

疲労き裂伝播機構についての X 線的研究 (その 2)

X-ray Investigation of Fatigue-Crack Growth Mechanisms (Part 2)

北 川 英 夫*・松 本 年 男*

Hideo KITAGAWA and Toshio MATSUMOTO

1. ま え が き

Irwin は、き裂をもつ材料の強度の研究に、き裂先端の弾性応力場の強さを表わすパラメータである Stress Intensity Factor K を導入した。その後、疲れき裂伝播問題にも K が応用され、疲れき裂伝播速度 da/dn と K との関係式が実験的に検討された。すなわち、 C を係数として、次の疲れき裂伝播速度式が提案された。

$$\frac{da}{dn} = CK^m, \quad \frac{da}{dn} = C(K)^m, \quad \text{または} \quad \frac{da}{dn} = f(K) \quad (1)$$

Paris ら¹⁾は、ベキ数 m が 4 の疲れき裂伝播速度式が、 K の広い範囲にわたって各種の材料について成り立つことを示し、かつ、機構的にも、疲れき裂伝播速度問題を K によって論ずることの有効性を示した。その後、疲れき裂伝播問題を K によって論ずることが、一つのすう勢となった。この m の値については、実験的および理論的に種々検討されているが、 K の最小値^{2,3)}についての検討は少ない。この値を簡単な材料試験によって得られる定数から評価できるならば、工学的に大きな意義があるものと考えられる。そこで、本報では、前報⁴⁾で求めた応力拡大係数 K 、破断ひずみ ϵ_F 、およびき裂先端先の塑性域の大きさ等の関係式、さらにまた、内外の諸文献に見られる多くの実験値を使って、主として降伏点 σ_Y の関数として K の最小限界値を推定する方法を求めた。また、前報⁴⁾に述べた X 線回折による実験結果の解釈の妥当性について検討するのも本報の一目的である。

2. 破断ひずみ ϵ_F および塑性域の大きさ r_P と 応力拡大係数 K との関係についての従来の 諸結果の整理と実験的検討

(1) K および σ_Y と r_P との関係

き裂先端の塑性域境界の定義は、研究者ごとにかなり任意にきめられているのが現状である。しかし、同一定義、同一測定方法による測定結果について言えば、き裂面の延長方向の塑性域の長さ r_P の実測値は、それぞれ Dugdale の理論値⁵⁾ にほぼ等しいか⁶⁾、それと比例関係にある⁷⁾。すなわち、 A を定数として、一般に

$$r_P = A \frac{K^2}{\sigma_Y^2} \quad (2)$$

が成立する。 A は Dugdale⁵⁾ によれば $\pi^2/8$ 、Williams⁸⁾ の式を基にして計算すると $1/2$ である。

静荷重を受ける板のき裂周辺の応力・ひずみ分布についてのこれらの理論は、疲れき裂についても、とくにき裂先端の分離 (Separation) を問題にする場合には、近似的に適用できるものとして以下の議論を進める。

次に、本研究で採用した塑性域の大きさを表わす尺度について考える。上記のように塑性域の定義も一定しておらず、また、塑性域の形状も実験条件によって異なるようである。しかし、微小降伏 (Small scale yielding) 条件を仮定できる場合には、き裂先端の塑性域の形状は相似的に変化するものと考えられる。すなわち、き裂面の延長方向への塑性域の大きさ r_P と、き裂面に直角な方向へのその深さ t_P とは比例関係にあると考えられる。すなわち、

$$r_P \propto t_P \quad (3)$$

したがって、非硬化性材料の微小降伏の場合には、 A_i を定数として、 t_P と応力拡大係数 K および降伏点 σ_Y との間に次の (4) 式が一般的に成り立つであろう。すなわち、

$$t_P = A_i \frac{K^2}{\sigma_Y^2} \quad (4)$$

ここでは疲労を考えるので、上記の関係式の A_i は板厚の大小にかかわらず一定とした。ただし、単調増加荷重による破壊に関しては、板厚の大小が破壊の様式に与える影響が大きいので、 A_i が一定とは考えられない^{3,9)}。

