研　究　速　報

UDC 621.891.2
621.822.2

平面推力軸受の流体潤滑に関する理論的考察

Theoretical Consideration on Hydrodynamic Lubrication for Plane Thrust Bearing

上 原 一 男*・石 原 智 男*

Kazuo UEHARA and Tomo-o ISHIHARA

1. まえがき

アキシャルプランジャポンプ，同モータでは，その高性能を保つために，シリンダブロックとバルブプレートを互に押付けて両者の間に僅少なすきまが保持されるような機構が採用されており，一般に，高圧，高速回転時においても焼付は生じることなく，その摩擦トルクは流体潤滑的な特性を示す．しかし，シリンダブロックとバルブプレート間の洩れ量は，回転と共に増加し，機種によっては高速回転時にシリンダブロックが発振し，洩れ量が急増する現象がみられる．このような現象を，静圧推力軸受理論や，熱くさび理論では明確に説明することはできない．そこで，シリンダブロックとバルブプレートの滑動面は必ずしも互に平行に保持されるとは限らないと考え，その傾きによる幾何学的くさび効果と，さらにシリンダブロックの質量の影響を考慮し，上記現象を動的な問題として理論解析をおこなってみた．その結果，興味ある資料がえられたので，ここにその概要を報告する．

2. 潤滑の基礎式

シリンダブロックとバルブプレートを，転動片と固定片に考え，潤滑理論を適用する．円筒座標系 (R-Θ-Z) 表示の Reynolds の潤滑方程式は，次式で表わされる．

$$R\cdot\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial R}\left[R\,V_R\frac{h}{2}-R\frac{h^3}{12\eta}\cdot\frac{\partial P}{\partial R}\right]+\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[V_\Theta\frac{h}{2}+\frac{h^3}{12\eta}\cdot\frac{\partial P}{R\partial\Theta}\right]=0 \quad (1)$$

η: 粘性係数，P: 油膜圧力，$V_R=V_R(R,\Theta,t)$: 転動片受圧面 R 方向速度，$V_\Theta=V_\Theta(R,\Theta,t)$: 転動片受圧面 Θ 方向速度，$h=h(R,\Theta,t)$: 軸受すきま．

解析の便宜上，平均すきま h_0，最大給油圧力 P_0，転動片回転角速度 ω，受圧面最大半径 R_t を基準にとり，下記の無次元数を用いる (図1参照)．

$\rho=R/R_t$: 無次元半径，$\chi=R_t\delta/h_0$: 傾き率，$S_0=(R_t/h_0)^2\cdot\omega\eta/P_0$: Sommerteld数，$p=P/(P_0S_0)$: 無次元圧力．

式 (1) を解くにあたって，転動片回転軸の傾角 δ，および R-Θ 面に平行な変位 w は一般にきわめて小さいので．$V_R=0$，$V_\Theta=R\omega$ および $\vec{\delta}=\delta e^{i\theta_\delta}$ と近似する．この近似は滑動面の剪断力を無視し，傾角の1次的な影響を考慮していることになる．さらに解析の便のため，下記に示すように，χ，θ_δ，S_0 をパラメータとする p_1，p_2，p_3，p_4 を導入する．

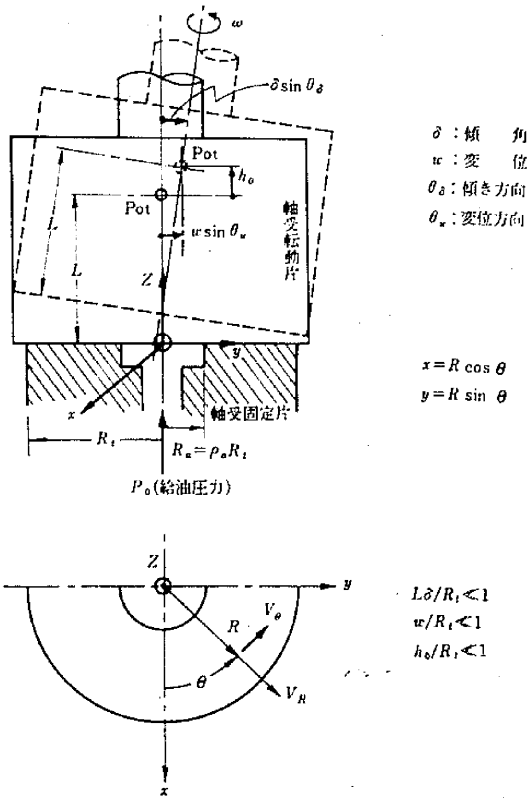

図1

$$\frac{\rho^2\chi\sin(\Theta-\theta_\delta)}{2}=\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[\frac{\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3}{\rho}\cdot\frac{\partial p_1}{\partial\Theta}\right]\times\frac{1}{12}+\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3\cdot\frac{\partial p_1}{\partial\rho}\right]\times\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\rho\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}=\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[\frac{\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3}{\rho}\cdot\frac{\partial p_2}{\partial\Theta}\right]\times\frac{1}{12}+\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3\cdot\frac{\partial p_2}{\partial\rho}\right]\times\frac{1}{12} \quad (3)$$

