

電 気 295

博士論文

周波数特性同定に基づいたリアルタイム  
電力系統デジタルシミュレータにおける  
送電網モデルに関する研究

指導教官 横山 明彦 教授

東京大学大学院工学系研究科

電気工学専攻 17122 安田 祐治

## 内容梗概

電力系統において、発生する諸現象を解析することは重要であり、リアルタイム電力系統シミュレータは大変有効な手段である。現在ではフルデジタルタイプのシミュレータが主流になってきている。電力系統の過渡現象の三相瞬時値解析ツールとしては、これまで世界的には E M T P が広く利用されてきた。この計算をリアルタイムで処理し、保護・制御システムなどの検証試験に利用するなどの応用をはかることが行われている。しかしながら、このようなデジタルタイプのシミュレータ装置は高価であり、またデータ収集の手間、装置のデータフォーマットやそれに合わせたデータ処理などに知識や慣れが必要となるなど、これらの諸問題を解決するために、近年では、市販の C A D ソフトである M A T L A B / S I M U L I N K を用いてプログラムを作成し、それを近年処理能力が極めて向上している D S P で処理する手法の研究が行われている。

本研究では、サージ現象などは対象としないことにし、送電線のモデルを集中定数回路で模擬した。このことにより、演算コストを低減し、汎用のハードウェアにおける、相互インピーダンスを考慮した送電線モデルを組み込んだ大規模電力系統でのリアルタイムシミュレーションの実現を目指している。

また本研究では、大規模複雑系統でのシミュレーションにおける送電網部分の計算時間短縮、送電網モデルの自動作成による労力の削減を目的としている。そのため、低次同定送電網モデルを自動的に作成する手法を提案する。

これらの手法を用いて作成したプログラムを DSP へ実装し、実際にリアルタイムシミュレータとしての評価を行った。

以上、周波数特性から低次伝達関数行列型に同定した送電網モデルが十分な精度をもつこと、大規模系統を扱う際に計算時間を短縮できることが確認された。また、 $s$  領域ではなく近似を用いた  $z$  領域で同定することにより相互インピーダンスの考慮が可能になることがわかった。それらを DSP にダウンロードすることでリアルタイムシミュレーションを実現し、DSP の並列によりより大規模な系統を扱うことができることを確認した。

# 目次

1	序論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	電力系統リアルタイムシミュレータ	2
1.3	本研究の目的	8
1.4	本論文の構成	10
2	三相瞬時値解析手法	11
2.1	はじめに	11
2.2	相互インピーダンス無視集中定数型送電線モデル	12
2.3	相互インピーダンス考慮集中定数型送電線モデル	14
3	送電網モデルの構成	21
3.1	はじめに	21
3.2	対地キャパシタンスの分離	24
3.3	送電網のモデルイメージ	27
4	連続時間処理手法	31
4.1	はじめに	31
4.2	線形化最小二乗法	31
4.3	新しい誤差定義による誤差の増幅	35
4.3.1	ゲイン特性の持つ極端な数値的落差	36
4.3.2	$s = j\omega$ という置き換え	36
4.4	重み付けの付加	36
5	離散時間処理手法	40

5.1	はじめに	40
5.2	差分方程式表現による離散化	40
5.2.1	簡易 R L C 回路モデル	40
5.2.2	安定度の側面からの考察	52
5.2.3	時間遅れの側面からの考察	58
5.3	近似 $z$ 変換による離散化	59
5.3.1	標準 $z$ 変換	59
5.3.2	双一次変換	59
5.3.3	マクローリン級数近似	63
<b>6</b>	<b>結果</b>	<b>67</b>
6.1	はじめに	67
6.2	伝達関数行列同定結果	68
6.2.1	1機無限大母線系統	68
6.2.2	ループと浮遊ノードを含む系統	72
6.3	系統解析シミュレーション結果	74
6.3.1	系統解析シミュレーションの数値安定性	74
6.3.2	異なる系統パターンでのシミュレーション結果	75
6.3.3	縮約によるシミュレーション時間の短縮	83
<b>7</b>	<b>DSP への実装</b>	<b>85</b>
7.1	はじめに	85
7.2	実装に関する必要事項	86
7.3	実装例	88
7.3.1	リアルタイムシミュレーション結果	88
7.3.2	タイムステップとシミュレーションの精度	91
7.3.3	DSP 処理能力の限界	92
<b>8</b>	<b>結論</b>	<b>94</b>
<b>A</b>	<b>離散時間領域での微積分の数値計算手法</b>	<b>102</b>
A.1	微分	104

A.1.1	後退差分 . . . . .	106
A.1.2	中心差分 . . . . .	109
A.2	積分 . . . . .	111
A.2.1	近似積分 . . . . .	111
A.2.2	遅れ近似積分 . . . . .	112
A.2.3	台形法 . . . . .	113
A.2.4	中心差分の応用積分 . . . . .	115
A.3	各手法の比較 . . . . .	115
<b>B</b>	<b>同定データ</b>	<b>117</b>
B.1	1機無限大母線系統 . . . . .	118
B.1.1	相互インピーダンスを考慮しなかった場合 . . . . .	118
B.1.2	相互インダクタンスのみを考慮した場合 . . . . .	122
B.1.3	相互キャパシタンス、相互コンダクタンスまで考慮した場合 . . . . .	126
B.2	ループと浮遊ノードを含む系統 . . . . .	130
B.2.1	相互インピーダンス無視の場合 . . . . .	130
B.2.2	相互インダクタンスのみを考慮した場合 . . . . .	134
B.2.3	相互キャパシタンス、相互コンダクタンスまで考慮した場合 . . . . .	138

# 第 1 章

## 序論

### 1.1 研究の背景

電力需要の増大に伴い、わが国の電力系統は現在もなお拡大を続けている。しかし、電源の立地難によって電源の遠隔化が進み、送電線は長距離大容量化の傾向にある。そのため、電力会社間での広域連系の強化が図られつつある一方、最新のパワーエレクトロニクス技術に基づく連系強化技術や様々な系統安定化技術など、新しい機器や制御方式の開発が各所で盛んになっている。

今後電力市場の自由化が進み、一般電気事業者、いわゆる電力会社だけでなく P P S、I P P など電力系統の非専門家である新規参入者も系統解析を行うことが必要となってくる可能性が高い。

電力系統の解析ツールとしては、これまで世界的には、EMTP(Electro-Magnetic Transients Program：電磁過渡現象解析プログラム)が広く利用されてきた。このプログラムはあらゆる電磁現象を解析することを目的として作成されており、汎用性が高いものの、データの作成に専門的な知識が必要となるため、容易に利用することができないという難点が存在した。また、計算をリアルタイムで処理することができないというデメリットもあったが、改良を重ね、リアルタイム処理が可能になっているものも存在している。

近年では、大規模化・複雑化しつつある電力系統において発生する様々な現象を解析するツールとして、電力系統シミュレータの重要度が増してきている。

リアルタイム電力系統シミュレータは、実際の電力系統で発生する様々な現象をリアルタイムで発生させることができるため、

- 保護継電器の性能評価
- 制御装置の性能評価
- 異常電気現象の検討

といったことを行う際に必要不可欠なものとなっている。また、そのリアルタイム性から、初学者に電力機器の性質を教育するような場合にも活用できるなど非常に有用な解析装置でもあることから、世界各国で様々な装置の開発が進められている。

既存の電力系統リアルタイムシミュレータには、

- 回転機方式アナログ型
- 電子回路方式アナログ型
- デジタル型
- ハイブリッド型

といったものがあり、各々に特有の特徴をもっている。

## 1.2 電力系統リアルタイムシミュレータ

回転機型アナログ型シミュレータは、図 1.1 に示すように系統要素のすべてを実機をスケールダウンした縮小モデルで模擬しているため、実系統で起こる様々な現象をほぼ完全に再現することができ、またさまざまなパラメータをリアルタイムに一度に見ることができ、発電機には回転機を用い、送電線、変圧器などは抵抗、コイル、コンデンサを組み合わせることで表している。

模擬回路電圧が高くなるほど、各モデルの装置外形が大きくなる。一方、電圧を低くすると、各モデルの装置損失による誤差が大きくなり、精度が悪くなる。また、発電機定数は機器固有の値で決定されてしまい、任意に変更できないため解析上の制約を受ける。現在もリレーや制御装置の試験に使用されているが、系統解析に使用するには限界がある。

また、シミュレータの定格電圧は数百～2、3千[V]、定格電流は数十[A]である。定格容量が大きいため電子方式、デジタル方式のシミュレータとの結合は非常に難しい。その一方、発電機をスケールダウンした実機で、送電線をRCL回路を実際に組んで再現しているため非常に高価な設備であり、広いスペースが必要とされる。



図 1.1: 回転機式アナログ型電力系等シミュレータ

電子回路方式アナログ型シミュレータは、同期発電機をアナログ回路を用いて Park モデルで再現したものをを用いたシミュレータである。アナログ電子回路を用いて電力機器の特性を模擬した縮小モデルの集合体をベースとして、管理用計算機(系統変更、定数変更、データ管理など)を組み合わせたものである。例えば発電機は図 1.2 のように Park 式をアナログ等価回路で実現している。外観は図 1.3 のようになる。

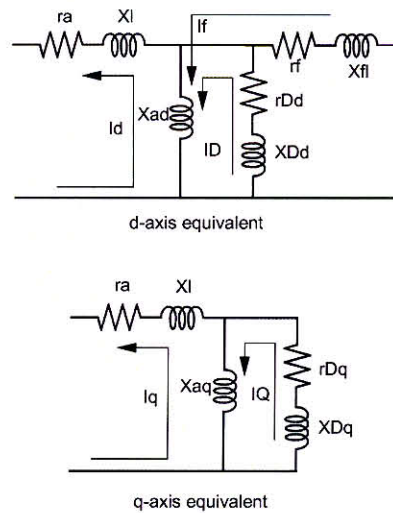


図 1.2: Park Model

高調波から系統動揺まで、連続した時間領域でリアルタイムの解析が可能である。十分な解析精度が得られるため、一部の電力会社やメーカーで系統解析や制御装置の開発に使



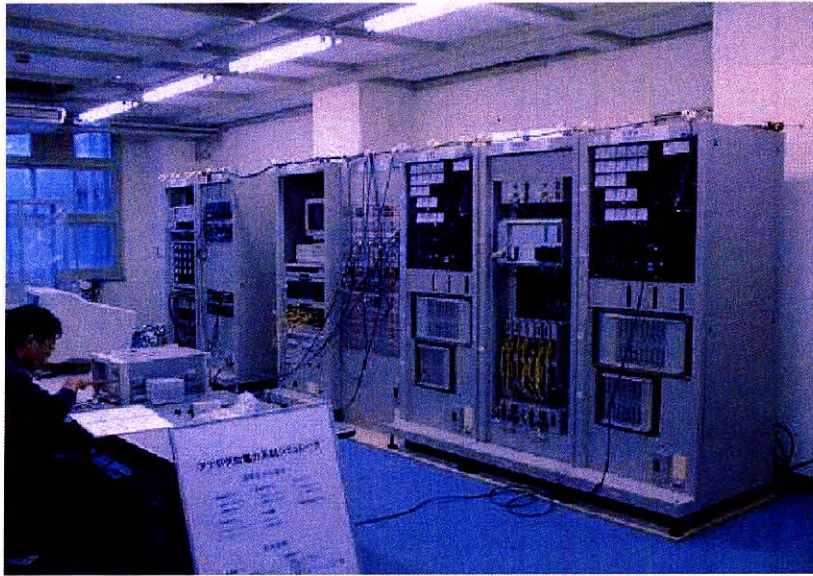


図 1.3: 電子回路式アナログ型電力系等シミュレータ

用されている。回転機型と比較して省スペースではあるがやはりある程度のスペースが必要とされ、大規模システムを組む場合には新たな設備投資とスペースが必要とされることになる。定格電圧は数十[V]、定格電流は数十[mA]である。定格容量がそれほど大きくないので、適当なアンプを介在させることでデジタルシミュレータとの結合が可能となっている。これが後述するハイブリッドシミュレータである。

アナログ型シミュレータ全体でみると、数学的に解明されていない現象に関しては、システムを等価的に模擬し、現象と等価的な操作を行うことで現象を再現、解析することができるという点がメリットとして考えられる。その一方で、アナログ回路で模擬していることでシミュレーション時にさまざまなノイズが混入してくることになり、これが現実に近い形のものであれば問題ないが、現実的にありえない大きさのノイズが入ってくることでシミュレーションが発散してしまう場合が数多く存在し、アナログシミュレーションを非常に難しいものになっている。現実にはローパスフィルタを用いたりといった対策を用いてうまくシミュレーションを行っていることも多いが、その対処法も扱うシステムや現象によって異なってくるため各々のトラブルにおける対策を立てるには経験に基づく判断と手間がかかる。

一方、デジタルシミュレータにおいては、すべてを計算機内で行うため、回転機型、

電子回路型アナログシミュレータに比べて場所を取らない。外観は図 1.4 のようになる。A/D、D/A ポートを持ち、電子回路式アナログ型シミュレータと結合することができるようになっている。

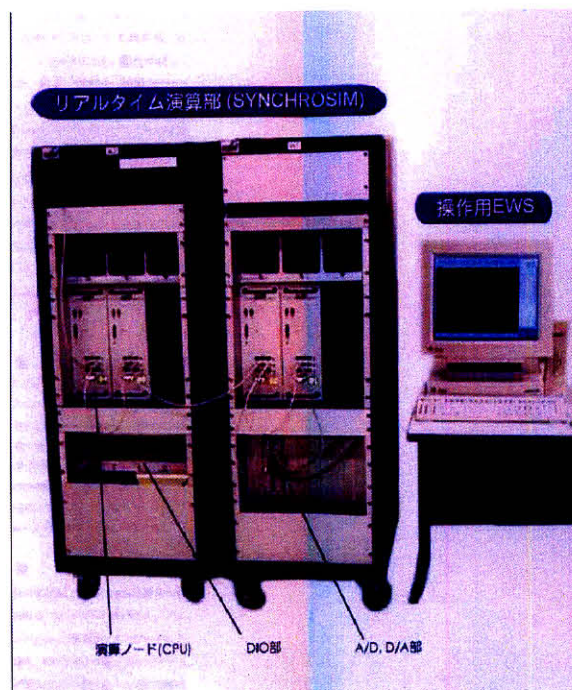


図 1.4: デジタル電力系等シミュレータ

また、システムの組替え、パラメータの変更に関しても計算機上での変更だけで間に合うため、実際に回路を組み替えなければならないアナログシミュレータと比較して手間もかからず簡便である。

以上のようなことから、扱える系統規模の大きさに関してはデジタル型のシミュレータの方が有利である。

また、精度に関しては、アナログシミュレータは連続的にシミュレーションを行うので特に問題は生じないが、デジタルシミュレータにおいては離散的にシミュレーションを行うため、その演算刻み幅(タイムステップ)がシミュレーションの精度に大きく影響を与える。

他励式 HVDC 系統システムをアナログシミュレータ、デジタルシミュレータ(商品名: Hypersim) の双方で解析した例 [1] では、タイムステップを  $100\mu\text{s}$  に設定したときの結果

とアナログシミュレータの結果とが良く一致している。このとき、タイムステップは他に 10, 50, 150 $\mu$ s を試している。

数値解析において微分方程式を解く際には、精度の面から一般的にルンゲ・クッタ法が用いられる。ほかにもオイラー法などさまざまな手法が存在するが、一般的にこれら微分方程式の解法は、計算の刻み幅が小さくなるほど誤差が小さくなるはずである。しかしこの解析例では、タイムステップが 10 $\mu$ s, 50 $\mu$ s の場合より 100 $\mu$ s の方がアナログシミュレータと一致している。

これは、デジタルシミュレータが正確に解析するものがあくまで実システムを近似した微分方程式であることに由来する。タイムステップを小さくすることで、与えた微分方程式はより誤差を少なく正確に解析されるが、実システムにおいては数式で表現する方法が確立されていない現象もあり、これを取り扱うことのできないデジタルシミュレータの解析結果がアナログシミュレータの解析結果と完全には一致しないことはありうることである。

一方、システムを拡大していくにつれシステム状態の計算にかかる時間は長くなっていく。しかし、精度を維持しながらタイムステップを大きくするには限界があり、また実時間単位の 1 タイムステップ中にその時間軸のシステム計算を収めなければならない関係から (図 1.5)、扱えるシステムの規模にも限界が存在する。そのため、デジタルシミュレータは、アナログシミュレータと比較して大規模なシステムを扱えることは確かであるが、無制限に拡大することはできない。ただ、計算機自体の性能は日々向上しており、計算手法の改善、CPU の並列処理など計算の高速化の研究が進んでおり、今後さらに大規模なシステムを扱うことも可能になると考えられる。

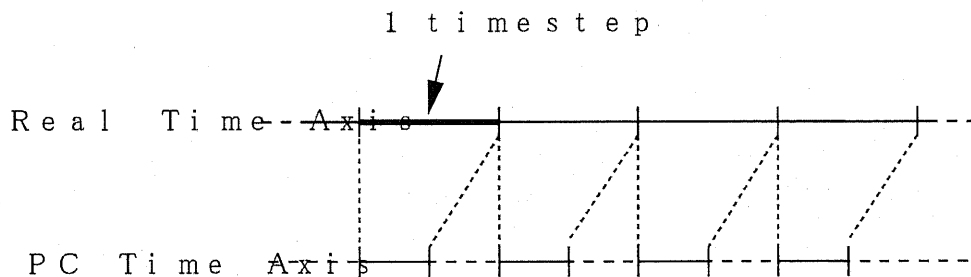


図 1.5: timestep

ハイブリッドシミュレータは、多数のマイクロプロセッサを用いて超高速で処理する超並列処理コンピュータと D/A、A/D 変換器を介してアナログシミュレータと接続詞、ワー

クステーションで入出力させるようにしたもの [2] で、数式化が未開発の現象も解析できるアナログの特徴と大規模システムの解析が可能なデジタルの特徴を併せ持っている。デジタル部は電力系統現象のリアルタイム計算を行う並列処理計算機や DSP、データ入力や解析を行う EWS、および被試験体やアナログ部との連系のための A/D 変換器から構成される [3]。

アナログ側から入力されるデータを A/D 変換し、系統計算を行い、得られたデータを D/A 変換してアナログ側に戻すため、A/D、D/A 変換器、計算時間の分だけ遅れることになる。この遅れがある程度以上 (扱う系統規模に依存するが) 大きくなると計算精度が保てなくなる。アナログ部とデジタル部の連携を良好にするために、フルデジタルシミュレータでシミュレーションする場合と比べてデジタル部では大きな系統を扱うことはできなくなり、シミュレータ全体で扱える系統規模もアナログシミュレータと比較して劇的に大きくなるということはない。

これらの特徴をまとめると以下に示した表 1.1 のようになる。

表 1.1: リアルタイム電力系統シミュレータの特徴

電力系統シミュレータの種類		長所	改善点
アナログ型	回転機式	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 精度が高い</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 広大なスペースが必要</li> <li>・ 操作性が低い</li> <li>・ 拡張性が低い</li> </ul>
	電子方式	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 精度が高い</li> <li>・ 拡張が比較的容易</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 広いスペースが必要</li> </ul>
デジタル型		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 精度が高い (パラメータによる)</li> <li>・ 操作性が良い</li> <li>・ 小さなスペースで十分</li> <li>・ 拡張性が高い</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 数式化が必須</li> <li>・ 演算刻み幅の制約 (解析精度に影響)</li> </ul>
ハイブリッド型		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 精度が高い</li> <li>・ 操作性が良い</li> <li>・ 拡張が容易</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ デジタル型とアナログ型の中間程度のスペース</li> <li>・ 演算刻み幅の制約 (A/D 接続)</li> </ul>

これらの特徴を踏まえた上で、現在ではデジタルタイプのリアルタイムシミュレータが主流となってきている [4]。

一方で、電力系統シミュレータは非常に高価な装置でもあるため、現在では安価なリアルタイム電力シミュレータの開発も進められている。

### 1.3 本研究の目的

本研究では、市販の CAD ソフトである MATLAB/SIMULINK をソフトウェアとして、DSP(Digital Signal Processor) をハードウェアとして採用し、MATLAB/SIMULINK で作成したプログラムを DSP にダウンロードしてリアルタイムシミュレーションを行う、という電力系統シミュレータの開発の基礎研究を行っている [5] [6]。このようなコンセプトを基に商品化されている ARTEMIS のようなソフトもすでに存在している [7]。ARTEMIS では微分方程式の解法として台形法を用いており、SVC, TCR, インバータといった機器に関するシミュレーション例が多く扱われている。

電力系統分野における系統のフルデジタルシミュレーション技術は、おおまかに表 1.2 に示されるように分類することができる。本研究は、リアルタイムでの 3 相瞬時値シミュレーション技術に分類される。この分野では、表の項目からも見て取れるように、機器そのものの詳細な解析が数多く行われている。演算処理量とリアルタイム性の問題から大規模系統のシミュレーションが行われた例は紹介されていない。本研究では 3 相瞬時値での大規模系統のリアルタイムシミュレーション技術においての送電網作成手法の提案を行う。

表 1.2: 電力系統工学におけるシミュレーション技術の分類

	実効値シミュレーション	3 相瞬時値シミュレーション
リアルタイム	訓練	リレー制御 (EDF)、ARTEMIS HVDC 制御装置 (EMPCAD/EMTDC,HYPERSIM)
オフライン	運用計画	系統計画 (EMTP)

市販ソフトである MATLAB/SIMULINK を採用することでソフト開発のコストを抑え、DSP をハードウェアとして採用することでハード面でのコストも削減することが可能となる。また、CAD ソフトを利用することで、操作が簡便になり、また視覚に訴えることで初

学者にも親しみやすく、理解しやすいものとなる。

電力系統上に生じる諸現象は図 1.6 のように分類される。従来のリアルタイムシミュレーション技術は基幹系統を中心に据えていたため高コストの解析技術でも開発が行われてきたが、今後は分散電源の導入などを背景に、サージ現象などの解析領域の外で装置の運転特性などをリアルタイムに確認したいといったニーズが高まることが予想される。このような目的のためには、低コストで諸現象をリアルタイムに再現することを可能にする技術が必要になると考えられる。そこで本研究では、シミュレータによる解析対象を点線で囲まれた

- 電圧不安定現象
- 過渡不安定現象
- 定態不安定現象
- 周波数変動

といった安定度に関する諸現象に絞り、1kHz 付近以下の帯域の現象を扱うこととし、それ以上に高い周波数領域であるサージ現象などは対象としていない。それにより、送電線を従来の Bergeron 法ではなく集中定数回路でモデル化する。

また、大規模系統でのリアルタイムデジタルシミュレーションにおいて、送電網部分は演算負荷の増大の主要因と考えられる。系統規模が小さい場合には送電網部分の演算負荷はほかの機器モデルの演算負荷と比較して小さいが、系統が大きくなり、浮遊ノードを数多く含む系統になるとその割合は飛躍的に増大し、リアルタイムシミュレーションのボトルネックになると考えられる。

そこで本研究では、連続時間領域でのシミュレーションにおける送電網の低次元伝達関数行列モデル表現手法の提案を行う。このとき、連続時間領域での送電網同定モデルにおいて、相互インピーダンスを考慮した場合に安定な伝達関数行列へ同定されないという問題が生じる場合が多数存在した。そこで、一般に数値安定性に関しては劣るとされるが、この問題に対して有効な手段となる離散時間シミュレーション領域での送電網モデル作成手法の基礎となる、精度のよい離散化手法の開発、提案を行う。

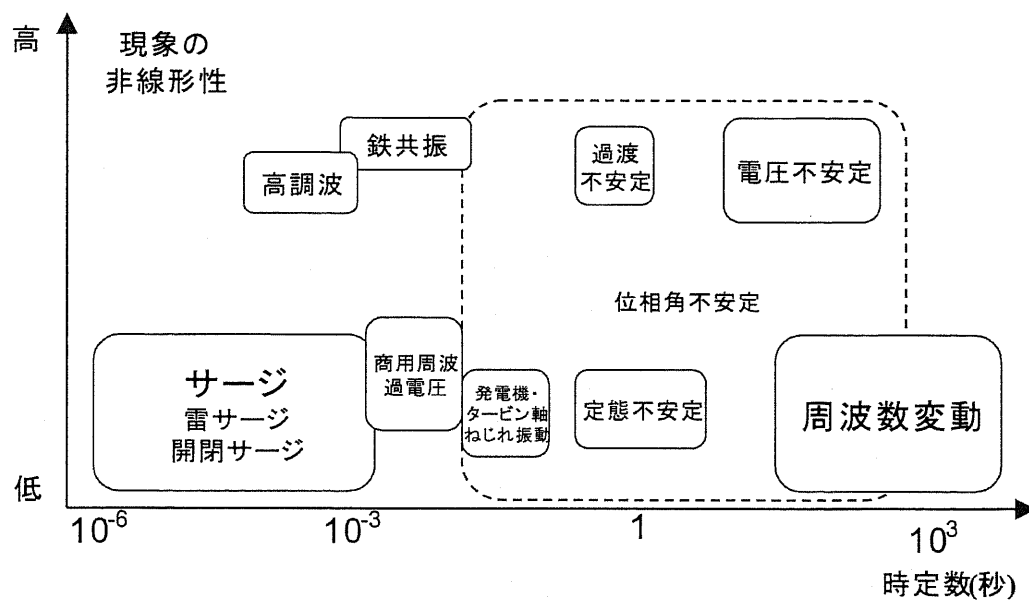


図 1.6: 電力系統内で発生する諸現象

## 1.4 本論文の構成

本論文では 2 章で三相瞬時値解析における送電線モデルの取り扱い方について述べる。3 章で送電網モデルの構築手法について述べ、連続時間領域、離散時間領域において周波数特性から送電網モデルを同定する方法について 4 章、5 章で提案する。6 章において 3 章から 5 章で提案した手法を用いて電力系統のモデルを作成し、三相瞬時値でのシミュレーションを行い提案手法の妥当性についての評価を行う。7 章では 6 章において作成したモデルを DSP にダウンロードし、リアルタイムシミュレータとしての評価を行った。最後に 8 章で結論を述べる。

## 第 2 章

### 三相瞬時値解析手法

#### 2.1 はじめに

リアルタイムシミュレーションのための送電線モデルに関しては、これまでも研究がなされてきており、IEEEなどで発表されている [8] [9]。その中には実用化技術として、デジタルタイプの電力系統リアルタイムシミュレータがある。TNA(Transmission Network Analyzer) や RTDS(Real Time Digital Simulator) に組み込まれているものも存在する [10] [11]。この送電線モデルは、J.R.Marti の提案した Bergeron 法を用いたモデル [12] を発展させたもので、すべての周波数帯域を網羅した非常に詳細なモデルであり、主として HVDC や異国間の連系線モデルとして送電線自体の特性解析に用いられている。電力系統に生じる諸現象は、周波数変動や電圧不安定といったものからサージ現象や高調波といったものまでその周波数は幅広く分類される。従来のリアルタイムシミュレーション技術は基幹系統を中心に据えていたため高コストの解析技術でも開発が行われてきたが、今後は分散電源の導入などを背景に、サージ現象などの非常に速い現象の解析領域の外で装置の運転特性などをリアルタイムに確認したいといったニーズも高まることが予想される。このような目的のためには、低コストで諸現象をリアルタイムに再現することを可能にする技術が必要になると考えられる。そこで本研究では、シミュレータによる解析対象を電圧不安定現象、過渡不安定現象、定態不安定現象、周波数変動といった安定度に関する諸現象に絞り、1kHz 付近以下の帯域の現象を扱うこととし、それ以上に高い周波数領域であるサージ現象などは対象としない。上に述べたように、1kHz を超える高調波領域の現象を対象外としているため、送電網の基礎となる送電線のモデルは、分布定数線路を用いた Bergeron 法などサー



ジ領域まで網羅した方法を用いる必要はなく、集中定数回路で十分なモデル化ができると考えられる。

## 2.2 相互インピーダンス無視集中定数型送電線モデル

従来では、計算機の処理能力の都合から、計算量を減らし、高速にシミュレーションを行うために、送電線は図 2.1 に示されたような簡単な単相  $\pi$  型モデルを並列することで模擬されることが多かった。

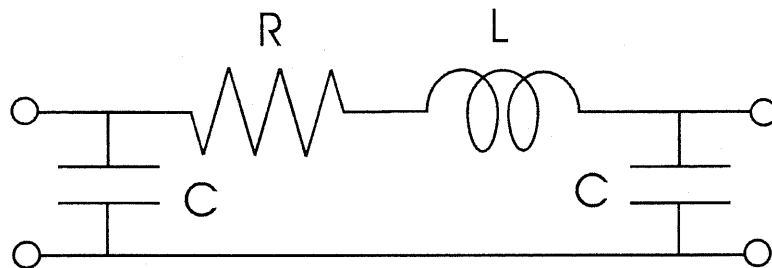


図 2.1: 相互インピーダンス無視  $\pi$  型送電線モデル

このモデルを RL 部分と C 部分に分割し、各々を四端子回路網とみなして伝達関数による基本行列を求めてみる。

### RL 部分について

RL 部分は図 2.2 のようになる。

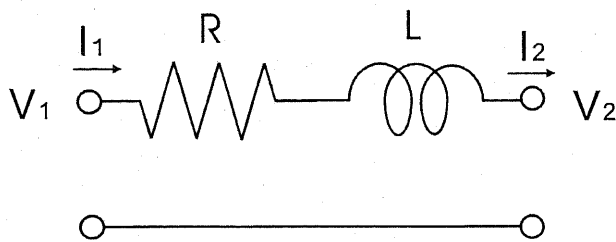


図 2.2: RL 部分

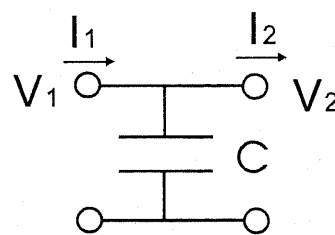


図 2.3: C 部分

$$\begin{cases} V_1 = V_2 + L \frac{d}{dt} I_2 + R I_2 \\ I_1 = I_2 \end{cases}$$

これより、

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R + Ls \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

C部分について

また、Cの部分は図2.3のようになり、

$$\begin{cases} C \frac{d}{dt} V_1 = I_1 - I_2 \\ C \frac{d}{dt} V_2 = I_1 - I_2 \end{cases}$$

より

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Cs & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

## 2.3 相互インピーダンス考慮集中定数型送電線モデル

送電線を、相互インダクタンス、相互キャパシタンス、対地キャパシタンスをも考慮して、 $\pi$ 型の集中定数回路を用いてモデル化すると図2.4のようになる。

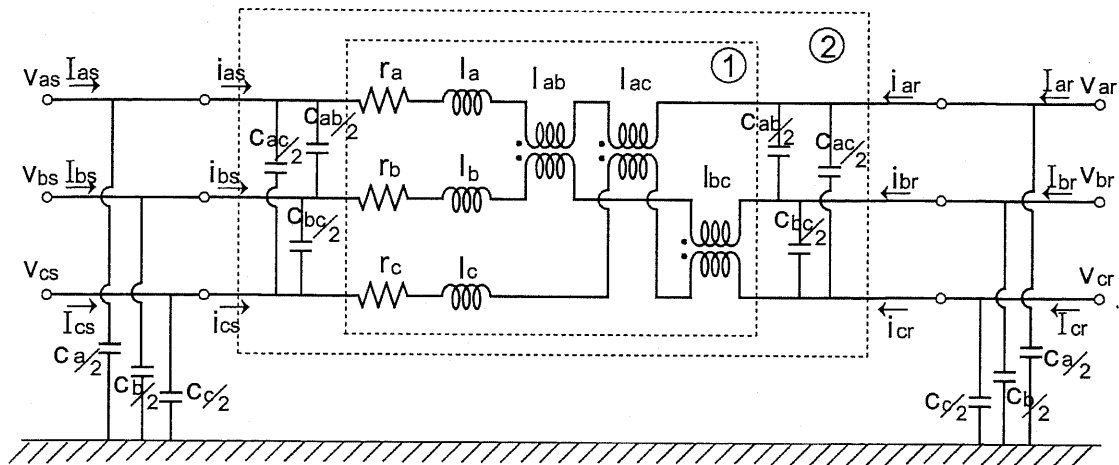


図 2.4:  $\pi$  型送電線モデル

これを3つに分割し、その各々について四端子回路網の考え方を応用し、伝達関数の基本行列を作成する。

抵抗、インダクタンス (部分) について

抵抗とインダクタンス部分 (部分: 図 2.5) に関しては、

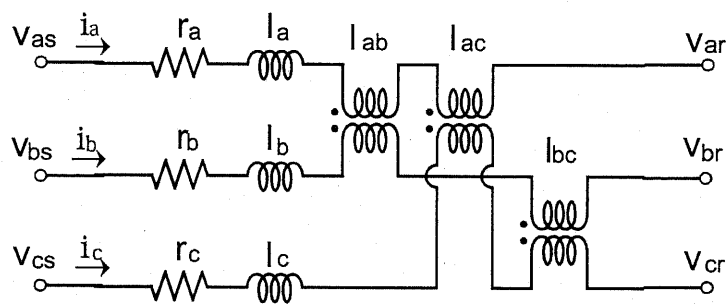


図 2.5: 抵抗とインダクタンス

$$\begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ab} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_{cc} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix}$$

