

# 初期撓みのある平板の弾性挫屈について

On the Elastic Buckling of Rectangular Plate with Small Initial Imperfection

中 桐 滋\*  
Shigeru NAKAGIRI

円筒殻，円錐殻，球殻と同様に，平板は薄板構造の基本要素の1つである。圧縮，剪断，曲げ荷重の下では平板内に圧縮応力場が存在するので，荷重がある限界に達すれば挫屈を生ずる。初期撓み，特に曲率の存在によって殻構造の挫屈と同様にその現象は複雑となる。本稿では主として級数展開による解析について述べる。

## 1. ま え が き

挫屈現象とは簡単に表現すれば，負荷形式が変化しないにもかかわらず，ある限界の荷重で変形様式が変化する，例えば平板をその面内で負荷するとき面内のみならず面外の変形，すなわち撓みを生ずることであるといえよう。挫屈が生じた後では面内と面外の変形が連成した問題となり，変形の連成によって平板内の応力値は増加する。この応力値の増加によって材料が降伏してしまうおそれはあるが，材料が鋼の場合でも通常用いられている寸法比のものでは板厚が相対的に小さいので，挫屈を生ずる荷重と材料が降伏する荷重とはかなりの差があり，主として弾性として解析される。板厚によっては，材料が降伏してから挫屈が生ずる，すなわち塑性挫屈を生ずることは論をまたず，この場合には塑性解析が必要となる。本稿では降伏による材料の非線形にはふれず，挫屈による幾何学的非線形に重点をおいて述べる。

構造要素として用いられる平板の形状は矩形とは限らず，また開口部，補剛材が配置されているのが普通であり，境界条件も単純支持，固定支持，自由支持（剪断力が零）と種々あり，さらにこの条件が辺によっても異なるのが一般である。このように一般的な形状，境界条件，補剛材の配置に対して平板の挫屈荷重を求めることは従来は非常に困難とされており，有限要素法による解が期待された分野である。最近では有限要素法のプログラムを用意しておけば，インプット・データをかえるだけで種々の条件の下での挫屈応力を算定できるようになっている。しかしながら有限要素解析プログラムの信頼性を検証するときには過去の解析的な近似計算の結果によってのであり，挫屈現象の性質を調べるには解析的な方法もまた有効である。

## 2. 基礎方程式について

平板の板厚は薄く，平面応力状態になっており，中立面に垂直方向の剪断変形は無視できると仮定する。図1

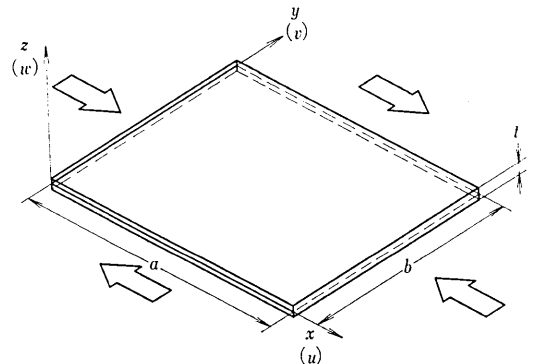


図 1 矩形平板

のように座標系をとり，初期撓みを  $w_0$ ，全撓みを  $w$  とする。面内変位  $u, v$  は微小で， $x$  と  $y$  に関する偏微分は省略できると仮定すると板の中立面 ( $z=0$ ) の歪と変位の関係式は， $y$  方向の初期主曲率半径を  $R$  とすると

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{R} (w - w_0) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{aligned} \right\} (1)$$

となり，曲率との関係は

$$\left. \begin{aligned} \kappa_x &= -\frac{\partial^2}{\partial x^2} (w - w_0) \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2}{\partial y^2} (w - w_0) \\ \kappa_{xy} &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (w - w_0) \end{aligned} \right\} (2)$$

となる。また応力と歪の関係は  $E$  を縦弾性係数， $\nu$  をポアソン比とすると平面応力状態については

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2} (\nu \epsilon_x + \epsilon_y) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \end{aligned} \right\} (3)$$