$$-\rho^2\cos(\Theta-\theta_\delta)=\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[\frac{\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3}{\rho}\cdot\frac{\partial p_3}{\partial\Theta}\right]\times\frac{1}{12}+\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3\cdot\frac{\partial p_3}{\partial\rho}\right]\times\frac{1}{12} \quad (4)$$

* 東京大学生産技術研究所　第2部

研　究　速　報

$$-\rho^2\chi\sin(\Theta-\theta_\delta)=\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[\frac{\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3}{\rho}\cdot\frac{\partial p_4}{\partial\Theta}\right]\times\frac{1}{12}+\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\{1-\rho\chi\cos(\Theta-\theta_\delta)\}^3\cdot\frac{\partial p_4}{\partial\rho}\right]\times\frac{1}{12} \quad (5)$$

境界 $f_i(\rho,\Theta)=0$ で $p_1=p_i$, $p_2=p_3=p_4=0$ とおけば, $p=p_1+p_2/h_0\omega\cdot dh_0/dt+p_3/\omega\cdot d\chi/dt+p_4/\omega\cdot d\theta_\delta/dt$ で表わされる p が, 前記近似による式 (1) ならびに境界条件を満す. ここに, p_1 は給油圧力の影響と幾何学的くさび効果を, p_2 はスクイズ効果を, p_3 は傾角 δ の変動の影響を, p_4 は傾き方向 θ_δ の変動の影響を表わす. したがって, 転動片上の, 油膜圧力による推力とモーメントについても, 上記4種の影響ごとに分けて考えることができる. $F_j\equiv\iint_s p_j\rho d\Theta d\rho$, $N_{xj}\equiv\iint_s p_j\rho^2\sin\Theta d\Theta d\rho$, $N_{yj}\equiv-\iint_s p_j\rho^2\cos\Theta d\Theta d\rho$ ($j=1,2,3,4$. s は無次元化された受圧面の領域を示す) とすれば, 推力 F と R-Θ 面に平行なモーメントのベクトル $\vec{N}$ は次式で与えられる.

$$F=S_0P_0R_i^2\left(F_1+\frac{F_2}{h_0\omega}\cdot\frac{dh_0}{dt}+\frac{F_3}{\omega}\cdot\frac{d\chi}{dt}+\frac{F_4}{\omega}\cdot\frac{d\theta_\delta}{dt}\right) \quad (6)$$

$$\vec{N}\equiv N_x+iN_y=S_0P_0R_i^3\left[(N_{x1}+iN_{y1})+\frac{(N_{x2}+iN_{y2})}{h_0\omega}\times\frac{dh_0}{dt}+\frac{(N_{x3}+iN_{y3})}{\omega}\cdot\frac{d\chi}{dt}+\frac{(N_{x4}+iN_{y4})}{\omega}\cdot\frac{d\theta_\delta}{dt}\right] \quad (7)$$

3. 転動片の運動方程式

質量 M, 軸まわりの慣性能率 I_0, 軸と直角方向の慣性能率 I をもつ軸対象転動片に, Z 方向の外力 F_{out}, 油膜圧力による推力 F, 外力および油膜圧力による R-Θ 面に平行なモーメント $\vec{N}_{out}$ と $\vec{N}$ が作用する場合を考えれば

$$I\cdot\frac{d^2\vec{\delta}}{dt^2}-i\omega I_0\cdot\frac{d\vec{\delta}}{dt}=-i(\vec{N}+\vec{N}_{out}) \quad (8)$$

$$M\cdot\frac{d^2h_0}{dt^2}=F+F_{out} \quad (9)$$

$I_s=\{I/R_i^3\}\{\eta\omega^5/P_0^3\}^{1/2}$: 無次元慣性能率, $I_n=I_0/I$: 慣性能率比, $I_m=MR_i^2/I$: 質量比を用いて無次元化すれば