次に、き裂を有する平板に曲げ荷重がかかる場合を考える。Erdogan と Roberts¹⁰⁾は、き裂を有する平板の曲げと引張りを比較しているが、同一き裂長で、曲げの場合の無限遠曲げ応力が引張りの場合の無限遠引張応力に等しいとき、曲げ材の降伏点が引張り材の降伏点の $1/2$ 倍ならば、両材は同じ大きさの塑性域を生じるという。すなわち、次の (5) 式が成立することになる。

$$r_P = A \frac{K^2}{4\sigma_Y^2} \quad (5)$$

もし、このとき両材が同じ降伏点 σ_Y ならば、 K を 2 倍にとれば曲げの場合の塑性域の大きさは引張りの場合と同じになる。上記の結論には、Erdogan ら自身による実験的裏付けがあるが、その場合、き裂の伝播速度 da/dn は r_P のみの関数と考えて da/dn と K を測定した。一方、ライスナー曲げ弾性理論をき裂を有する平板の曲げに適用した Knowles と Wang¹¹⁾によると、曲げの場合の K は引張りの場合の $(3+\nu)/(1+\nu)$ 倍に

* 東京大学生産技術研究所 第1部

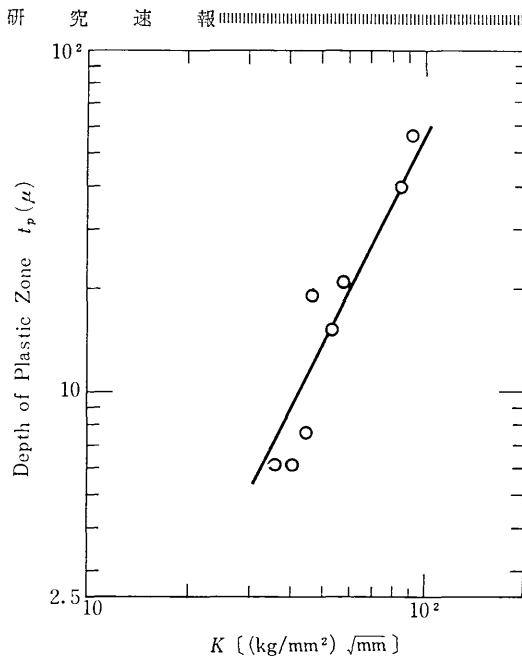


Fig. 1

なるという結果も得られている。いま、塑性域の深さ t_p については、Erdogan らの(5)式に従うと、(4)式と同様に曲げの場合について次式の成立も考えられる。

$$t_p = A_i \frac{K^2}{4\sigma_Y^2} \quad (6)$$

上式の実験的検討について以下に述べる。前報⁴⁾に述べたごとく、板厚 5mm、板幅 25mm の片側縁切欠付低温用低炭素低合金鋼焼鈍材の両振れ面外平面曲げ疲れ試験を行なった。塑性域の深さ t_p は、破断面よりの除去と X 線回折による測定を交互に繰返すことにより求めた。塑性域境界は次のようにして決めた。すなわち、X 線回折線が示す積分幅対測定深さの図上で、積分幅が疲れ試験前の焼鈍したままの試料から得られる積分幅に等しくなる深さを t_p とした。ここで採用した K の値は、曲げにおける近似値として、 $K = \sigma \sqrt{a}$ をとった。 a は切欠き深さを含めたき裂長さであり、 σ は切欠を含む断面での公称応力である。 t_p と K との関係を示したのが Fig. 1 である。 t_p は、ほぼ K の 2 乗に比例する。さらに、荷重荷重による場合であるから(6)式を適用すると、この Fig. 1 から定数 A_i は $A_i \approx 1.9 \times 10^{-2}$ が得られた。