\* 東京大学生産技術研究所 第1部

である。ここで応力の釣合を常に満すように次式で応力と結びつけられている Airy の応力関数  $F$  を導入する。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

板が  $x, y$  面内の負荷をうけてかつ  $z$  方向に撓みを生じていても、変形に喰い違いを生じてはならないので、2次元弾性論と同様に歪の適合条件は成立していなければならない。そこで応力と歪の関係式(3)と歪と変位の関係式(1)から変位成分を消去し、応力関数  $F$  を用いて歪の適合条件を表わすと次式が得られる。

$$L_1 = \Delta \Delta F - E \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \right) - \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right\} = 0 \quad (5)$$

$$\text{ただし, } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

また板の  $z$  方向の力の釣合方程式は板の撓み角による面内応力  $\sigma_x$  等の  $z$  方向分力と分布荷重  $q$  の和が、板の曲げ剛性による内力と釣合うべきことから

$$L_2 = D \Delta \Delta (w - w_0) - q + t \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R} \right) - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\} = 0 \quad (6)$$

と表わされる。ここで  $D = Et^3/12(1-\nu^2)$  は板の曲げ剛性である。

応力関数  $F$  と撓み  $w$  の連立方程式である基礎方程式(5)、(6)は Kármán の方程式とよばれ<sup>(1)</sup>、薄板の大撓みの解析にも用いられている。これは  $w=0, w_0=0, R=\infty$  の完全平面の場合には  $\Delta \Delta F=0$  と2次元弾性論の基礎式となり、 $w_0=0, \sigma_x=\sigma_y=\tau_{xy}=0$  であれば、 $D \Delta \Delta w=q$  となって板曲げの基礎式に還元されるものである。すなわち、式(5)、(6)は板が撓み、その撓み面が展開可能面でなければ、板の中立面に伸張を生じ、伸張による面内応力と撓み面が互いに影響をおよぼすことを示している。薄板近似理論の枠内では、この2式を与えられた境界条件のもとで積分し、 $w$  と  $F$  の分布を求めれば、問題は解かれたことになる。上記の基礎方程式では、曲率は微小であって式(2)の線形関係で撓みと結びつけられており、中立面の歪も微小であるが撓みのおよぼす影響は無視できない程度であるとして式(1)の非線形関係で示されるという前提のもとづいているので  $w$  と  $F$  の関係は非線形になっている。したがって著者の知る限りでは、これまで得られた解は式(5)(6)の厳密積分ではなく、すべて近似計算によっている。

### 3. 基礎方程式の近似積分

式(5)(6)の解を求めるには、微分方程式の数値積分または微分の差分近似による方法等も可能であるが、よく用いられているのはエネルギー近似法である Rayleigh-

Ritz 法と Galerkin 法である。いずれも原理としては、変位を未定係数をふくむ関数列に展開し、その未定係数を系のポテンシアル・エネルギーが停留するように定めるものである。歪の適合条件を満す形で関数列を考慮し得ることと、未定係数に関するエネルギーの微分演算が含まれていないという利点があるので、挫屈後の挙動の解析には Galerkin 法が多く用いられており、以下にこの方法による近似解法について述べる。板としては矩形平板を考え、その境界条件は曲げについては単純支持であるとする。また初期曲率は存在せず、初期撓みは余り大きくない場合について考える。

今初期撓み  $w_0$  は

$$w_0(x, y) = t \sum_{m=1} \sum_{n=1} c_{mn} \sin m\alpha_1 x \sin n\alpha_2 y \quad (7)$$

