

# ロールフォーミングに関する解析的研究 第4報

Analytical Study on Roll Forming Process 4th Report

——長手方向膜歪分布が幅方向曲げ変形に与える影響——  
 ——Effect of distribution of longitudinal membrane strain on traverse bending——

木 内 学\*

Manabu KIUCHI

## 1. ま え が き

ロールフォーミングは、素材に幅方向の曲げ加工を施し、所定の断面形状を得ることを本来の目的としているが、加工法上の特質から素材の長手 ( $x$ ) 方向・幅 ( $y$ ) 方向・板厚 ( $z$ ) 方向から曲げ歪・膜歪・圧縮歪等の付加的歪が必然的に加わり、素材は複雑な3次元変形を受ける。さらに成形時の境界条件が不確定であることもあって、成形過程にある素材の応力・歪状態を全体的に解析することは非常に困難である。既に第1報・第2報において、上下ロールによりかみ込まれている狭い領域(以下領域  $A_i$  と呼ぶ)の幅方向にみた各部分が受ける種々の変形形態を個別的にとりあげ、素材内部の応力分布の解析を行ない、付加的歪成分が断面成形のための曲げ加工に与える影響について検討した。本報においては領域  $A_i$  を一括して考察した場合の付加的歪の影響について述べる(図1参照)。

領域  $A_i$  は成形ロールによりプロフィールにそって幅方向の曲げ変形を受け、同時に他の付加的歪を受けるが、本報では長手方向曲げ歪および長手方向膜歪分布が加わる場合について検討してある。

## 2. 基礎関係式および仮定

解析に用いられた基礎関係式および仮定は次の通りである。(1)幅方向曲げ半径  $\rho_y$  は一般に  $y$  の関数として  $\rho_y = \rho_y(y)$  で与えられる。(2)2次元曲げの際の  $x$  方向曲げ半径  $\rho_x$  も  $\rho_x = \rho_x(y)$  で与えられる。(3)長手方向膜歪分布は  $e_{xx} = \Phi(y)$  で与えられる。(4)曲げ歪成分は次式で与えられる。ただし座標軸のとり方は図1に示す通りである。

$$\left. \begin{aligned} x \text{ 方向曲げ: } e_{xb}^x &= \log(1 - \eta/\rho_x), \quad e_{yb}^x = 0, \\ e_{xb}^y &= -\log(1 - \eta/\rho_x) \\ y \text{ 方向曲げ: } e_{xb}^y &= 0, \quad e_{yb}^y = \log(1 + \eta/\rho_y), \\ e_{xb}^z &= -\log(1 + \eta/\rho_y) \end{aligned} \right\} (1)$$

ただし曲率中心同一側の場合  $\rho_y > 0, \rho_x < 0$ , 曲率中心反対側の場合  $\rho_y > 0, \rho_x > 0$  とする。(5)膜歪  $e_{xx} = \Phi(y)$  に伴う  $y \cdot z$  方向の歪成分は次式で与えられる。