(2) r_p および ϵ_Y と ϵ_F との関係

き裂先端にさらに新しいき裂を生じて拡大していくときのき裂先端のひずみ、すなわち破断ひずみ ϵ_F と塑性域の大きさ r_p および降伏点ひずみ ϵ_Y との関係について述べる。この関係についてこれまでに提案されている理論式を次に挙げる。まず、Goodier ら¹²⁾は、Dugdale のき裂モデル⁵⁾を用いてき裂先端の開口変位 (CTOD) を求め、その変位をある標点距離で除した値をき裂先端

のひずみとしているが、その標点距離の物理的な意味は明白でない。すなわち、この理論式には研境のクライテリオンは含まれていない。

McClintock ら¹³⁾は、き裂先端のひずみだけでは破壊のクライテリオンとして十分でない。すなわち、そのひずみが集中する範囲の大きさが重要であると指摘した。McClintock らは、この“範囲の大きさ”の尺度として Structural size ρ を提案し、Goodier らがいう標点距離の代わりにこの ρ を採用し次の式を得た。

$$r_p \propto \rho \left(\frac{\epsilon_F}{\epsilon_Y} \right) \quad (7)$$

ただし、 ϵ_Y は単軸引張り試験で降伏をはじめるときの公称ひずみ、すなわち降伏点ひずみである。また、Drucker¹⁴⁾は、次の式を与えている。

$$r_p \propto \rho \left(\frac{\epsilon_F}{\epsilon_Y} \right)^2 \quad (8)$$

これは、 ϵ_F が K の 1 乗に比例することを意味する。ただし、この理論はき裂先端の塑性域内の応力分布を塑性域がない場合の弾性応力分布に等しいとして計算された点に問題があるように思われるので、われわれは(7)式の方を採用することにする。

(2)式等を考慮すれば、以上の諸理論を総合すると、 ϵ_F は K の 2 乗あるいは 1 乗に比例するという二つの説があることになるが、実験的に検証された結果は見あたらないようである。

ここで、前報⁴⁾で求めた降伏ひずみに対する破断ひずみの比 ϵ_F/ϵ_Y と塑性域の深さ t_p との関係を示すと、Fig. 2 ごとくである。この破断ひずみ ϵ_F は疲れ破面から得られた X 線回折線が示す積分幅から求めたのであるが、その場合、板厚 5mm、板幅 25mm の平滑引張り試験片を静的に引張って残った引張りひずみとその X 線回折線積分幅との関係曲線を使った。この Fig. 2 において、 t_p 対 ϵ_F/ϵ_Y の関係は、傾きとしてはほぼ 1 が成り立った。これは ϵ_F が K の 2 乗に比例するという既述の理論式(7)と一致し、 ϵ_F と積分幅についての前報の解釈が根拠のあるものであることを示しているものと思われる。また、この Fig. 2 を前報⁴⁾の疲れき裂伝播速度曲線と対照すると、き裂伝播速度のかなり大きな値の範囲まで応力・ひずみ曲線のおどり場に相当する程度のひずみで破断していることがわかる。また、この実験で ϵ_F および t_p のそれぞれの最小値が得られたのは、疲労限よりわずかに最大 0.5 kg/mm² だけ大きい応力振幅の場合であり、そのときのき裂伝播速度 da/dn は、ほぼ 1.1×10^{-6} mm/cycle であり、破断繰返し数 N_f は 6.3×10^6 回であった。さらに、そのときの ϵ_F の値はほぼ ϵ_Y に等しい。したがって、従来から破壊には必ず塑性変形を伴うといわれていることを合わせ考えると、 ϵ_F