この式を変形すると、

$$\begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \\ i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R_a + L_{aa}s & L_{ab}s & L_{ac}s \\ 0 & 1 & 0 & L_{ab}s & R_b + L_{bb}s & L_{bc}s \\ 0 & 0 & 1 & L_{ac}s & L_{bc}s & R_c + L_{cc}s \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \\ i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix}$$

これを書き直すと以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{f}_{RL} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

相互キャパシタンス (部分) について

次に、相互キャパシタンス部分 (部分: 図 2.6) について考える。

$$C_{ab} \frac{d}{dt} (v_{1a} - v_{1b}) = i_{ab}$$

$$C_{bc} \frac{d}{dt} (v_{1b} - v_{1c}) = i_{bc}$$

$$C_{ac} \frac{d}{dt} (v_{1a} - v_{1c}) = i_{ac}$$

$$C_{ab} \frac{d}{dt} (v_{2a} - v_{2b}) = i_{ab}$$

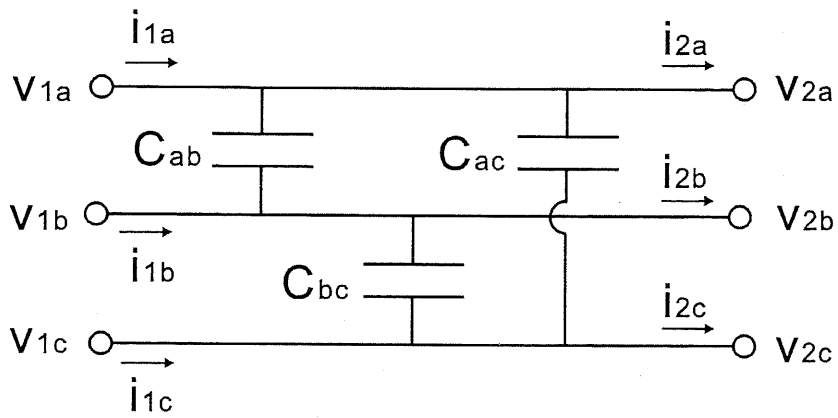


図 2.6: 相互キャパシタンス

$$C_{bc} \frac{d}{dt}(v_{2b} - v_{2c}) = i_{bc}$$

$$C_{ac} \frac{d}{dt}(v_{2a} - v_{2c}) = i_{ac}$$

$$i_{2a} = i_{1a} - i_{ab} - i_{ac}$$

$$i_{2b} = i_{1b} + i_{ab} - i_{bc}$$

$$i_{2c} = i_{1c} + i_{bc} + i_{ac}$$

以上 9 式を整理すると、

$$\begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \\ i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (C_{ab} + C_{ac})s & -C_{ab}s & -C_{ac}s & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{ab}s & (C_{ab} + C_{bc})s & -C_{bc}s & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -C_{ac}s & -C_{bc}s & (C_{ac} + C_{bc})s & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \\ i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix}$$

これを書き直して以下の式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{cd} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

対地キャパシタンス部分について

最後に、対地キャパシタンス部分 (図 2.7) について考える。

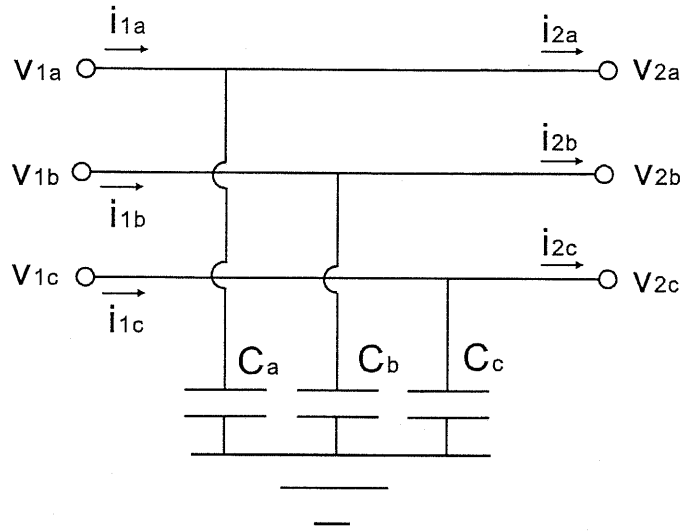


図 2.7: 対地キャパシタンス

$$\begin{aligned}i_{ga} &= i_{1a} - i_{2a} \\ &= C_a \frac{d}{dt} v_{1a} \\ &= C_a \frac{d}{dt} v_{2a} \\ i_{gb} &= i_{1b} - i_{2b} \\ &= C_b \frac{d}{dt} v_{1b} \\ &= C_b \frac{d}{dt} v_{2b} \\ i_{gc} &= i_{1c} - i_{2c} \\ &= C_c \frac{d}{dt} v_{1c} \\ &= C_c \frac{d}{dt} v_{2c}\end{aligned}$$

上式を整理すると、

$$\begin{bmatrix} v_{1a} \\ v_{1b} \\ v_{1c} \\ i_{1a} \\ i_{1b} \\ i_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C_{as} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{bs} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & C_{cs} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2a} \\ v_{2b} \\ v_{2c} \\ i_{2a} \\ i_{2b} \\ i_{2c} \end{bmatrix}$$

書き直すと以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{cg} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

詳細モデルの四端子的表現とその妥当性

式2.4と式2.5の行列の形に注目すると、キャパシタンスに関する行列はまとめてしまうことができる。要するに対地と相互のキャパシタンス部分を一括して扱う基本行列を作ることになるが、その行列は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{cg} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{cd} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{cg} + \mathbf{f}_{cd} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.6)$$

ここで、式2.1と式2.3、式2.2と式2.6を比較する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & R + Ls \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{i}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{f}_{RL} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{i}_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ f_{cg} + f_{cd} & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

この比較から、詳細モデルについても簡易モデルと同等な扱いをすることが可能なのではないかと考えられるので、その妥当性を実際に計算して確認した。

回路的アプローチ 式 2.3、式 2.6 から等価回路として予想される回路を図示すると、図 2.8 のように表現される。

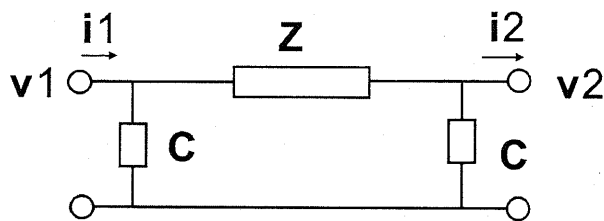


図 2.8: 詳細モデルの等価的な扱い

ただし、 $Z$ 、 $C$ は、

$$Z = f_{RL} \quad (2.7)$$

$$C = f_{cg} + f_{cd} \quad (2.8)$$

であり、

$$v = Z \cdot i$$

$$i = C \cdot v$$

を満たす次元を持つものとなる。

このとき、



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ J & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

という基本行列を満たす各要素 A、B、J、K を求めてみる。  
すると、

$$A = Z \cdot C + E$$

$$B = Z$$

$$J = 2C + C \cdot Z \cdot C$$

$$K = C \cdot Z + E$$

$$F_{\text{circuit}} = \begin{bmatrix} Z \cdot C + E & Z \\ 2C + C \cdot Z \cdot C & C \cdot Z + E \end{bmatrix}$$

となる。

計算によるアプローチ 前回求めた個々の回路の基本行列を掛け合わせた形になるので以下のようになる。

$$\begin{aligned} F_{\text{calculate}} &= \begin{bmatrix} E & 0 \\ C & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & Z \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ C & E \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Z \cdot C + E & Z \\ 2C + C \cdot Z \cdot C & C \cdot Z + E \end{bmatrix} \end{aligned}$$

以上の結果より、

$$F_{\text{circuit}} = F_{\text{calculate}}$$

が成立することがわかり、詳細モデルを図 2.8 のように等価的に取り扱うことが妥当であることが示された。

## 第 3 章

# 送電網モデルの構成

### 3.1 はじめに

本研究では、おおまかに

1. 低次同定送電網モデルの作成 (MATLAB 上)
2. オフラインシミュレーション (SIMULINK 上)
3. リアルタイムシミュレーション (DSP 上)

という 3 段階に区切られている。この流れを図 3.1 に示す。

本章では第一段階である送電網モデルの構成手法についてその構成の仕方やイメージといったものを示す。

本研究で用いる MATLAB/SIMULINK が CAD ソフトであることから、図 3.2 に示してあるように、送電網のモデルと発電機のモデルがそれぞれ分離独立したブロックという形で存在し、そのブロックを組み合わせることで簡便、自在に系統を構成することが可能であることが本研究の目的のひとつである。

また、従来の安定度解析における過渡現象のシミュレーションは、実効値解析が主であり、また、発電機など送電網に接続する機器は電圧源モデルもしくは電流源モデルのどちらかのタイプのみでのシミュレーションであった。

系統故障のシミュレーションを行う際、従来は電圧源モデルのノード至近端で地絡故障を発生させるときにアドミタンスを一時的に十分大きな値にすることで事故状態に近い系

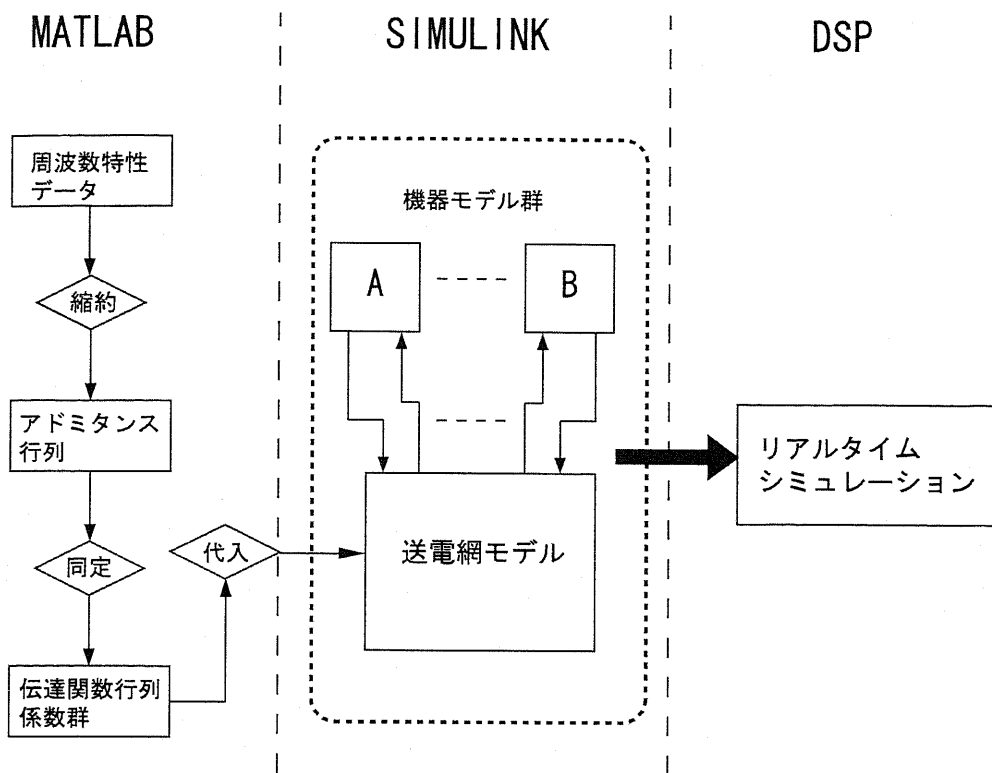


図 3.1: 研究のフローチャート

統状態を作り出すということをしている。しかし実際には、開放故障の場合には電流が強制的にゼロとなる。したがって機器側への入力が強制的に電流となるため、機器は電圧源のモデルが適当である。一方、地絡故障の場合には、電圧が強制的にゼロとなるために機器側への入力も強制的に電圧となる。したがって機器は電流源モデルを用いると、近似を用いることなく状態を直接正確に模擬することができ、シミュレーションの精度も上がると考えられる。このことから、送電網のモデルは、図 3.3 に示されるように、電圧源モデル、電流源モデルの両方を接続可能であることが望ましいと考えられる。

以上に述べたコンセプトの送電網モデルを実際に相互インピーダンスを考慮した送電線詳細モデルで構成していくと、膨大な計算量が必要となる。系統規模を拡大していく際にその計算量がリアルタイムシミュレーションのボトルネックとなる可能性がある。そこで、送電網の周波数特性を数値データとして与え、その周波数特性を低次の有理伝達関数に同定することでシミュレーション時の計算量を削減し演算に余裕をもたせることで大規模系統も取り扱える送電網モデルを提案する。

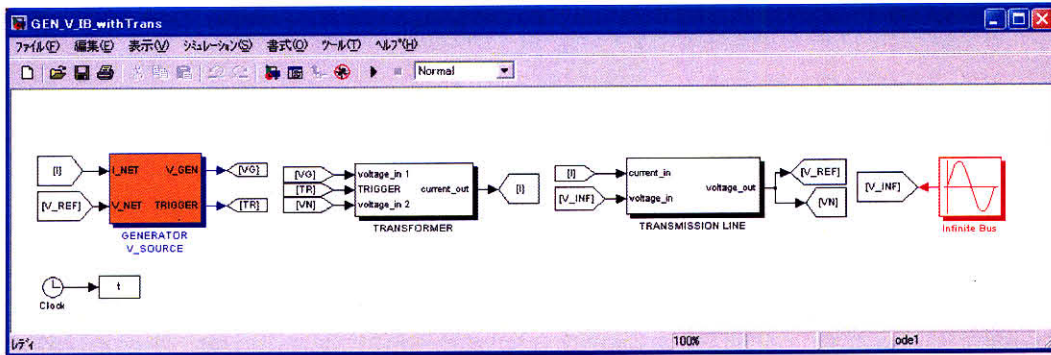


図 3.2: 送電網モデルとの接続構成

また、図 3.1 に示した SIMULINK 上のオフラインシミュレーションから DSP 上にダウンロードを行う際に、SIMULINK のプログラム中に代数ループを含まないことが条件になる。これは DSP の処理の仕様から生じる条件で避けることができない。相互インピーダンスを考慮する際、相互キャパシタンス部分に流れる電流の演算部分において、微分演算を後退差分で近似しているために必ず代数ループを生じてしまうというモデル上の問題であった。またこの代数ループから生じる収束計算などがシミュレーションに及ぼす影響も考えられる。

送電網モデルを、前章で示した送電線その他の各要素を用いて表現する方法ではなく、送電網の周波数特性を低次有理伝達関数に同定することで、送電網モデルを自動的に構築することが可能になり、非常に効率的になる。

また、詳細モデルを用いて構成した送電網モデルにおいては、DSP にダウンロードする際に問題となる代数ループの除去が課題となっていた。低次有理伝達関数で同定したモデルを用いる手法によってこの問題も解決することが可能となった。

提案手法では、相互インピーダンスもすべて含めた周波数特性のデータを用意し、それを同定する際に同定する伝達関数の分母、分子の次数を指定することが可能であるため、分母の多項式の次数を分子の多項式の次数よりも必ず大きくなるように設定する方法を用いることで代数ループが生じない構造になっている。

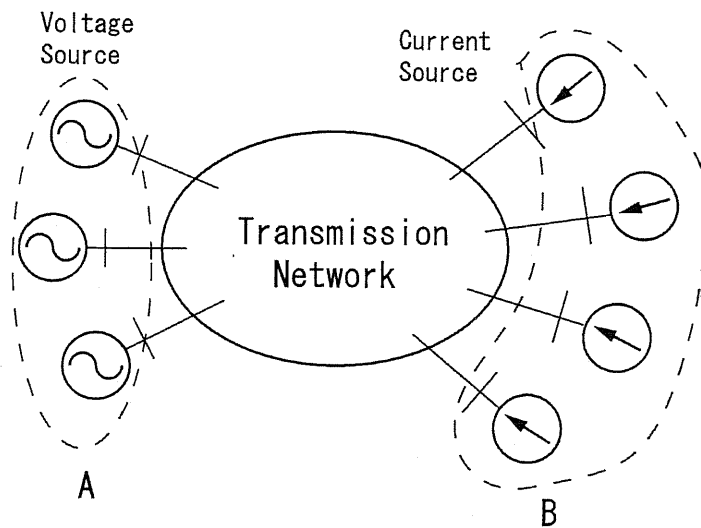


図 3.3: 送電網モデル

### 3.2 対地キャパシタンスの分離

電力システムの構成を前節の図 3.2 に示した形にした場合に、送電網モデルの自由度が不足するというデメリットが存在する。一つの例として電流源モデルの発電機を送電網モデルと接続した場合を考える。定常状態のシミュレーションに関しては何の障害もないが、発電機端子で地絡故障を起こした場合に問題を生じる。定常状態においては、図 3.2 に示す送電網モデル側は入力電流、出力電圧となるが、発電機端子で地絡故障を起こした場合、強制的に入力が電圧（ゼロ）となってしまうために、表 3.1 に示すように送電網モデル側は電圧入力、電流出力である必要がある。

送電網モデルの入出力を切り替えるということは、モデルの構成自体が根本的に異なってくるために、図 3.4 に示したように、同じ送電網について、電圧入力、電流出力のモデルと、電流入力、電圧出力のモデルという 2 つの形式で用意し、定常時と地絡故障時で切り替えるという形をとらざるを得なくなる。

このやり方では、2 つのパターンの送電網モデルを準備するのが面倒であるだけでなく、シミュレーションにおいて演算時間の大部分を占めるであろう送電網モデル部分の演算時間が倍増してしまうため、非常に非効率的であるだけでなく、演算時間の短縮という研究の目的に沿わないものになってしまう。

そこで本研究では、図 3.5 に示すように、送電網モデルをさらに 2 つの部分で構成する

表 3.1: 定常時と地絡故障時の入出力

	Generator		Network	
	INPUT	OUTPUT	INPUT	OUTPUT
Steady state	Voltage	Current	Current	Voltage
Ground fault	Voltage( $v = 0$ )	Current	Voltage( $v = 0$ )	Current

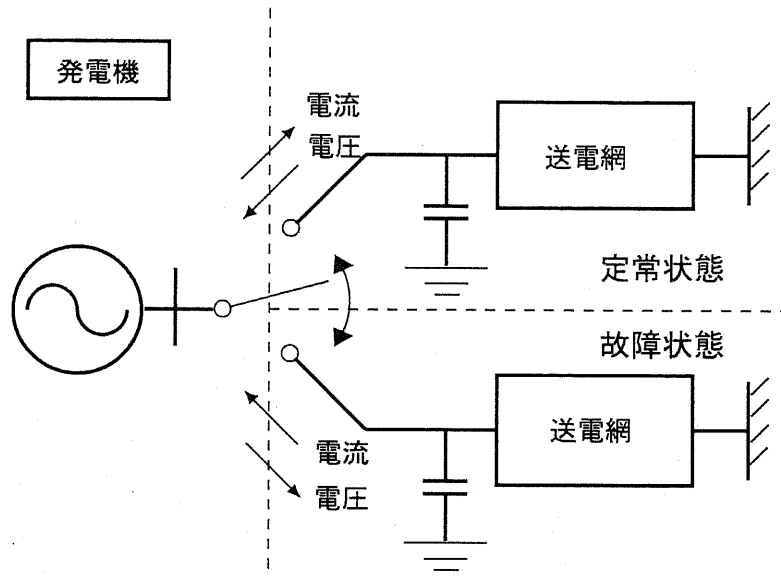


図 3.4: 定常時と地絡故障時の送電網モデルとの接続構成

ことを提案する。

発電機モデルと接続する送電線モデルの対地キャパシタンスを引き出し、送電網モデルを2つのブロックに分けそれぞれが独立して演算を行うという形をとる。

この図 3.5 の形をとることで、地絡故障を起こすときにも送電網モデルすべてを入れ替えず、中央の対地キャパシタンス部分の処理方法を変更するだけで済むようになり、送電網モデルが図 3.4 のように大掛かりにならず、演算時間も短いままになる。このときの対地キャパシタンス部分における演算処理過程を以下に示す。

電圧源モデルの発電機を送電網モデルに接続した場合には、

1. 電圧源側の出力電圧と対地キャパシタンスの送電網側の端子電圧は等しいので送電網モデルに電圧をそのまま入力、

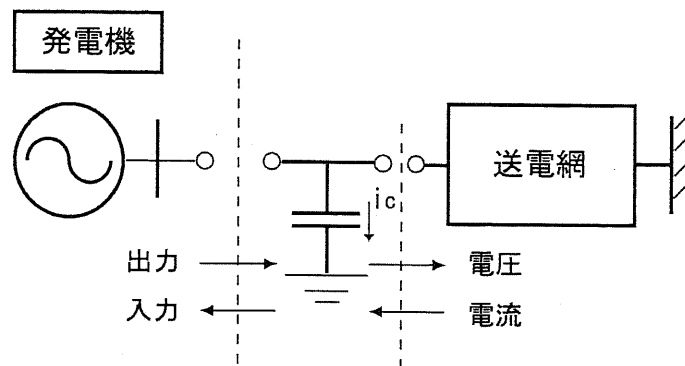


図 3.5: 提案する送電網モデルとの接続構成

2. 送電網モデルから出力された電流から対地キャパシタンスの電流  $i_c$  を差し引いて電圧源モデルに入力,

という過程を繰り返してシミュレーションが進む。一方電流源モデルを接続した場合には,

1. 電流源側の出力電流と送電網側の出力電流の合計が対地キャパシタンスに流れる電流になるので, その電流からキャパシタンスの電圧を計算, 電流源側と送電網モデル側に入力,

2. 電流源側と送電網モデル側においてそれぞれ電流を計算し, 対地キャパシタンスに入力,

という過程を繰り返してシミュレーションを行っていく。

送電網モデルをこのような構造にすることで, そこに接続する発電機その他の機器モデルにおいてもメリットが生じる。電圧源モデル, 電流源モデルのどちらを用いるにしても, 送電網モデルにおけるデータの入出力関係など一切を気にする必要がなくなり, 系統を簡単に構成することができるようになるのである。

### 3.3 送電網のモデルイメージ

以上に述べてきた送電網モデルを用いた電力系統をシミュレーションする際の流れは図3.6のようになる。

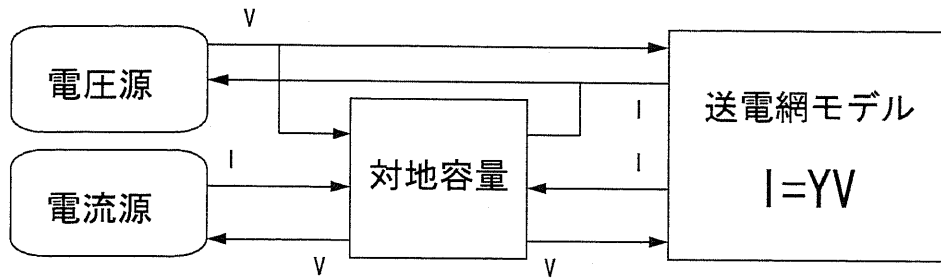


図 3.6: 提案する送電網のモデルイメージ

図中に示したように送電網モデルはアドミタンス行列のように電圧から電流を演算するブロックという形になることがわかる。

送電網の中には電圧源も電流源も接続されていない負荷のみのノードが存在しており、この浮遊ノードを縮約することにより送電網モデルの行列の次元を下げ、より簡略化した送電網モデルとして扱うことができるようになる。

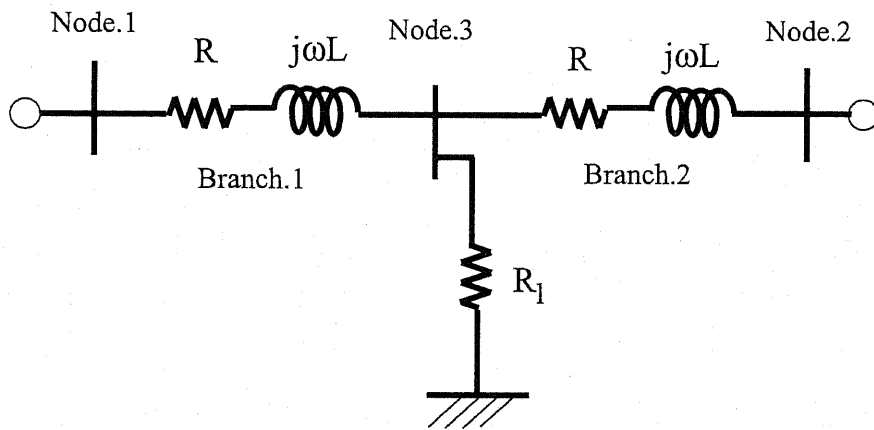


図 3.7: 浮遊ノードを含む簡単なモデル



たとえば図 3.7 のように浮遊ノードを含む系統があった場合、送電網モデルは以下のよう  
にあらわされる。

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{R+j\omega L} & 0 & -\frac{1}{R+j\omega L} \\ 0 & \frac{1}{R+j\omega L} & -\frac{1}{R+j\omega L} \\ -\frac{1}{R+j\omega L} & -\frac{1}{R+j\omega L} & \frac{2}{R+j\omega L} + \frac{1}{R_l} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

このときノード 3 は浮遊ノードになるため縮約することができ、縮約した結果は次のよ  
うになる。

$$Y_{reduction} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R+j\omega L} - \frac{R_l}{(2R_l+R+j\omega L)(R+j\omega L)} & -\frac{R_l}{(2R_l+R+j\omega L)(R+j\omega L)} \\ \frac{R_l}{(2R_l+R+j\omega L)(R+j\omega L)} & \frac{1}{R+j\omega L} - \frac{R_l}{(2R_l+R+j\omega L)(R+j\omega L)} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

これを一般化して表現すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_n \\ I_r \end{bmatrix} &= Y \begin{bmatrix} V_n \\ V_r \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{nr} \\ Y_{rn} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ V_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$r$  は浮遊ノードの数であり、浮遊ノードにおいては電流のトータルがゼロになることか  
ら ( $I_r = 0$ ) 縮約アドミタンス行列  $Y_{reduction}$  は次のように表現できる。

$$\begin{aligned} I_n &= Y_{reduction} V_n \\ &= (Y_{nn} - Y_{nr} \cdot Y_{rr}^{-1} \cdot Y_{rn}) V_n \end{aligned} \quad (3.4)$$

$Y_{nn}$ ,  $Y_{nr}$ ,  $Y_{rn}$ ,  $Y_{rr}$  はラプラス演算子  $s = j\omega$  を含む伝達関数であるため、その逆行列である  $Y_{rr}^{-1}$  を自動的、機械的に求めるのは非常に困難である。そこで本研究ではこのアドミタンス行列を数値的に求め、その周波数特性のデータから伝達関数と同定することによって自動的、機械的に送電網モデルを求める手法を提案する。

式 (3.1)、(3.2) からわかるように、ノードをひとつ縮約すると、縮約アドミタンス行列中の伝達関数の次数はひとつ高くなる。縮約するノードの数だけ理論的には伝達関数の次数は高くなるが、本研究ではシミュレーションの対象とする周波数が 1 kHz あたりまでであることから、1 kHz までの周波数特性から伝達関数を同定することで同定する伝達関数の次数を抑え、より単純な送電網モデルの構築を目指している。

アドミタンス行列の構造は図 3.8 のように示される。

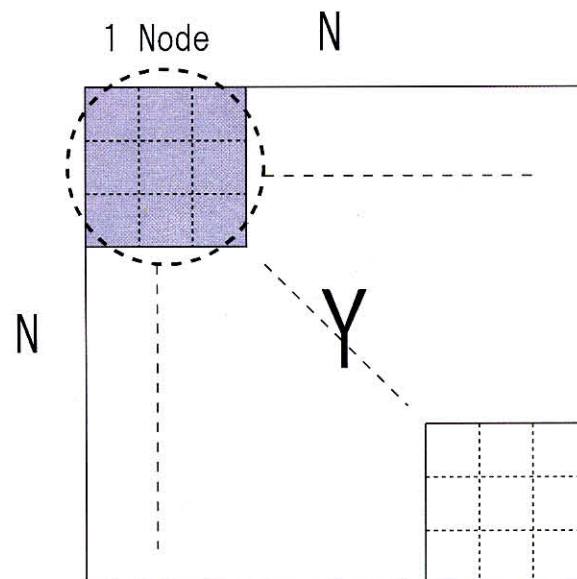


図 3.8: アドミタンス行列の構造

三相瞬時値シミュレーションを行うので、各ノードに相当するアドミタンス行列の要素は  $3 \times 3$  の行列になっている。相互インピーダンスを考慮しない場合は対角要素以外はゼロ、考慮する場合には対角要素以外にも伝達関数があることになる。

このアドミタンス行列をまず  $s = j\omega$  を用いてそれぞれの周波数におけるアドミタンス行列の数値データを求める (図 3.9)。

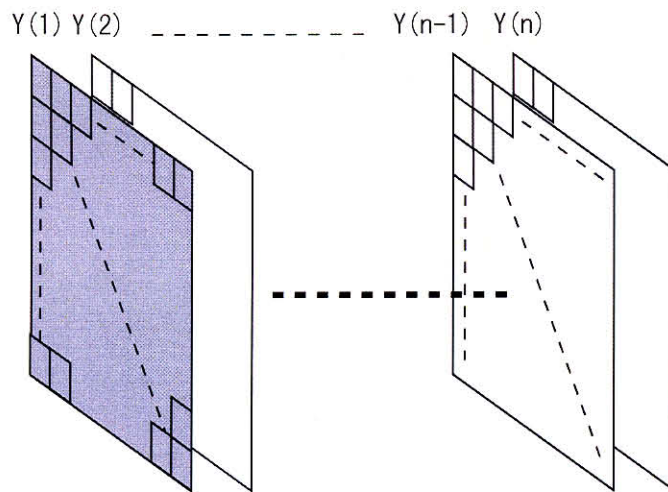


図 3.9: 周波数区切り

このアドミタンス行列群を図 3.10 のように要素ごとに周波数データを並べ、各行列要素ごとに伝達関数を同定していく。

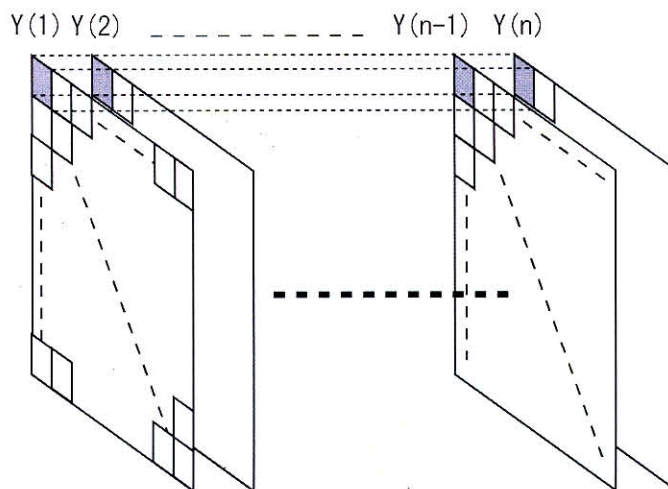


図 3.10: 要素区切り

## 第 4 章

# 連続時間処理手法

### 4.1 はじめに

本章では、前章までに述べてきた縮約アドミタンス形式の低次同定伝達関数行列送電網モデルを連続時間領域において求める周波数特性からのモデルの同定手法を紹介する。

### 4.2 線形化最小二乗法

$K$  個の離散的な周波数特性の数値データ  $(f_k, H_k) (k = 1, 2, \dots, K)$  が与えられている時、これを  $s$  の有理関数形式

$$\hat{H}(s) \equiv \frac{\hat{A}(s)}{\hat{B}(s)}$$

$$\hat{A}(s) \equiv \hat{a}_0 + \hat{a}_1 s + \dots + \hat{a}_N s^N$$

$$\hat{B}(s) \equiv 1 + \hat{b}_1 s + \dots + \hat{b}_N s^N$$

のモデルに同定する。ただし  $N$  は次数である。

$s$  と周波数  $f$  の関係は  $s = j2\pi f$  であるため、周波数特性の数値データは  $(s_k, H_k) (k = 1, 2, \dots, K)$  と考えることができる。このとき、通常の最小二乗法では、 $k$  番目のデータに対する誤差は

$$err_k \equiv H(s_k) - H_k \quad (4.1)$$

と定義され、評価関数は

$$\begin{aligned} J(x) &= \sum_{k=1}^K |err_k|^2 \\ &= \sum_{k=1}^K \left| \frac{\hat{A}(s_k)}{\hat{B}(s_k)} - H_k \right|^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

となる。しかし、上式中には、モデルのパラメータ  $[b_1, \dots, b_N]$  が非線形に含まれているため、そのまま解こうとすると、初期値および反復計算を必要とする非線形最小二乗法を適用しなければならない。そこで、新たに分母を払った誤差

$$err'_k \equiv \hat{A}(s_k) - \hat{B}(s_k)H_k \quad (4.3)$$

を定義すると、パラメータがすべて誤差中に線形に含まれるため線形最小二乗法を適用することができる。式 4.3 を  $k = 1, \dots, K$  について行列表示すると

$$e = Ax - b \quad (4.4)$$

となる。ただし、

$$e \equiv [err'_1, err'_2, \dots, err'_K]^T$$

:  $K$  次複素ベクトル

$$\begin{aligned}
x &\equiv [\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_N, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_N]^T \\
&: (2N+1) \text{ 次実ベクトル} \\
b &\equiv [H_1, H_2, \dots, H_K]^T \\
&: K \text{ 次複素ベクトル} \\
A_{kj} &\equiv \begin{cases} s_k^{j-1} & (1 \leq j \leq N+1) \\ -s_k^{j-(N+1)} H_k & (N+2 \leq j \leq 2N+1) \end{cases} \\
&: (K, 2N+1) \text{ 次複素行列}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

式4.4は、さらに実形式に書きなおすと、

$$r = Cx - d \tag{4.6}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
r &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{e\} \\ \text{Im}\{e\} \end{bmatrix} : 2K \text{ 次実ベクトル} \\
C &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{A\} \\ \text{Im}\{A\} \end{bmatrix} : (2K, 2N+1) \text{ 次実行列} \\
d &= \begin{bmatrix} \text{Re}\{b\} \\ \text{Im}\{b\} \end{bmatrix} : 2K \text{ 次実ベクトル}
\end{aligned}$$

式4.6より、誤差の二乗和である評価関数は

$$\begin{aligned}
J'(x) &\equiv r^T r \\
&= \sum_{k=1}^K |\text{err}'_k|^2 \\
&= \sum_{k=1}^K \{(\text{Re}\{\text{err}'_k\})^2 + (\text{Im}\{\text{err}'_k\})^2\}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

となり、これを最小化することにより式4.6の最小二乗解が求まる。よって、

$$\frac{\partial J'}{\partial x} = 0$$

から、正規方程式 (normal equations) は

$$C^T C x = C^T d \quad (4.8)$$

という式となり、これより

$$x = (C^T C)^{-1} C^T d \quad (4.9)$$

を得ることができる。

以上のように、誤差中にパラメータが線形に含まれるように定式化することによって、線形最小二乗法を適用することができ、初期値および反復計算を必要としない同定が可能となった [?] [?]