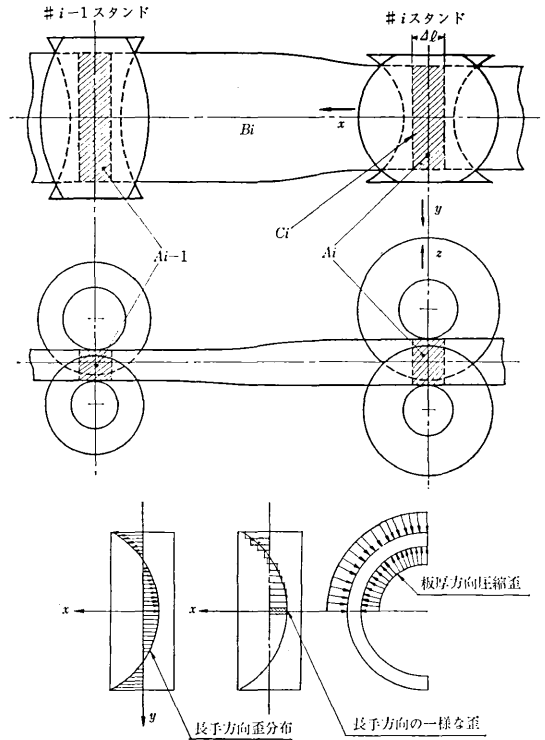


図1 解析的研究における素材領域分割説明図

$x$  方向:  $\Phi(y)$ ,  $y$  方向:  $(r-1)\Phi(y)$ ,  $z$  方向:  $-r\Phi(y)$ ,

ただし  $0 \leq r \leq 1$  である。(6)曲げ歪と膜歪は重ね合わせが成立する。(7)曲げ変形に伴う中立面の移動は無視する。(8)歪は体積一定の条件を満たし、素材の単純引張り・圧縮の応力-歪曲線は相等しく次式で与えられる。

$$e = (\sigma/F)^n \quad (3)$$

ただし  $n \cdot F$  は材料定数である。

(9)ロール・素材間の接触圧力  $\sigma_{z0}$  は既知とし、板厚方向の応力  $\sigma_z$  は  $\sigma_{z0}$  に等しくかつ板厚方向に一定とする。一般に  $\sigma_{z0}$  は  $y$  の関数と考えられる。

## 3. 解析結果

上述の基礎関係式より領域  $A_i$  内の垂直歪成分は次式で与えられる。

\* 東京大学生産技術研究所 第2部

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \log(1 - \eta/\rho_x(y)) + \Phi(y) \\ e_y &= \log(1 + \eta/\rho_y(y)) + (r-1)\Phi(y) \\ e_z &= -\log(1 - \eta/\rho_x(y))(1 + \eta/\rho_y(y)) - r\Phi(y) \end{aligned} \right\} (4)$$

また膜歪  $e_{xx} = \Phi(y)$  に伴う領域  $A_i$  内の各点の変位 ( $U \cdot V \cdot W$ ) は一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} U &= \Phi(y) \cdot x + f(y \cdot z) \\ V &= \int (r-1)\Phi(y) dy + g(x \cdot z) \\ W &= -r\Phi(y)z + h(x \cdot y) \end{aligned} \right\} (5)$$

ただし  $f \cdot g \cdot h$  は任意

ここで境界条件を考慮すると、 $x=0$  の  $y-z$  断面は上下成形ロールの軸心を含む断面であり、この面上の  $x$  方向の変位はないものと考え  $f(y \cdot z) = 0$ 、 $y=0$  の  $x-z$  断面は成形の対称面であり、この面上の  $y$  方向の変位はないことから  $g(z \cdot x) = 0$ 、 $z=\eta=0$  の  $x-y$  断面は中央面であり、中立面不動の仮定より  $h(x \cdot y) = 0$  となる。この結果より変位 ( $U \cdot V \cdot W$ ) に基づく剪断歪を導くと次式を得る。

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{dy} \right) x, \quad \gamma_{yz} = -\frac{1}{2} r \left( \frac{d\Phi}{dy} \right) \cdot z, \quad \gamma_{xz} = 0 \quad (6)$$

以上の歪成分に対応する領域  $A_i$  内の応力成分を全歪理論を用いて求めると次式の様になる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2}{3} \left\{ 2\Phi + \log\left(1 - \frac{\eta}{\rho_x}\right) \left(1 + \frac{\eta}{\rho_x}\right) + (r-1)\Phi \right\} / f \\ &+ \sigma_{z0} \\ \sigma_y &= \frac{2}{3} \left\{ \Phi + \log\left(1 - \frac{\eta}{\rho_x}\right) \left(1 + \frac{\eta}{\rho_x}\right) + 2(r-1)\Phi \right\} / f \\ &+ \sigma_{z0} \\ \sigma_z &= \sigma_{z0}, \quad \tau_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{d\Phi}{dy} \right) \cdot \frac{2}{3} / f, \\ \tau_{yz} &= -\frac{1}{2} r \left( \frac{d\Phi}{dy} \right) \cdot z \cdot \frac{2}{3} / f \end{aligned} \right\} (7)$$

