

伝熱を考慮した流量の式

The Computation of Flow Quantity when Heat Transfer from Nozzle Wall to Air cannot be Neglect

五 明 由 夫*

Yoshio GOMEI

1. 概 要

よく使われるノズルの理論は、ノズル前の状態 1 からノズル後の状態 2 への変化の過程が断熱変化であるとして導かれている。したがって、1 から 2 の過程で、熱の出入りが無視できないときは、その過程がポリトロープ変化であるとして、伝熱を考慮しなければならない。この報告では、ポリトロープ指数と伝熱量の理論的關係を求め、それを用いて伝熱を考慮した流量の式を提案する。これは、内燃機関の吸気弁の所で、シリンダ壁および弁側より相当の量の熱を受けている現象を基礎的に取りあげたものであるが、一般に絞り部、すなわち前後の静圧に大きな差があるところで、加熱されたり、冷却されたりする現象にあてはめることができる。

2. 伝熱量とポリトロープ指数の關係

ポリトロープ過程 $Pv^n = \text{定数}$ の n と伝熱量 dq の關係を考えてみよう。空気を完全ガスに近似できるとすると、内部エネルギー e は、温度 T のみの関数であるから、熱力学の第 1 法則は次のように書くことができる。

$$de = \frac{\partial e}{\partial T} dT = C_v dT = -Apdv + dq \quad (1)$$

1 式を積分するために、右辺の dq を、その過程の平均の比熱、すなわちポリトロープ比熱 C_n を用いて

$$dq = C_n dT \quad (2)$$

2 式と状態方程式、それに定圧比熱 C_p 、定積比熱 C_v との關係式を用いると、1 式の積分が可能になり、その結果ポリトロープ指数 n は次のように表わされる。

$$n = \frac{C_p - C_n}{C_v - C_n} \quad (3)$$

次に、ポリトロープ比熱の定め方を説明しよう。ポリトロープ過程の温度変化 ΔT は、ポリトロープ指数を用いて

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \left\{ \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-n/n} - 1 \right\} T_1 \quad (4)$$

4 式を 2 式を積分したものに代入すると

$$\Delta q = C_n \left\{ \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(C_p - C_n)/(C_v - C_n)} - 1 \right\} T_1 \quad (5)$$

5 式により、絞り前の温度 T_1 、前後の圧力比、伝熱量 Δq がわかれば、 C_n が理論的に定まることになる。5 式は、式の形が複雑なので数値的にしか解けないが、計算

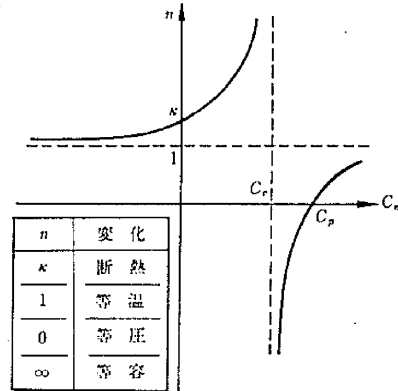


図 1 ポリトロープ指数とポリトロープ比熱の關係

機内での収束計算はきわめて短時間でこなされる。

ここで、ポリトロープ比熱 C_n について 2 式と 4 式を用いて説明を加えておこう。図 1 は、ポリトロープ指数とポリトロープ比熱の關係を示したものである。 $-\infty < C_n < 0$ の範圍は、熱が加えられるにもかかわらず、1 から 2 への膨脹の結果温度が減少するような場合で、負の比熱になってしまう。後に述べるように、1 から 2 への断熱熱落差に満たない熱を加えたときがこの場合に相当する。 $0 < C_n < C_p$ の間は、4 式より ΔT は負、したがって 2 式より Δq が負となって、冷却される場合になる。 $C_v < C_n < C_p$ の間も、4 式より ΔT が負となってやはり冷却される場合に相当する。最後に $C_p < C_n$ の範圍は、これも後に述べるように、断熱熱落差以上の加熱を受けて、絞り部で温度が上昇するのを表わしている。

3. 流 量 の 式

一次元定常流においては、摩擦に費される仕事を無視すれば、運動量の式はエンタルピ i を導入して次のように表わされる。ただし、 w は速度、 g は重力加速度とする。

$$\frac{1}{g} d \left(\frac{w^2}{2} \right) = -vd p = -di + dq \quad (6)$$

dq がゼロ、すなわち断熱変化のときは、6 式を $Pv^n = \text{定数}$ に従って積分すれば、それがエンタルピ変化にも相当し、よく知られた断熱変化とみなせる時の流量の式になる。今考えているのは、 dq がゼロとみなせない場合であるが、2 の項で述べたように、伝熱量がわかればポリトロープ指数は理論的に求めることができる。したが