なお、従来のような非線形最小二乗法を適用した場合の評価関数 (式 4.2) においては、パラメータが誤差中に非線形に含まれるので、評価関数  $J(x)$  は図 4.1 に示すように複数の極小値を生じる。

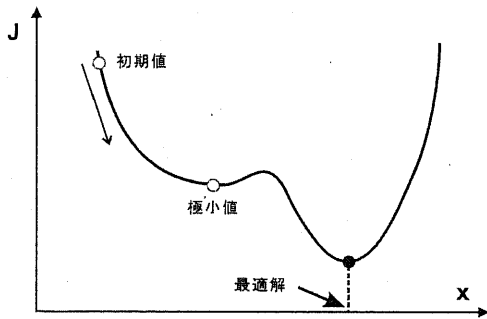


図 4.1: 非線形最小二乗法

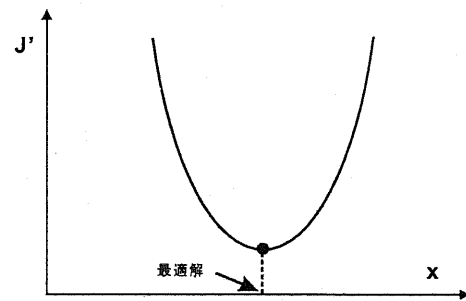


図 4.2: 線形最小二乗法

一方、線形化最小二乗法の場合、評価関数は式 4.7 で与えられ、モデルのパラメータ  $x$  の要素が実数であることから、 $J'(x)$  はすべてのパラメータに対して 2 次の多項式となり、また、2 次の係数が正であることより、図 4.2 に示すように極小値は唯一となる。

このような評価関数の形状の違いにより、非線形最小二乗法の場合は、初期値を決めて反復計算で解を探索する際に最適値ではない極小値に解が落ち着く可能性がある。一方で線形化最小二乗法の場合は、極小値が一つしかないので常に最適解を得ることができる。

ただし、誤差に式 4.3 を採用すると、分母を払ったことによるバイアスが生じてしまい、同定精度は悪くなってしまう。

例として、7次の伝達関数

$$G(s) = \frac{0.05(s^7 + 801s^6 + 1024s^5 + 599s^4 + 451s^3 + 119s^2 + 49s + 5.55)}{s^7 + 12.6s^6 + 53.48s^5 + 90.94s^4 + 71.83s^3 + 27.22s^2 + 4.75s + 0.3} \quad (4.10)$$

の同定を行った結果を図 4.3 に示す。

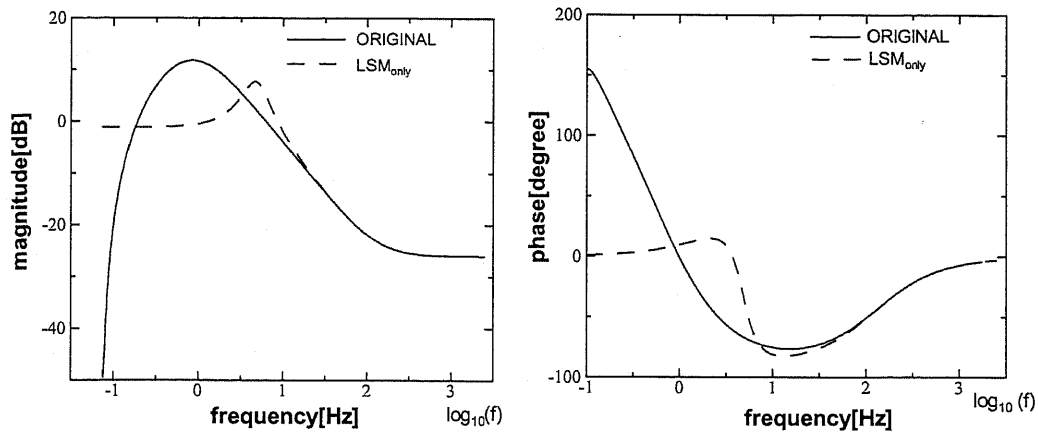


図 4.3: 最小二乗法での同定結果

図を見るとわかるように、ゲイン特性においても位相特性においても、相対的に周波数の小さい領域における同定精度がよくないという現象がみられる。

この現象の原因としては、

1. 新しい誤差定義による誤差の増幅
2. ゲイン特性の持つ極端な数値的落差
3.  $s = j\omega$  という置き換え

が考えられる。

### 4.3 新しい誤差定義による誤差の増幅

従来は誤差を

$$err_k = \frac{A(s_k)}{B(s_k)} - Y_k$$



としていたところを、本研究では、線形最小二乗法を用いるために、分母を払った

$$err'_k = A(s_k) - B(s_k) \cdot Y_k$$

を誤差と新たに定義している。この新たな誤差の定義の下では、分母払ったことによるバイアスにより同定精度が悪化することが考えられる。

#### 4.3.1 ゲイン特性の持つ極端な数値的落差

ゲインは [dB] 換算しているため、実際には値の大きな領域と小さな領域において 2~3 桁のオーダーの差がついている。このため、絶対誤差評価では、オーダーの小さい領域で誤差の含まれる割合が高くなるために同定精度がよくない領域が存在すると考えられる。

#### 4.3.2 $s = j\omega$ という置き換え

周波数特性は、伝達関数が  $G(s)$  と表現される場合、 $G(j\omega)$  で表される。このため、周波数の小さい領域においては、虚部の係数が非常に小さな値になる。

本研究では、係数群  $a$ 、 $b$  を実数で求めるために、複素表現された正規方程式 (4.4) を、実形式で書き直した式 (4.6) を用いて解いている。

実形式で書き直した正規方程式において、周波数の小さい領域の虚部に相当する行列要素は、相対的に非常に小さな値となるため、正規方程式を解く過程において影響を及ぼす割合も必然的に小さなものとなる。そのため、周波数の小さな領域の位相特性の同定制度が悪くなると考えることができる。

### 4.4 重み付けの付加

従来の最小二乗法では式 4.1 で誤差を表現していたが、本研究では式 4.3 で新たに誤差を定義しなおし、線形最小二乗法で処理する手法を採用した [13]。このため、前述のように分母を払ったことによるバイアスが生じ、同定精度に悪影響を及ぼすことが考えられる。この悪影響を改善する方法として、各データを相対誤差で評価する方法を取った。 $k$  番目のデータに対して相対誤差評価となるような重み付け  $w_k$  を掛けると、

$$\left| \frac{Y(s_k) - Y_k}{Y_k} \right| = \sqrt{w_k} |A(s_k) - B(s_k) \cdot Y_k|$$

となるので、重み付け係数  $w_k$  は以下の式で表される。

$$w_k = \frac{1}{|B(s_k) \cdot Y_k|^2} \quad (4.11)$$

しかし、

$$B(s) = 1 + b_1s + \dots + b_Ns^N$$

であるため、未知のパラメータ  $[b_1, b_2, \dots, b_Ns^N]$  が必要なことになってしまう。そこで、最初は重み付けをせずに式 4.6 の正規方程式を解き、係数  $[a_1, a_2, \dots, a_M][b_1, b_2, \dots, b_N]$  を仮の値として求める。その求めた係数を用いて重み付け係数を求め、これを対角要素とする重み付け行列  $W$  として、新たに  $A' = W \cdot A$ 、 $b' = W \cdot b$  として

$$e = A'x - b' \quad (4.12)$$

という正規方程式を組み立て、これを解く。

この過程を繰り返し行うことでより精度の高い周波数特性を得られる係数群を求める。

このとき、この繰り返し計算の収束条件として標準偏差を用いる。

標準偏差は次の式で表される。

$$SD = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left| \frac{Y(s_k) - Y_k}{Y_k} \right|^2} \quad (4.13)$$

この標準偏差を繰り返し計算の過程で更新し、更新した値が前回の値を上回れば繰り返し計算を打ち切り、係数群を確定する。

以上のアルゴリズムの流れをまとめたものを図 4.4 に示した。また、この重み付け最小二乗法を用いて前述の 7 次の伝達関数を同定した結果とそのときの重み付け係数  $w_k$  のかかり方の変化を図 4.5、標準偏差の推移の様子を表 4.1 に示した。

これらから、重み付けを行うことで同定精度が大幅に向上していることが確認される。また、重み付け係数は、周波数の小さい領域で大きくなる傾向があり、かつゲインが小さいとさらに大きくなる傾向がある。

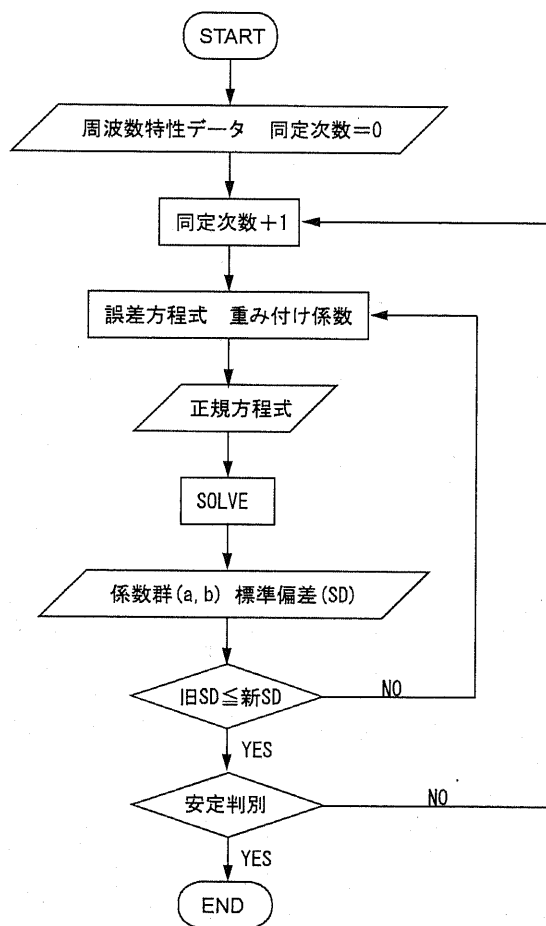


図 4.4: 重み付け最小二乗法のアルゴリズム

表 4.1: 重み付け最小二乗法を用いたときの標準偏差の推移

繰り返し計算回数	0	1	2(収束)
標準偏差	$3.38 \times 10^2$	$1.12 \times 10^{-1}$	$1.32 \times 10^{-9}$

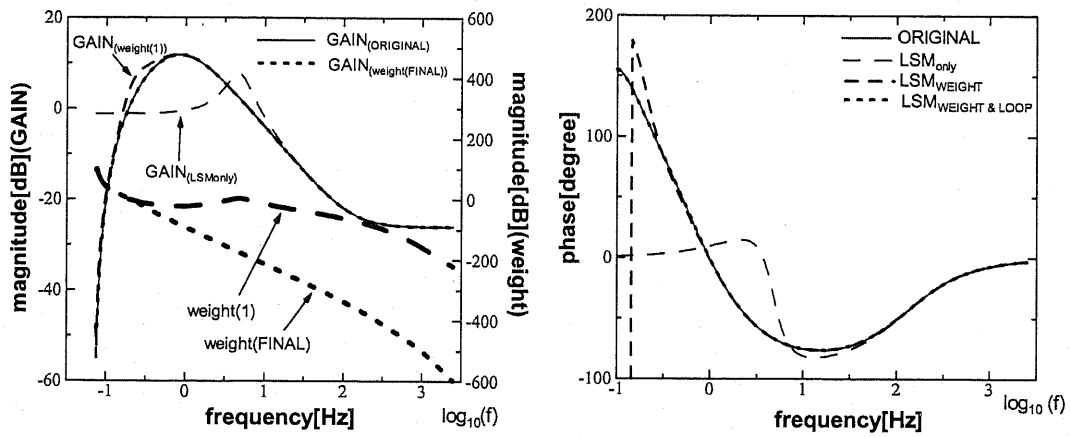


図 4.5: 重み付け最小二乗法での同定結果

## 第 5 章

# 離散時間処理手法

### 5.1 はじめに

低次元化した送電網の伝達関数行列は、実際のシステムに比較して低次元になっているので、計算負荷は軽減されている。その一方で、結果の章に後述されるように、相互インピーダンスを考慮する際に伝達関数行列が安定に同定されなくなるという問題を生じる場合が存在した。この問題を解決するために、デジタル処理技術の分析などを通して、多入力多出力回路網の離散化技術について検討を行う [14]。一般に離散時間領域の伝達関数は連続時間領域の伝達関数と比較してシミュレーション時の安定性が低いと言われており、その点を考慮した手法の提案を行う。

### 5.2 差分方程式表現による離散化

#### 5.2.1 簡易 R L C 回路モデル

図 5.1 に示したような簡易 R L C 回路モデルにおける出力電圧波形  $V_o(t)$  をシミュレーションした。この図 5.1 は相互インピーダンスを考慮しない  $\pi$  型送電線モデルへの応用を想定したモデルである。

このときの微分方程式は以下のように示される。

$$V_i(t) = L \frac{d}{dt} \cdot i(t) + R \cdot i(t) + V_o(t)$$

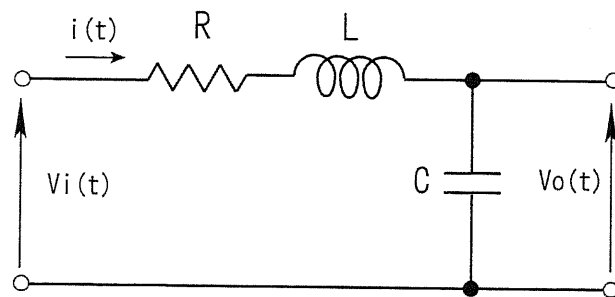


図 5.1: RLC 回路

$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (5.1)$$

入力電圧は大きさ1のステップ信号である。また、R、L、Cのパラメータを変更したときのシミュレーション波形の変化をみた。R、L、Cのパラメータは以下の表5.1に示した。以下でのシミュレーションには、積分手法として

- 近似積分
- 遅れ近似積分
- 台形法
- 中心差分

を用いることを検討するが、各積分手法の詳細については付録Aを参照されたい。

表 5.1: R L Cパラメータ

	パターン1	パターン2
R	2.00e-3	1.00e-2
L	1.00e-2	2.00e-3
C	1.00e-2	2.53e-5

本研究では、扱う現象の周波数の上限が1kHzという条件であるので、パターン2におけるR、L、Cのパラメータは、共振周波数が1kHzとなるようなパラメータ設定にしている。

a. 2階微分方程式による表現

図 5.1 に示された回路において、入力電圧から直接出力電圧を求める伝達関数は以下のようになる。

$$V_i(t) = LC \frac{d^2}{dt^2} \cdot V_o(t) + RC \frac{d}{dt} \cdot V_o(t) + V_o(t) \quad (5.2)$$

1. 近似積分

式 5.2 は、近似積分を用いると以下のように伝達関数が表現される。

$$\frac{V_o(z)}{V_i(z)} = \frac{\Delta t^2 \cdot z^{-2}}{LC + (RC\Delta t - 2LC) \cdot z^{-1} + Q \cdot z^{-2}} \quad (5.3)$$

$$Q = \Delta t^2 + LC - RC\Delta t$$

出力  $V_o(t)$  のシミュレーション結果を図 5.2 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.3 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

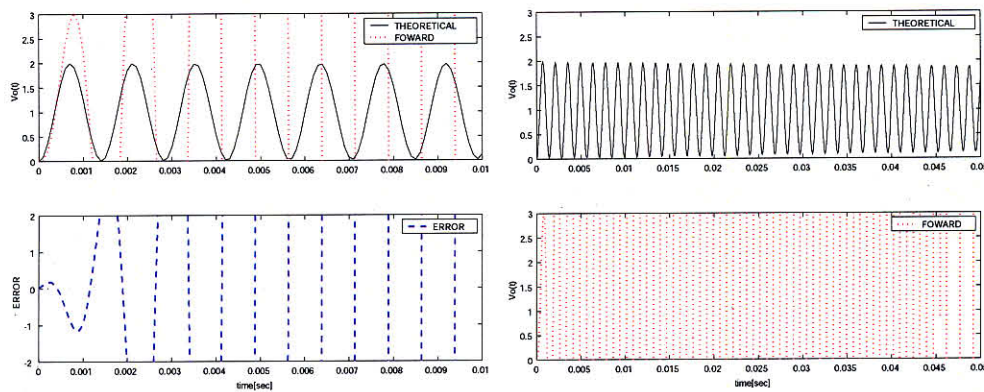


図 5.2: 近似積分

パラメータ 1 においては、徐々に誤差が蓄積して発散していく様子がみられる。

パラメータ2においてもシミュレーションはすぐに発散してしまう様子がみられる。伝達関数これは数値安定性という面から考えて問題がある。

## 2. 遅れ近似積分

式 5.2 は、遅れ近似積分を用いると以下のように伝達関数が表現される。

$$\frac{V_o(z)}{V_i(z)} = \frac{\Delta t^2}{P - (2LC + RC\Delta t) \cdot z^{-1} + LC \cdot z^{-2}} \quad (5.4)$$

$$P = LC + RC\Delta t + \Delta t^2$$

シミュレーション結果を図 5.3 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.4 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

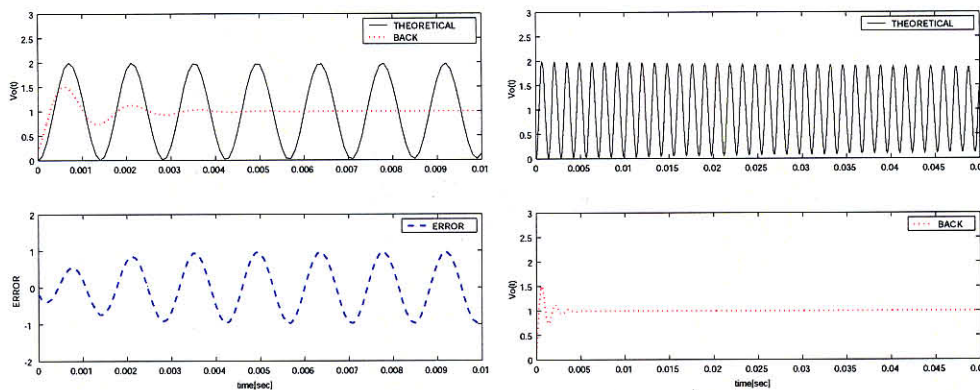


図 5.3: 遅れ近似積分)

数値安定性に関しては問題はないが、若干ダンピングがよすぎる傾向が見られる。ただこの傾向は演算刻み幅を小さくしていくことで理論波形に近づけることができる。こちらのパラメータ2でのシミュレーションでは、ダンピングがよすぎるという傾向が特に見られる。数値安定性に問題はないが、計算コストの側面から演算刻み幅は  $100[\mu\text{s}]$  程度に抑えたいため、シミュレーションの精度から考えると問題がある。



### 3. 台形法

式 5.2 は、台形法を用いると以下のように伝達関数が表現される。

$$\frac{V_o(z)}{V_i(z)} = \frac{\Delta t^2(1+z^{-1})^2}{A+B \cdot z^{-1}+D \cdot z^{-2}} \quad (5.5)$$

$$A = 4LC + 2LC\Delta t + \Delta t^2$$

$$B = 2\Delta t^2 - 8LC$$

$$D = 4LC - 2LC\Delta t + \Delta t^2$$

このときのシミュレーション結果を図 5.4 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.5 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

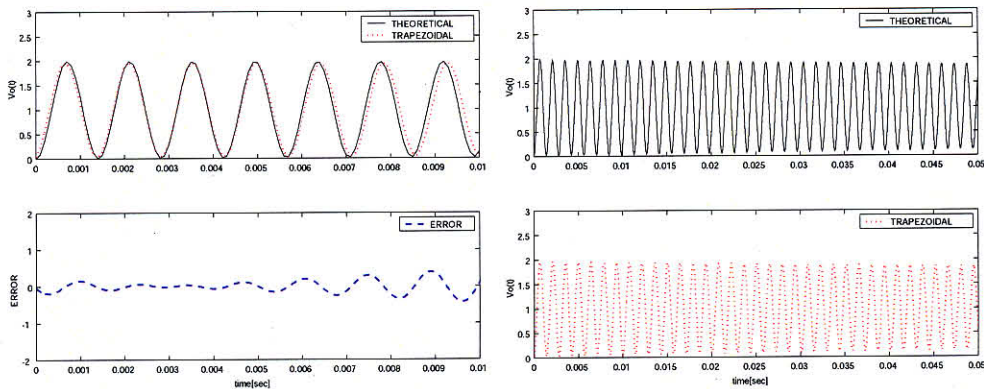


図 5.4: 台形法

パラメータ 1 においては非常に精度よくシミュレーションされている様子が見られる。パラメータ 2 においてもダンピングを見るとよい精度を示していると考えられる。

### 4. 中心差分

式 5.2 は、中心差分を用いると以下のように伝達関数が表現される。

$$\frac{V_o(z)}{V_i(z)} = \frac{2\Delta t \cdot z^{-1}}{P + Q \cdot z^{-1} + W \cdot z^{-2}} \quad (5.6)$$

$$P = 2LC + RC\Delta t$$

$$Q = 2\Delta t^2 - 4LC$$

$$W = 2LC - RC\Delta t$$

このときのシミュレーション結果を図 5.5 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.6 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

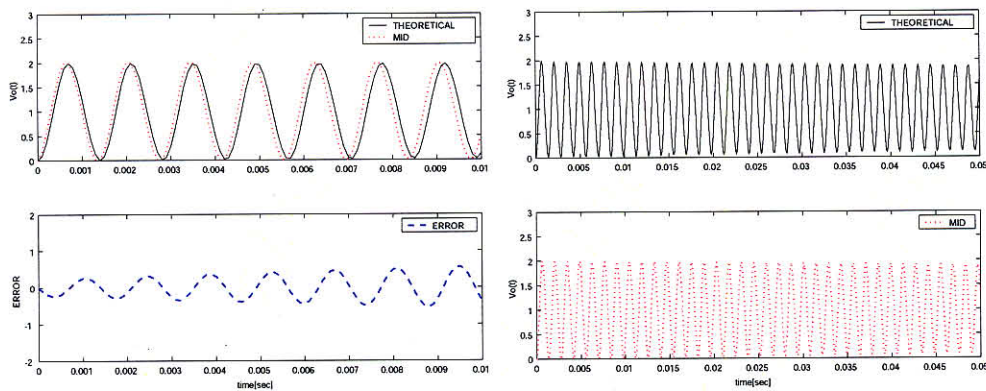


図 5.5: 中心差分

非常に精度よくシミュレーションされている様子がわかる。誤差も時間遅れから生じるもので周期関数になっている。

パラメータ 2 においても、多少の歪みはあるものの、ダンピングをみると適切にシミュレーションがなされている様子がよくわかる。

## b. 1階微分方程式による表現

本研究では、送電網モデルを扱う際、図 5.6 に示されているようにその対地容量を分離している。この 1 階微分方程式表現と、前節 a. の 2 階微分方程式表現のモデルの違いが影響を及ぼすかを確認するためにシミュレーションを行った。

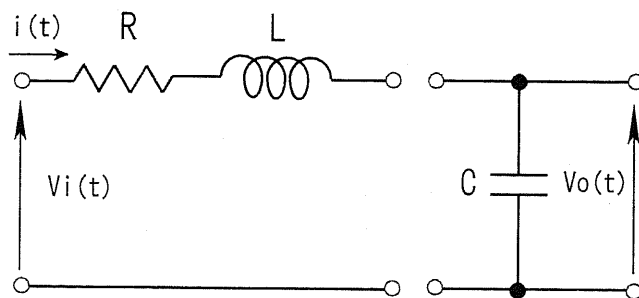


図 5.6: RLC 回路

このとき、式 5.1 は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} V_i(t) - V_o(t) &= L \frac{d}{dt} \cdot i(t) + R \cdot i(t) \\ i(t) &= C \frac{d}{dt} \cdot V_o(t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

この式 5.7 を、近似積分、遅れ近似積分、台形法、中心差分で近似してシミュレーションを行った。

理論的には、方程式の組み方を変えただけなのでシミュレーション結果は一致すると考えられる。ただ、中心差分においては、1 階微分と 2 階微分において近似の仕方が異なり、1 階微分の方が近似精度が落ちることが考えられるため、結果が異なる可能性がある。

### 1. 近似積分

式 5.7 は、近似積分で表現すると以下ようになる。

$$i(z) = \frac{\Delta t \cdot z^{-1}}{L + (R\Delta t - L) \cdot z^{-1}} \{V_i(z) - V_o(z)\} \quad (5.8)$$

$$V_o(z) = \frac{\Delta t \cdot z^{-1}}{C - C \cdot z^{-1}} i(z)$$

このときのシミュレーション結果を図 5.7 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.8 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

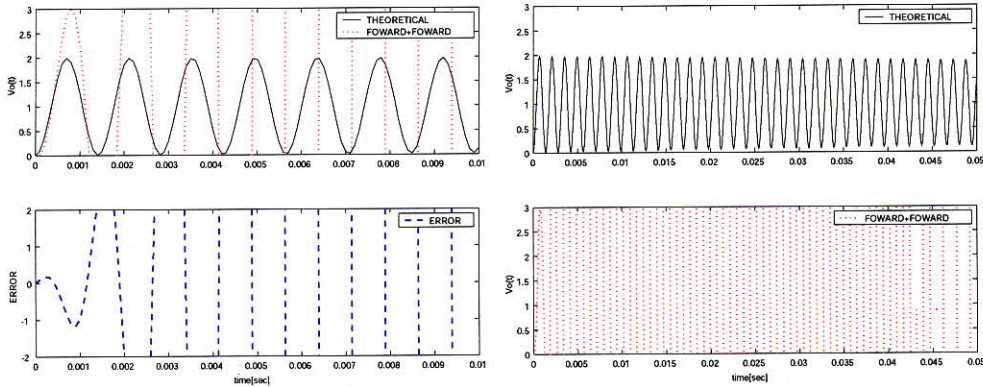


図 5.7: 近似積分

2 階微分方程式を解いたときのシミュレーション結果とほぼ同じ結果となった。パラメータ 2 においても同様の結果を得ることができた。

## 2. 遅れ近似積分

式 5.7 は、遅れ近似積分で表現すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} i(z) &= \frac{\Delta t}{L + R\Delta t - L \cdot z^{-1}} \{V_i(z) - V_o(z)\} \\ V_o(z) &= \frac{\Delta t}{C - C \cdot z^{-1}} i(z) \end{aligned} \quad (5.9)$$

この伝達関数を用いたシミュレーション結果を図 5.8 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.9 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

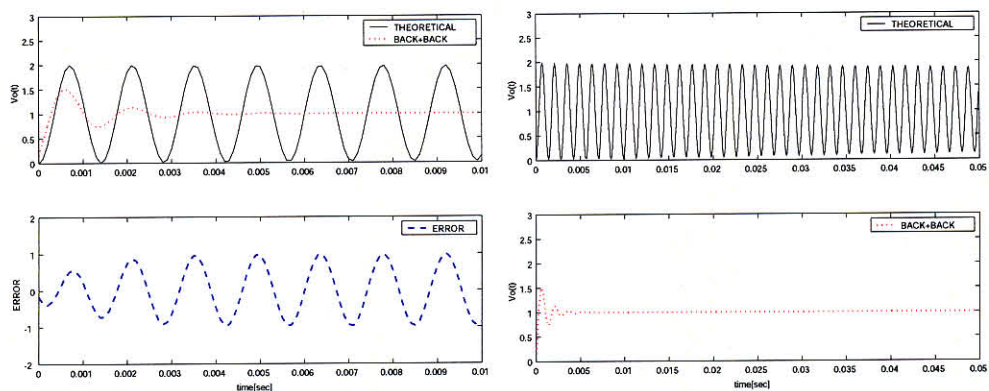


図 5.8: 遅れ近似積分

この遅れ近似積分においても、2階微分方程式と同じ波形を得ることができた。パラメータ 2 においても同様に同じ結果を得られた。

### 3. 台形法

式 5.7 は、台形法で表現すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
 i(z) &= \frac{\Delta t(1+z^{-1})}{2L+R\Delta t+(R\Delta t-2L)\cdot z^{-1}}\{V_i(z)-V_o(z)\} \\
 V_o(z) &= \frac{2(1+z^{-1})}{C\Delta t(1-z^{-1})}i(z)
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