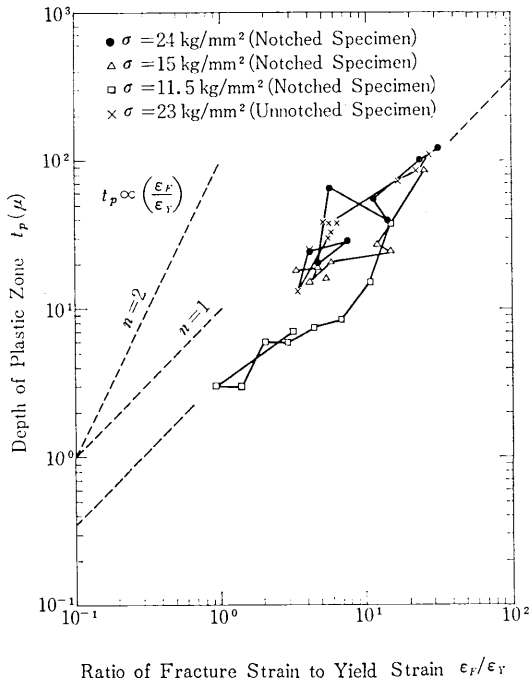


Fig. 2

の最小値は ϵ_Y に等しいと推定してもよいと考えられる。さらに、そのとき t_p も一番小さな値を示し、ほぼ 3.5μ であった。したがって、この t_p の値もき裂が拡大する際に必要な塑性域の大きさの最小値であると考えすることは妥当であろう。いま、最も小さな塑性域の大きさを Structural size に等しいとすると塑性域の大きさと破断ひずみとの関係式は次のごとくおけるであろう。

$$t_p = \rho_t \left(\frac{\epsilon_F}{\epsilon_Y} \right) \quad (9)$$

ただし、 ρ_t は、破面に直角な方向への塑性域の大きさの最小値である。ここで、最小の塑性域の大きさは、引張りと曲げ荷重とで変わらないものとする⁷⁾¹⁰⁾。

3. 応力拡大係数 K の最小限界値の推定

すでに発生している疲れき裂が成長しなくなるといふことがあるので、応力拡大係数の最小値の存在が予測されていた²⁾。最近、 K の非常に小さな値で疲れ試験を続行した結果によると、 K の値をわずかに下げるとき裂伝播速度をきわめて大きく低下させる K の値が存在することが示された³⁾。したがって、工学的には、これを K の最小値と考えても妥当であろう。き裂の伝播過程を論ずるのに一般性のある K で限界値を定め、さらに、その K の最小値を簡単な材料試験より得られる定数を用いて評価できれば、設計上にも一つの重要な基準を与えることになるであろう。

さて、(4)、(6)および(9)式から、引張荷重および曲げ荷重に対して、それぞれ、次式の関係を得る。

$$A_t \frac{K^2}{\sigma_Y^2} = \rho_t \frac{\epsilon_F}{\epsilon_Y} \quad (10)$$

$$A_t \frac{K^2}{4\sigma_Y^2} = \rho_t \frac{\epsilon_F}{\epsilon_Y} \quad (11)$$

破断ひずみ ϵ_F が降伏ひずみ ϵ_Y に等しいとき、塑性域の大きさ t_p が最小になるとの既述の推定が正しいならば、上記の条件で、同時に、 K の最小値 K_{\min} が得られるはずである。すなわち、(10)および(11)式より引張り荷重および曲げ荷重に対して、それぞれ、

$$K_{\min.} = \sqrt{\frac{\rho_t}{A_t}} (\sigma_Y) \quad (12)$$

$$K_{\min.} = \sqrt{\frac{\rho_t}{A_t}} (2\sigma_Y) \quad (13)$$

となる。 A_t および ρ_t は材料によって異なる定数であると考えられるが、 K の最小値を求めるにあたって必要なのは、比 ρ_t/A_t であり、これが材料によらない定数であるならば、 $K_{\min.}$ は σ_Y の関数となり、工学的に意義が大きい。この点を検討するために、いま仮りに、X線回折によるわれわれの実験から求めた値、 $A_t = 1.9 \times 10^{-2}$ 、 $\rho_t = 3.5\mu$ を降伏点 σ_Y が $5 \sim 200 \text{ kg/mm}^2$ にわたる広い範囲の材料の実験値に適用してみる。すなわち、引張りおよび曲げ荷重に対する $K_{\min.}$ の計算値 ($K_{\min.}$ cal. は、(12)および(13)式から、それぞれ、