ここで塑性係数  $f$  は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f &= F^{-1} \left( \frac{2}{3} \right)^{\frac{n-1}{n}} \left[ \left\{ (2-r)\Phi + \log\left(\frac{\rho_y \rho_x - \eta}{\rho_x \rho_y + \eta}\right) \right\}^2 \right. \\ &+ \left. \left\{ (r+1)\Phi + \log\left(1 - \frac{\eta}{\rho_x}\right) \left(1 + \frac{\eta}{\rho_y}\right) \right\} \right. \\ &\times \left. \left\{ (2r-1)\Phi + \log\left(1 - \frac{\eta}{\rho_x}\right) \left(1 + \frac{\eta}{\rho_y}\right) \right\} \right. \\ &+ \left. 3 \left[ \left( \frac{1}{2} \frac{d\Phi}{dy} \cdot x \right)^2 + \left( -\frac{1}{2} r \frac{d\Phi}{dy} \cdot z \right)^2 \right] \right]^{\frac{n-1}{2n}} \quad (8) \end{aligned}$$

4. 数値計算結果

数値計算を行なうためには、 $\rho_y(y) \cdot \rho_x(y) \cdot \Phi(y) \cdot \sigma_{z0}(y)$  の具体的な数値または関数形を与える必要がある。実際の成形時にはこれらの各関数は各種成形条件因子、特に素材の対ロール進入径路や拘束条件を直接的に

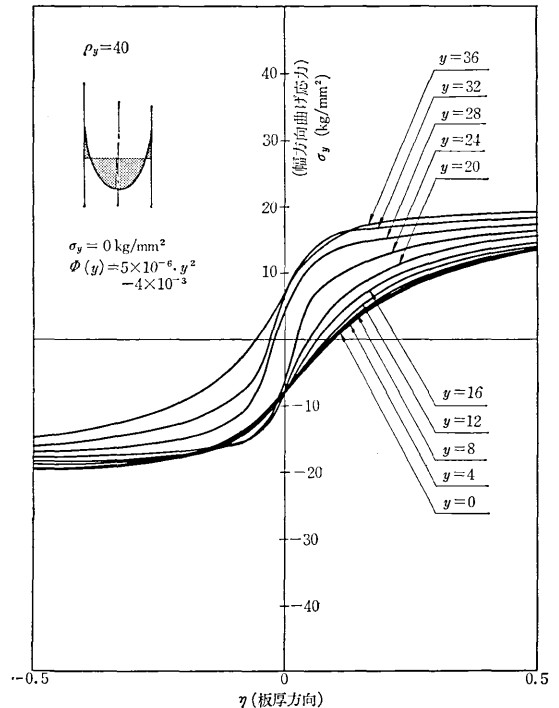


図2 1次元曲げ+ $\Phi(y)$  の応力分布

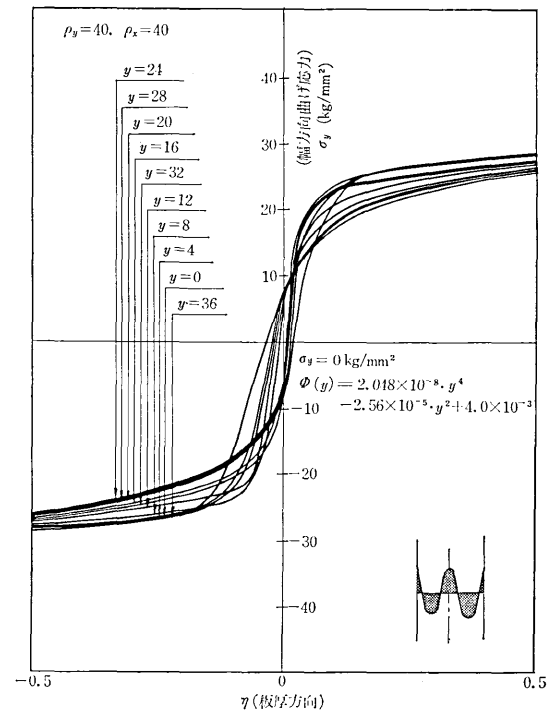


図3 曲率中心同一側の2次元曲げ+ $\Phi(y)$  の応力分布

左右する因子により大きな影響を受ける。ここでは  $\rho_y$  および  $\rho_x$  を  $y$  に依らない一定値として  $\rho_y - \rho_x$  の幾つかの組合せを考え、膜歪分布  $e_{xx} = \Phi(y)$  は実験的に