このときのシミュレーション結果を図 5.9 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.10 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

パラメータ 1 のときの波形は 2 階微分方程式モデルと一致した。

パラメータ 2 の場合も同様に 2 階微分方程式モデルと一致した。

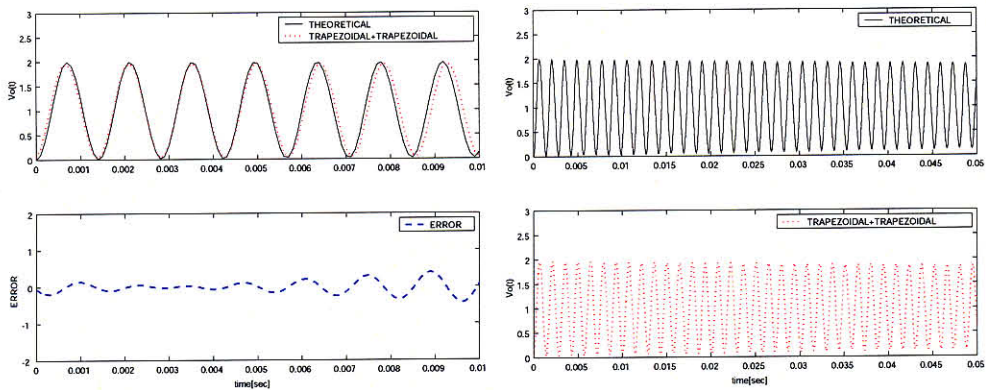


図 5.9: 台形法

#### 4. 中心差分

式 5.7 は、中心差分で表現すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
 i(z) &= \frac{2\Delta t \cdot z^{-1}}{L + 2R\Delta t \cdot z^{-1} - L \cdot z^{-2}} \{V_i(z) - V_o(z)\} \\
 V_o(z) &= \frac{2\Delta t \cdot z^{-1}}{C - C \cdot z^{-2}} i(z)
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

このときのシミュレーション波形を図 5.10 に示した。図中右上の THEORY とラベルのついているのは理論的な応答波形、右下の FOWARD は式 5.11 を用いた場合のシミュレーション波形、左上は右上図と右下図の波形を重ね合わせて比較した図、左下は理論波形とシミュレーション波形の誤差の時間ごとの推移を示したものである。

予想されたように、2階微分方程式モデルの結果よりも精度の悪い結果であることがわかった。

パラメータ 2 の場合、精度が落ちるだけでなく、数値発散を起こしていることがわかった。参考までに 2階微分方程式モデルのときのシミュレーション結果を再度図 5.11 に示しておく。

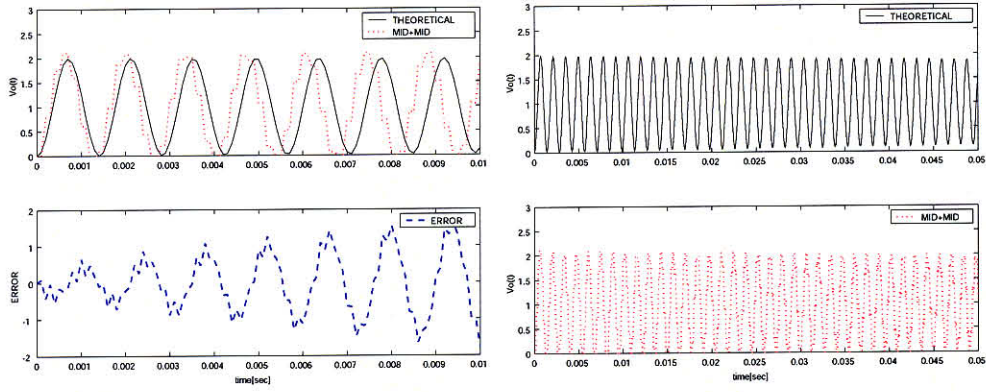


図 5.10: 中心差分

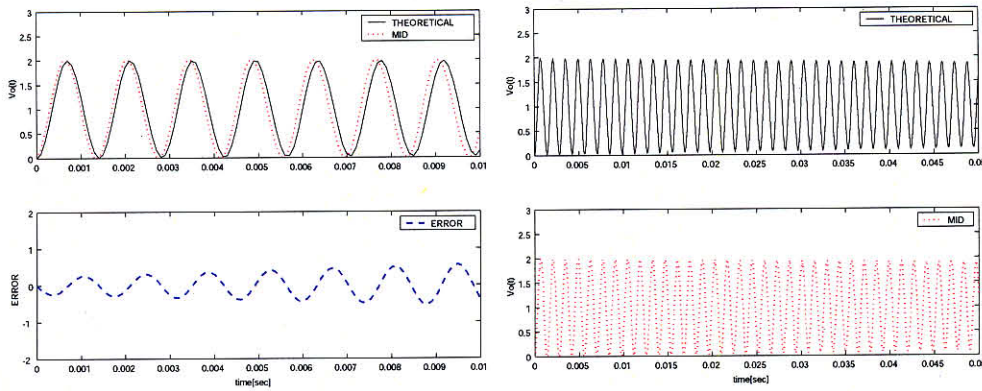


図 5.11: 2階微分方程式での中心差分の結果

## 5. 手法の組み合わせ

近似積分、遅れ近似積分の特性から、モデル2の2つのブロック（RLブロック、Cブロック）のうち片方を近似積分、もう一方を遅れ近似積分を用いたときのシミュレーションを行った。結果を以下の図 5.12、図 5.13 に示した。

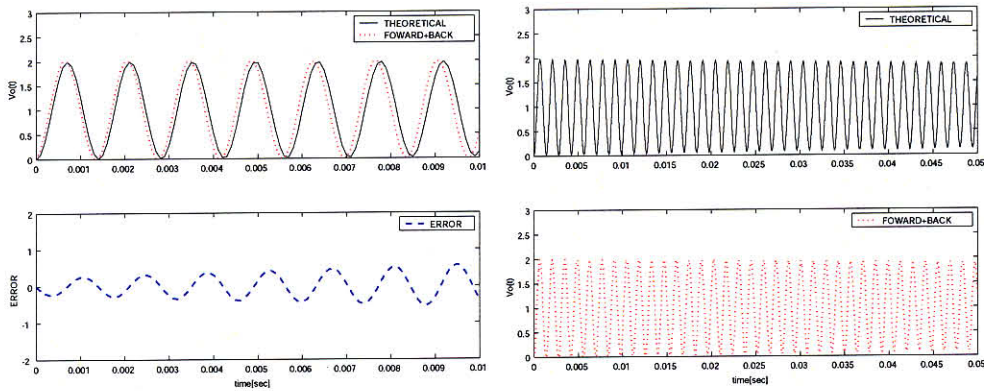


図 5.12: 遅れ近似積分 (RL ブロック)+近似積分 (C ブロック)

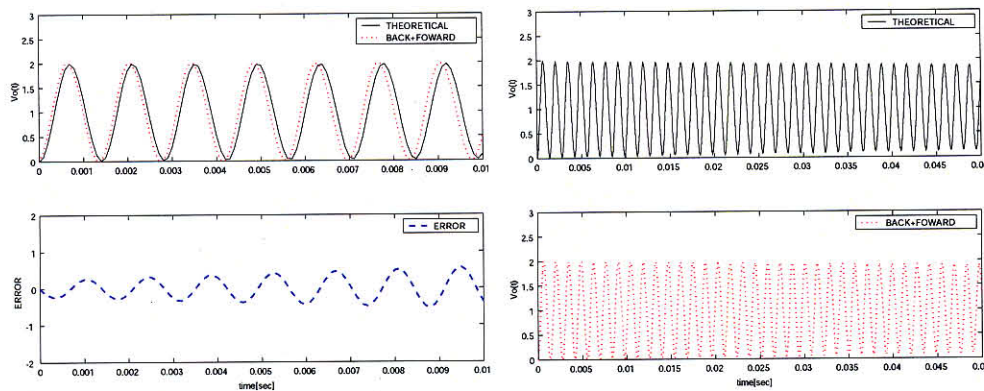


図 5.13: 近似積分 (RL ブロック)+遅れ近似積分 (C ブロック)

どちらの場合も精度よくシミュレーションされていると考えることができる。



### 5.2.2 安定度の側面からの考察

さまざまにシミュレーションを行ってきた結果、RLC回路モデルでのシミュレーション結果には、発散してしまうものもみられた。各積分手法のみにおける伝達関数の極は図5.14に示されているようにすべて安定領域にとどまっている。

BACKは後退差分、FOWARDは前進差分、MIDは中心差分、TRAPEZOIDALは台形積分のことを示している。

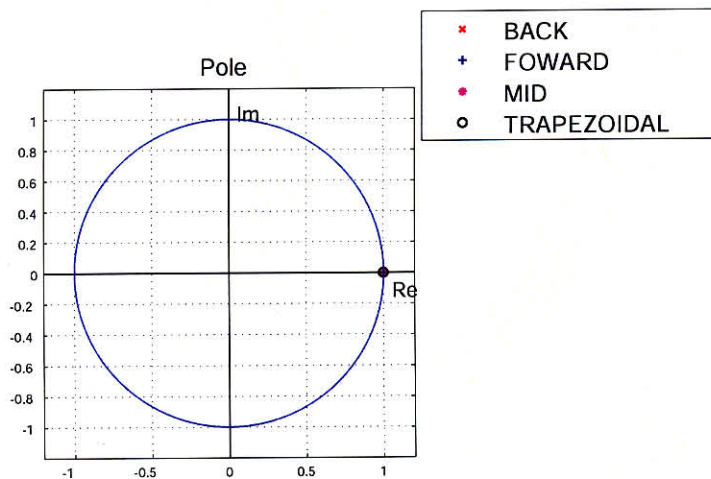


図 5.14: 極配置

しかし、RLC回路モデルを2階微分方程式で解いたときの伝達関数の極を調べてみたところ以下の表5.2のようになった。

表 5.2: パターン1、2階微分方程式モデルの極

手法	極	絶対値
近似積分	$9.999900 \times 10^{-001} \pm j9.999995 \times 10^{-003}$	1.000040
遅れ近似積分	$9.998900 \times 10^{-001} \pm j9.998795 \times 10^{-003}$	$9.999400 \times 10^{-001}$
中心差分	$9.999400 \times 10^{-001} \pm j9.999770 \times 10^{-003}$	$9.999900 \times 10^{-001}$
台形法	$9.999000 \times 10^{-001} \pm j9.999125 \times 10^{-003}$	$9.999500 \times 10^{-001}$

これを図にプロットすると図5.15のようになる。

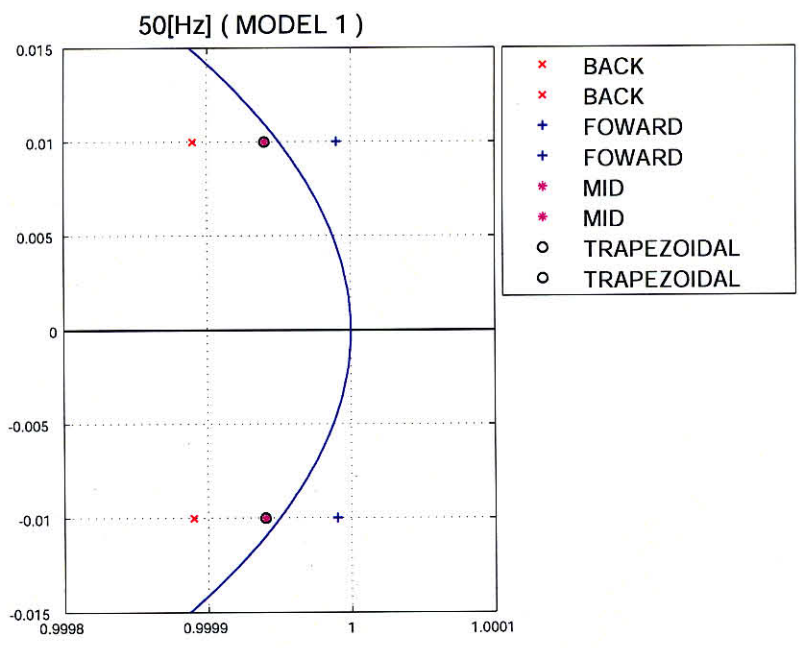


図 5.15: 極配置 (詳細)

この図からわかるように、近似積分を用いた場合は、極が安定範囲から外れてしまっているために数値発散を起こすことがわかる。

次に、パラメータパターン1、1階微分方程式モデルの時の極配置を調べたところ、表5.3のようになった。

表 5.3: パターン1、1階微分方程式モデルの極

手法	極	絶対値
近似積分	$-9.999800 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.999800 \times 10^{-001}$
遅れ近似積分	$9.999800 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.999800 \times 10^{-001}$
中心差分(1)	$9.999800 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.999800 \times 10^{-001}$
中心差分(2)	$-1.000020 \times 10^{-000} \pm j0$	$1.000020 \times 10^{-000}$
台形法	$-9.999800 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.999800 \times 10^{-001}$

極配置をプロットすると図5.16のようになる。



図 5.16: 極配置 (詳細)

この図からわかるように、中心差分を用いると極のうちひとつが安定領域から外れてしまうために数値発散を起こすことがわかる。実際シミュレーションを長時間行ったところ発散することが確認された。

共振周波数が 1kHz となるようなパラメータ設定をした場合の極は以下のようにになった。

表 5.4: パターン 2、2 階微分方程式モデルの極

手法	極	絶対値
近似積分	$9.995000 \times 10^{-001} \pm j6.283187 \times 10^{-001}$	1.180587
遅れ近似積分	$7.168011 \times 10^{-001} \pm j4.501545 \times 10^{-001}$	$8.464295 \times 10^{-001}$
中心差分	$8.022066 \times 10^{-001} \pm j5.962090 \times 10^{-001}$	$9.995001 \times 10^{-001}$
台形法	$8.203021 \times 10^{-001} \pm j5.718508 \times 10^{-001}$	$9.999545 \times 10^{-001}$

極配置をプロットすると図 5.17 のようになる。

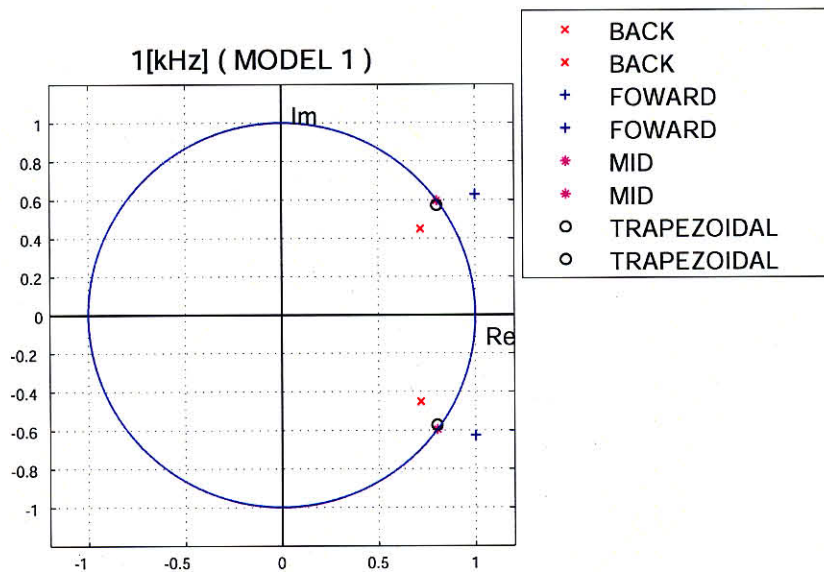


図 5.17: 極配置

中心差分の極配置がわかりにくいので拡大すると図 5.18 のようになる。

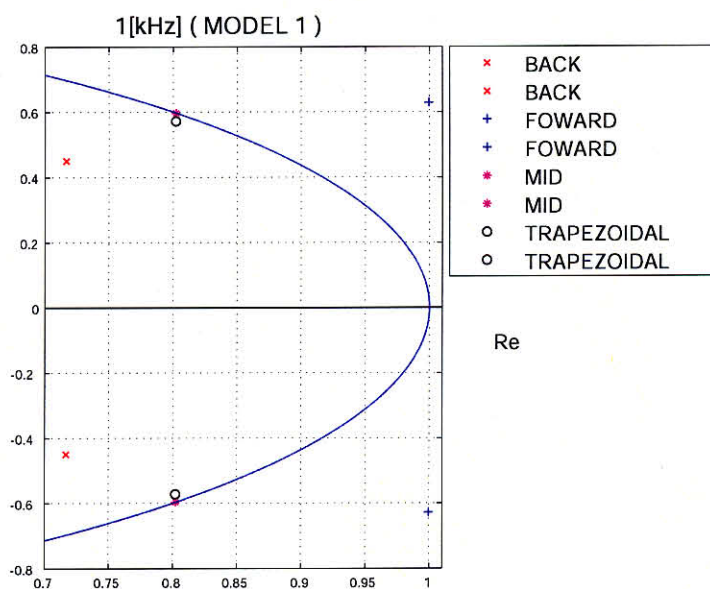


図 5.18: 極配置 (詳細)

中心差分も安定領域内におさまっていることが確認された。

次に、パラメータをパターン2、1階微分方程式モデルの時の極を調べたところ、表5.5のようになった。

表 5.5: パターン2、1階微分方程式モデルの極

手法	極	絶対値
近似積分	$-9.990000 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.990000 \times 10^{-001}$
遅れ近似積分	$9.990010 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.990010 \times 10^{-001}$
中心差分 (1)	$9.990005 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.990005 \times 10^{-001}$
中心差分 (2)	$-1.001000 \times 10^{-000} \pm j0$	1.001000
台形法	$-9.990005 \times 10^{-001} \pm j0$	$9.990005 \times 10^{-001}$

この極配置をプロットすると図5.19のようになる。

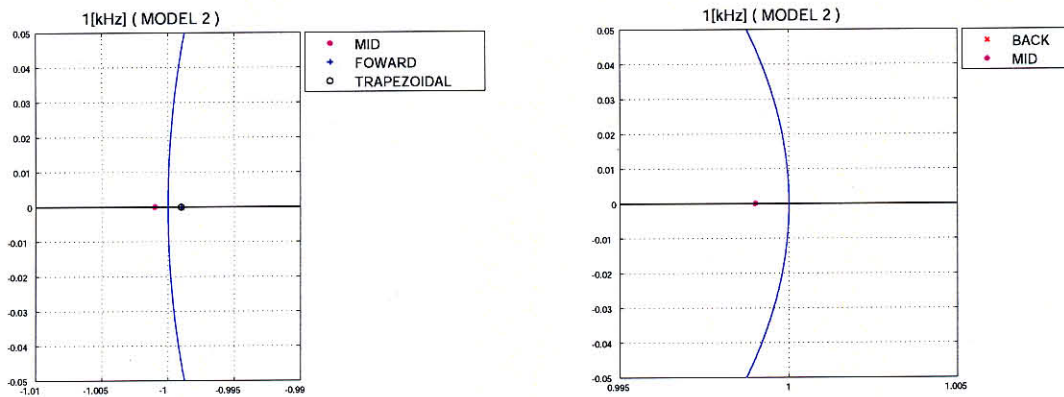


図 5.19: 極配置

中心差分以外はすべて安定領域におさまっていることがわかる。しかし、近似積分のシミュレーション結果は発散していた。長時間シミュレーションを行っても収束しなかったため、離散処理シミュレーションにおいては、伝達関数の安定性は極配置だけでなく、極とゼロ点の関係からも決まるのではないかと考えられる。

### 5.2.3 時間遅れの側面からの考察

共振周波数が 1kHz となるように RLC を設定した場合、シミュレーション波形のダンピングがよかったのは以下の 4 つのパターンであった。

- 中心差分 (2 階微分方程式モデル)
- 台形法 (1 階微分方程式モデル、2 階微分方程式モデル)
- 近似積分 (RL ブロック) + 遅れ近似積分 (C ブロック) (1 階微分方程式モデル)
- 遅れ近似積分 (C ブロック) + 近似積分 (RL ブロック) (1 階微分方程式モデル)

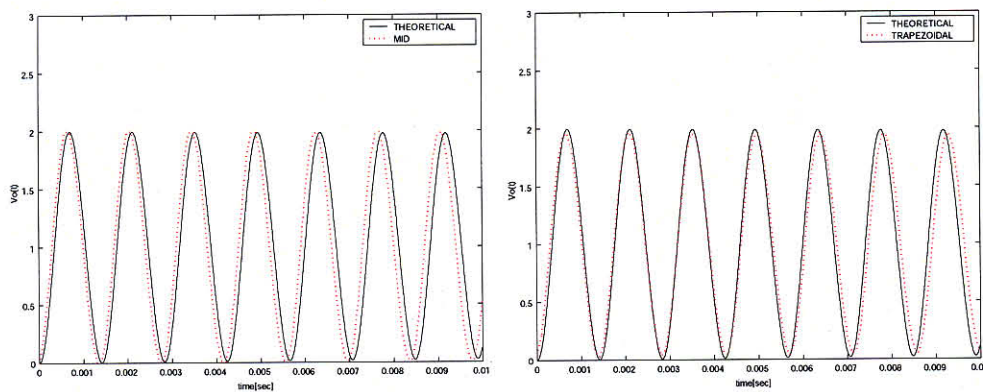


図 5.20: 中心差分 (左) と台形法 (右)

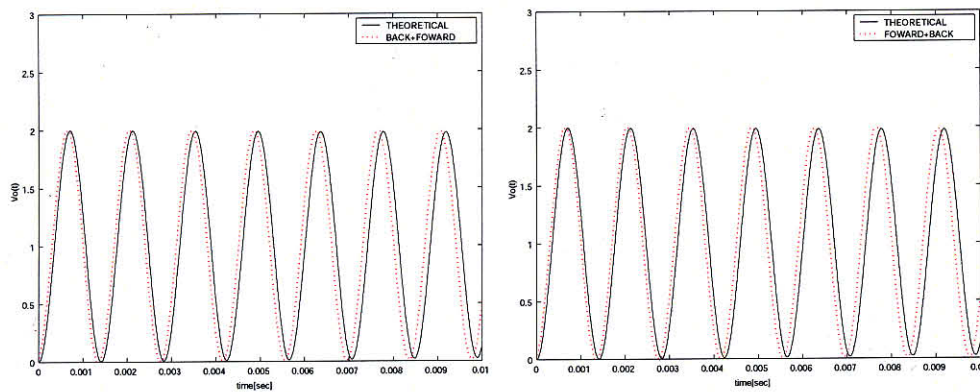


図 5.21: 遅れ近似積分+近似積分 (左) と近似積分+遅れ近似積分 (右)

この4つの場合も、シミュレーション結果を図5.20～図5.21のように波形を拡大してみると理論波形からずれていることがわかる。

これは微分方程式から差分方程式に変換したことにより代数計算となったことによるずれから生じているものだと考えられる。周波数が大きい場合ほどこの非同期性がシミュレーションに及ぼす影響が大きくなると考えられる。

### 5.3 近似 $z$ 変換による離散化

前節に示したように、微分方程式を差分化する過程においてどのような手法を用いるかによってシミュレーションの精度が左右されることがわかった。その一方で、台形法などの手法を用いて差分化する過程を機械的、自動的に行うのは非常に困難であると考えられる。そこで第4章の連続時間領域のように周波数特性から直接、離散時間領域の伝達関数に同定することを考える。また、その同定の過程において  $z$  変換に近似を加えることで台形法その他の積分手法と等価もしくはほぼ同等な伝達関数に同定する手法を提案する。

#### 5.3.1 標準 $z$ 変換

通常では標準  $z$  変換を用いて以下のように表現される。

$$z_{\text{standard}} = \exp(s \cdot \Delta t) \quad (5.12)$$

ラプラス領域と  $z$  領域の安定領域は図5.22のように変換される。

図5.22 中の下図のボーデ線図の位相特性に見られるように、標準  $z$  変換においてはエイリアシング誤差が生じる。

#### 5.3.2 双一次変換

式 (5.12) よりマクローリン級数展開を用いて



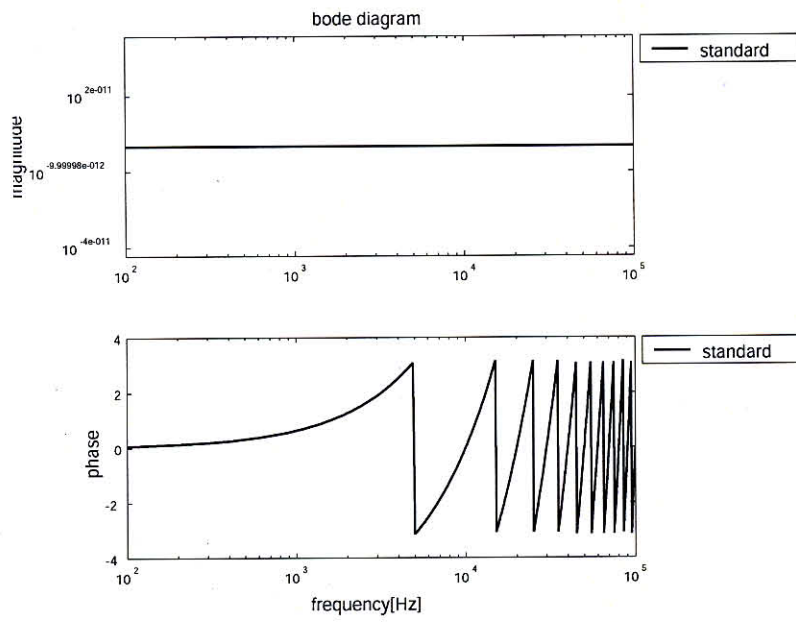
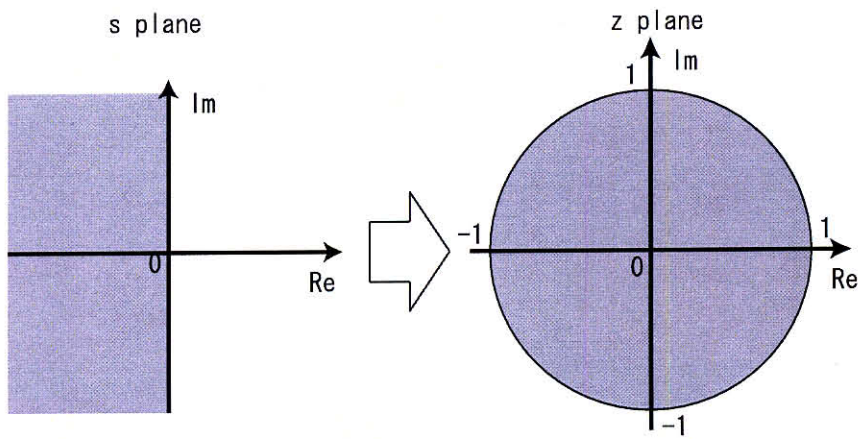


图 5.22: 標準 z 变换

$$z^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{\Delta t \cdot s}{2} + \frac{\Delta t^2}{8} \cdot s^2 + \mathfrak{R}(s) \quad (5.13)$$

$$z^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{\Delta t \cdot s}{2} + \frac{\Delta t^2}{8} \cdot s^2 + \mathfrak{R}(s) \quad (5.14)$$

とあらわすことができる。式 (5.13)、(5.14) より

$$\begin{aligned} z_{bilinear} &\equiv \frac{2 + \Delta t \cdot s}{2 - \Delta t \cdot s} \\ &= \frac{2 + \Delta t \cdot s}{(2 - \Delta t \cdot s) \exp(\Delta t \cdot s)} \cdot z_{standard} \end{aligned} \quad (5.15)$$

という形で定義される。これは前出の台形法の定義と重なっている。この双一次変換近似を用いたときの  $z$  平面上での様子、ボデー線図を図 5.23 に示した。図中において黒の実線で描かれた円は、 $s$  平面での安定領域の境界 ( $s$  平面における居軸) を標準  $z$  変換を用いて  $z$  平面に投影したものである。双一次変換では、点  $(-1,0)$  を除いてほぼ標準  $z$  変換と等価な変換を行っているといえ、正確な近似であると考えられる。

双一次変換では、標準  $z$  変換のようにすべての周波数帯を変換するのではなく、全周波数帯をいったんサンプリング周波数以内に変換した  $s_1$  を  $z$  変換するという形をとる。

$$\begin{aligned} s &= \frac{2}{\Delta t} \tanh\left(\frac{\Delta t \cdot s_1}{2}\right) \\ z^{-1} &\equiv \exp(-\Delta t \cdot s_1) \end{aligned}$$

このため図 5.23 中の下図の位相特性にみられるように、標準  $z$  変換でみられたエイリアシング誤差は生じない。

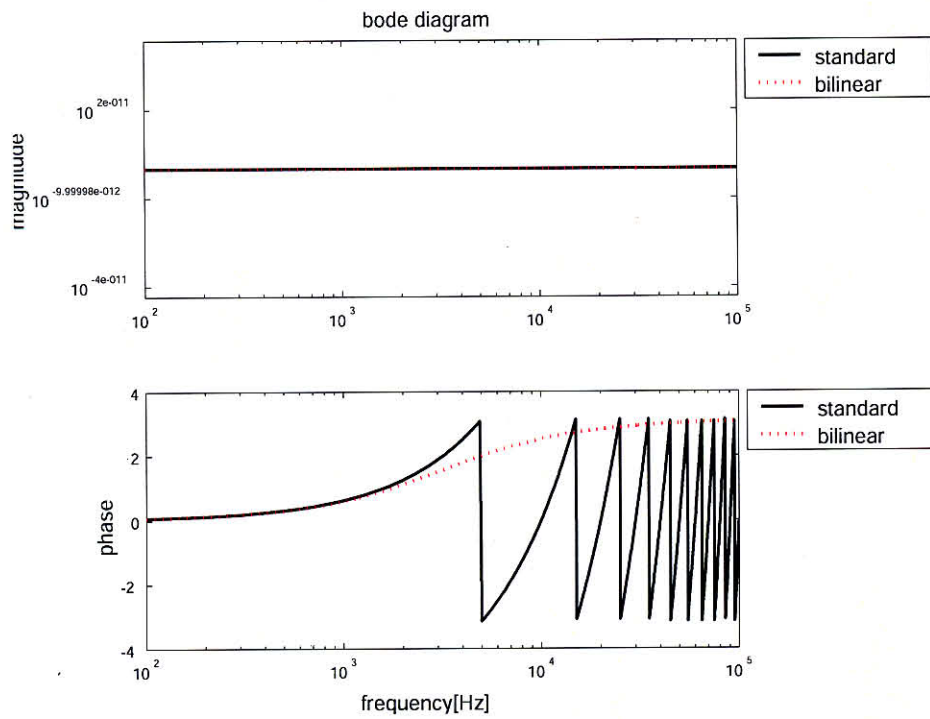
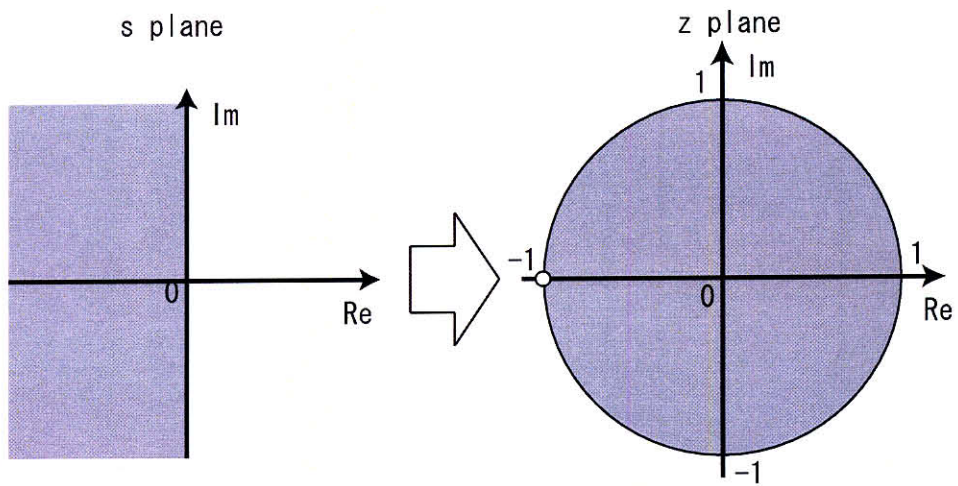