また全撓み  $w$  は

$$w(x, y) = t \sum_m \sum_n w_{mn} \sin m\alpha_1 x \sin n\alpha_2 y \quad (8)$$

とフーリエ 2 重級数で展開されると仮定する<sup>2)</sup>。ここで  $\alpha_1 = \pi/a, \alpha_2 = \pi/b, m$  と  $n$  とは  $x$  と  $y$  方向の波数を表わす整数、また矩形平板の縦横比として  $\alpha = a/b = \alpha_2/\alpha_1$  を以後用いる。式(8)の撓み形は四辺単純支持の条件を満すことは容易にわかり、また他の境界条件が与えられれば別の撓み形を仮定しなければならない。式(7)(8)を式(5)に代入し、ここで仮定された撓みに対して歪の適合条件を満す応力関数を求める。すると

$$\Delta \Delta F = E\alpha^2 t^2 \alpha_1^4 \sum_{m=0} \sum_{n=0} \phi_{mn} \cos m\alpha_1 x \cos n\alpha_2 y \quad (9)$$

とまとめられるので、 $F$  の一般解は式(9)の特解と補解の和として

$$F = \frac{S_x}{2} y^2 - S_{xy} xy + \frac{S_y}{2} x^2 + E\alpha^2 t^2 \sum_{m=0} \sum_{n=0} \frac{\phi_{mn}}{(m^2 + \alpha^2 n^2)^2} \cos m\alpha_1 x \cos n\alpha_2 y + \chi \quad (10)$$

となる。ここで  $\phi_{mn}$  は  $w_{mn}$  と  $c_{mn}$  の二次多項式の関数で、 $S_x, S_y, S_{xy}$  は板の面内に一樣に分布している応力成分を表わし、 $\chi$  は重調和関数、すなわち  $\Delta \Delta F=0$  の解である。

式(8)の  $w$  に対して式(10)のように定められる  $F$  の結果を用いて式(6)を積分するとき、Galerkin の近似解法では関数列の直交性を利用し、力の釣合方程式の積分誤差を最小するという次の積分

$$\iint L_2(x, y) \sin m\alpha_1 x \sin n\alpha_2 y dx dy = 0 \quad (11)$$

を行なう。この演算を撓みの仮定に用いた全ての座標関数  $\sin m\alpha_1 x \sin n\alpha_2 y$  の組合せについて行なえば、未定係数  $w_{mn}$  の決定方程式が求められる。分布荷重  $q$  が零である場合の積分結果は

$$\frac{D\alpha_1^2}{t} (m^2 + \alpha^2 n^2)^2 (w_{mn} - c_{mn}) + (m^2 S_x + \alpha^2 n^2 S_y) w_{mn}$$

$$-\frac{32}{\pi^2} \alpha \cdot S_{xy} \sum_{p=1} \sum_{q=1} \frac{mn pq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} w_{pq} - E\alpha^4 \alpha_1^2 t^2 \Psi_{mn} + I(\chi) = 0 \tag{12}$$

となる。ここで  $\Psi_{mn}$  は  $\phi_{mn}$  と  $w_{mn}$  との積の和をまとめたものであり、 $w_{mn}$  については 3 次多項式となっている。また  $I(\chi)$  は重調和関数  $\chi$  と  $w_{mn}$  との Galerkin 積分項を表わす。上記の式で  $p$  と  $q$  とは  $m \pm p$  と  $n \pm q$  が奇数となる組合せとなるもののみをとる。式(8)で  $N$  個のフーリエ級数を用いれば、式(12)では  $N$  個の  $w_{mn}$  について計算を行なわねばならないことになり、結局未知数  $w_{mn}$  についての  $N$  元連立 3 次方程式が得られる。

面内変位  $u, v$  は式(10)の  $F$  を用いて、応力と歪、歪と変位の関係式から求められる。その結果をまとめて、2 辺上における分布の例を示せば

$$\begin{aligned} u_{x=a} &= \gamma y + \frac{a}{E} \left( S_x - \nu S_y \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8} t^2 \alpha_1^2 \sum \sum m^2 (w_{mn}^2 - c_{mn}^2) \right) \\ &\quad \left. - \frac{a}{8} t^2 \alpha_1^2 \sum F_n \cos n \alpha_2 y \right) \\ v_{y=0} &= \frac{1}{E} \left( S_y - \nu S_x - \frac{1}{8} \alpha^2 t^2 \alpha_1^2 \sum \sum n^2 (w_{mn}^2 \right. \\ &\quad \left. - c_{mn}^2) \right) - \frac{b}{8} \alpha^2 t^2 \alpha_1^2 \sum G_m \cos m \alpha_1 x \end{aligned} \tag{13}$$