$$\frac{I_s}{S_0^{1/2}}\left[\left\{\frac{\chi}{h_0\omega^2}\cdot\frac{d^2h_0}{dt^2}+\frac{1}{\omega^2}\cdot\frac{d^2\chi}{dt^2}+\frac{2}{h_0\omega^2}\cdot\frac{d\chi}{dt}\cdot\frac{dh_0}{dt}-\frac{\chi}{\omega^2}\left(\frac{d\theta_\delta}{dt}\right)^2+\frac{I_n\chi}{\omega}\cdot\frac{d\theta_\delta}{dt}\right\}+i\left\{\frac{\chi}{\omega^2}\cdot\frac{d^2\theta_\delta}{dt^2}+\frac{2\chi}{h_0\omega^2}\cdot\frac{d\theta_\delta}{dt}\cdot\frac{dh_0}{dt}+\frac{2}{\omega^2}\cdot\frac{d\chi}{dt}\cdot\frac{d\theta_\delta}{dt}-\frac{I_n\chi}{h_0\omega}\cdot\frac{dh_0}{dt}-\frac{I_n}{\omega}\cdot\frac{d\chi}{dt}\right\}\right]e^{i\theta_\delta}=-\frac{i(\vec{N}+\vec{N}_{out})}{(P_0R_i^3)} \quad (10)$$

$$\frac{I_mI_s}{S_0^{1/2}\omega^2h_0}\cdot\frac{d^2h_0}{dt^2}=\frac{(F+F_{out})}{P_0R_i^2} \quad (11)$$

4. 静的釣合

図2に示すように, 転動片の単純支持模型で回転軸を水平に置くと, 静的釣合状態では, F_{out} と自重による外力のモーメント $\vec{N}_{out}$ $(=-N_W$ とおく) は一定である. $N_{\theta_{\delta1}}=N_{x1}\cos\theta_\delta+N_{y1}\sin\theta_\delta$. $N_{\chi1}=-N_{x1}\sin\theta_\delta+N_{y1}\cos\theta_\delta$ の定義を用いれば, 静的釣合の条件として次式をうる.

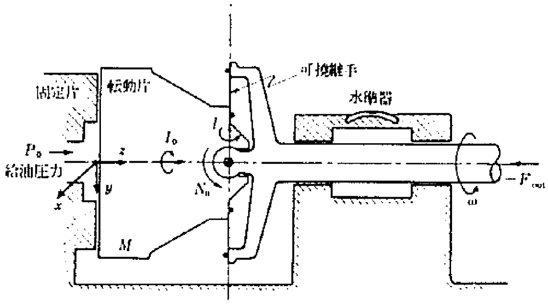

図2

$$\frac{P_0R_i^2}{(-F_{out})}=\frac{1}{(S_0F_1)} \quad (12)$$

$$\frac{N_W}{(-F_{out}R_i)}=\frac{\{(N_{\theta_{\delta1}})^2+(N_{\chi1})^2\}^{1/2}}{F_1} \quad (13)$$

$$\theta_\delta=-\beta-\pi,\quad \beta\equiv\tan^{-1}\left(\frac{N_{\chi1}}{N_{\theta_{\delta1}}}\right) \quad (14)$$

一般に, F_1, $N_{\theta_{\delta1}}$, $N_{\chi1}$ は χ, θ_δ, S_0 の関数であるが, 特に受圧面が同心円輪の場合には χ と S_0 だけの関数となる. 後者の場合には, 式 (12) と (13) で, 左辺は一定, 右辺は χ と S_0 だけの関数となり, これから逆に χ と S_0 が ω によらずに定まることになる. ジャーナル軸受とは異り, 推力軸受の場合 S_0 は平均すきま h_0 が変わりうるので一定の値をとることができる. χ と S_0 が ω によらず一定であるので, 平均すきま h_0, 洩れ量 Q および摩擦トルク T に対して次の結論が導かれる.

$$h_0\propto\omega^{1/2}\eta^{1/2},\quad T\propto\omega^{1/2}\eta^{1/2},\quad Q\propto\omega^{3/2}\eta^{1/2}$$

$\vec{N}_{out}=0$ の時, $\chi=0$ のため静圧推力軸受になり, 式 (12) と (13) の右辺は S_0 によらない. このため上記の結論は妥当性を失うように思われるが, 一般にアキシャルプランジャポンプのシリンダブロックでは $\vec{N}_{out}$ $(\neq 0)$ に相当するものが機構上存在するし, また $\chi\neq 0$ を実験的に確かめた報告もある[1].