$$(K_{\min.})_{\text{cal.}} = 0.42\sigma_Y \text{ [(kg/mm}^2\text{)} \cdot \sqrt{\text{mm}}] \quad (14)$$

$$(K_{\min.})_{\text{cal.}} = 0.85\sigma_Y \text{ [(kg/mm}^2\text{)} \cdot \sqrt{\text{mm}}] \quad (15)$$

となるから、これを従来の諸実験値と比較すればよい。なお、曲げ荷重の場合に、ライスナー曲げ弾性理論を基にして計算された結果¹¹⁾を使えば、 $\nu = 0.3$ の場合、引張荷重による(14)式の代りに次の(14)'式を得る。

$$(K_{\min.})_{\text{cal.}} = 0.34\sigma_Y \text{ [(kg/mm}^2\text{)} \cdot \sqrt{\text{mm}}] \quad (14)'$$

しかし、ここで使った定数 A_t および ρ_t の値は、前報⁴⁾の両振れ繰返し荷重によって得た定数である。したがって、従来の実験値の採用に当たっては、下限応力が正でかつかなり大きな場合は除き、両振れ、あるいはほぼ片振れに近い場合のみを使い、上限応力による K を用いた。従来の実験データ中に示されている K の一番小さな値を ($K_{\min.})_{\text{obs.}}$ とし、($K_{\min.})_{\text{cal.}}$ との関係を示したのが Fig. 3 である。ここに用いた実験データ中、Frost ら²²⁾の実験値以外は、 K の最小値まで実験されているとは限らないので、それらの ($K_{\min.})_{\text{obs.}}$ は、厳密には $K_{\min.}$ に近い K の値を示したことになる。したがって、それらの場合には、各 ($K_{\min.})_{\text{obs.}}$ に対応するき裂伝播速度を、参考のため、図中に記した。また、面内曲げについては引張型の式を使い、Pearson²¹⁾の実験値の採用にあたっては、必ずしも合理的とはいえないが、そのデータの性質上、き裂伝播速度が $2.5 \times 10^{-5} \text{ mm/cycle}$ での K の値をとった。図より明らかなごと