が得られる。この式から明らかなように、重調和関数項を省略すると、式(8)のように仮定した撓みを生ずると面内変位は周辺で余弦状に分布することになる。したがって面内変位の境界条件が、たとえば周辺で一様変位のように与えられれば、特解成分による余弦状分布を打消すように重調和関数を定めることが必要となる。また、 $w_{mn}$  が非零の値をとれば面内応力値より定まる値よりも面内変位が大きくなるので、撓屈を生ずると見掛けの面内剛性が低下することもわかる。

#### 4. 荷重-変形曲線

前述のように、撓みを仮定すればその未定係数は、一様応力成分  $S_x$  等または面内変位境界条件を与えれば式(12)の解として求められる。初期撓みのない正方形板が  $x$  方向に単軸圧縮をうけ、 $y$  方向には平均面内応力が発生しない ( $S_y=0$ ) ように支持されている場合には式(12)は

$$\frac{D\alpha_1^2}{t} (m^2 + n^2)^2 w_{mn} + m^2 S_x w_{mn} - E\alpha^4 t^2 \alpha_1^2 \Psi_{mn} + I(\chi) = 0 \tag{14}$$

となる。これは  $w_{mn}=0$  という根を有し撓屈撓みを生じないという解に対応している。また  $w_{mn}$  を無限小に近づけると末尾 2 項は  $w_{mn}$  について高次項であるので前の 2 項に対して省略できることになり次式が得られる。

$$w_{mn} \left\{ \frac{(m^2 + n^2)^2 D\alpha_1^2}{m^2 t} + S_x \right\} = 0 \tag{15}$$

これは撓屈限界点に対応し

$$S_x = - \frac{(m^2 + n^2)^2 D\alpha_1^2}{m^2 t} \quad (\text{圧縮応力})$$

では  $w_{mn}=0$  でなくても  $z$  方向の釣合が成立すること、すなわち撓んだ平衡状態の存在を示す。式(15)は当然のことながら、面内応力の存在を考慮し、撓屈変形による撓みを仮定して微小変形理論から求めた撓屈応力の決定方程式と一致している<sup>3)</sup>。またこの式は初めの撓み仮定に用いる級数展開の頂数によらず、ある撓屈応力に対してその撓屈モードが  $w_{mn}$  という単独波であることを示している。このように式(12)が  $w_{mn}=0$  という根をもつこと、 $w_{mn} \rightarrow 0$  によって撓屈応力がわかることは他の負荷形式でもまったく同様である。しかし、剪断をうける場合 ( $S_x = S_y = 0$ ) には

$$\begin{aligned} &\frac{D\alpha_1^2}{t} (m^2 + \alpha^2 n^2)^2 w_{mn} \\ &- \frac{32}{\pi^2} \alpha S_{xy} \sum_{p=1} \sum_{q=1} \frac{mn pq}{(m^2 - p^2)(n^2 - q^2)} w_{pq} = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

となり、未定係数  $w_{mn}$  が連成しているので式(16)で非零の  $w_{mn}$  を与える固有値として定まる撓屈応力  $S_{xy}$  は初めの級数の展開頂数に応じて近似的にしか求められない。