图 5.23: 双一次变换

### 5.3.3 マクローリン級数近似

#### a. パターン1

式 (5.12) より  $z$  をマクローリン級数展開すると以下のようなになる。

$$z = 1 + \Delta t \cdot s + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot s^2 + \mathfrak{R}(s)$$

ただし  $\mathfrak{R}(s)$  は 3 次以上の項である。1 次近似を仮定すると、

$$\begin{aligned} z_{taylor1} &\equiv 1 + \Delta t \cdot s \\ &= \frac{1 + \Delta t \cdot s}{\exp(\Delta t \cdot s)} \cdot z_{standard} \end{aligned} \quad (5.16)$$

という形になる。この近似を  $z$  平面、ボデー線図で示したのが図 5.24 である。図中において黒の実線で描かれた円は、 $s$  平面での安定領域の境界 ( $s$  平面における居軸) を標準  $z$  変換を用いて  $z$  平面に投影したものである。連続時間領域での安定領域は、この近似を用いて変換すると、実部が 1 以下の領域に変換されることになる。

この図の下図を見ると、位相特性はエイリアシング誤差を生じないようにしているが、ゲインが周波数に対して指数関数的に増加する特性が見られているため高調波が生じると発散の原因となると考えられる。また、上図の  $z$  平面から考えても、この近似による変換により安定領域にある極が不安定領域に変換されてしまう可能性があることがわかるのでこの一次近似は適切でないことがわかる。

このことは式 (5.16) から考えても

$$\begin{aligned} |z_{taylor1}| &= \left| \frac{1 + \Delta t \cdot s}{\exp(\Delta t \cdot s)} \right| \cdot |z_{standard}| \\ &\geq |z_{standard}| \end{aligned}$$

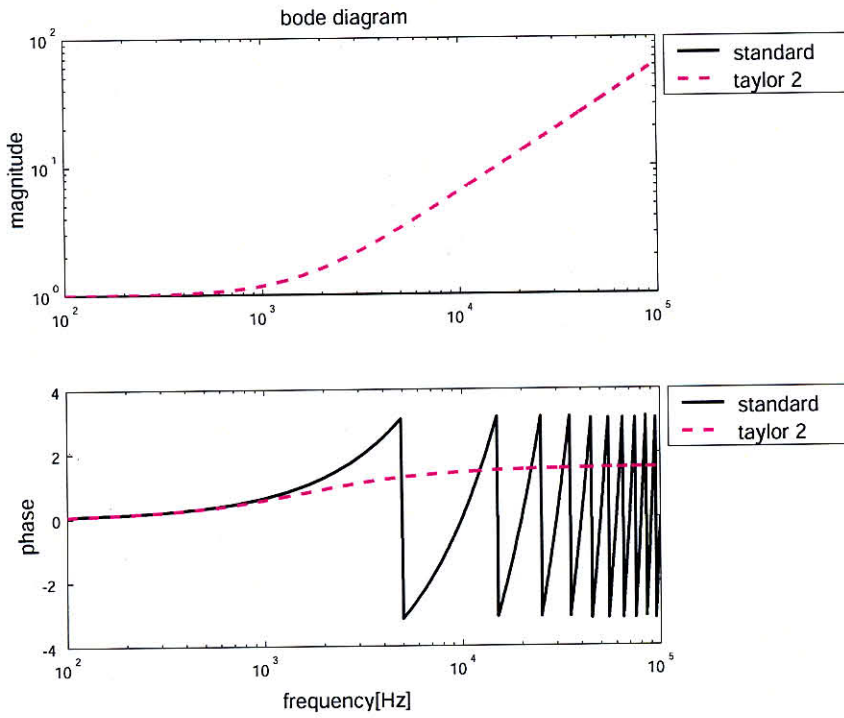
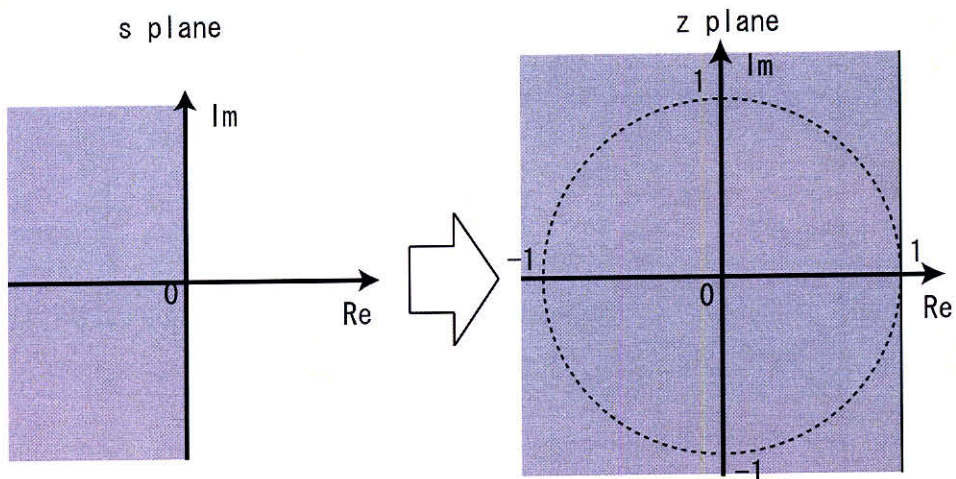


図 5.24: テイラー展開

b. パターン 2

$z^{-1} = \exp(-\Delta t \cdot s)$  であるから、

$$z^{-1} = 1 - \Delta t \cdot s + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot s^2 + \Re(s)$$

となり、1次近似を用いると以下のように定義される。

$$z_{taylor2} \equiv \frac{1}{1 - \Delta t \cdot s} \quad (5.17)$$

$$= \frac{\exp(-\Delta t \cdot s)}{1 - \Delta t \cdot s} \cdot z_{standard} \quad (5.18)$$

これは遅れ近似積分の定義と合致する。この近似の  $z$  平面での位置とボーデ線図を図 5.25 に示した。図中において黒の実線で描かれた円は、 $s$  平面での安定領域の境界 ( $s$  平面における居軸) を標準  $z$  変換を用いて  $z$  平面に投影したものである。赤の破線はパターン 2 を用いて境界線を  $z$  平面に投影したものである。

この図の下図を見ると、位相特性はエイリアシング誤差を生じないようにしており、ゲインが周波数に対して指数関数的に減少するローパスフィルタとしての特性が見られている。また、上図の  $z$  平面では、連続時間領域での安定領域が、標準  $z$  変換時の単位円の内側に収まる小さな円となっている (ただし原点を除く)。このことから考えると、この近似による変換により安定領域にある極がさらに安定領域の内側に圧縮変換されることになるのでより安定になると考えることができる。また、連続時間領域において極の実部が正であるいわゆる不安定極の一部を離散時間領域では安定な極を持つ伝達関数として取り扱うことができる可能性を示している。

$$\begin{aligned} |z_{standard}| &\geq |z_{taylor2}| \\ &= \left| \frac{\exp(-\Delta t \cdot s)}{1 - \Delta \cdot s} \right| \cdot |z_{standard}| \end{aligned}$$

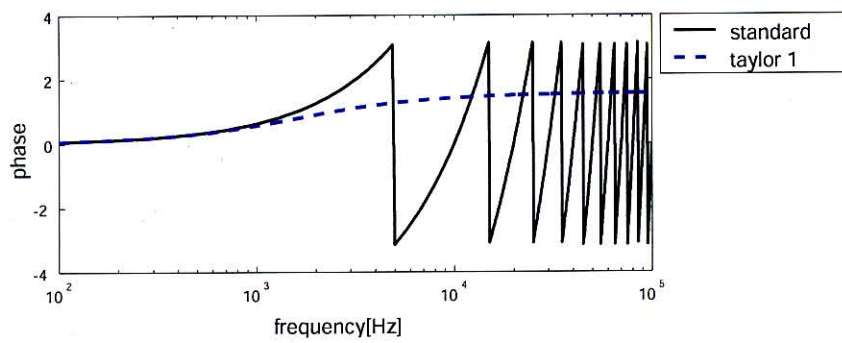
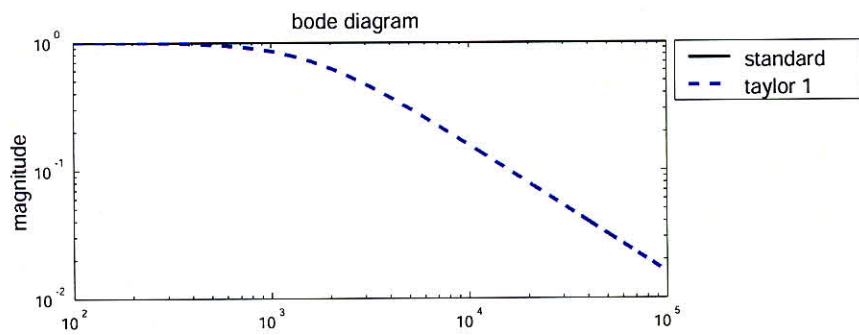
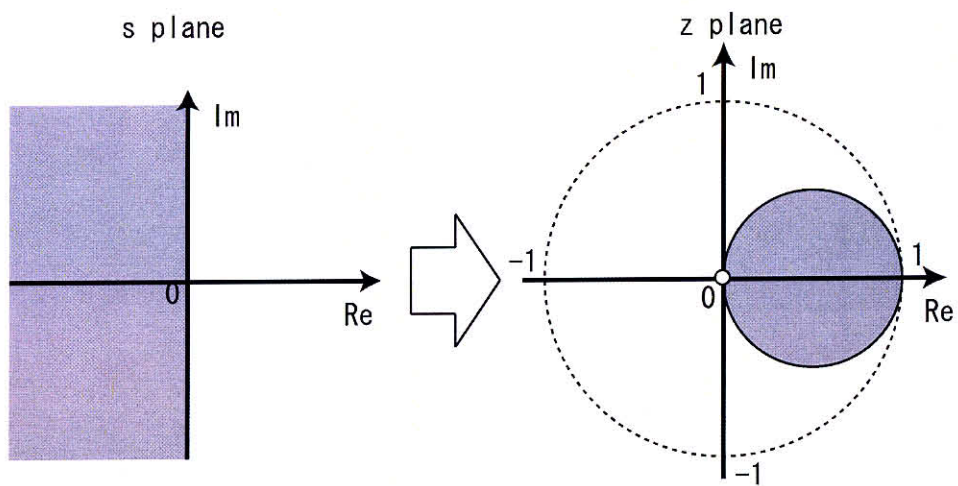


図 5.25: テイラー展開

## 第 6 章

### 結果

#### 6.1 はじめに

本章では、前章までに述べてきた

- 送電網モデルにおける対地キャパシタンスの分離
- 連続時間領域、離散時間領域での送電網の低次同定伝達関数行列モデル表現
- 縮約を用いた送電網のモデル表現

が妥当なものであるかをさまざまな系統モデルを用いて検証する。検証に際しては、各々の系統における

- 同定結果
- シミュレーション結果

の双方における検証、検討を行った。

1. 同定精度
2. モデルの安定性

について、シミュレーション結果においては

1. 数値安定性
2. シミュレーション精度

についての検証を行った。



## 6.2 伝達関数行列同定結果

### 6.2.1 1機無限大母線系統

図 6.1 に示すような浮遊ノードを含む簡単な 1 機無限大母線系統の送電網を同定した。

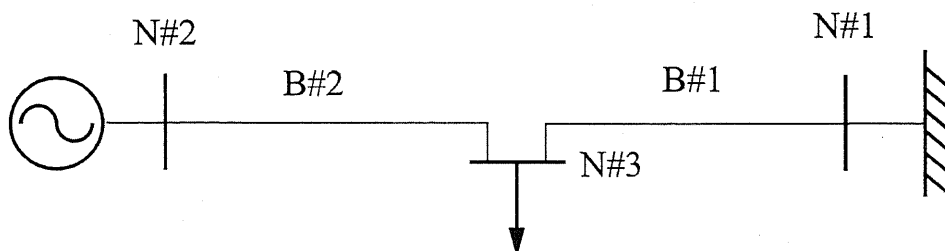


図 6.1: 1 機無限大母線系統

同定パターンは以下の 4 つで行った。

- ラプラス領域 (laplace(s))
- 標準  $z$  変換 (z(standard))
- 双一次変換 (z(bilinear))
- マクローリン級数近似 (z(taylor1))

このときの相互インピーダンスの有無による同定結果の相違を表 6.1 に示している。各要素の詳細な同定結果は付録の表 B.9~B.12 に示す。

この同定結果をみると、相互インダクタンスに関しては連続時間領域、離散時間領域のどちらで同定を行ってもすべての要素が安定な根をもつ伝達関数に同定されている。一方、相互コンダクタンス、相互キャパシタンスを考慮した場合には、連続時間領域において安定な根を持つ伝達関数に同定されない場合が増加していることがわかる。離散時間領域での同定においてはそのような問題を生じることはなかった。

表 6.1: 相互要素考慮による安定性の相違

考慮した要素	laplace(s)	z(standard)	z(bilinear)	z(taylor 1)
相互コンダクタンス	×	×	○	○
相互インダクタンス	○	○	○	○
相互キャパシタンス	×	×	×	○
相互コンダクタンス 相互インダクタンス	×	×	○	○
相互コンダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	×	○
相互インダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	×	○
相互コンダクタンス 相互インダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	×	○

注：○：安定、×：不安定

次項の図 6.2～図 6.5 に相互コンダクタンス、相互インダクタンス、相互キャパシタンスのすべてを考慮した場合の伝達関数行列の要素 (1,5) の同定結果の極を一例として示した。

図 6.2 は連続時間領域なので  $s$  平面、図 6.3～図 6.5 は離散時間領域なので  $z$  平面で図示している。連続時間領域の場合も離散時間領域の場合も各々を個別に同定した結果であり、連続時間領域での結果を  $s$   $z$  変換を用いて離散時間領域の伝達関数に変換したものではない。

連続時間領域では、4 次ですでに閾値条件を満たす標準偏差であったが不安定極を持っており、さらに 5 次以上の標準偏差が 4 次の場合を上回っていたため 7 次まで同定次数が増えていた。よって同定精度は良好なものの極の実部が正である伝達関数要素が多数出現する。

離散時間領域においては、標準  $z$  変換、双一次変換、マクローリン級数近似すべての同定次数が 4 次となった。しかし、連続時間領域において 4 次の場合に不安定極を持つため、完全変換である標準  $z$  変換では不安定極が  $z$  平面においても不安定領域に同定されている。同様に双一次変換の場合も、図 5.23 に見られるように領域変換においてほぼ完全変換にあたるので標準  $z$  変換の場合と同じように不安定領域に極を持つ伝達関数を生じていることがわかる。一方、マクローリン級数近似の場合は図 6.5 にみられるようにすべての極が安

定限界領域におさまっていることがわかる。これは、マクローリン級数近似の変換領域が図 5.25 にみられるように  $z$  平面における安定領域である単位円の内部に納まるため、連続時間領域において実部が正である不安定極を離散時間領域で安定な極を持つ伝達関数として取り扱える可能性のひとつの例だといえる。このことから、前章で提案した  $z$  変換の近似手法が妥当であると考えることができる。

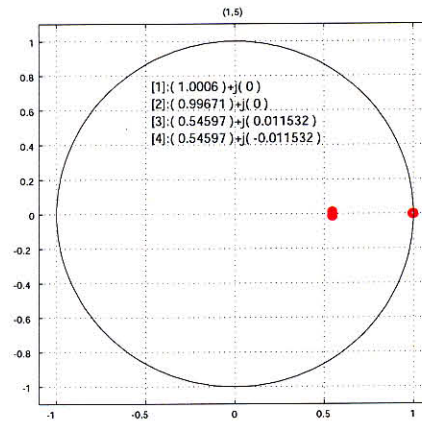
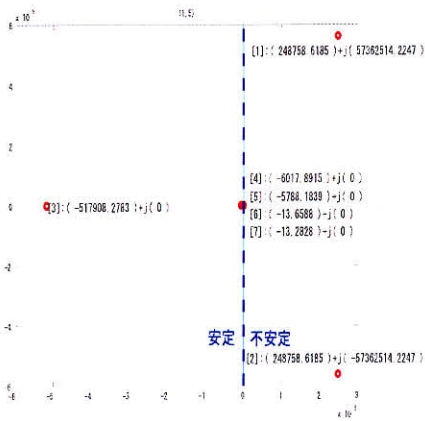


図 6.2: ラプラス領域同定伝達関数の極配置例 (要素(1,5))

図 6.4: 双一次変換同定伝達関数の極配置例 (要素(1,5))

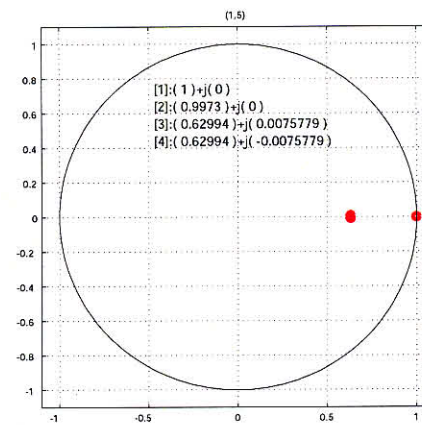
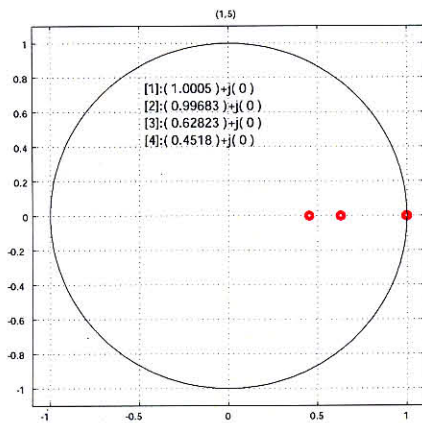


図 6.3: 標準  $z$  変換同定伝達関数の極配置例 (要素(1,5))

図 6.5: マクローリン級数近似同定伝達関数の極配置例 (要素(1,5))

### 6.2.2 ループと浮遊ノードを含む系統

次に、図 6.6 に示したような、浮遊ノードを含むループ系統での送電網モデルの同定を行った。

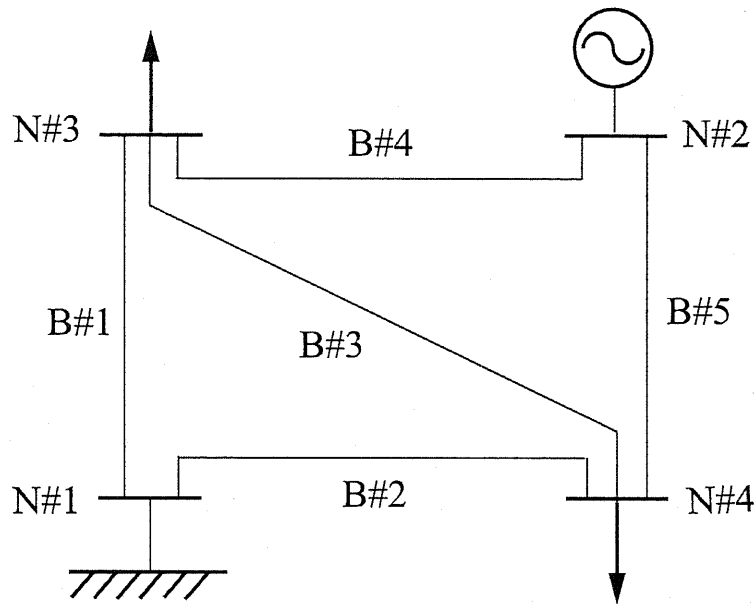


図 6.6: 1 機無限大母線系統

この系統においても同定パターンは以下の 4 つで行った。

- ラプラス領域 ( $\text{laplace}(s)$ )
- 標準  $z$  変換 ( $z(\text{standard})$ )
- 双一次変換 ( $z(\text{bilinear})$ )
- マクローリン級数近似 ( $z(\text{taylor1})$ )

このときの相互インピーダンスの有無による同定結果の相違を図 6.2 に示している。各要素の詳細な同定結果は付録の表 B.21~B.24 に示す。

この同定結果においても、相互インダクタンスに関しては連続時間領域、離散時間領域のどちらで同定を行ってもすべての要素が安定な根をもつ伝達関数に同定されている。一方、相互コンダクタンス、相互キャパシタンスを考慮した場合には、連続時間領域におい

て安定な根を持つ伝達関数に同定されない場合が増加していることがわかる。離散時間領域での同定においてはそのような問題を生じることにはなかった。

表 6.2: 相互要素考慮による安定性の相違

考慮した要素	laplace(s)	z(standard)	z(bilinear)	z(taylor 1)
相互コンダクタンス	×	○	○	○
相互インダクタンス	○	○	○	○
相互キャパシタンス	×	×	×	○
相互コンダクタンス 相互インダクタンス	×	×	○	○
相互コンダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	×	○
相互インダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	○	○
相互コンダクタンス 相互インダクタンス 相互キャパシタンス	×	×	×	○

注：○：安定、×：不安定

## 6.3 系統解析シミュレーション結果

前節での同定結果を踏まえてさまざまな系統モデルにおける詳細モデル、連続時間領域同定モデル、離散領域同定モデルの系統解析シミュレーション結果の比較を行った。発電機や送電線のデータなどは電気学会の標準モデルを参考にした [15]。

### 6.3.1 系統解析シミュレーションの数値安定性

各系統における系統起動シミュレーションにおいて、送電網を

- ラプラス領域 (laplace(s))
- 標準 z 変換 (z(standard))
- 双一次変換 (z(bilinear))
- マクローリン級数近似 (z(taylor1))

を用いて同定したモデルによってシミュレーションを行った際の数値安定性を以下の表 6.3 に示した。括弧内は相互インピーダンスを考慮した際の数値安定性を示している。○は安定であること、×は不安定であることを示している。

離散時間同定モデルにおいては先述のようにマクローリン級数一次近似の安定性をもっともよいといえる。

表 6.3: 系統ごとの数値安定性

MODEL	laplace(s)	z(standard)	z(bilinear)	z(taylor 1)
1M3N2B (図 6.1)	○(×)	○(×)	○(×)	○(○)
1M4N5B (図 6.6)	○(×)	○(×)	○(×)	○(○)
2M6N6B (図 6.8)	○(×)	○(×)	○(×)	○(○)
3M8N7B (図 6.10)	○(×)	○(×)	○(×)	○(○)
4M25N40B (図 6.12)	○(×)	×(×)	×(×)	○(○)
west10 (図 6.14)	○(×)	×(×)	×(×)	○(○)

これらの結果を踏まえて送電網を以下のモデルでシミュレーションした際の結果を次節から示す。

- 詳細モデル (DETAILED)
- ラプラス領域同定モデル (SEQUENTIAL)
- z 領域同定モデル (マクロローリン級数一次近似) (DISCRETE)

### 6.3.2 異なる系統パターンでのシミュレーション結果

#### a. 1機無限大母線系統モデル

図 6.6 の系統において発電機投入シミュレーション、1 相地絡故障シミュレーション (70ms 後復帰) を行った。結果を図 6.7 に示す。左図が同期投入時間周辺、右図が 1 相地絡故障時間周辺の  $\omega$ 、 $P_e$  の様子である。ラプラス領域同定モデルは、表 6.3 に示したように相互インピーダンスを考慮した際にシミュレーションが数値発散を起こすため表示していない。また、図中の DETAILED は相互インピーダンスを考慮していない送電網モデルでのシミュレーション結果、DISCRETE は相互インピーダンスを考慮した送電網モデルでのシミュレーション結果を示している。

発電機の同期投入は 3 相平衡の現象であるため波形にほとんど食い違いを生じないが、1 相地絡故障は不平衡の事象であるため、相互インピーダンスを考慮することによる影響を見ることができる。

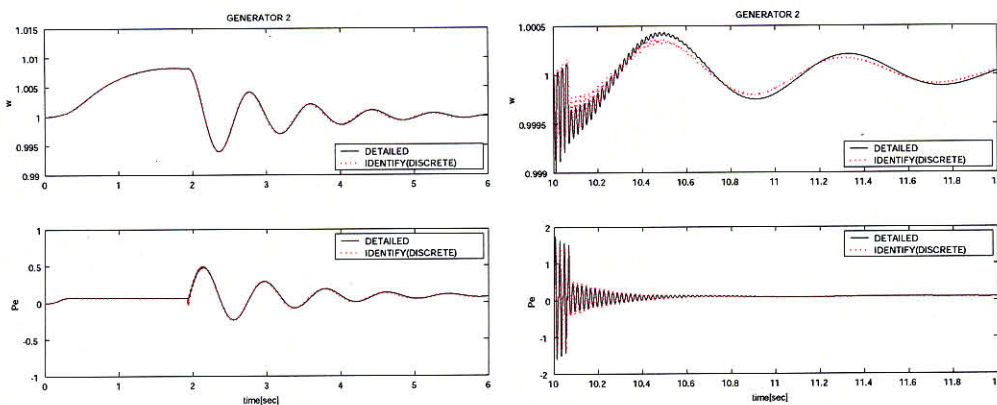


図 6.7: 発電機の挙動



b. 2機ループシステムモデル

図6.8のような

- 複数台入力
- 浮遊ノード
- ループシステム

という要素を持つシステム（文献 [16] 参照）における発電機投入シミュレーションを行った。

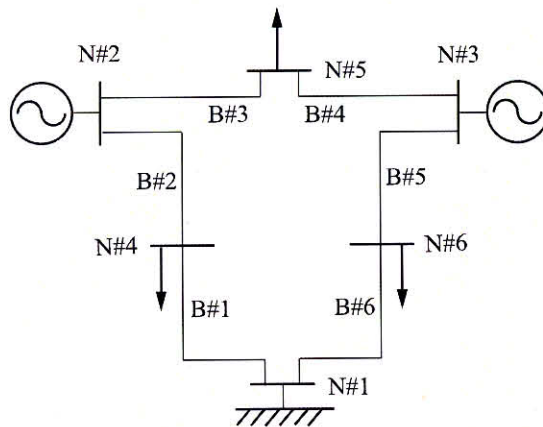


図 6.8: 2機ループシステムモデル

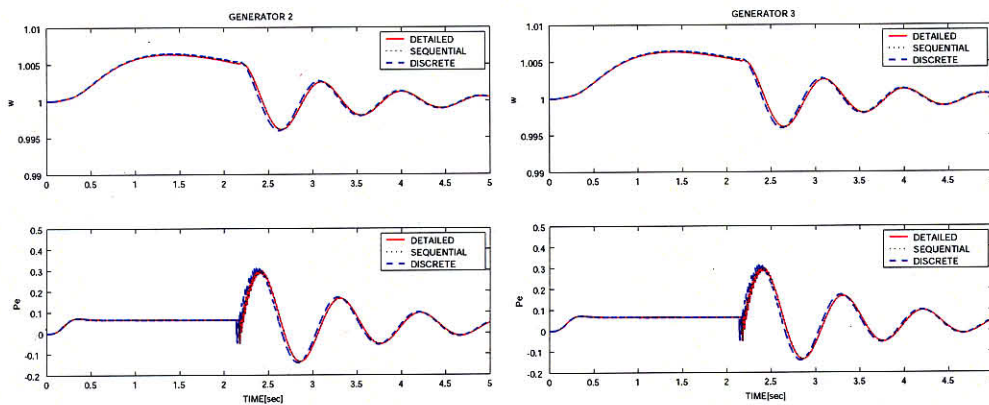


図 6.9: 発電機の挙動

図 6.9 より、詳細モデル、ラプラス領域同定モデル、離散領域同定モデルともに精度よくシミュレーションされていることがわかる。

### c. 3 機串型系統モデル

そこでさらに発電機の台数を増やした図 6.10 の系統での発電機投入シミュレーションを行った。この系統は端から端までの距離の長い系統になっている。

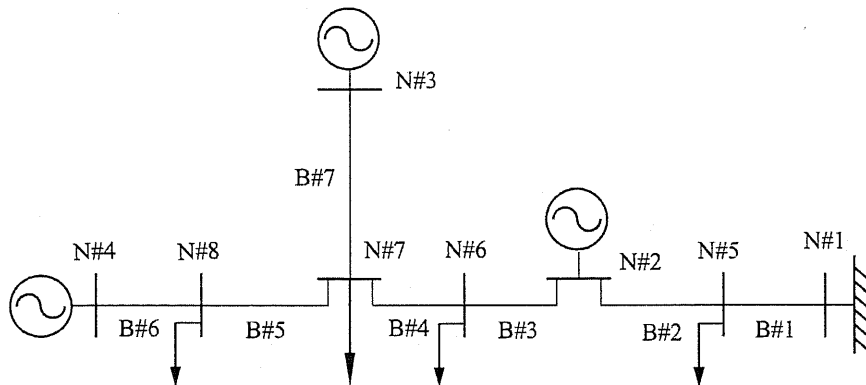


図 6.10: 3 機串型系統モデル

図 6.11 より、詳細モデル、ラプラス領域同定モデル、離散領域同定モデルともに精度よくシミュレーションされていることがわかる。

挙動の様子を見てみると、発電機によって同期のとれるタイミングが異なるため、後に同期のとれた発電機の同期投入による系統への擾乱が先に同期投入された他の発電機の挙動に影響を与えていることがわかる。