* 東京大学生産技術研究所 第 2 部 指導教官 平尾教授

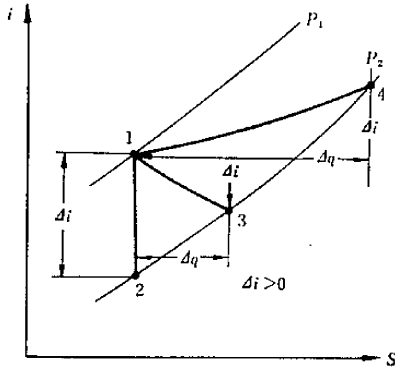


図 2 i-S 線図における流量の式の説明

って、この場合の 8 式の積分は、理論的に求めたポリトロープ過程 $Pv^n = \text{定数}$ に従って行なえばよいわけである。そして、その結果は、断熱の場合の流量の式の比熱比 κ をポリトロープ指数 n に変えたものになる。

次に、以上述べたことが i-S 線図上でどのように説明されるかを考えてみよう。1 がノズル前の状態、2, 3, 4 がノズル後の状態である。1→2 がエントロピー一定の断定変化としてよく知られたもので、この時は Δi より流速が計算される。1→3 は、図 1 において C_n が負の部分に相当するポリトロープ変化で、この時は $(\Delta i + \Delta q)$ より流速が計算される。いうまでもなく、この $(\Delta i + \Delta q)$ は、断熱熱落差の κ を n に置きかえたものに等しい。1→4 は、図 1 において C_n が C_n より大きいときのポリトロープ過程で、このときは、 $(\Delta q - \Delta i)$ により流速が求まる。その大きさについては 1→3 と同じことがいえる。

4. 数値計算の結果

これまで述べてきた流量計算法による結果を図 3、図 4 に示す。まず図 3 は、熱を加えたときに重量流量が減少する割合と、ポリトロープ指数を示したものである。横軸は、加えた熱をその圧力比における断熱熱落差で無次元化したもので、縦軸左側はポリトロープ指数を用いて計算した流量と κ を用いて計算したものとの比を、右側はポリトロープ指数をとっている。どちらも、圧力比をパラメータとして示してある。たとえば、圧力比 0.8、熱が断熱熱落差の 2 倍すなわち 8.5 kcal/kg 加わると、流量比が 0.91 であるから、9% 重量流量が減少することになる。ポリトロープ指数は、圧力比によってそれ程変らない。ただ、断熱熱落差と同じ位熱を加えると、ポリトロープ指数が 1、すなわち等温変化になるのは、この計算法の妥当性を示している。図 4 は、ノズルのど部での速度と温度を示したものである。このように熱を加えると速度は増加するが、温度上昇による密度の減少の割合の方が大きく、結果的には図 3 のように重量流量が減少する。

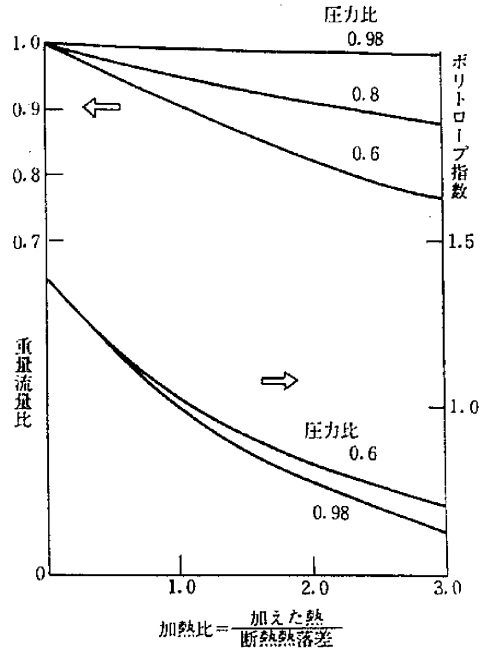


図 3 熱を加えたときの流量の減少割合とポリトロープ指数
重量流量比 = $\frac{\text{ポリトロープ変化したときの流量}}{\text{断熱変化した時とした時の流量}}$

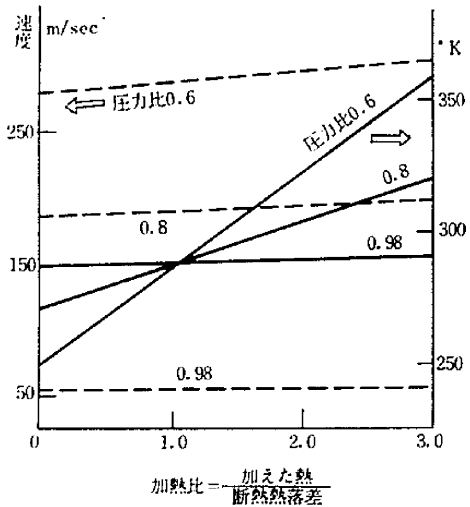


図 4 熱を加えた時の絞り部における流速と温流

5. 追 補

現在筆者は、二次元スリットによるモデル実験を進めているが、ここに述べた基礎式だけでなく、壁の温度によって流量係数がどのように変わるかについて、定性的、定量的な考察を進めなければならないと思っている。ノズルの形状により、流量係数が変化することの方が、流量に大きな影響を及ぼすことも考えられる。

(1969年9月27日受理)

参考文献

- “工業熱力学基礎編” 谷下市松
- “レイノルズ数低き場合のノズルについて” 前川道治郎 JSM E 昭和9年 p. 599