負荷が上述の撓屈限界値を越えた後の有限の撓みは、式(12)を数値的に解くことによって計算することができる。連立非線形方程式の解法には種々あるが、例えば、Newton-Raphson 法<sup>4)</sup>の逐次近似法を用いる場合にはその初期推定値を与えるとき注意を要する。元来式(12)は 3 次方程式であるので解は 3 根あり、その 1 根は  $w_{mn}=0$  という trivial な解である。他の 2 根は初期撓み、曲率がなければ撓屈波が板の手前側へ出るか反対側へ出るかの違いによって符号のみ異り、絶対値の等しい根である。周知の如く、微小変形の弾性論では解の唯一性は成立するが、有限変位の場合には複数の解が成立し得る。したがって基礎方程式の数値的な解のうち、いずれが物理的意味のある解であるかは系のポテンシャル・エネルギーの大小を比較して決定せねばならない。撓屈の場合でも、 $w_{mn}=0$  の解の近傍では  $w_{mn}=0$  の状態でポテンシャル・エネルギーはある極値をとり、 $w_{mn} \neq 0$  の近傍では別の極値をとる。後者の方が前者よりも小さいので初期撓みがない場合でも荷重-変形曲線は撓屈限界点で分岐し、低いエネルギー値をとる撓屈変形のモードへと移行すると考えられる。

ここで正方形板の単純剪断と単軸圧縮による撓屈前後の荷重変形曲線の計算結果を図 2, 3 に示す<sup>2)6)</sup>。

横軸のひずみとして、負荷のかかる対向辺変位の差とその対向辺間隔との比をとっており、平均ひずみを意味している。また縦軸も共に最低次の撓屈限界値で規準化してある。図 2 では中央点に関して対称な初期撓みがあ

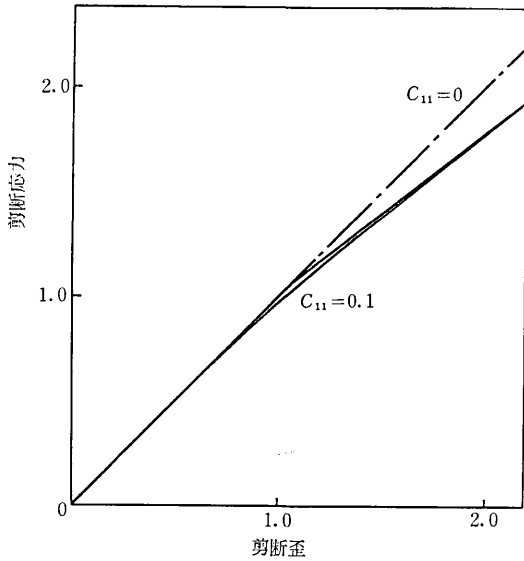


図2 正方形板のせん断挫屈後の荷重-変形曲線 (周辺面内変位拘束)

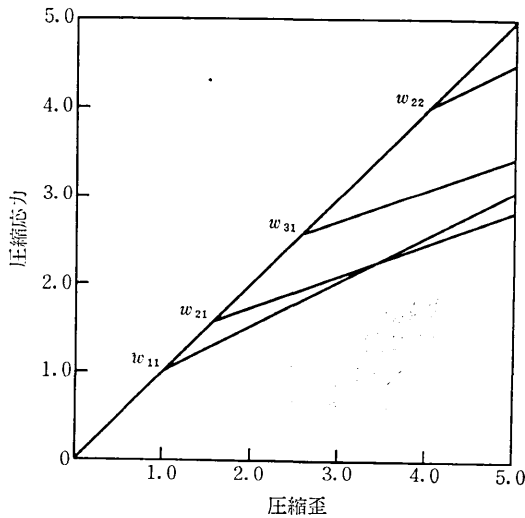


図3 正方形板の圧縮挫屈後の荷重-変形曲線 ( $S_y=0$ )

る場合の1例 ( $c_{11}=0.1$ ) も付記してある。  $c_{12}, c_{21}$  の成分 ( $m+n$  が奇数であると板の対角線に対して反対称な波形となる) が存在する場合でも荷重-変形曲線には余り差がないが、撓みの消長にはかなりの差がでてくる。図3は挫屈応力の低い順から、単独の挫屈モードに対する荷重-変形曲線を示したものであり、荷重が大きくなると現われてくる  $w_{mn}$  の高い波数成分の影響は無視してある。この図から  $w_{11}$  と  $w_{21}$  に対する両曲線は接近しており、初期撓み  $c_{11}, c_{21}$  の如何によっては挫屈波の消長がかわり得ることがわかる。以上の例では全て  $S_y=0$  すなわち  $y$  方向への周辺変位は拘束されず自由に動けるという境界条件の場合である。  $S_y=0$  のかわりに  $v_y=0, v_{y=b}=0$  として  $y$  方向変位を拘束すると、撓みによる板の中立面長さの変化を拘束することになるので、面内に