研究速報

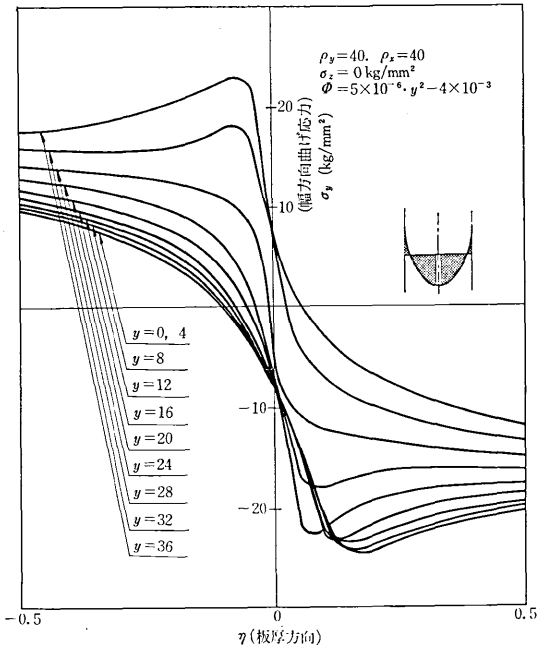


図4 曲率中心反対側の2次元曲げ+ $\Phi(y)$ の応力分布

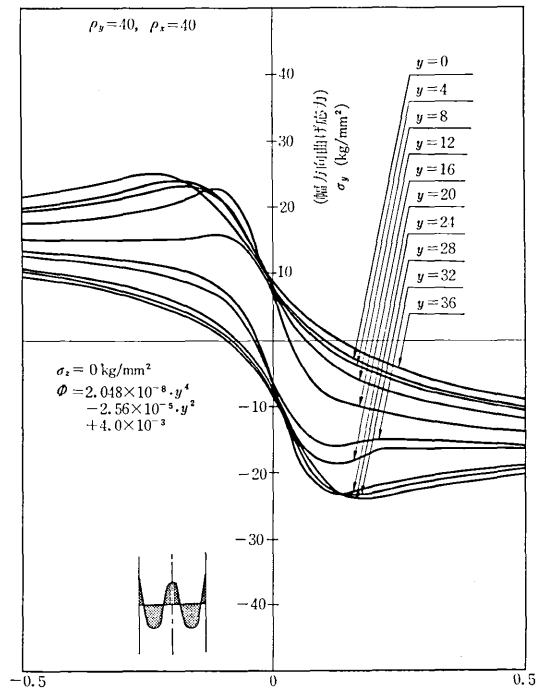


図5 曲率中心反対側の2次元曲げ+ $\Phi(y)$ の応力分布

測定された結果を数式化した次式を用いる。

$$\begin{aligned} \Phi(y) &= 2.05 \times 10^{-8} \cdot y^4 - 2.56 \times 10^{-5} \cdot y^2 + 4.0 \times 10^{-3} \\ \Phi(y) &= 5.0 \times 10^{-6} \cdot y^2 - 4.0 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (9)$$

$\sigma_{x0}$  は0 または一定値を与え、材料定数としては  $n=7.26$ ,  $F=45.2 \text{ kg/mm}^2$  を用いる。