5. 安　定　性

静的釣合状態における χ, S_0 と θ_δ の値がわかれば, そのまわりの微小振動を考えて転動片の運動方程式を線形近似し, その安定性を判別できる. 受圧面が同心円輪の場合, 複雑な計算を実行すると, 静的釣合状態におけ

る χ と S_0 の値で数値的に定まる係数をもつ無次元慣性能率 I_S に関する7つの整次不等式で安定条件を表わすことができる．一般には数値的にしか解析できないが，特に，$\vec{N}_{out}=0$ における転動片単純支持模型に対する安定性については，h_0 の変化が他と非連成になり特性方程式の次数が低くなるばかりでなく，解析的に判別することができる．受圧面内外径比 ρ_a を用いてその結果を述べると

$I_n \geqq 1/2$ の場合　すべての ω と h_0 に対して安定

$I_n < 1/2$ の場合　$\omega h_0^{1/2} < R_i^2 P_0^{1/2} A / \{I(1/2-I_n)\}^{1/2}$

・(ここに $A = [-3\pi/16 \cdot \{4\rho_a^2 + (1-\rho_a^4)/\ln \rho_a\}]^{1/2}$)

を満す ω と h_0 に対して安定　(15)

一般の推力軸受では $I_n \geqq 1/2$ で，しかも回転軸と転動片は一体であるから常に安定であるのに対し，アキシャルプランジャポンプのシリンダブロックは，場合によって前記の単純支持模型に対応するものがあり，しかも機構上 $I_n < 1/2$ となりうるので，高速回転で不安定になる可能性を持っていることがわかる．

6. 動的釣合

転動片の運動方程式で $\vec{N}_{out}=0$ の場合，χ, S_0 および $d\theta_\delta/dt$ が一定ならば F_{out} は一定になる．このような状態が実現するには受圧面が同心円輪，$I_n<1/2$ の条件が必要であり，また $d\theta_\delta/dt=\omega/2$ でなければならない．さらに χ によって数値的に定まる係数を持つ S_0 に関する7つの整次不等式が成立しなければならない．$N_{\chi j} = -N_{xj}\sin\theta_\delta + N_{yj}\cos\theta_\delta$ $(j=1,4)$ として，釣合式は次のようになる．

$$\frac{I_S}{S_0^{1/2}} = \frac{[S_0(-N_{\chi 1}-N_{\chi 4}/2)]}{[\chi(1/2-I_n)/2]} \tag{16}$$

$$\frac{-F_{out}}{P_0 R_i^2} = S_0\left(F_1 + \frac{F_4}{2}\right) \tag{17}$$

7. まとめ

平面推力軸受では，一般に幾何学的くさび効果に必要な外力のモーメントは存在せず，不安定にならない．これに対し，アキシャルプランジャポンプ，同モータのシリンダブロックに対応する転動片を持つものでは，場合によって幾何学的くさび効果が存在して，不安定な状態になりうること，動的釣合状態が存在しうることを簡単に述べた．

(1969 年 9 月 30 日受理)

参考文献

1) 福田昭三：油圧技術 1969.4, pp. 45, 46.

正　誤　表　(11 月号)

ページ	段	行	種別	正	誤
表 2		7	目次	光コーナリフレクターの解析……藤井陽一 中嶋邦宏	光コーナリフレーターの解説……藤井陽一 中島邦宏
1	右	1	本文	3個のリフレクター……	3個のリフレタレー……
〃	〃	9, 14	〃	……有効反射面積……	……有効反射断面積……
2	左	5, 10, 11 下 5	〃	〃	〃
〃			図 4, 6 の説明文	〃	〃
5	右	下 5	本文	$\Delta d_1 > \Delta$……	$10\Delta > \Delta d_1 > \Delta$……
6	〃	6	〃	より 2～3 倍……	より 3～5 倍……
〃	〃	10	〃	……有効反射面積……	……有効反射断面積……
〃	〃	14	〃	……Δ に近い値で $\Delta_{d_1} > \Delta$	……$10\Delta > \Delta_{d_1} > \Delta$
〃	左		表 2 の説明文	……$\lvert\Delta\rvert$,……	……Δ,……
〃	〃		表 2	$\lvert\Delta_{1-1'}\rvert, \lvert\Delta_{2-2'}\rvert, \lvert_{3-3'}\rvert$	$\Delta_{1-1'}, \Delta_{2-2'}, \Delta_{3-3'}$
15	〃	下 18	本文	$B_g = \sqrt{1-\zeta_g^2}\,\omega_g$	$\beta_g^2 = \sqrt{1-\zeta_g \omega_g}$
〃	〃	下 17		$r_g = [(1+4\zeta_j^2)/8\zeta_g]\omega_g$, $\delta_g = [(1-4\zeta_g^2)/8\sqrt{1-\zeta_g^2}]\omega_g$	$r_g = (1+4\zeta_g^2)/8\zeta_g$, $\delta_g = (1-4\zeta_g^2)/8\sqrt{1-\zeta_g^2}$
〃	右		図	Fig. 3	Fig. 2
〃	〃		〃	Fig. 2	Fig. 3