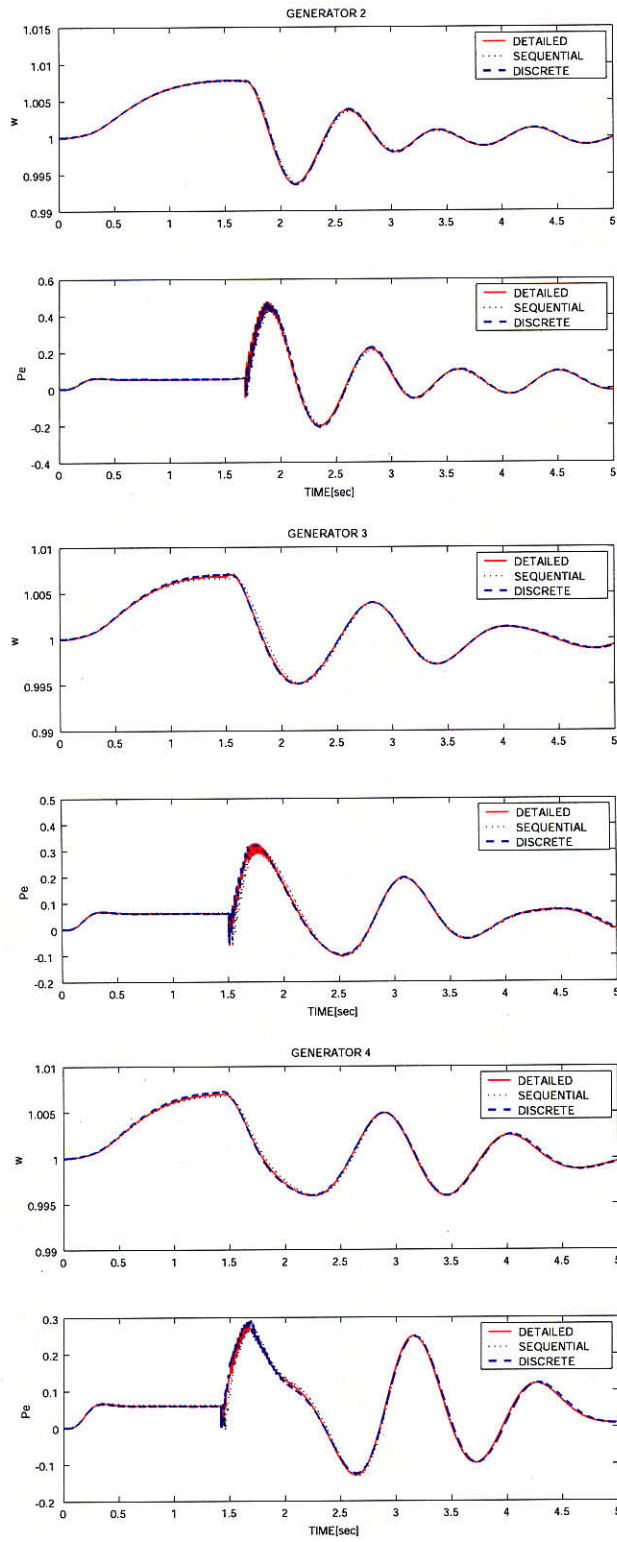


図 6.11: 発電機の挙動

d. 4機メッシュシステムモデル

本研究の目的として大規模システムを扱えることをあげていたが、今後の自由化などを見据えると分散電源の投入が進む可能性がある。このため、今後配電システムにおける安定度を考慮することが重要になってくると考えられる。そこで図 6.12 に示すようなメッシュ状システムに本手法を適用した。

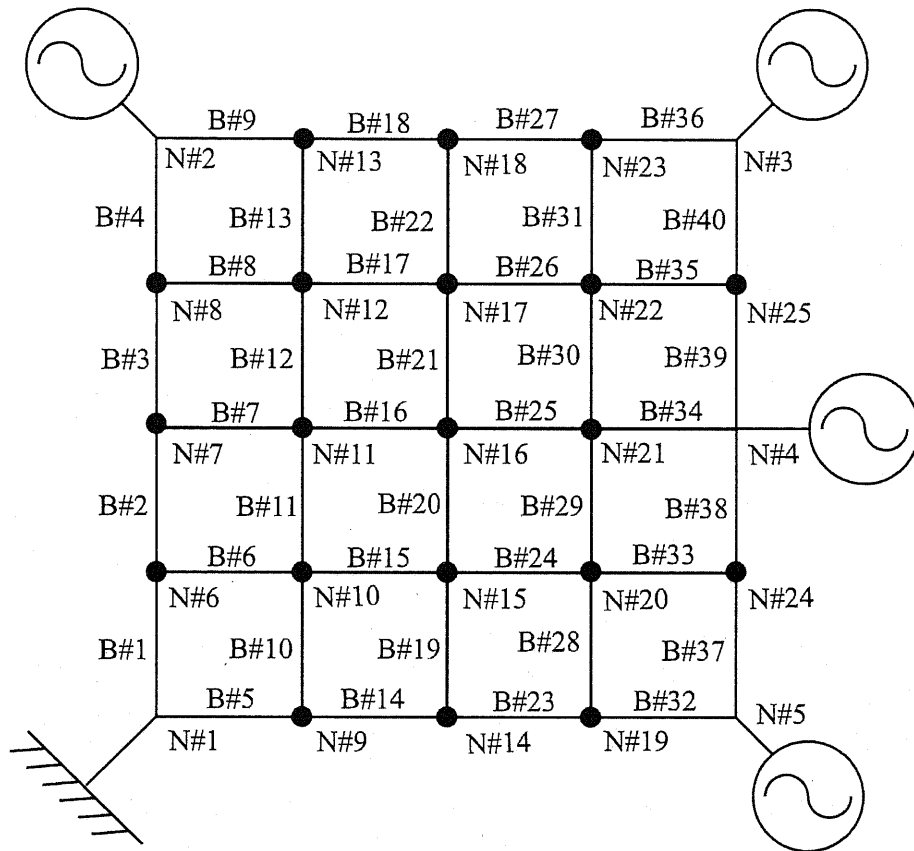


図 6.12: 4機メッシュシステムモデル

発電機投入シミュレーション結果を図 6.13 に示した。

このシステムにおいても、図 6.13 より、詳細モデル、ラプラス領域同定モデル、離散領域同定モデルともに精度よくシミュレーションされていることがわかる。

システム上の発電機の配置などがほぼ対称であるために発電機の同期投入のタイミングがほぼ同じとなったため、発電機の挙動にあまり差異が見られなかった。

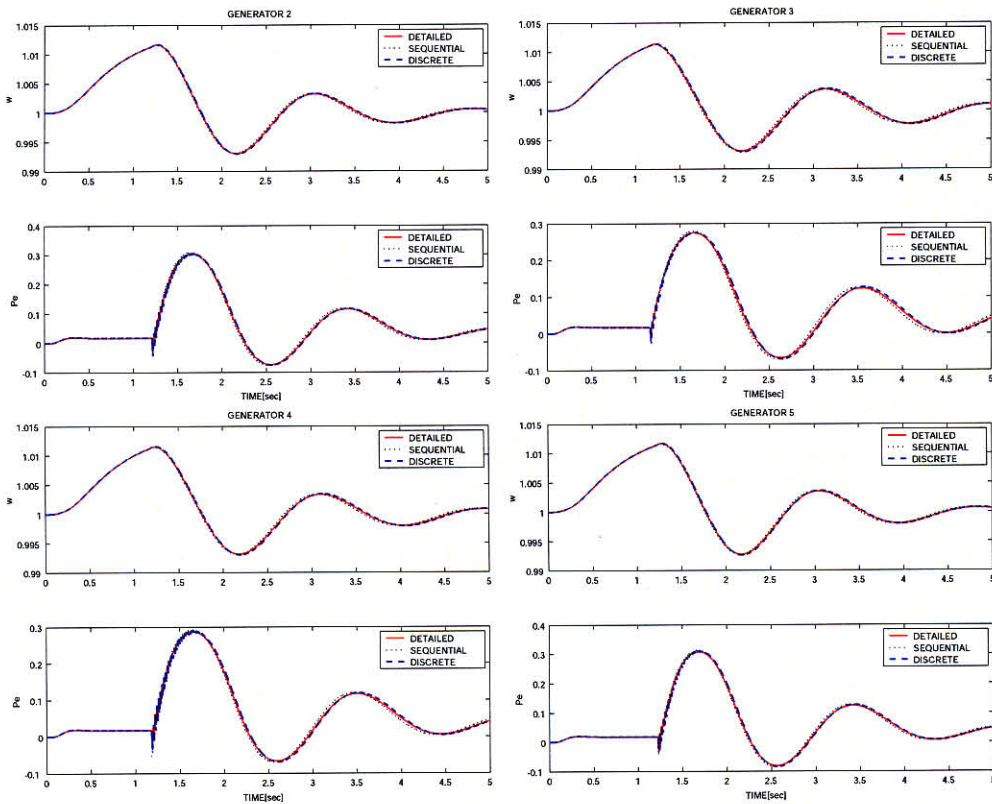


図 6.13: 発電機の挙動

e. 西10機系統モデル

実際に図6.14のような西10機系統に近いモデルでの発電機投入シミュレーションを行った。

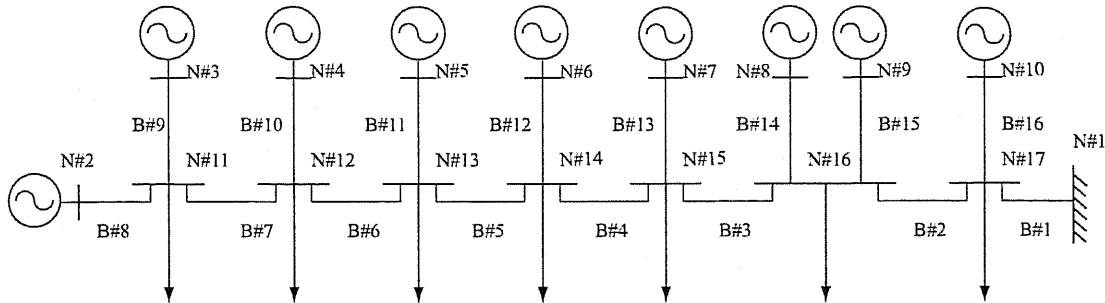


図 6.14: 西10機系統モデル

結果を図6.15に示した。

波形にずれは見られるが傾向としてはほぼ一致していると考えられる。本研究においては、発電機のモデルはラプラス領域で扱っており、送電網モデルをラプラス領域で同定した場合と離散時間領域で同定した場合とで誤差の蓄積の仕方などにおいて差異が生じることからこの波形の違いが生じると考えられる。

図6.15に見られるように、発電機6の同期投入のタイミングが他と比較して遅くなっている。これは他の発電機が同期投入された時の系統の動揺によって発電機6が接続するノードの端子電圧が乱れ同期をとるタイミングを逃して一周分遅れたためであった。

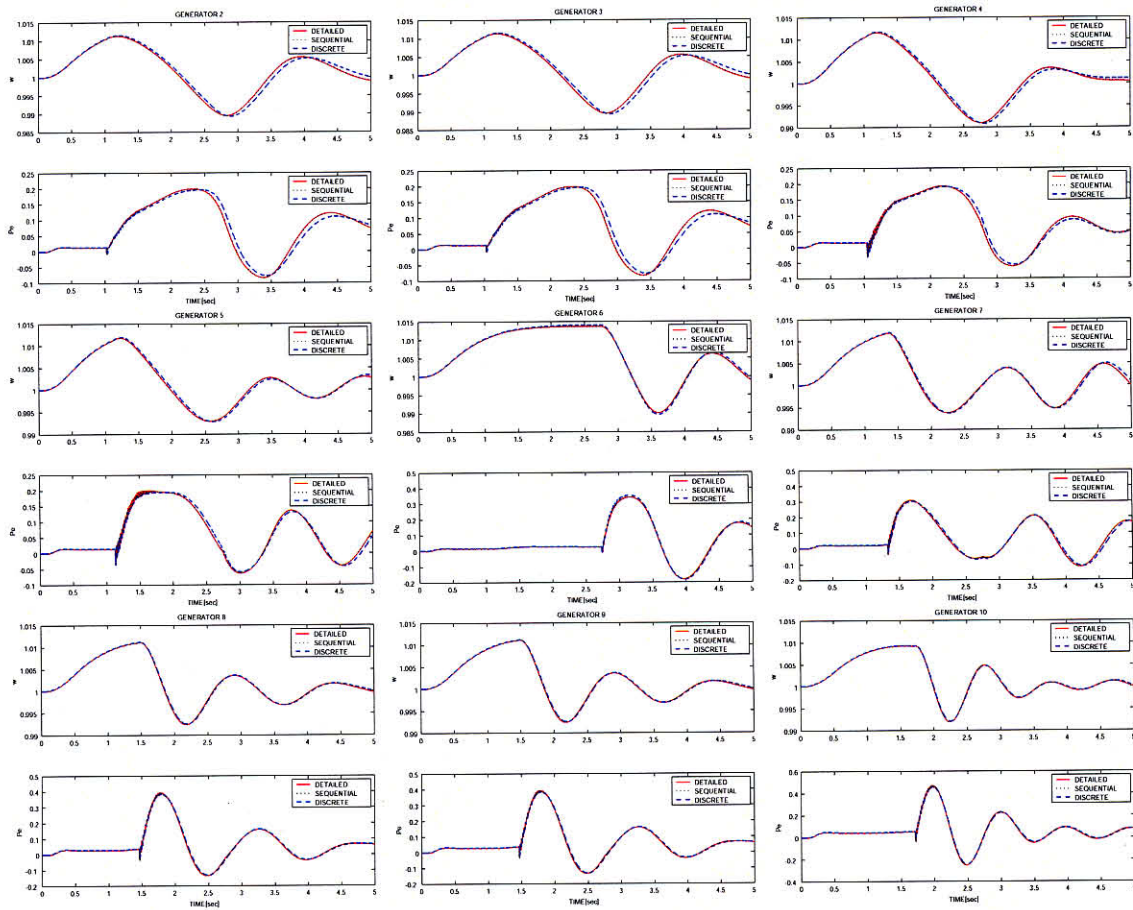


図 6.15: 西 10 機系統モデル

### 6.3.3 縮約によるシミュレーション時間の短縮

浮遊ノードの縮約がシミュレーションの所要時間とどのように関係しているかを調べるために、図 6.16 のような  $N$  個の浮遊ノードを持つ 1 機無限大母線系統を用いて  $N$  とシミュレーション時間の関係を調べた。

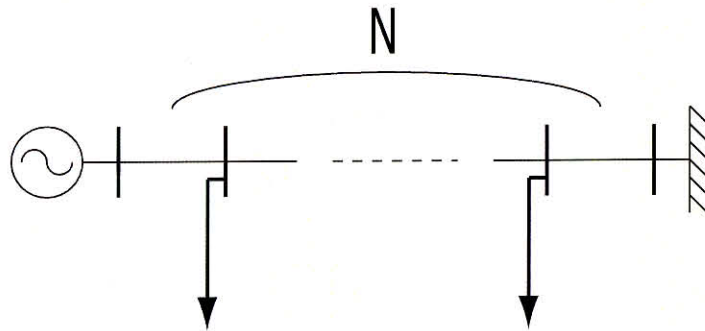


図 6.16:  $N$  個の浮遊ノードを持つ 1 機無限大母線系統

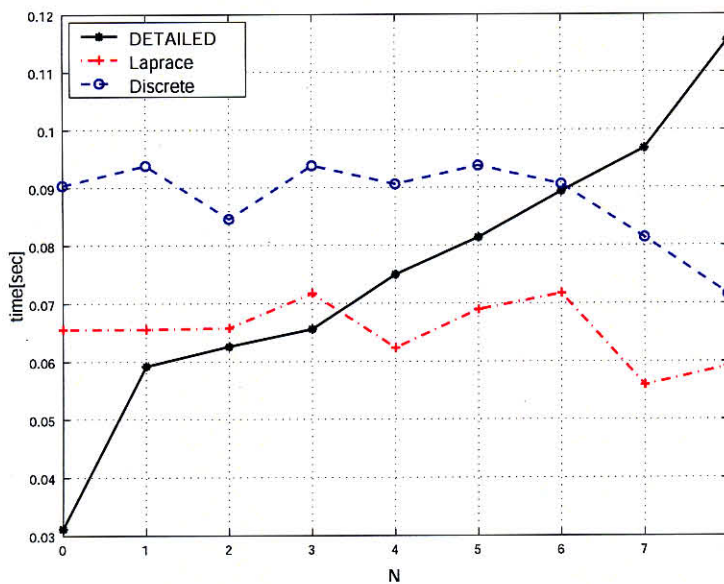


図 6.17: 浮遊ノード数とシミュレーション時間の関係

0.3 秒間のシミュレーションを 5 回行い、送電網モデル部分に要した平均時間を調べた結果を図 6.17 に示した。詳細モデルにおいては浮遊ノード数の増加につれて送電網モデル部



分のシミュレーション時間が増大しているが、同定モデルではあまり変化していない。これは、

- 伝達関数行列の次元が変化しないこと
- 伝達関数の次数が浮遊ノード数の変化に影響されないこと

の2つが理由であると考えられる。

伝達関数行列の次元が変化しないのは、浮遊ノードを縮約しているからであり、伝達関数の次数が浮遊ノードの数に影響されないのは、同定する周波数の上限を 1kHz にすることで同定する伝達関数の次数の上昇を防いでいるからである。

図 6.12 に示した浮遊ノードが多数存在する系統においては、送電網モデル部分の演算時間は、ラプラス領域の同定モデルで 85%、離散時間領域の同定モデルで 77% に削減された。

## 第 7 章

# DSP への実装

### 7.1 はじめに

これら提案してきた手法を用いて作成したプログラムを DSP へ実装し、実際にリアルタイムシミュレータとしての評価を行った。DSP への実装に際しては、MATLAB/SIMULINK との整合性から、dSPACE を用いている。dSPACE の仕様を以下に示す。この dSPACE ソフトウェアは、ライセンスによってプロテクトされているため、1 台の PC に 1 ライセンスとなっており、異なる dSPACE ソフトウェア上で作成したプログラムは設定をしないとおさないと動作しないことが多いので注意が必要となる。

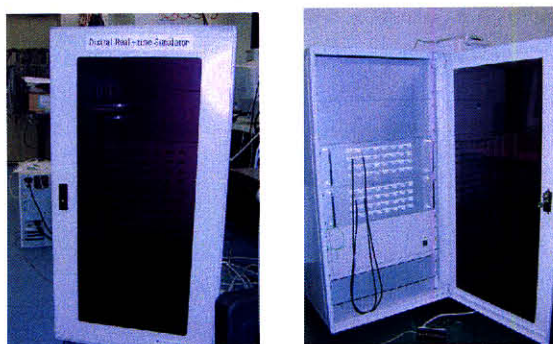


図 7.1: 使用している DSP の外観

この図 7.1 に示した DSP 上に MATLAB/SIMULINK にて作成したプログラムをダウンロードする。この冷蔵庫のような外観をした箱の内部には DSP ボードが 2 枚並列された状態で格納されている。図中右においてケーブルで接続されているブロックの内部が DSP

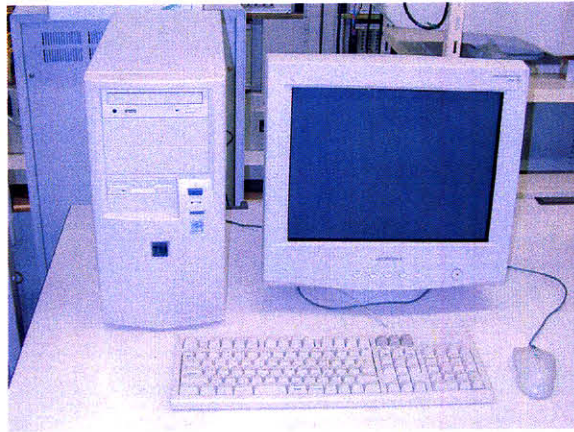


図 7.2: ホスト PC

ボードである。現在は2枚並列であるが、最大4枚のDSPボードを並列させることが可能である。DSPボードへアプリケーションモデルをダウンロードした後、「Control Desk」というソフトウェアによってホストPC(図7.2)上から操作を行い、リアルタイムシミュレーションを行っていく。このホストPCには、ライセンスの都合上「 dongle」というハードウェア実行キーが必要とされる。

## 7.2 実装に関する必要事項

dSPACEにおいては、MATLAB/SIMULINKをDSPにダウンロードするにあたって

- 固定ステップサイズを用いる
- ブロック図中に代数ループを含まない
- 微分方程式の解法にはオイラー法を用いる

という3つの制約をかける。固定ステップサイズを用いなければならないのは、リアルタイムシミュレーションの妨げになる可能性があるからである。シミュレーションにおいて数値発散を起こさないためにステップサイズを小さくしすぎるとリアルタイムでの処理が不可能になる場合が考えられる。2つ目の代数ループというのは、プログラム中に代数ループを含むと収束計算が必要となり、場合によってはリアルタイムシミュレーションに支障をきたす恐れがあるためである。このため代数ループを含むアプリケーションモデルは

ダウンロードできない仕様になっている。また同様にできるだけリアルタイムシミュレーションを実現しやすくするために、微分方程式のソルバーは、固定ステップサイズのオイラー法を用いている。固定ステップサイズであれば、ルンゲ・クッタ法その他のソルバーも利用できる仕様にはなっている。

DSP ボードでは、リアルタイム処理が不可能な場合でも、単純に高速な演算処理プロセッサとしてオフラインシミュレーションに利用することも可能になっている。しかしながら本研究においてはリアルタイムシミュレータとしての検証を目的としているため、リアルタイム処理の可否を条件としている。

実装の具体的な操作過程は以下のようになる。

1. MATLAB/SIMULINK によりアプリケーションモデルを作成する。このときオフラインシミュレーションによりモデルの妥当性の検証も行う。
2. 作成したアプリケーションモデルに対し、リアルタイム実装用の C コードを作成するために Real-Time Workshop (RTW) を起動し dSPACE のリアルタイムプロセッサにモデルをダウンロードする。
3. dSPACE の Control Desk を起動する。これによりリアルタイムプロセッサ上で実行されているプロセスの変数のデータ管理、パラメータのチューニングを行う。

この過程をフローチャートに示すと図 7.3 のようになる。

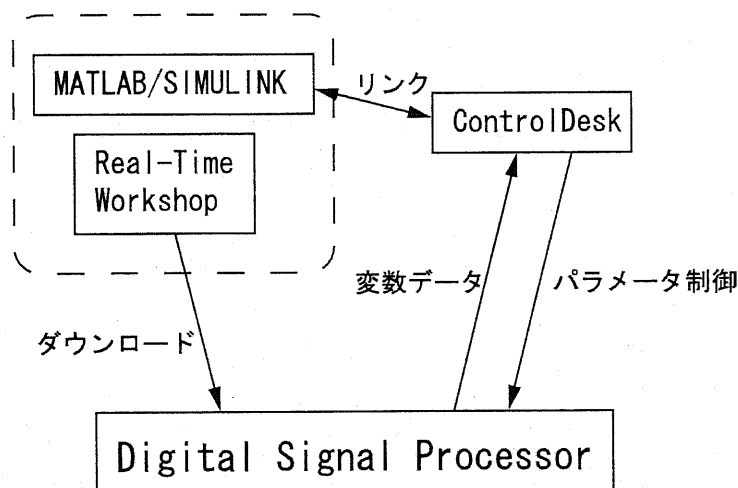


図 7.3: リアルタイムシミュレーションの概要

## 7.3 実装例

前節までの仕様、制約を踏まえたうえで、リアルタイムシミュレータとしての機能を検証した。

### 7.3.1 リアルタイムシミュレーション結果

#### a. 1機無限大母線システムモデル

図 7.4 に示したような 1 機無限大母線においてアプリケーションモデルを作成、ダウンロードを行い実行した。



図 7.4: 1 機無限大母線系統図

アプリケーションモデルは図 7.5 のようになる。発電機が 1 機のシステムモデルのシミュレーションは、すべてこのモデルで行うことができる。

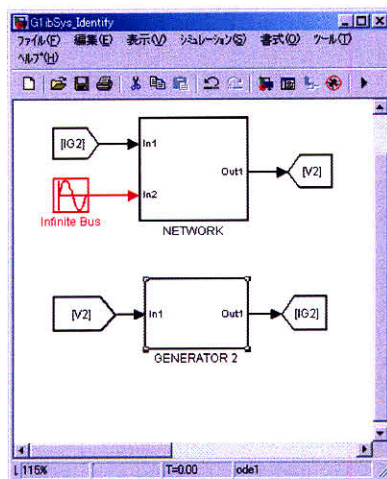


図 7.5: 1 機無限大母線ブロック図

このときの ControlDesk のパネル表示の一例を図 7.6 に示した。ここでは発電機の  $\omega$ 、 $P_e$

のみを示しているが、基本的に見たいパラメータの動きはすべてこのパネル上で追うことが可能である。

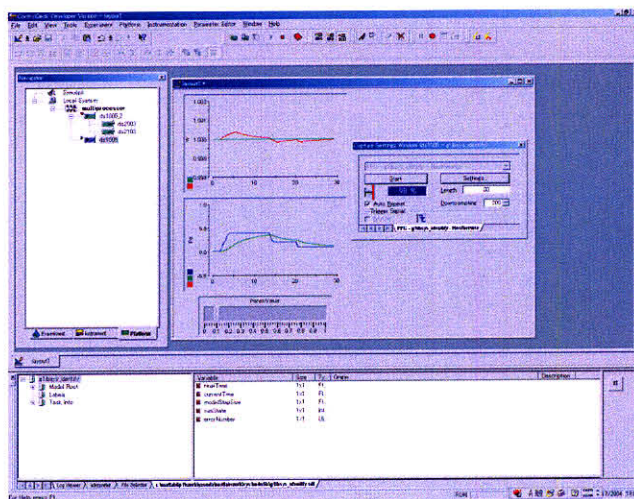


図 7.6: ControlDesk の様子

#### b. 4 機無限大母線系統モデル

次に、図 6.12 のアプリケーションモデルをダウンロード、実行した。このときのアプリケーションモデルを 7.7 に示した。非常にシンプルでわかりやすいモデルになっている。

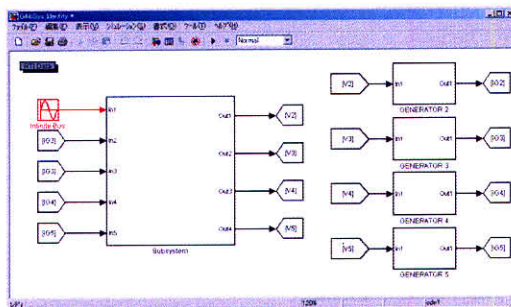


図 7.7: 4 機系モデルのブロック図

このときの ControlDesk のパネル表示の様子を図 7.8 に示した。この ControlDesk のパネル上では、リアルタイムにパラメータを変更することが可能であり、実際に 4 機の発電

機の有効電力出力を変化させたときの様子が図中に示されている。パネル中のメモリ付きの横棒のメモリを手動で操作することによりパラメータを自由に変更することができる。

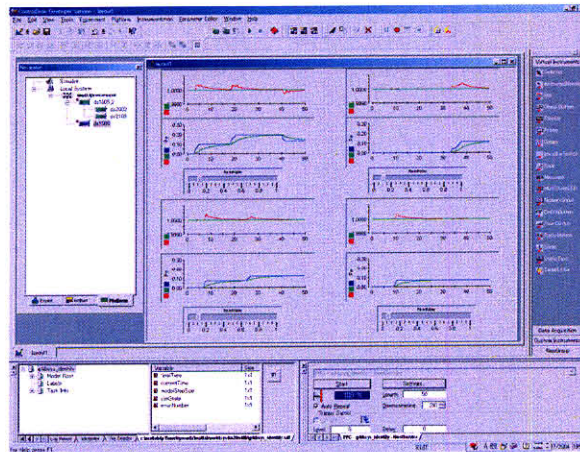


図 7.8: ControlDesk の様子

このシミュレーションの結果を csv ファイルによって数値データとして保存することも可能であり、その様子を後からグラフデータとして再現、解析することも可能である。

一例として発電機 2 の有効電力出力の変動の様子を図に示した。発電機の機械入力 of 指令値を変更すると、機械入力、発電機出力が追従して変動していく様子が見られる。出力を急激に上げすぎることによって発電機が脱調を起こす現象なども再現することができることを確認した。

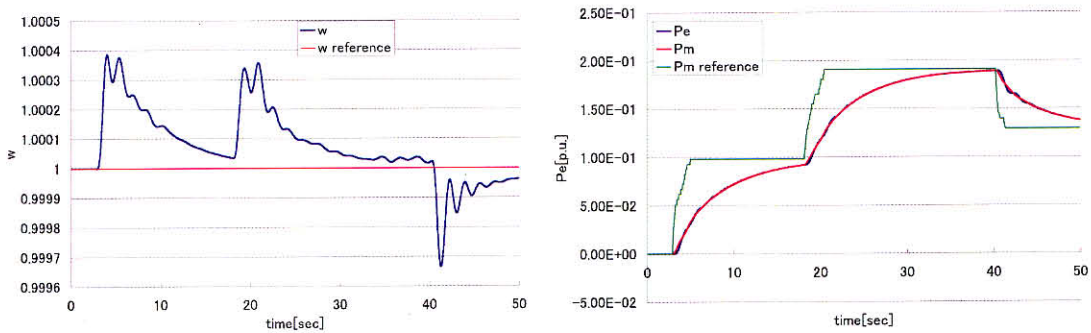


図 7.9: 発電機 2 のパラメータの変動の様子

### 7.3.2 タイムステップとシミュレーションの精度

前節においてはシミュレーションのステップサイズは  $100[\mu\text{s}]$  の固定ステップで実行してきた。しかしながら、シミュレーションの精度が十分維持される範囲であれば、現在のステップサイズよりも大きなステップサイズでシミュレーションを行うことでより大規模なシステムでリアルタイムシミュレーションが実行できる可能性がある。

そこで、ステップサイズを  $110[\mu\text{s}]$ 、 $120[\mu\text{s}]$ 、 $130[\mu\text{s}]$ 、 $140[\mu\text{s}]$  と変化させたときの1相地絡故障シミュレーション時の詳細モデルと同定モデルでの  $\omega$  の波形のずれを誤差率として時間変化とともに図 7.10 に示した。上図は  $110[\mu\text{s}]$ 、 $120[\mu\text{s}]$ 、 $130[\mu\text{s}]$  での誤差率を、下図は  $110[\mu\text{s}]$  と  $140[\mu\text{s}]$  の誤差率を示している。

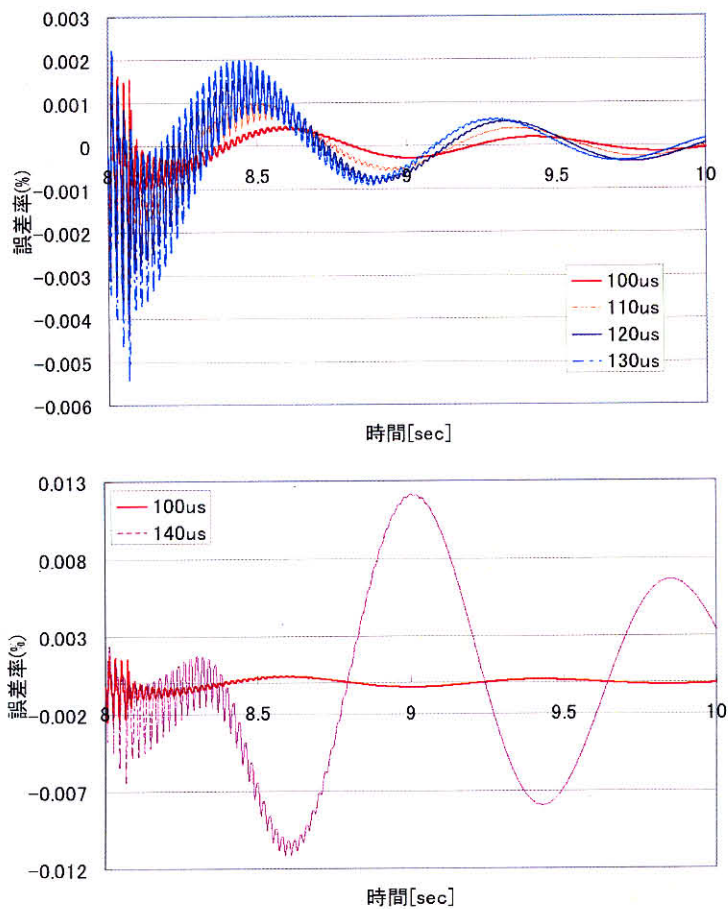


図 7.10: 1相地絡故障シミュレーションでの  $\omega$  の誤差率の推移



ステップサイズを大きくしていくに従い誤差率は大きくなっていくことがわかる。しかしながらその割合を見てみると0.1%未満であることがわかる。150[ $\mu$ s]でシミュレーションすると数値発散を起こすという結果と併せると、数値発散を生じない範囲内でステップサイズを設定することでリアルタイムシミュレーションを実行可能な系統規模が拡大される可能性が十分にあると考えられる。

一方でサンプリング定理から、本研究の対象としている系統現象を十分な精度を維持しつつ解析可能なステップサイズは約250[ $\mu$ s]以下程度と見積もることができる。