図2~5に計算例を示す。図は  $x=0$  の断面内での  $z$  方向にみた  $\sigma_y$  の分布を  $y$  の各点に対して示してある。結果を要約すると次のようになる。(1) 長手方向膜歪分布  $e_{xx}=\Phi(y)$  が幅方向曲げ変形の応力分布に与える影響は、第1報・第2報で扱ったような伸び歪・圧縮歪の効果と本質的に変わらず、 $e_{xx}>0$  の領域では板厚方向にみて  $\sigma_y>0$  の領域が増大し、 $e_{xx}<0$  の領域では  $\sigma_y<0$  の領域が増大する。(2) 換言すれば  $|e_{xx}|$  が大となると  $\sigma_y$  の分布は板の中央面から正負いずれかの方向へ偏り、その結果幅方向の曲げ戻しモーメントは減少し成形後の弾性回復の減少が起こる。(3)  $\rho_y \cdot \rho_x$  の値が大きく曲げ変形の程度が少いと  $e_{xx}$  の効果が大きく現われる。(4) 曲率中心同一側の2次元曲げでは  $e_{xx}$  の効果が少なく、曲率中心反対側の2次元曲げでは  $e_{xx}$  の効果が大きく現われる。(5) 2次元曲げの場合  $\rho_y<\rho_x$  の範囲では一般に上記のような  $e_{xx}$  の効果が認められるが、 $\rho_y \geq \rho_x$  になると  $e_{xx}$  の  $\sigma_y$  の分布に与える影響は相当異なるものとなり、 $|e_{xx}|$  の大小と弾性回復量の減増とが直接的に対応しなくなる。

5. 弾性回復量の分布

素材が成形ロール通過後、領域  $A_i$  は内部応力  $\sigma_y$  の分布に基づく弾性回復を行なう。そこで  $e_{xx}=\Phi(y)$  に伴う幅方向の各点における  $\sigma_y$  の分布の相違による弾性回復量の幅方向への分布を、簡単な板の曲げの式を用いて検討する。