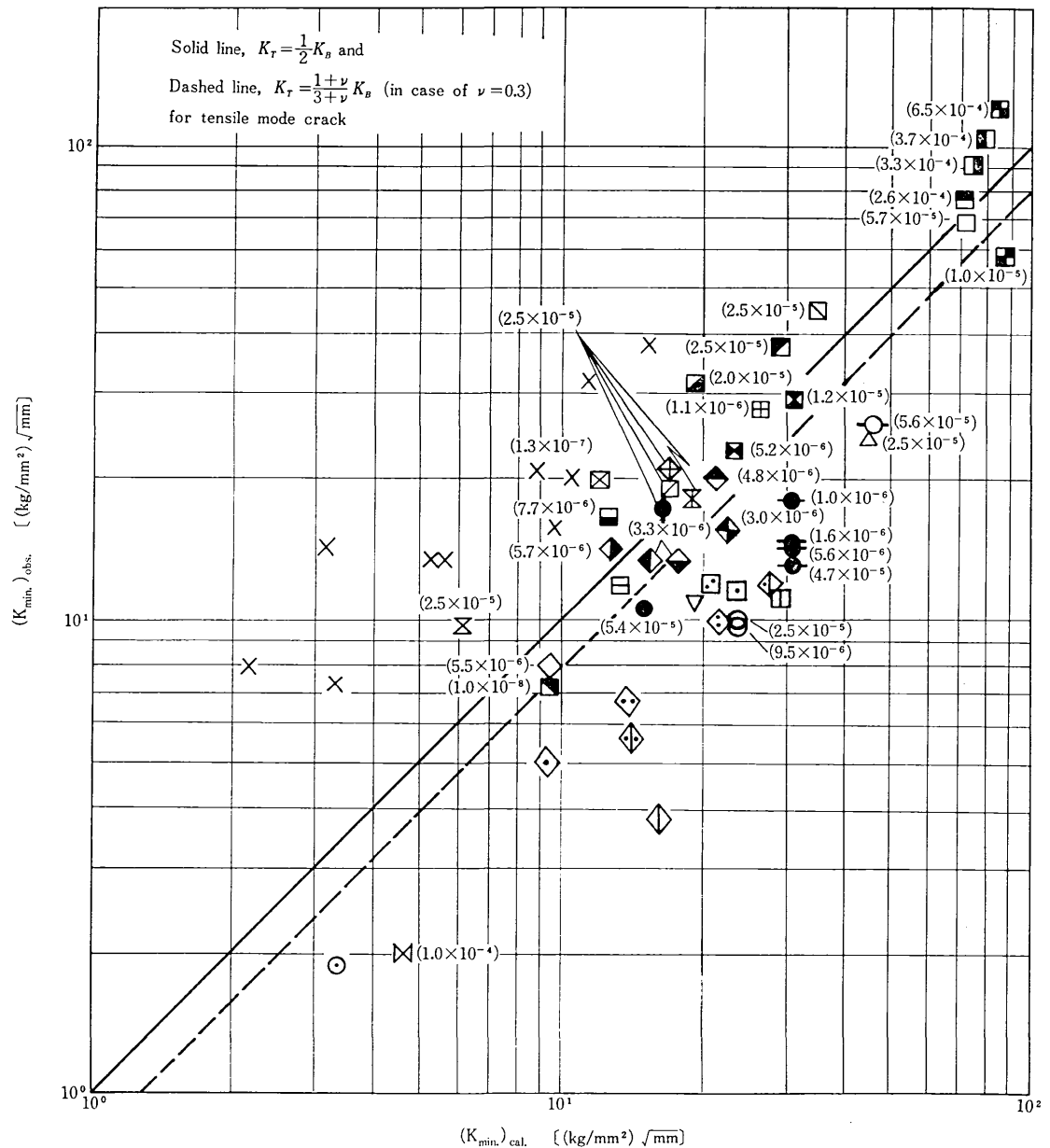


Fig. 3

く、プロットした点の多くは (×印を除く), $(K_{min})_{cal.} = (K_{min})_{obs.}$ の直線付近に位置する。したがって、広範囲の材料についての一般的傾向として、(14)および(15)あるいは(14)'で K の最小値が規定されるものと考えられる。 σ_Y 値の採用に関しては、若干の例外がある。すなわち、銅、銅合金、ある種のオーステナイトステンレス鋼、および純鉄のような材料は、Fig. 3 の図中に×印で示すように、他の構造用材料とはかなり異ったところに位置する。しかし、 σ_Y の代りに引張り強さ σ_B をとれば他の各種構造用材料が示す値の間に、割合、自然

に位置する。

このことは、この種の材料は、き裂先端の繰返しひずみにより、き裂先端にさらにき裂を生じて拡大するまでに、十分加工硬化変形できることを示唆しているものと考えられる。なお、Fig. 3 のプロットに関する記号、材料および荷重形式等を Table 1 に示す。以上より、疲れき裂を進展させる K の最小値は σ_Y 、加工硬化変形しやすい材料については σ_B で規定されると結論できるであろう。