### 7.3.3 DSP 処理能力の限界

現在使用している DSP ボードでは、図 7.11 の関係に見られるように、1 枚あたり発電機 5 機と送電網モデルを処理するのが限界であり、発電機を 6 機含む系統はリアルタイムシミュレーションが不可能であることが確認された。しかしながら、DSP ボード 2 枚での並列処理を行うと 6 機以上の系統においてもリアルタイムシミュレーションが実現可能であることを確認した。図 7.12 に示したように、発電機 5 機をマスタープロセッサ、無限大母線、送電網モデル、発電機 1 機をスレーブプロセッサに割り振ることでリアルタイムシミュレーションを行うことに成功した。

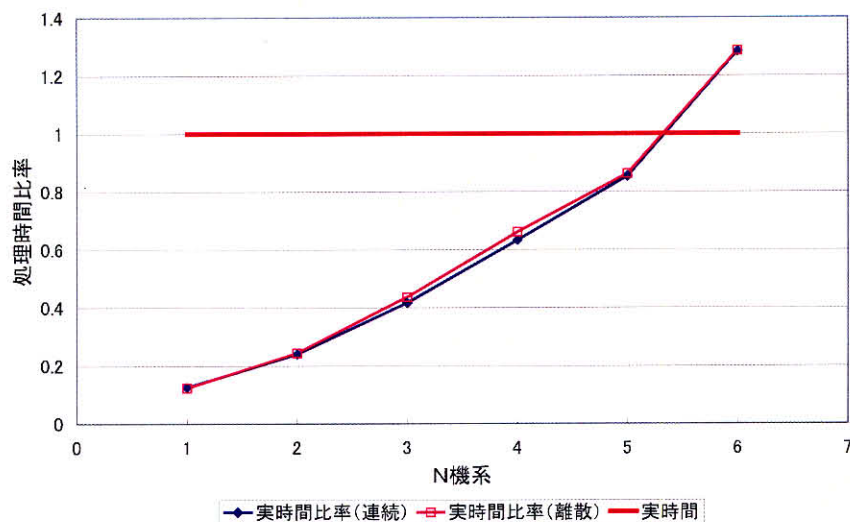


図 7.11: DSP1 枚での系統規模と演算処理時間の関係

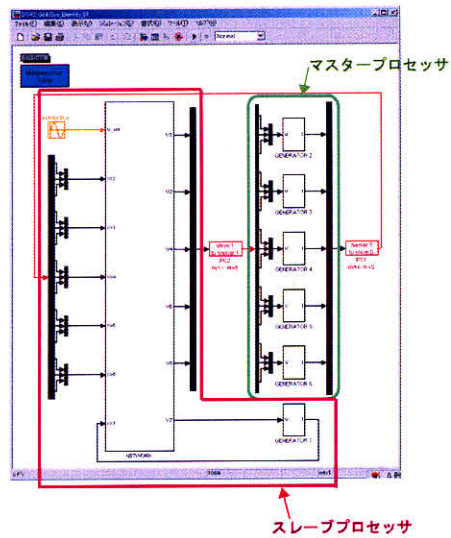


図 7.12: 並列処理のための系統分割

このときの ControlDesk の画面を図 7.13 に示す。左上の赤丸で囲んである部分が DSP が並列に動作していることを示している。

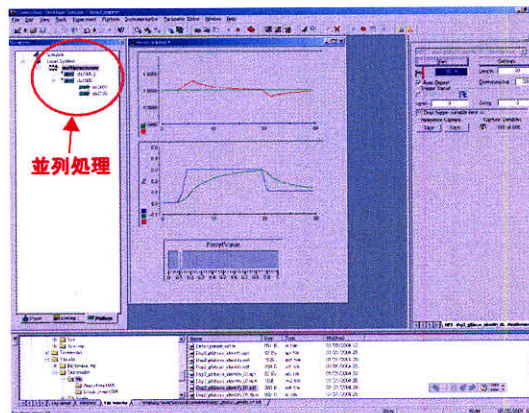


図 7.13: ControlDesk 画面

このように DSP ボードが複数ある場合にはこれらを並列することでより大規模なシステムでのリアルタイムシミュレーションが可能となる。図 7.12 はあくまで分割の一例であり、DSP ボードの処理能力を限界まで使い切るような大規模なシステムを扱う場合には、システムをどのように分割するかによってリアルタイムシミュレーションの可能性は大いに広がると考えられる。

## 第 8 章

### 結論

本研究では、大規模複雑システムでのシミュレーションにおける送電網部分の計算時間短縮、送電網モデルの自動作成による労力の削減を目的としている。そのため、周波数特性の数値データから次数を抑えた有理伝達関数行列の形に同定することにより、電圧源、電流源の双方に接続することが可能な低次同定送電網モデルを自動的に作成する手法を提案した。同定手法には、初期値に依存せず、また繰り返し計算を削減できる重み付け線形化最小二乗法を用いた。ラプラス領域 ( $s$  領域) での同定 (連続時間領域) は、相互インピーダンスを考慮しない簡易送電線モデルを用いて構成したシステムでは非常に精度のよい同定結果を得ることができた。一方で相互インピーダンスを含めた場合、相互キャパシタンス、相互コンダクタンス成分により同定する有理伝達関数の分子側の次数が分母側よりも高次になってしまうため、周波数特性は精度よく同定されるものの伝達関数の極の実部が正になってしまい安定に同定することができないという現象が問題となった。そこで、 $s$  領域ではなく、 $z$  領域での同定 (離散時間領域) を用いることで問題の回避を試みた。標準  $z$  変換だけでなく、台形法近似、テイラー展開一次近似などの手法を用いて同定を行うことで相互インピーダンスを考慮した送電線モデルでシステムを構成した場合でも低次同定送電網モデルを安定なシステムとして同定することを可能にした。提案手法を用いてさまざまなパターンのシステムのモデルを作成し、送電網を詳細にモデル化した場合のシミュレーション結果との比較を行い提案手法の妥当性の評価を行った。その結果、低次伝達関数同定送電網モデルは十分な精度を持つことが確認され、また負荷ノードを多く含む大規模なシステムにおいて計算時間の短縮効果が得られることがわかった。

これら提案してきた手法を用いて作成したプログラムを DSP へ実装し、実際にリアルタ

イムシミュレータとしての評価を行った。DSP への実装に際しては、MATLAB/SIMULINK との整合性から、dSPACE を用いている。この dSPACE に MATLAB/SIMULINK のモデルファイルをダウンロードする際に、シミュレーション時に収束計算を必要とする代数ループを含んではならないこと、微分方程式の解法はオイラー法を用いること、というのが使用条件になっている。また、DSP の能力ではリアルタイムで処理することが不可能と判断されたプログラムをダウンロードすることはできないことになっている。代数ループを含まないようにするという条件に関しては、送電網モデルを同定する際に必ず分母の次数を分子の次数よりも最低 1 大きくするという条件を設定することで代数ループを回避することができる。オイラー法を用いなければならないという条件により、本来システムとして安定であり、ルンゲ・クッタ法など高次の解法を用いれば収束するシミュレーションが発散してしまうということが考えられるが、これは送電網モデルを  $z$  領域で離散化して同定することで解決することができる。これらを踏まえた上で DSP 1 台あたりで扱える系統規模の検証を行った。その結果、提案手法を用いることで DSP に問題なくダウンロード可能なことが確認され、また DSP 1 台あたり発電機 3 機を含む系統まで扱えることがわかった。DSP を並列することでその倍数台発電機を含む系統のリアルタイムシミュレーションが行えると考えられる。

以上、周波数特性から低次伝達関数行列型に同定した送電網モデルが十分な精度をもつこと、大規模系統を扱う際に計算時間を短縮できることが確認された。また、 $s$  領域ではなく近似を用いた  $z$  領域で同定することにより相互インピーダンスの考慮が可能になることがわかった。それらを DSP にダウンロードすることでリアルタイムシミュレーションを実現し、その妥当性を確認した。

今後の課題を以下に述べる。ひとつめの課題は、多種多様なより大規模な系統での検証を行うことがあげられる。一方、扱う系統によっては送電網モデルを安定に同定することができない場合や、同定は成功してもシミュレーションを行うと数値発散を起こしてしまう場合も存在することがこれまでの検証ケースにおいても確認されている。そこで、さまざまな検証ケースから情報をフィードバックし、提案手法に改良を加えることがあげられる。

リアルタイムシミュレーションという側面においては、現在扱うことの可能な DSP ボードだけをとってみても、古いものと新しいもので 2 倍近く演算処理能力が変化していることが実験により確認されたので、今後もさらにハードウェアとしての処理能力は上がるものと考えられる。現段階では、DSP ボードの並列によりより大規模な系統でのリアルタイム

シミュレーションが可能になると考えられる。アプリケーションモデルを自由に分割して並列した DSP ボードに処理させることが可能なため、系統ごとにどのように分割して DSP に割り振るかによりリアルタイムシミュレーションの可否が決定される事態も想定される。そのための系統の分割処理のアルゴリズムに関する検討が必要になると考えられる。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、横山明彦教授には、終始懇切かつ熱心なご指導と貴重なご助言を頂きました。ここに厚くお礼申し上げます。

技術官の島田規人氏には研究を進める際のさまざまな便宜を迅速にはかっただき、素晴らしい計算機環境で研究を行うことができました。ありがとうございました。

また、東京電力の多田泰之氏、岡本浩氏(東京電力株式会社)には、研究を進めるにあたって数多くの助言を頂きましたことを、厚くお礼申し上げます。

博士1年の杉原俊雄氏、ウォーラウト・セーコック氏、修士2年の近藤太郎氏、元木啓明氏、修士1年の村上明子氏、スイリチョム・ティーラタナー氏、卒論生の河島清貴氏、小澤学氏、伏木圭祐氏、研究員の北村弘明氏の各氏、そして特に博士3年のクルヨス・ウドムワンセーリー氏には、ともに研究を続ける上で、時にはご迷惑をおかけしたこともあったかと思いますが、常に親しく接していただき、本当に楽しい研究生生活を送ることができました。深く感謝いたします。

最後に、私の研究生生活を支えてくださったすべての皆様に感謝の意を表し、皆様の今後のご発展とご活躍を心からお祈りして、感謝を表します。

## 参考文献

- [1] Suresh Chand Verma 他, 「フルディジタルリアルタイムシミュレータのシミュレーション精度に関する研究」, 平 11, 電気学会 B 部門大会, No.233
- [2] 山崎他, 「ハイブリッド式電力系統シミュレータの開発」, 平 7, 電気学会全国大会, No.1299
- [3] 杉本他, 「アナログ系統模擬装置と多機能型変換機モデルを結合した解析装置の検討」, 平 11, 電気学会 B 部門大会, No.234
- [4] 多田、岡本: 「低コストリアルタイムシミュレータの開発」, 電気学会 B 部門大会, No.33, 1999 年
- [5] 多田、岡本: 「低コストな電力系統リアルタイムシミュレータの実現に関する基礎検討」, 電気学会論文誌 B, 120 巻 2 号, 平成 12 年
- [6] Y.Tada, H.Okamoto: "Feasibility Study on Development of a Low Cost and Flexible Power System Real-Time Simulator", The Transactions of IEEJ, Vol.120-B, No.2, Feb., 2000 (in Japanese)  
多田、岡本: 「低コストな電力系統リアルタイムシミュレータの実現に関する基礎的検討」, 2000 年 2 月, Vol.120-B No.2
- [7] [http://www.opal-rt.com/catalog/products/2\\_realtime\\_modeling\\_tools/3\\_artemis/index.html](http://www.opal-rt.com/catalog/products/2_realtime_modeling_tools/3_artemis/index.html)
- [8] X.Wang: "Real-Time Digital Simulator of The Electromagnetic Transients of Power Transmission Lines", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.4, No.2, 1989
- [9] X.Wang: "Real-Time Digital Simulator of The Electromagnetic Transients of Transmission Lines with Frequency Dependence", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.4,

No.4, 1989

- [10] C.Dufour *et al.*: "Real-Time simulation of power transmission lines using Marti model with optimal fitting on dual-DSP card.", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.11, No.1, 1996
- [11] X.Wang *et al.*: "A Real-Time Transmission Line Model for a Digital TNA", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.11, No.2, 1996
- [12] J.R.Marti: "Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Line in Electromagnetic Transient Simulations", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No.1, 1982
- [13] T.Noda *et al.*: "Low-Order Linear Model Identification Method of Power system by Frequency-Domain Least-Squares Approximation", The Transactions of IEEJ, Vol.121-B, No.1, Jan., 2001 (in Japanese)  
野田他:「周波数領域最小二乗近似による系統の低次線形モデル同定法」, 電気学会論文誌, Vol.121-B, No.1, 2001
- [14] 松尾: 「デジタル制御」, 昭晃堂, 2001年
- [15] 「電力系統の標準モデル」, 電気学会技術報告第754号, 1999年11月
- [16] Y.Sekine: Dynamic Analysis of Power Systems, p.397, Ohm, Japan(1984)  
関根 泰次: 電力系統過渡解析論, p.397, オーム社 (1984)



## 発表文献

### 学術雑誌

1. 安田, 横山, 多田, 「低コストリアルタイムシミュレータ実現のための送電線モデル構築手法の一検討」, 電気学会論文誌電力・エネルギー部門誌 (平成 16 年 3 月掲載予定)

### 国際会議 (口頭発表)

1. Y. Yasuda, A. Yokoyama, Y. Tada, H.Okamoto, "Study on Low-Cost & Easy-Use Real-Time Digital Power System Simulator in MATLAB/SIMULINK Environment", POWERCON2000, Vol.2, p921-926 (2001)
2. Y. Yasuda, A. Yokoyama, Y. Tada, Y. Sekine, "A Basic Study for Simplified Model of Three-Phase Unbalanced Transmission Network for Digital-Type Real-Time Power System Simulator", ICEE2001, No.0273 (2001)
3. Y. Yasuda, A. Yokoyama, Y.Tada, Y. Sekine, "A Study on the Effect on Simulation by Using Reduced Model of Transmission Network for Real-Time Power System Simulator", POWECON2002, Vol.3, p1545-1549 (2002)

### シンポジウム・研究会・大会等発表

1. 安田, 横山, 多田, 岡本, 「デジタル式簡易型リアルタイム電力系統シミュレータ開発のための基礎検討」, 2000 年度電気学会電力エネルギー部門大会, No.223 (2000)
2. 安田, 横山, 多田, 岡本, 「汎用型フルデジタル電力系統リアルタイムシミュレータ開発のための基礎検討」, 2000 年度電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-00-10(PSE-00-15) (2000)

3. 安田, 横山, 多田, 「詳細モデルを用いたデジタルシミュレータ用送電系統モデルの構築に関する一考察」, 2000年度電気学会全国大会, No.6-059 (2001)
4. 安田, 横山, 多田, 岡本, 「電力系統リアルタイムデジタルシミュレータ用送電系統モデルの構築方法に関する研究」, 2001年度電気学会電力エネルギー部門大会, NO.160 (2001)
5. 安田, 横山, 多田, 「電力系統リアルタイムデジタルシミュレータのための汎用型送電網モデルの基礎研究」, 2001年度電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-01-157(PSE-01-151) (2001)
6. 安田, 横山, 「汎用型フルデジタル電力系統リアルタイムシミュレータのためのモデル開発」, 第8回鉄道技術連合シンポジウム, (2001)
7. 安田, 横山, 多田, 「電力系統リアルタイムシミュレータ用送電網低次同定モデルがシミュレーションに及ぼす影響に関する一考察」, 2001年度電気学会全国大会, No.6-055 (2002)
8. 安田, 横山, 多田, 「デジタルシミュレータ用送電網低次同定モデルによる多機系統シミュレーションへの影響に関する研究」, 2002年度電気学会電力エネルギー部門大会, No.255 (2002)
9. 安田, 横山, 多田, 「送電網の低次同定モデルが多機系統シミュレーションへ及ぼす影響に関する研究」, 2002年度電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-02-115(PSE-02-125) (2002)
10. 安田, 横山, 多田, 「電力系統リアルタイムシミュレータ用送電網低次同定モデルを用いた送電線の相互インピーダンスがシミュレーションに及ぼす影響に関する研究」, 2002年度電気学会全国大会, No.6-095 (2003)

## その他

1. 安田, 横山, 「送電網の過負荷解消のための GA による移相器設置の最適化」, 1999年度電気学会電力エネルギー部門大会, No.146 (1999)
2. 安田, 松尾, 横山, 「経済的指標を加えた系統への移相器設置の GA による最適化」, 1999年度電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-00-10(PSE-00-15) (1999)

## 付録 A

### 離散時間領域での微積分の数値計算手法

計算機には無限小という概念が存在しないため、極限值の概念を用いる微分、積分の厳密な演算は存在しない。そこで近似的に扱うことになるが、できるだけ誤差を少なくし、精度よく計算するため、さまざまな計算手法において比較、検討を行った。

本研究においては、MATLAB/SIMULINK を使い、ブロック線図で直観的に理解することができ、扱いを簡便に行うということがひとつの目的となっている。このため、離散値シミュレーションを行う際も、伝達関数は  $z^{-1}$  を含むブロック線図で扱われることになる。この節では、実際にシミュレーションが行われる際、このブロック線図がプログラム内部でどのように処理されているのかを確認する。

この場合、離散値シミュレーションであるので、伝達関数から差分方程式を導き出して代数演算を行っている。そこで、図 A.1 に示すような簡単な例題を用いて検証を行った。

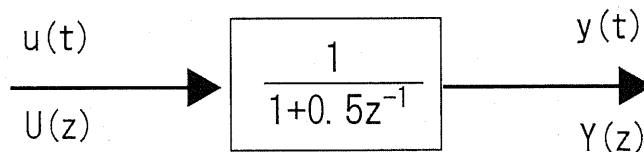


図 A.1: 例題

この例題のブロック図を伝達関数で表現すると以下のようなになる。

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}} \quad (\text{A.1})$$

式 A.1 を時系列表現をして差分方程式で表現すると下の式 A.2 のようになる。

$$y(n) = u(n) - 0.5y(n - 1) \quad (\text{A.2})$$

$$y(0) = 0$$

入力信号を図 A.2 のような

$$u(n) = \sin(2\pi f \cdot n\Delta t)$$

$$f = 50[\text{Hz}]$$

$$\Delta t = 100[\mu\text{sec}]$$

という商用周波数だとした場合のシミュレーション結果を図 A.3 に示した。

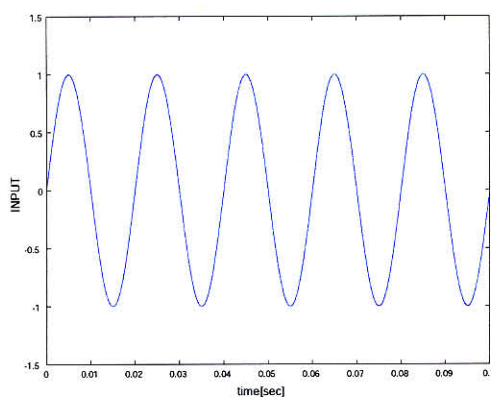


図 A.2: 入力信号

図 A.3 の出力信号を見てみると、SIMULINK でのシミュレーション結果と、差分方程式で表現して漸化式を用いてシミュレーションを行った結果は非常に精度よく一致しているといえる。図 A.3 下を見ると若干の誤差が見られるが、 $10^{-15}$  と出力波形に対す

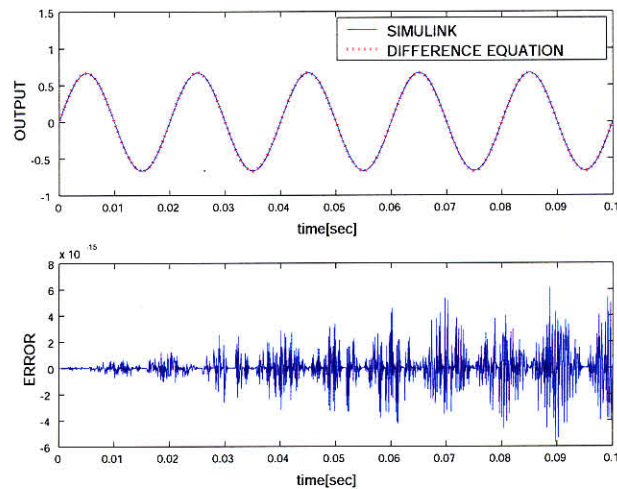


図 A.3: 出力信号

るオーダーが非常に小さく、また特別な傾向もみられないことから、手法の違いから生じるものではなく、桁落ちや丸め誤差といったハードウェアの計算精度から生じる誤差だと考えられる。

## A.1 微分

微分を近似的に計算する手法には大きく分けて

- 差分法
- 関数近似法

の2つが考えられるが、本研究では極限まで精度を追求することが目的ではなく、精度を維持しつつシンプルに表現して計算時間を短縮させることが目的であるため、差分法を用いる。この差分法の中にもいくつか手法が存在するので紹介する。

### 前進差分

この前進差分というのは、

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

と表現され、もっとも一般的な微分の差分近似法だといえる。

この考えをもとに時間変化する関数  $f(t)$  の時間微分を前進差分で表現すると以下の式になる。 $\Delta t$  を演算刻み幅とする。

$$f'(t) = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \quad (\text{A.3})$$

この式 A.3 に Z 変換をかけて整理すると、

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t \cdot z^{-1}}$$

となる。また、2階微分は

$$\begin{aligned} f''(t) &= \frac{f'(t + \Delta t) - f'(t)}{\Delta t} \\ &= \frac{f(t + 2\Delta t) - 2f(t + \Delta t) + f(t)}{\Delta^2 t} \end{aligned}$$

と表現され、Z 変換をかけて整理すると以下のような式になる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \equiv \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{\Delta t^2 \cdot z^{-2}}$$

ただし、式から見てわかるように、実際のシミュレーションには前進差分を用いることはできない。

また、図 A.4 からわかるように、誤差は一般に理論値よりも大きくでる傾向がある。

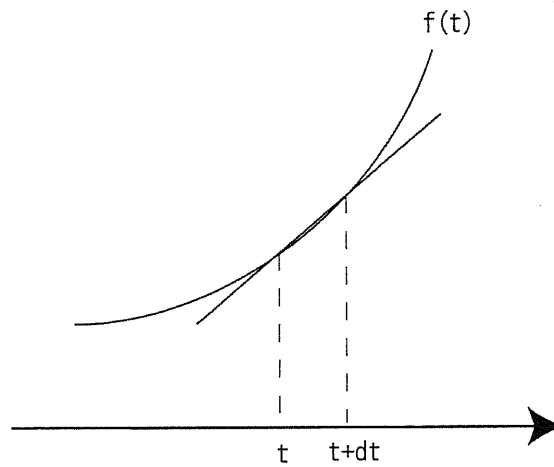


図 A.4: 前進差分のイメージ

### A.1.1 後退差分

後退差分は、

$$f'(t) = \frac{f(t) - f(t - \Delta t)}{\Delta t}$$

で表現され、これをZ変換して整理すると以下の式を得る。

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{1 - z^{-1}}{\Delta t}$$

2階微分は

$$\begin{aligned} f''(t) &= \frac{f'(t) - f'(t - \Delta t)}{\Delta t} \\ &= \frac{f(t) - 2f(t - \Delta t) + f(t - 2\Delta t)}{\Delta t^2} \end{aligned}$$

にZ変換をかけて整理すると以下の式を得る。

$$\frac{d^2}{dt^2} \equiv \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{\Delta t^2}$$

この後退差分は、過去のデータから微分値を近似的に算出するかたちをとるので、実際のシミュレーションに用いることが可能である。ブロック図は図 A.5 に示したような形になる。

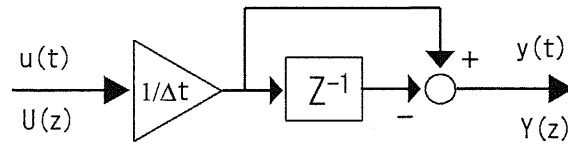


図 A.5: 後退差分ブロック

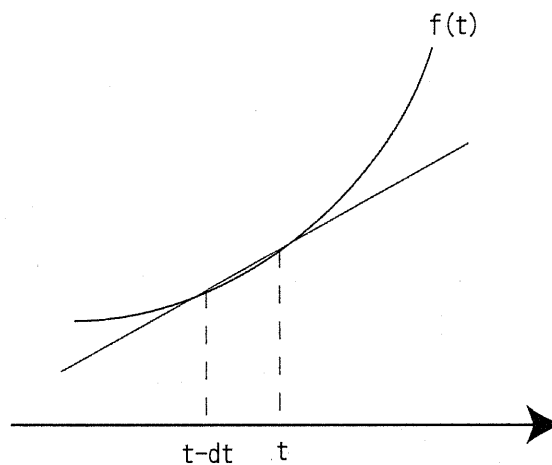


図 A.6: 後退差分のイメージ

また、図 A.6 に示した後退差分のイメージ図から、後退差分で生じる誤差は、前節の前進差分とは逆に、理論値よりも小さくなる傾向があることが予想される。

この後退差分を用いて  $f(t) = \sin(2\pi ft), f = 1[\text{kHz}]$

の微分をシミュレーションした。図 A.7、図 A.8 に結果を示した。

この結果を見てみると、誤差が周期的になっていることがわかる。これは  $z$  変換で離散処理を行い代数演算に変換したことから生じる 1 ステップの時間のずれによるものである。



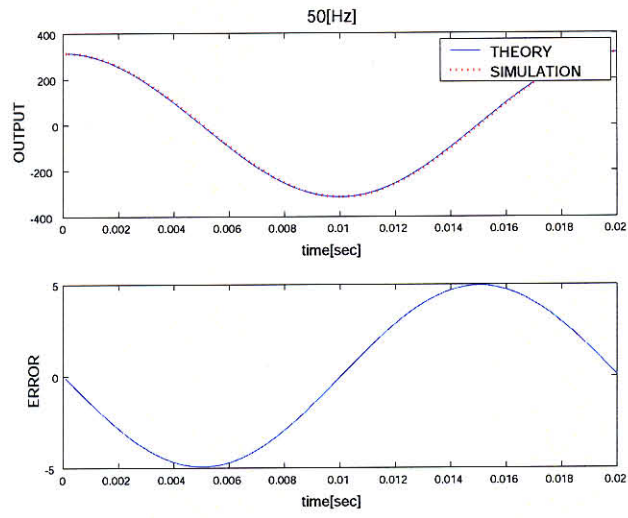


図 A.7: 後退差分を用いたシミュレーション (1)

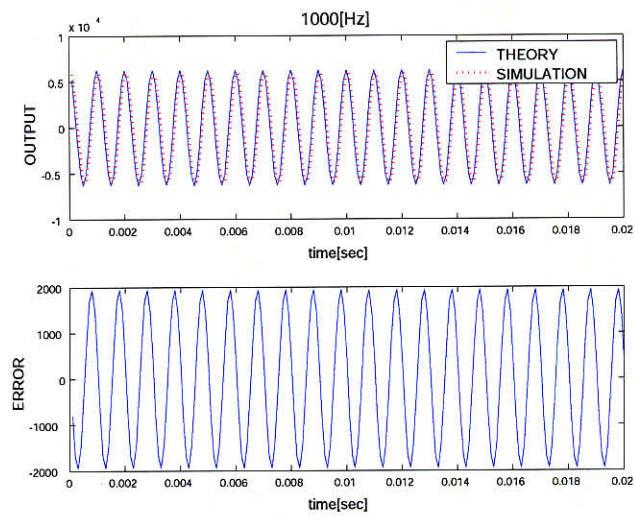


図 A.8: 後退差分を用いたシミュレーション (2)

### A.1.2 中心差分

中心差分は

$$f'(t) = \frac{f(t + \frac{\Delta t}{2}) - f(t - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t}$$

と定義される。ただし、演算刻み幅が  $\Delta t$  であるため、 $f(t + \frac{\Delta t}{2})$ 、 $f(t - \frac{\Delta t}{2})$  という値は存在し得ない。そのため、

$$\begin{aligned} f(t + \frac{\Delta t}{2}) &= \frac{f(t + \Delta t) + f(t)}{2} \\ f(t - \frac{\Delta t}{2}) &= \frac{f(t) - f(t + \Delta t)}{2} \end{aligned}$$

という近似を用いて

$$f'(t) = \frac{f(t + \Delta t) - f(t - \Delta t)}{2\Delta t}$$

と表現する。これに Z 変換をかけて整理すると以下の式を得る。

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{1 - z^{-2}}{2\Delta t \cdot z^{-1}}$$

2階微分は、1階微分の繰り返しという見方をすると、

$$\begin{aligned} f''(t) &= \frac{f'(t + \Delta t) - f'(t - \Delta t)}{2\Delta t} \\ &= \frac{f(t + 2\Delta t) - 2f(t) + f(t - 2\Delta t)}{4\Delta t^2} \end{aligned} \tag{A.4}$$

となり、Z 変換して整理すると以下の式になる。

$$\frac{d^2}{dt^2} \equiv \frac{1 - 2z^{-2} + z^{-4}}{4\Delta t^2 \cdot z^{-2}}$$

これを Z 変換すると以下の式を得る。

$$\frac{d^2}{dt^2} \equiv \frac{1 - 2z^2 + z^4}{4 * \Delta} \quad (\text{A.5})$$

一方、2階微分においては、1階微分で用いたような近似を用いずにはむやりかたもある。以下の式がそうである。

$$\begin{aligned} f''(t) &= \frac{f'(t + \frac{\Delta t}{2}) - f'(t - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \\ &= \frac{f(t + \Delta t) - 2f(t) + f(t - \Delta t)}{\Delta t^2} \end{aligned}$$

となり、 $\frac{\Delta t}{2}$  が消去されるので、近似を用いることなく扱うことができる。Z変換をかけて整理すると以下の式を得る。

$$\frac{d^2}{dt^2} \equiv \frac{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}{\Delta t^2 * z^{-1}}$$

ただし、式から見てわかるように、実際のシミュレーションには中心差分を用いることはできない。

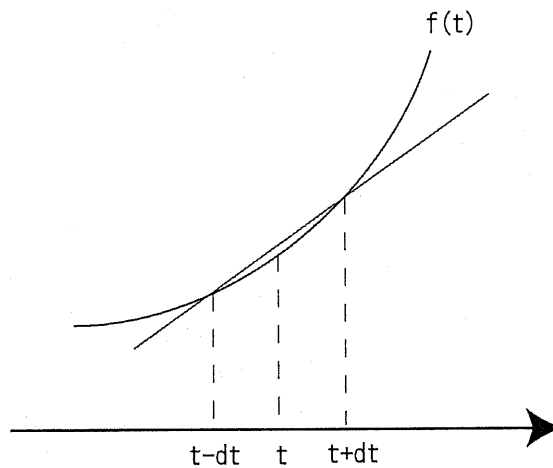


図 A.9: 中心差分のイメージ

## A.2 積分

### 積分演算

$$y(t) = \int_0^t u(\gamma) \quad (\text{A.6})$$

を離散時間演算で近似する方法について紹介する。

また、各々の近似積分手法を用いて、1階積分の例題として

$$y(t) = \frac{1}{2}t^2$$
$$u(t) = \frac{d}{dt}y(t)$$

2階積分の例題として

$$y(t) = \frac{1}{6}t^3$$
$$u(t) = \frac{d^2}{dt^2}y(t)$$

のシミュレーションを行い、どのように誤差が生じるかを調べた。

### A.2.1 近似積分

式 A.6 の連続時間積分値  $y(t)$  は、図 A.10 において曲線  $u(t)$  と時間軸ではさまれた部分の面積に相当する。

このとき、図 A.10 に示したようなサンプリングを行い、短冊状の部分の面積の総和で近似するのが近似積分である。この漸化式は、

$$y(n+1) = y(n) + \Delta t \cdot u(n+1) \quad (\text{A.7})$$

近似積分の伝達関数は、式 A.7 を  $z$  変換することで、

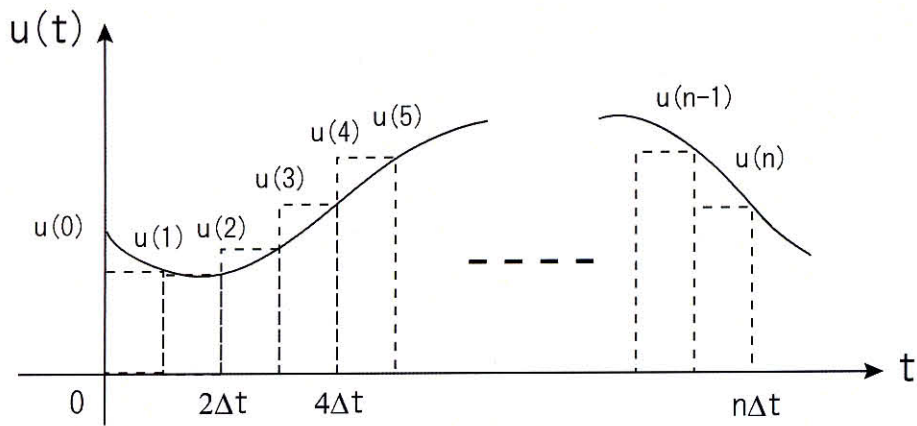


図 A.10: 近似積分

$$zY(z) = Y(z) + \Delta t \cdot zU(z)$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\Delta t}{1 - z^{-1}}$$