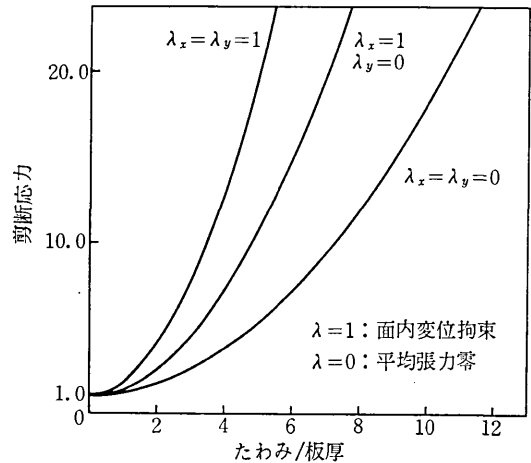


図4 面内変位拘束の挑みに及ぼす影響 (せん断, 正方形板, 中央点挑み)

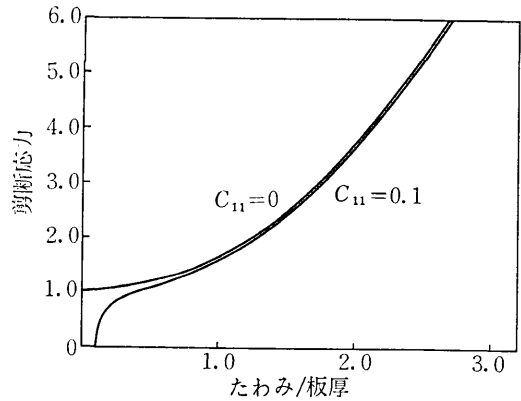


図5 正方形板のせん断挫屈後の中央点の荷重-挑み曲線

張力を生じ、また撓みの値を小さくする。この例を図4に示す。この剪断の場合には、級数展開として対称波形 ( $m+n=偶数$ ) を表わす  $w_{11}, w_{13}, w_{22}, w_{31}, w_{33}$  の5項を用い Newton-Raphson 法で計算している。初期撓みのない場合には  $w_{mn}=0$  という根に収束しないよう、また初期撓みのある場合にも物理的に意味のない解に収束しないように、その初期推定値を与えることが必要であった。図2との対応のため  $c_{11}=0.1$  の場合と共に計算結果を図5に示す。

初期不整としては初期撓みではなく、初めから板に曲率がついている場合がある。ここでは部分円筒殻といえる程のものではなく、曲率の小さい曲面板程度のを考え、上述の平板と同様の過程で求めた単軸圧縮の荷重変形曲線を図6に示す<sup>6)</sup>。ここで曲率を表わすパラメータとして  $Z=b^2/Rt$  をとっており、図中の  $Z=0$  は平板に相当する。曲率のある場合には non-trivial な解は重根ではなく、図中の破線で示すように絶対値が異なる。図7は撓みの様相を示すが、図の破線は曲率中心の存在する側の反対側へ撓みが出ることに相当しており、そのポテンシャル・エネルギーは撓みのない状態よりは低いが