Table 1

Material	Symbol	σ_Y (kg/mm ²)	σ_B (kg/mm ²)	m	Loading type	Ref.
Polycarbonate plastics	⊗	* 5.55	(σ_T) 5.84	2.2	Plane bending with zero mean stress	15
Magnesium alloy L 128	⊗	* 14.70	21.35	3.6	In-plane bending with about zero minimum stress	21
Pure iron (Coarse grain)	■	7.7	* 22.5	8.5	Tension with zero mean stress	7
Copper	◇	5.25	* 22.61	3~6	Tension with about zero minimum stress	21
S 15 C Steel	■	* 27.2	46.2	3	Tension with zero minimum stress	17
S M 41 Steel	⊗	* 28.0	46.6	6.8	Tension with zero minimum stress	18
S 35 C Steel	■	* 29.7	56.0	4	Tension with zero mean stress	19
Cu-7.3 Al (Coarse grain)	◆	7.49	* 29.96	3~6	Tension with about zero minimum stress	16
Low Carbrn-low alloy steel	⊕	* 31.0	46.3	4	Out-of plane bending with zero mean stress	4
2024-T 3 Al	●	* 35.84	49.91	4	Tension with zero mean stress	10
2024-T 3 Al	●	* 35.84	49.91	4	Cantilever bending with zero mean stress	10
70 Cu-30 Zn	◆	12.60	* 36.61	3~6	Tension with about zero minimum stress	15
2024-T 3 Al	●	* 38.50	49.0	3.6	In-plane bending with about zero minimum stress	21
Naval brass B.S.S.251	⊕	21.00	* 40.25	3.6	"	21
D. T. D. 5070	⊕	* 40.60	45.50	3.6	"	21
Cu-5.6 Al	◆	13.23	* 42.21	3~6	Tension with about zero minimum stress	15
Magnesium alloy L 65	⊗	* 44.80	49.00	3.6	In-plane bending with about zero minimum stress	21
Cu-7.3 Al (fine grain)	◆	24.78	* 50.75	3~9	Tension with about zero minimum stress	16
Cu-6.5 Al-2.4 Fe	◆	22.96	* 53.62	3~6	Tension with about zero minimum stress	16
7075-T 6 Al	○	* 54.53	58.03	4	Tension with zero meam stress	10
7075-T 6 Al	○	* 54.53	58.03	4	Cantilever bending with zero mean stress	10
HT-60 Steel	⊗	* 55.0	64.0	4	Tension with zero minimum stress	18
Austinite stainless steel E.N. 58 B	■	36.05	* 67.20	3.6	In-plane bending with about zero minimum stress	21
HT-80 Steel	⊗	* 73.5	89.0	4	Tension with zero minimum stress	18
Ferrite steel E. N. 24	⊗	* 81.90	101.50	3.6	In-plane bending with about zero minimum stress	21
Titanium allog 811	△	* 105.00	112.00	3.6	"	21
D 6 Ac Steel	■	* 169.05	190.05	4	Tension with about zero minimun stress	20
H-11 Steel	□	* 169.75	213.85	4	"	20
250 grade maraging steel	■	* 176.40	186.20	4	"	20
250 grade maraging steel	■	* 187.53	192.50	4	"	20
300 grade maraging steel	■	* 200.06	203.21	4	"	20
300 grade maraging steel	■	* 206.50	211.82	4	"	20

Material	Symbol	σ_Y (kg/mm ²)	σ_Y (kg/mm ²)	m	Loading type	Ref.
Aluminium	⊙		* 7.75		Tension with zero mean stress	22
Copper	◇		* 22.47		"	22
Mild steel	⊞	* 31.0 (assumed)	43.40		"	22
Phosphor bronze	◇		* 32.55		"	22
Brass 60/40	◇		* 33.33		"	22
4.5% Cu-Aluminium alloy B.S.L 65	◇	* 38.7 (assumed)	44.95		"	22
Nickel	▽		* 45.72		"	22
Ni-Cr alloy steel	⊞	* 49.9 (assumed)	93.00		"	22
Monel	◇		* 52.70		"	22
Low alloy steel	⊞	* 56.0 (assumed)	83.70		"	22
Inconel	◇		* 65.87		"	22
18/8 Austenitic steel	⊞		* 68.97		"	22