$\sigma_y$  の分布に基づく曲げ戻しのモーメント  $M_y$  は  $y$  の関数として次式で与えられる。

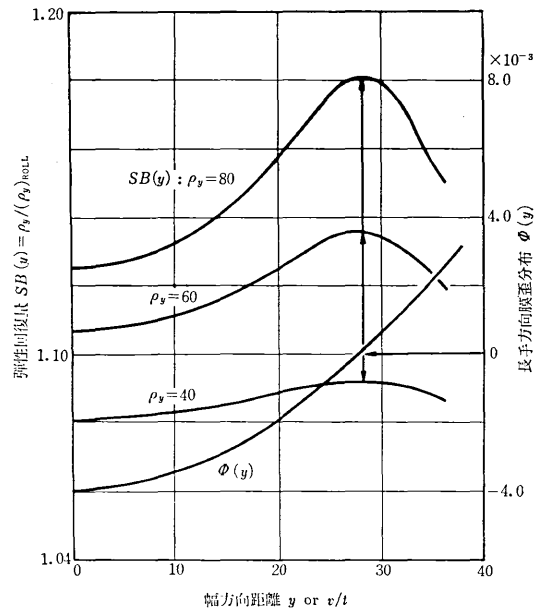


図6 (y 方向1次元曲げ+ $\Phi(y)$ ) の場合の弾性回復分布

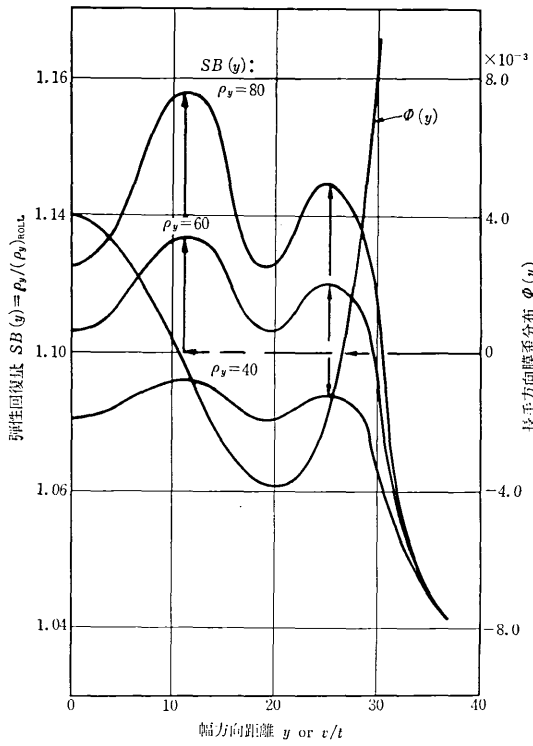


図7 (y 方向 1 次元曲げ + phi(y)) の場合の弾性回復分布

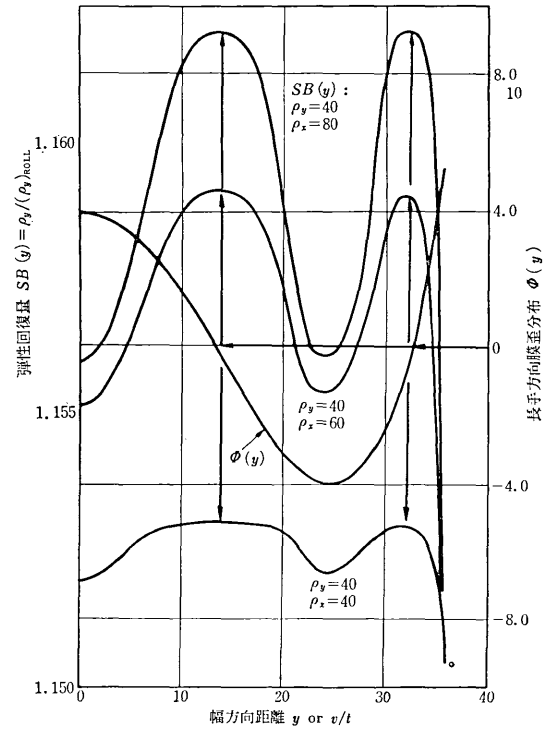


図9 (曲率中心同一側の 2 次元曲げ + phi(y)) の弾性回復分布

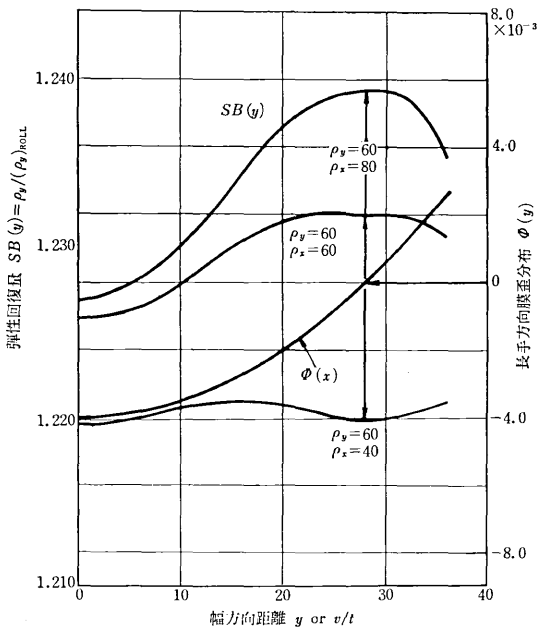


図8 (曲率中心反対側の 2 次元曲げ + phi(y)) の弾性回復分布

$$M_y = M_y(y) = \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \sigma_y(y \cdot \eta) \eta dy \quad (10)$$

x 方向曲げ変形の応力  $\sigma_x$ ・変形による曲げ剛性の増大の影響を無視すると,  $M_y$  による領域  $A_i$  の y 方向曲げ変形に対する弾性回復量の分布  $SB(y)$  は次式で与

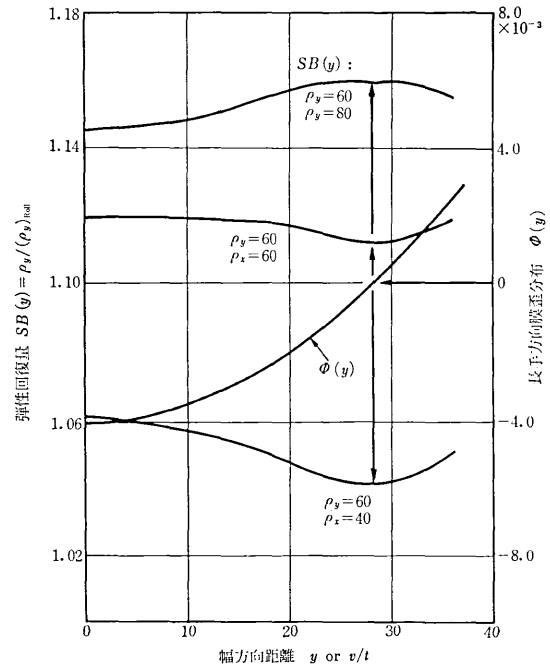


図10 (曲率中心反対側の 2 次元曲げ + phi(y)) の弾性回復分布えられる.