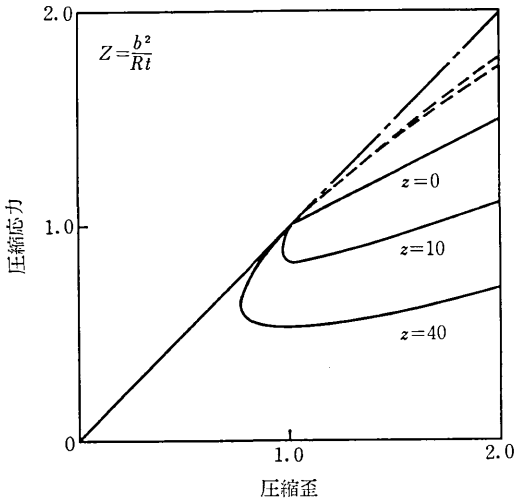


図 6 初期曲率を有する正方形板の圧縮撓屈後の荷重-変形曲線

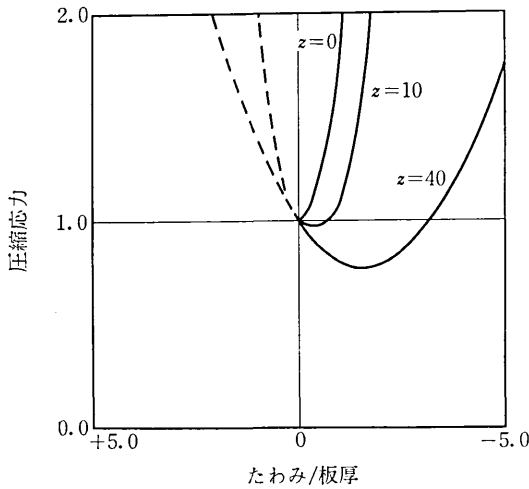


図 7 初期曲率を有する正方形板の圧縮撓屈後の荷重-撓み曲線

図の実線部（撓屈波は曲率中心側に形成）のエネルギー値より高い。したがって撓屈波は常に曲率中心側に急激に突出することになる。これはまた、同図に示すように荷重-変形曲線に勾配が負となる領域があり飛移の生ずることになるので円筒殻の場合と同様である。また図では座標軸を撓屈限界値で規準化しているので、 $Z$ の異なる値に対して変形曲線は全て座標点 (1.0, 1.0) から分岐しているが、曲率の存在によって撓屈応力自体が大きくなるので、実応力-変位線図では  $Z$  の増加とともに上に位置するようになる。

以上計算結果のみについて述べたが、これ等の線図と実験結果とを比較すると実験値にはかなりのバラツキの存在することが一般に認められている。これは板には初期撓みと初期曲率が同時に存在し、また面内変位の拘束条件が構造や実験装置によって異り、ある板についてこ

れ等の影響因子を定量的に把握することが困難であるので実験条件を揃えることができず、実験値のバラツキとなって現われるものと考えられる。たとえば  $b/t \approx 100$  程度の薄板で板厚の  $1/10$  程度の不整があるとき、初期撓み  $c_{11}$  のモードとして取扱えば  $c_{11} = 0.1$  となるが、曲率として取扱えば  $\alpha \approx 10$  程度にもなり、初期不整を初期撓みと初期曲率に分離して測定するのは実験の面から困難である。したがって荷重-変形、撓み曲線に存在するバラツキを説明するには初期撓み、初期曲率の影響を同時にふくめて解析しなければならないといえよう。

### 5. あとがき

撓みを2重フーリエ級数展開の形で仮定し、Galerkin積分を用いて、撓屈後の板の撓みを解析する方法を周辺単純支持の場合について述べた。この方法では、面内変位分布、応力分布、および曲げ応力分布は全て撓みの値から算出されることになる。初期曲率の影響、周辺材の剛性によって定まる面内変位状態の影響をパラメータの形で整理できるので、この方法による結果は実験値のバラツキを説明するときには便利であるといえよう。それ故円筒殻、球形殻の撓屈の解析にも広く利用されていた方法である。しかしながら次の諸点について問題が残されている。

(1) 項数を無限にとれば2重フーリエ級数でいかなる撓み面も表わすことは可能であるが、実際には有限個の項数で打ち切っている。そこでどの項をとるかによって結果が左右される、例えば剪断の場合撓屈モードが板の対角線に関して対称か反対称か、すなわち、 $m+n$ の偶数、奇数いずれの組合せをとるべきかは矩形板の縦横比によるので、どの項をどれだけとるかは問題毎に工夫しなければならない、これまでの研究ではどのように撓み形を仮定するかによって結果が異っている。これは有限変位の問題では解の唯一性が成立していないことを考慮すれば問題であろう。