Symbols *mean adopted values of σ_Y or σ_B for proposed formulas

Table 1 の訂正

上から 1 わく目, plane bending (誤)
→Out-of Plane bending (正)
上から 4 わく目, Ref. 21 (誤)→Ref. 16 (正)

上から 9 わく目, $\sigma_B=46.3$ (誤)→ $\sigma_B=54.3$ (正)
上から 11, 21 わく目, Cantilever bending (誤)
→Out-of plane bending (正)
上から 12, 16 わく目, Ref. 15 (誤)→Ref. 16 (正)

4. あとがき

1) 前報⁴⁾より, 疲れき裂伝播速度は応力拡大係数の 4 乗に比例し, き裂先端近傍の塑性域の大きさおよび破断ひずみはともに応力拡大係数の 2 乗に比例する。したがって, き裂先端近傍の塑性域の大きさは破断ひずみに比例する。

2) 疲れき裂伝播速度のかなり大きな値の範囲まで, 破断ひずみはおどりのひずみ程度のひずみである。

3) 破断ひずみの最小値は降伏点ひずみに等しく, 同時に, そのとき疲れき裂の伝播に必要な応力拡大係数も最小値をとるものと考えられる。

4) 疲れき裂の伝播に必要な応力拡大係数の最小限界値は降伏点で規定される。ただし, 銅, 銅合金, オーステナイトステンレス鋼, および純鉄のような材料は引張強さ σ_B で規定されるようである。

5) 前報で述べた X 線回折による実験結果の解釈は, ほぼ妥当であると考えられる。

(1970 年 8 月 27 日 受理)

参 考 文 献

- 1) P.C. Paris and F. Erdogan, Trans. ASME, **85 D**, 528 (1963)
- 2) H.W. Liu, App. Mat. Res., **3**, 229 (1964)
- 3) H.H. Johnson and P.C. Paris, Engng Frac. Mech., **1**, 3 (1968)

- 4) 北川・松本, 生産研究, **22-10** (1970-10)
- 5) D.S. Dugdale, J. Mech. Phys. Solids, **8**, 100(1960)
- 6) T. Yokobori et al., Rep. Res. Inst. Strength and Fracture of Materials, Tohoku Univ., **3**, 39(1967)
- 7) 平, 田中, 材料, **18**, 1126 (1969)
- 8) M.L. Williams, J. Appl. Mech., **24**, 109 (1957)
- 9) R.W. Hertzberg and P.C. Paris, Proc. 1st Intern. Conf on Fracture at Sendai, **1**, 459 (1966)
- 10) F. Erdogan and R. Roberts, Proc. 1st Intern. Conf. on Fracture at Sendai, **1**, 341 (1966)
- 11) J.K. Knowles and N-M Wang, J. Math.Phys., **39**, 223 (1960)
- 12) J.N. Goodier and F.A. Field, Fracture of Solids, John Wiley and Sons, Inc., New York, N. Y., 103 (1962)
- 13) F.A. McClintock and G.R. Irwin, Fracture Toughness Testing ASTM-STP-381, **84** (1965)
- 14) D. S. Drucker, Fracture, Academic Press, New York and London, **1**, 473 (1969)
- 15) 永田・鈴木, 材料, **19**, 455 (1970)
- 16) A.J. McEvily, Jr. and C. Boettner, Acta Meta., **11**, 725 (1963)
- 17) 真谷・今村, 日本機械学会講演論文集, No. 700-2, 413 (1970-3)
- 18) 永井・渡辺・日置・梶本, 溶接学会誌, **38**, 1243(1969)
- 19) 北川・西山・福田, 日本機械学会講演論文集, No. 700-3, 513 (1970-3)
- 20) C.M. Carman and J.M. Kaltlin, Trans. ASME, **88 D**, 792 (1966)
- 21) S. Pearson, Nature, **211**, 1077 (1966)
- 22) N.E. Frost, L.P. Pook and K. Denton, NEL Report No. z 2/1/69, Sept., 1969