基づく電圧崩壊予防制御」, 平成 3 年電気学会全国大会
2. 永田, 横山, 関根:「高速移相器を用いた連系線電力動搖モードの安定化」, 平成 5 年電気学会全国大会
3. 永田, 横山:「相似変換を利用した部分系統のモードの局所性評価」, 平成 7 年電気学会全国大会
4. 永田, 横山:「系統分割を用いた固有値制御の階層分散化」, 平成 8 年電気学会全国大会 (発表予定)

電気学会研究会

1. 永田, 横山, 関根:「非線形最適化による静的電圧崩壊予防制御の多機系統への適用」, 電気学会電力技術研究会資料, PE-91-139
2. 永田, 横山, 関根:「可変インピーダンス機器による電力系統の非干渉化制御に関する考察」, 電気学会電力技術研究会資料, PE-92-50
3. 永田, 横山, 関根:「可変インピーダンス機器を利用した大規模系統の分散安定化」, 電気学会電力技術研究会資料, PE-93-72
4. 永田, 横山:「系統分割を利用した電力系統の定態安定度評価」, 電気学会電力技術研究会資料, PE-94-151
5. 永田, 横山:「系統分割を利用した電力系統の大域的モードの固有値感度評価」, 電気学会電力技術研究会資料, PE-95-90