(2) 多くの研究では曲げの境界条件を満たすように撓みの仮定には工夫がこらされているが、面内変位または面内応力の境界条件については余り考慮されていない。重調和関数  $\chi$  を用いて面内の境界条件を満たすことも可能であるが、その  $\chi$  が式(9)の特解、すなわち仮定した撓み波形に依存している。面内変位分布を撓み仮定から変位の適合条件のみによって従属的に決めていることは問題であろう。

(3) 撓屈撓みによる幾何学的非線形性は、式(1)のように撓みの偏微係数の自乗項の形でしか考慮されていない。したがって小さい初期撓みを取扱うときには充分かも知れないが、曲面の飛移撓屈のように大きな変位、曲率の変化があるときには、静力学の枠内でも方向の力の釣合が式(6)で表わされるかどうか疑問の残る所であ

る。

(4) 式(1)から Galerkin 積分式(11)を得るまでの演算の過程で曲率の影響は1個のパラメータ  $b^2/Rt$  の形で整理されるのは演算を実行するには便であるが、曲面を定義するにはパラメータとして曲率半径  $R$  とその見込み角の2個が必要となるはずである。それを1個のパラメータで処理しているのは物理的に無理があるのではないかと考えられる。

挫屈については航空機構造を初めとする薄板構造の基本的な問題の1つであるので、古くから優れた研究が数多く報告されている<sup>7)</sup>。この小論ではその近似解析の手法を概括的に解説し、問題と考えられる点を述べることを主としたため、文献の詳しい引用は割愛した。

最近の重要な進歩である有限要素法を駆使して、挫屈に関する研究も多く行なわれるようになってきており、

それについて稿をあらためたいと考えている。

重要な話題で取上げていないものもあり、また内容も特定のものに片寄っていたりすることについては今後のご叱正、ご御示を賜ることをおねがいたい。

(1971年3月3日受理)

参 考 文 献

- 1) Y. C. Fung: Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall, 1965
- 2) 鶴戸口, 中桐: 日本機械学会講演論文集, No. 167, 1967
- 3) F. Bleich: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952
- 4) E. L. Stiefel: An Introduction to Numerical Mathematics, Academic Press, 1966
- 5) 鶴戸口, 中桐: 第17回応用力学連合講演会抄録集, 1967
- 6) 中桐 滋: 日本機械学会講演論文集, No. 204, 1969
- 7) 林 毅編: 軽構造の理論とその応用, 日科技連, 1966

次 号 予 告 (5月号)

研 究 解 説

道路を中心とした技術と交通問題.....星 埜 和

研 究 速 報

電子衝撃により析出する炭素の観察.....三浦 忠 男  
浅 尾 忠 泰  
辻 浦 忠 男

オージェ電子分板における通電加熱試料の観察.....三浦 忠 男  
浅 尾 忠 泰

船体に働く風圧中心に関する実験的破究.....田宮 真  
前 田 久  
江 口 純  
鈴 木 文

A STUDY ON THE OPTIMUM A. G. C SYSTEM FOR HOT TANDEM MILL .....Hiromu SUZUKI  
Masami KONISHI

DYNAMIC RESPONSE OF FRAMEWORK STRUCTURES .....Nobuaki TAKAHASHI

没炭焼入れ材の平面曲げ疲労における疲れき裂の進行.....北川 英 夫  
三 角 正 明

抵抗焼結法における温度測定.....坂井 徹 郎  
原 善 四郎

日本列島のある特定地点における地震の最大地動加速度と再現期間の同時分布について.....清 水 信 行  
阿 部 新

汚損フラッシュオーバー現象に対するがいし表面温度の影響.....河村 達  
伊 坂 雄  
大 平 史  
森 田 實

バナッハ空間における最適制御問題の近似解法.....小林 幹 夫

研 究 室 紹 介

館・中根研究室.....館 中 根 千 充  
中 根 千 充