$$SB(y) = \rho_y' / \rho_y = Im^2 E / \{Im^2 E - M_y \rho_y (m^2 - 1)\} \quad (11)$$

但し  $\rho_y \cdot \rho_y'$  は各々弾性回復前後の曲げ半径,  $m$  は

研究速報  
 ポアソン数,  $E$  はヤング率,  $I$  は素材の断面 2 次モーメントである.

図 6~11 に  $\rho_y - \rho_x$  の幾つかの組合せに (9) 式で与えた膜歪  $e_{xx}$  が重なった場合の計算例を示す. 計算結果を要約すると次のようになる. (1) 1 次元曲げの場合,  $\rho_y$  の値によらず  $|e_{xx}|$  が大きい領域ほど弾性回復量は少く,  $e_{xx}=0$  の点において弾性回復量は極大となる. (2) 曲率中心同一側の 2 次元曲げの場合,  $\rho_y \leq \rho_x$  では 1 次元曲げの場合同様  $|e_{xx}|$  の大なる領域ほど弾性回復量は小となるが,  $\rho_y > \rho_x$  では  $e_{xx}$  に対する弾性回復量に一定の傾向が認められない. いずれにせよこの場合には弾性回復量の変化はわずかである. (3) 曲率中心反対側の 2 次元曲げの場合,  $\rho_y > \rho_x$  では 1 次元曲げの場合同様  $|e_{xx}|$  が大なる領域ほど弾性回復量は小となるが,  $\rho_y \geq \rho_x$  では  $e_{xx}$  の効果が逆転し,  $|e_{xx}|$  が小なる領域ほど弾性回復量は小となり,  $e_{xx}=0$  の点で極小となる.

6. 結 言

本報では成形ロールにかまれた狭い領域  $A_i$  に注目し, 幅方向・長手方向の 1 次元曲げに長手方向膜歪分布  $e_{xx}$  が加わる場合について, 応力と弾性回復量の分布が  $e_{xx}$  によって受ける影響を検討した. 特に長手方向曲げ変形が幅方向曲げ変形と同程度かそれ以上になると  $e_{xx}$  の影響が複雑化し, 幅方向曲げ変形は  $e_{xx}$  により本質的な影響を受けることが判明した.

(1970 年 2 月 24 日受理)

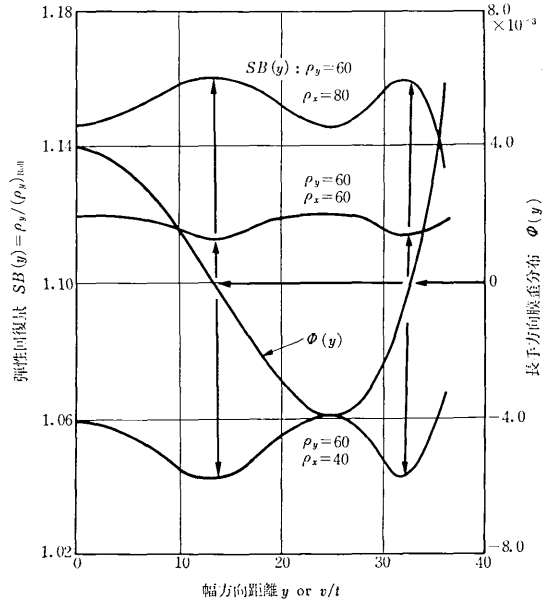


図11 (曲率中心反対側の 2 次元曲げ +  $\phi(y)$ ) の弾性回復分布

参 考 文 献

ロールフォーミングに関する解析的研究第 1 報 木内「塑性と加工」Vol. 10, No. 104, 1969-9  
 ロールフォーミングに関する解析的研究第 2 報 木内「塑性と加工」Vol. 10, No. 104, 1969-9  
 ロールフォーミングに関する解析的研究第 3 報 木内 第 19 回塑性加工連合講演会前刷集 1968. 11