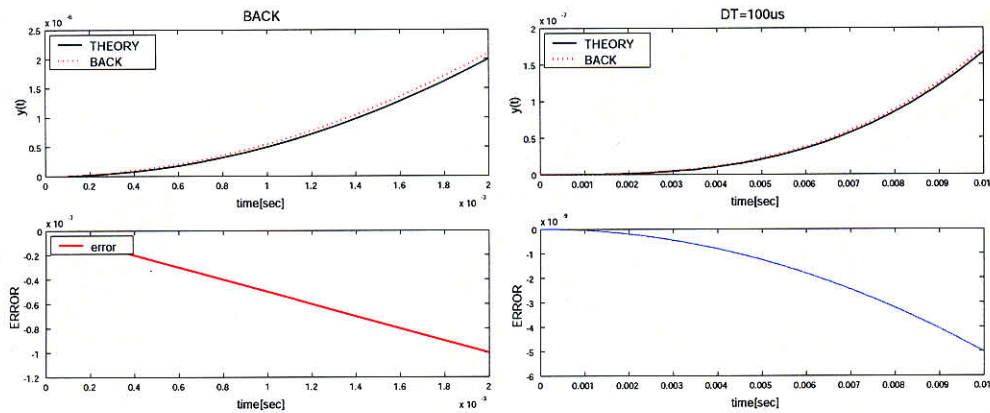


図 A.11: 近似積分のシミュレーション結果と誤差 (1)

## A.2.2 遅れ近似積分

一般に、シミュレーションを行う際には、それまでにシミュレーションで得られたデータしか用いることができないため、式 A.7 は、

$$y(n+1) = y(n) + \Delta t \cdot u(n) \quad (\text{A.8})$$

となる。このときのイメージ図は図 A.12 に示される。

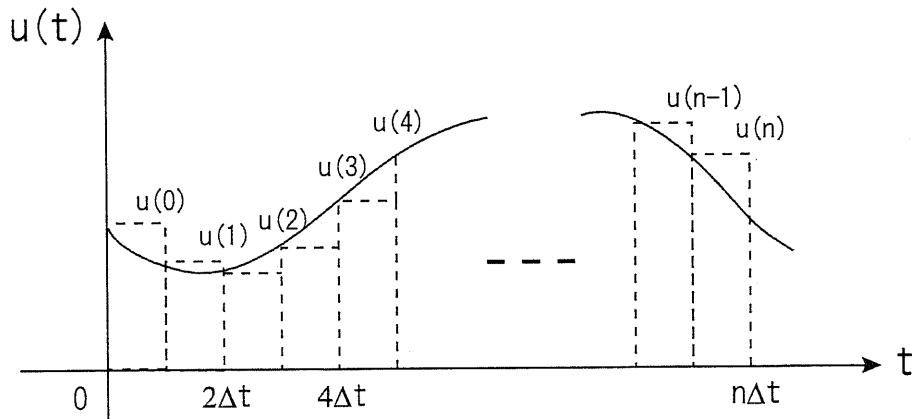


図 A.12: 遅れ近似積分

このときの伝達関数は、式 A.8 を  $z$  変換することで得られる。

$$\begin{aligned} zY(z) &= Y(z) + \Delta t \cdot U(z) \\ \frac{Y(z)}{U(z)} &= \frac{\Delta t \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \end{aligned}$$

例題のシミュレーション結果を図 A.13 に示した。

### A.2.3 台形法

図 A.10、図 A.12 から考えると、短冊状の部分をも、短冊状ではなく、連続したサンプル時刻の値を頂点とする台形状の面積にすると近似精度が高くなると考えられる。これを台形積分近似とよび、図 A.14 のように示される。

このときの漸化式は以下のように示される。

$$y(n+1) = y(n) + \frac{\Delta t}{2}(u(n+1) + u(n))$$

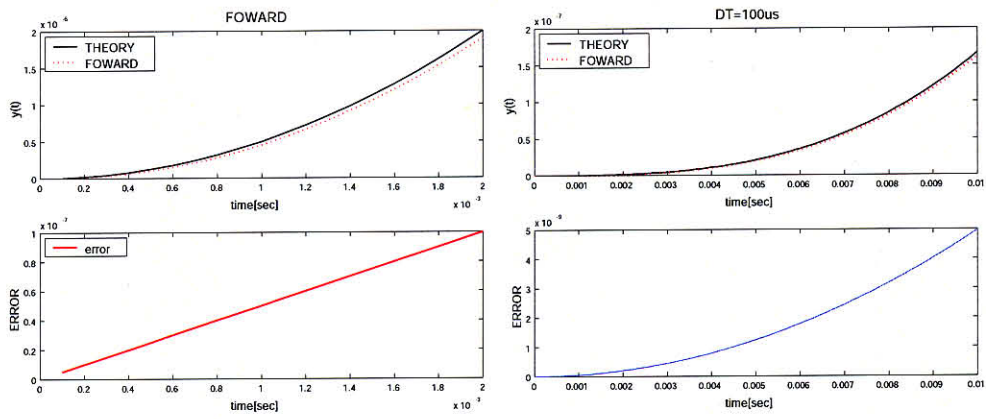


図 A.13: 遅れ近似積分のシミュレーション結果と誤差

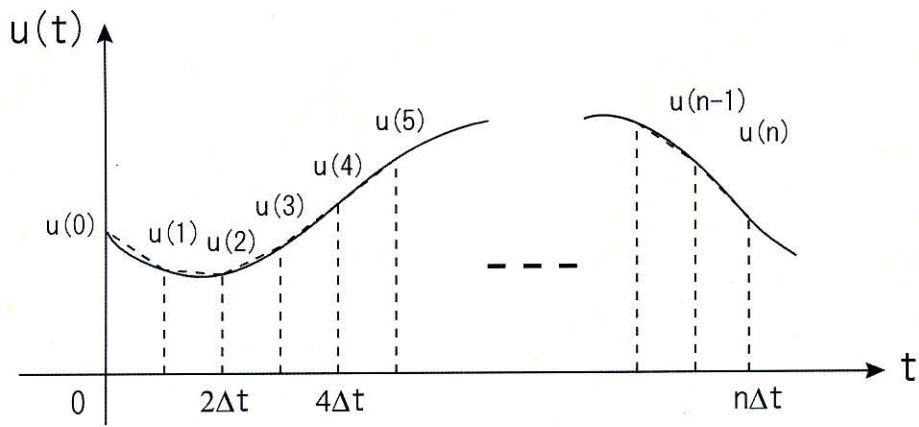


図 A.14: 台形法

この式は、2回のサンプル値の平均値の積算に相当する。このとき伝達関数は以下のよう  
に示される。

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\Delta t}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

このとき、例題のシミュレーション結果を図 A.15 に示す。

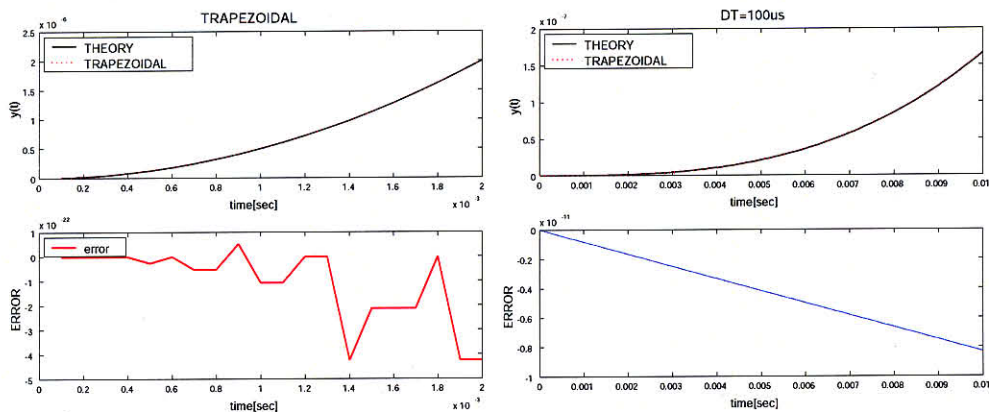


図 A.15: 台形法のシミュレーション結果と誤差 (1)

### A.2.4 中心差分の応用積分

近似積分、遅れ近似積分はそれぞれ近似微分の前進差分、後退差分の逆数に相当している。そこで、中心差分の考え方をういて積分演算を近似することを考えた。このときの伝達関数は、以下のようになる。

このときのシミュレーション結果を図 A.16 に示す。

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{2\Delta t \cdot z^{-1}}{1-z^{-2}}$$

## A.3 各手法の比較

近似積分、遅れ近似積分では、1階積分で誤差が線形に蓄積していくため2階積分では誤差が2次関数的に蓄積していく様子が見られた。また、誤差のオーダーにおいては、台



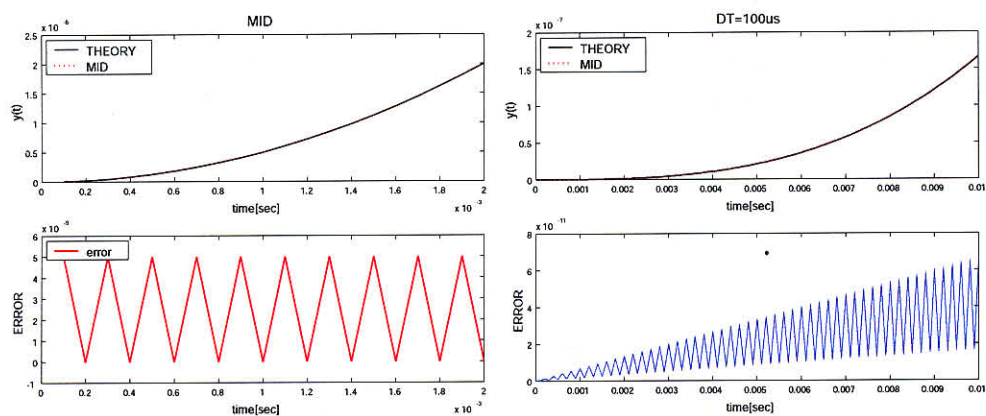


図 A.16: 中心差分のシミュレーション結果と誤差

形法と中心差分法を用いた方が近似積分、遅れ近似積分よりもかなり小さくなることがわかった。伝達関数の次数という観点も含めて考えると、この段階では積分手法は台形法がもっとも研究目的を満たしていると考えられる。

## 付録 B

### 同定データ

参考として、送電網の低次同定伝達関数行列モデルの各行列要素に関する詳細なデータを次項より示しておく。

## B.1 1機無限大母線系統

図 6.1 に示したような浮遊ノードを含む簡単な 1 機無限大母線系統の送電網の同定結果である。

### B.1.1 相互インピーダンスを考慮しなかった場合

#### a. 連続時間領域

表 B.1: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	3.375473e-016	○	(4,1)	1/2	3.047478e-016	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	1/2	3.047478e-016	○	(4,4)	1/2	3.375473e-016	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	1/2	3.375473e-016	○	(5,2)	1/2	3.047478e-016	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	1/2	3.047478e-016	○	(5,5)	1/2	3.375473e-016	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	1/2	3.375473e-016	○	(6,3)	1/2	3.047478e-016	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	1/2	3.047478e-016	○	(6,6)	1/2	3.375473e-016	○

b. 標準 z 變換

表 B.2: 標準 z 變換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.843483e-003	○	(4,1)	2/2	8.763071e-005	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	8.763071e-005	○	(4,4)	2/2	1.843483e-003	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	1.843483e-003	○	(5,2)	2/2	8.763071e-005	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	8.763071e-005	○	(5,5)	2/2	1.843483e-003	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	1.843483e-003	○	(6,3)	2/2	8.763071e-005	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	8.763071e-005	○	(6,6)	2/2	1.843483e-003	○

c. 双一次变换

表 B.3: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.772359e-013	○	(4,1)	2/2	3.582276e-013	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	3.582276e-013	○	(4,4)	2/2	2.772359e-013	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	2.772359e-013	○	(5,2)	2/2	3.582276e-013	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	3.582276e-013	○	(5,5)	2/2	2.772359e-013	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	2.772359e-013	○	(6,3)	2/2	3.582276e-013	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	3.582276e-013	○	(6,6)	2/2	2.772359e-013	○

d. マクローリン級数近似

表 B.4: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	3.838995e-013	○	(4,1)	2/2	5.400385e-013	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	5.400385e-013	○	(4,4)	2/2	3.838995e-013	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	3.838995e-013	○	(5,2)	2/2	5.400385e-013	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	5.400385e-013	○	(5,5)	2/2	3.838995e-013	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	3.838995e-013	○	(6,3)	2/2	5.400385e-013	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	5.400385e-013	○	(6,6)	2/2	3.838995e-013	○

## B.1.2 相互インダクタンスのみを考慮した場合

### a. 連続時間領域

表 B.5: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	2.748863e-005	○	(4,1)	1/2	2.719513e-005	○
(1,2)	3/4	4.116021e-016	○	(4,2)	3/4	2.905781e-016	○
(1,3)	3/4	3.909348e-016	○	(4,3)	3/4	2.647892e-016	○
(1,4)	1/2	2.719513e-005	○	(4,4)	1/2	2.748863e-005	○
(1,5)	3/4	2.905781e-016	○	(4,5)	3/4	4.116021e-016	○
(1,6)	3/4	2.647892e-016	○	(4,6)	3/4	3.909348e-016	○
(2,1)	3/4	3.099034e-016	○	(5,1)	3/4	4.362782e-016	○
(2,2)	1/2	2.748863e-005	○	(5,2)	1/2	2.719513e-005	○
(2,3)	3/4	4.361983e-016	○	(5,3)	3/4	4.008169e-016	○
(2,4)	3/4	4.362782e-016	○	(5,4)	3/4	3.099034e-016	○
(2,5)	1/2	2.719513e-005	○	(5,5)	1/2	2.748863e-005	○
(2,6)	3/4	4.008169e-016	○	(5,6)	3/4	4.361983e-016	○
(3,1)	3/4	4.307520e-016	○	(6,1)	3/4	4.373976e-016	○
(3,2)	3/4	4.251186e-016	○	(6,2)	3/4	4.214504e-016	○
(3,3)	1/2	2.748863e-005	○	(6,3)	1/2	2.719513e-005	○
(3,4)	3/4	4.373976e-016	○	(6,4)	3/4	4.307520e-016	○
(3,5)	3/4	4.214504e-016	○	(6,5)	3/4	4.251186e-016	○
(3,6)	1/2	2.719513e-005	○	(6,6)	1/2	2.748863e-005	○

b. 標準 z 変換

表 B.6: 標準 z 変換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.849030e-003	○	(4,1)	2/2	9.227644e-005	○
(1,2)	4/4	4.839223e-004	○	(4,2)	4/4	4.801242e-005	○
(1,3)	4/4	4.839223e-004	○	(4,3)	4/4	4.801242e-005	○
(1,4)	2/2	9.227644e-005	○	(4,4)	2/2	1.849030e-003	○
(1,5)	4/4	4.801242e-005	○	(4,5)	4/4	4.839223e-004	○
(1,6)	4/4	4.801242e-005	○	(4,6)	4/4	4.839223e-004	○
(2,1)	4/4	4.839223e-004	○	(5,1)	4/4	4.801243e-005	○
(2,2)	2/2	1.849030e-003	○	(5,2)	2/2	9.227644e-005	○
(2,3)	4/4	4.839223e-004	○	(5,3)	4/4	4.801243e-005	○
(2,4)	4/4	4.801243e-005	○	(5,4)	4/4	4.839223e-004	○
(2,5)	2/2	9.227644e-005	○	(5,5)	2/2	1.849030e-003	○
(2,6)	4/4	4.801243e-005	○	(5,6)	4/4	4.839223e-004	○
(3,1)	4/4	4.839223e-004	○	(6,1)	4/4	4.801242e-005	○
(3,2)	4/4	4.839223e-004	○	(6,2)	4/4	4.801243e-005	○
(3,3)	2/2	1.849030e-003	○	(6,3)	2/2	9.227644e-005	○
(3,4)	4/4	4.801242e-005	○	(6,4)	4/4	4.839223e-004	○
(3,5)	4/4	4.801243e-005	○	(6,5)	4/4	4.839223e-004	○
(3,6)	2/2	9.227644e-005	○	(6,6)	2/2	1.849030e-003	○



c. 双一次变换

表 B.7: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.702848e-005	○	(4,1)	2/2	2.653019e-005	○
(1,2)	4/4	3.106706e-010	○	(4,2)	4/4	4.690959e-010	○
(1,3)	4/4	5.715791e-010	○	(4,3)	4/4	1.015899e-009	○
(1,4)	2/2	2.653019e-005	○	(4,4)	2/2	2.702848e-005	○
(1,5)	4/4	4.690959e-010	○	(4,5)	4/4	3.106706e-010	○
(1,6)	4/4	1.015899e-009	○	(4,6)	4/4	5.715791e-010	○
(2,1)	4/4	1.175919e-010	○	(5,1)	4/4	1.556688e-009	○
(2,2)	2/2	2.702848e-005	○	(5,2)	2/2	2.653019e-005	○
(2,3)	4/4	3.233663e-010	○	(5,3)	4/4	2.210366e-009	○
(2,4)	4/4	1.556688e-009	○	(5,4)	4/4	1.175919e-010	○
(2,5)	2/2	2.653019e-005	○	(5,5)	2/2	2.702848e-005	○
(2,6)	4/4	2.210366e-009	○	(5,6)	4/4	3.233663e-010	○
(3,1)	4/4	4.027499e-010	○	(6,1)	4/4	4.674331e-010	○
(3,2)	4/4	6.680520e-010	○	(6,2)	4/4	7.414513e-010	○
(3,3)	2/2	2.702848e-005	○	(6,3)	2/2	2.653019e-005	○
(3,4)	4/4	4.674331e-010	○	(6,4)	4/4	4.027499e-010	○
(3,5)	4/4	7.414513e-010	○	(6,5)	4/4	6.680520e-010	○
(3,6)	2/2	2.653019e-005	○	(6,6)	2/2	2.702848e-005	○

d. マクローリン級数近似

表 B.8: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.702848e-005	○	(4,1)	2/2	2.653019e-005	○
(1,2)	4/4	1.781803e-009	○	(4,2)	4/4	1.898634e-009	○
(1,3)	4/4	1.209527e-009	○	(4,3)	4/4	1.558387e-009	○
(1,4)	2/2	2.653019e-005	○	(4,4)	2/2	2.702848e-005	○
(1,5)	4/4	1.898634e-009	○	(4,5)	4/4	1.781803e-009	○
(1,6)	4/4	1.558387e-009	○	(4,6)	4/4	1.209527e-009	○
(2,1)	4/4	8.063306e-010	○	(5,1)	4/4	1.365649e-009	○
(2,2)	2/2	2.702848e-005	○	(5,2)	2/2	2.653019e-005	○
(2,3)	4/4	8.769436e-010	○	(5,3)	4/4	1.723197e-009	○
(2,4)	4/4	1.365649e-009	○	(5,4)	4/4	8.063306e-010	○
(2,5)	2/2	2.653019e-005	○	(5,5)	2/2	2.702848e-005	○
(2,6)	4/4	1.723197e-009	○	(5,6)	4/4	8.769436e-010	○
(3,1)	4/4	1.334890e-009	○	(6,1)	4/4	1.308076e-009	○
(3,2)	4/4	6.972766e-010	○	(6,2)	4/4	1.615194e-009	○
(3,3)	2/2	2.702848e-005	○	(6,3)	2/2	2.653019e-005	○
(3,4)	4/4	1.308076e-009	○	(6,4)	4/4	1.334890e-009	○
(3,5)	4/4	1.615194e-009	○	(6,5)	4/4	6.972766e-010	○
(3,6)	2/2	2.653019e-005	○	(6,6)	2/2	2.702848e-005	○

### B.1.3 相互キャパシタンス、相互コンダクタンスまで考慮した場合

#### a. 連続時間領域

表 B.9: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	9.554976e-004	○	(4,1)	1/2	1.376900e-003	○
(1,2)	6/7	3.830835e-016	×	(4,2)	6/7	3.301937e-016	×
(1,3)	6/7	4.244933e-016	×	(4,3)	6/7	6.120012e-016	×
(1,4)	1/2	1.376900e-003	○	(4,4)	1/2	9.554976e-004	○
(1,5)	6/7	3.301937e-016	×	(4,5)	6/7	3.830835e-016	×
(1,6)	6/7	6.120012e-016	×	(4,6)	6/7	4.244933e-016	×
(2,1)	6/7	5.497457e-016	×	(5,1)	6/7	5.096205e-016	×
(2,2)	1/2	9.554976e-004	○	(5,2)	1/2	1.376900e-003	○
(2,3)	6/7	4.315232e-016	×	(5,3)	6/7	6.095544e-016	×
(2,4)	6/7	5.096205e-016	×	(5,4)	6/7	5.497457e-016	×
(2,5)	1/2	1.376900e-003	○	(5,5)	1/2	9.554976e-004	○
(2,6)	6/7	6.095544e-016	×	(5,6)	6/7	4.315232e-016	×
(3,1)	6/7	4.194619e-016	×	(6,1)	6/7	3.679460e-016	×
(3,2)	6/7	6.845829e-016	×	(6,2)	6/7	4.398366e-016	×
(3,3)	1/2	9.554976e-004	○	(6,3)	1/2	1.376900e-003	○
(3,4)	6/7	3.679460e-016	×	(6,4)	6/7	4.194619e-016	×
(3,5)	6/7	4.398366e-016	×	(6,5)	6/7	6.845829e-016	×
(3,6)	1/2	1.376900e-003	○	(6,6)	1/2	9.554976e-004	○

b. 標準 z 変換

表 B.10: 標準 z 変換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.393368e-003	○	(4,1)	2/2	6.026546e-005	○
(1,2)	20/20	1.057749e-012	×	(4,2)	4/4	3.853539e-004	○
(1,3)	19/19	9.078455e-013	×	(4,3)	4/4	3.853539e-004	○
(1,4)	2/2	6.026546e-005	○	(4,4)	2/2	1.393368e-003	○
(1,5)	4/4	3.853539e-004	○	(4,5)	20/20	1.057749e-012	×
(1,6)	4/4	3.853539e-004	○	(4,6)	19/19	9.078455e-013	×
(2,1)	20/20	1.106940e-012	×	(5,1)	4/4	3.853539e-004	○
(2,2)	2/2	1.393368e-003	○	(5,2)	2/2	6.026546e-005	○
(2,3)	18/18	1.221888e-012	×	(5,3)	4/4	3.853539e-004	○
(2,4)	4/4	3.853539e-004	○	(5,4)	20/20	1.106940e-012	×
(2,5)	2/2	6.026546e-005	○	(5,5)	2/2	1.393368e-003	○
(2,6)	4/4	3.853539e-004	○	(5,6)	18/18	1.221888e-012	×
(3,1)	18/18	1.493547e-012	×	(6,1)	4/4	3.853539e-004	○
(3,2)	19/19	1.557988e-012	×	(6,2)	4/4	3.853539e-004	○
(3,3)	2/2	1.393368e-003	○	(6,3)	2/2	6.026546e-005	○
(3,4)	4/4	3.853539e-004	○	(6,4)	18/18	1.493547e-012	×
(3,5)	4/4	3.853539e-004	○	(6,5)	19/19	1.557988e-012	×
(3,6)	2/2	6.026546e-005	○	(6,6)	2/2	1.393368e-003	○

c. 双一次变换

表 B.11: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	4.707839e-004	○	(4,1)	2/2	2.648930e-005	○
(1,2)	5/5	7.922763e-008	○	(4,2)	4/4	5.722392e-005	○
(1,3)	5/5	7.922922e-008	○	(4,3)	4/4	5.722392e-005	○
(1,4)	2/2	2.648930e-005	○	(4,4)	2/2	4.707839e-004	○
(1,5)	4/4	5.722392e-005	○	(4,5)	5/5	7.922763e-008	○
(1,6)	4/4	5.722392e-005	○	(4,6)	5/5	7.922922e-008	○
(2,1)	5/5	7.922885e-008	○	(5,1)	4/4	5.722392e-005	○
(2,2)	2/2	4.707839e-004	○	(5,2)	2/2	2.648930e-005	○
(2,3)	5/5	7.922605e-008	○	(5,3)	4/4	5.722391e-005	○
(2,4)	4/4	5.722392e-005	○	(5,4)	5/5	7.922885e-008	○
(2,5)	2/2	2.648930e-005	○	(5,5)	2/2	4.707839e-004	○
(2,6)	4/4	5.722391e-005	○	(5,6)	5/5	7.922605e-008	○
(3,1)	5/5	7.922925e-008	○	(6,1)	4/4	5.722392e-005	○
(3,2)	5/5	7.922869e-008	○	(6,2)	4/4	5.722391e-005	○
(3,3)	2/2	4.707839e-004	○	(6,3)	2/2	2.648930e-005	○
(3,4)	4/4	5.722392e-005	○	(6,4)	5/5	7.922925e-008	○
(3,5)	4/4	5.722391e-005	○	(6,5)	5/5	7.922869e-008	○
(3,6)	2/2	2.648930e-005	○	(6,6)	2/2	4.707839e-004	○

d. マクローリン級数近似

表 B.12: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	4.707795e-004	○	(4,1)	2/2	2.648930e-005	○
(1,2)	5/5	7.922885e-008	○	(4,2)	4/4	5.722389e-005	○
(1,3)	5/5	7.922843e-008	○	(4,3)	4/4	5.722389e-005	○
(1,4)	2/2	2.648930e-005	○	(4,4)	2/2	4.707795e-004	○
(1,5)	4/4	5.722389e-005	○	(4,5)	5/5	7.922885e-008	○
(1,6)	4/4	5.722389e-005	○	(4,6)	5/5	7.922843e-008	○
(2,1)	5/5	7.925735e-008	○	(5,1)	4/4	5.722389e-005	○
(2,2)	2/2	4.707795e-004	○	(5,2)	2/2	2.648930e-005	○
(2,3)	5/5	7.923555e-008	○	(5,3)	4/4	5.722389e-005	○
(2,4)	4/4	5.722389e-005	○	(5,4)	5/5	7.925735e-008	○
(2,5)	2/2	2.648930e-005	○	(5,5)	2/2	4.707795e-004	○
(2,6)	4/4	5.722389e-005	○	(5,6)	5/5	7.923555e-008	○
(3,1)	5/5	7.923849e-008	○	(6,1)	4/4	5.722389e-005	○
(3,2)	5/5	7.924875e-008	○	(6,2)	4/4	5.722389e-005	○
(3,3)	2/2	4.707795e-004	○	(6,3)	2/2	2.648930e-005	○
(3,4)	4/4	5.722389e-005	○	(6,4)	5/5	7.923849e-008	○
(3,5)	4/4	5.722389e-005	○	(6,5)	5/5	7.924875e-008	○
(3,6)	2/2	2.648930e-005	○	(6,6)	2/2	4.707795e-004	○

## B.2 ループと浮遊ノードを含む系統

図 6.6 に示したような、浮遊ノードを含むループ系統での送電網モデルの同定結果の詳細を示す。

### B.2.1 相互インピーダンス無視の場合

#### a. 連続時間領域

表 B.13: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	2.126395e-016	○	(4,1)	1/2	2.403041e-016	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	1/2	2.403041e-016	○	(4,4)	1/2	2.126395e-016	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	1/2	2.126395e-016	○	(5,2)	1/2	2.403041e-016	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	1/2	2.403041e-016	○	(5,5)	1/2	2.126395e-016	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	1/2	2.126395e-016	○	(6,3)	1/2	2.403041e-016	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	1/2	2.403041e-016	○	(6,6)	1/2	2.126395e-016	○

b. 標準 z 變換

表 B.14: 標準 z 變換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.843483e-003	○	(4,1)	2/2	8.763071e-005	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	8.763071e-005	○	(4,4)	2/2	1.843483e-003	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	1.843483e-003	○	(5,2)	2/2	8.763071e-005	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	8.763071e-005	○	(5,5)	2/2	1.843483e-003	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	1.843483e-003	○	(6,3)	2/2	8.763071e-005	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	8.763071e-005	○	(6,6)	2/2	1.843483e-003	○



c. 双一次变换

表 B.15: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.023510e-013	○	(4,1)	2/2	2.947668e-013	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	2.947668e-013	○	(4,4)	2/2	1.023510e-013	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	1.023510e-013	○	(5,2)	2/2	2.947668e-013	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	2.947668e-013	○	(5,5)	2/2	1.023510e-013	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	1.023510e-013	○	(6,3)	2/2	2.947668e-013	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	2.947668e-013	○	(6,6)	2/2	1.023510e-013	○

d. マクローリン級数近似

表 B.16: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.533823e-013	○	(4,1)	2/2	5.029428e-013	○
(1,2)	†	†	†	(4,2)	†	†	†
(1,3)	†	†	†	(4,3)	†	†	†
(1,4)	2/2	5.029428e-013	○	(4,4)	2/2	2.533823e-013	○
(1,5)	†	†	†	(4,5)	†	†	†
(1,6)	†	†	†	(4,6)	†	†	†
(2,1)	†	†	†	(5,1)	†	†	†
(2,2)	2/2	2.533823e-013	○	(5,2)	2/2	5.029428e-013	○
(2,3)	†	†	†	(5,3)	†	†	†
(2,4)	†	†	†	(5,4)	†	†	†
(2,5)	2/2	5.029428e-013	○	(5,5)	2/2	2.533823e-013	○
(2,6)	†	†	†	(5,6)	†	†	†
(3,1)	†	†	†	(6,1)	†	†	†
(3,2)	†	†	†	(6,2)	†	†	†
(3,3)	2/2	2.533823e-013	○	(6,3)	2/2	5.029428e-013	○
(3,4)	†	†	†	(6,4)	†	†	†
(3,5)	†	†	†	(6,5)	†	†	†
(3,6)	2/2	5.029428e-013	○	(6,6)	2/2	2.533823e-013	○

## B.2.2 相互インダクタンスのみを考慮した場合

### a. 連続時間領域

表 B.17: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	2.748863e-005	○	(4,1)	1/2	2.719513e-005	○
(1,2)	3/4	4.388783e-016	○	(4,2)	3/4	4.395541e-016	○
(1,3)	3/4	3.753923e-016	○	(4,3)	3/4	3.458811e-016	○
(1,4)	1/2	2.719513e-005	○	(4,4)	1/2	2.748863e-005	○
(1,5)	3/4	4.395541e-016	○	(4,5)	3/4	4.388783e-016	○
(1,6)	3/4	3.458811e-016	○	(4,6)	3/4	3.753923e-016	○
(2,1)	3/4	3.955191e-016	○	(5,1)	3/4	5.469251e-016	○
(2,2)	1/2	2.748863e-005	○	(5,2)	1/2	2.719513e-005	○
(2,3)	3/4	3.860356e-016	○	(5,3)	3/4	3.925438e-016	○
(2,4)	3/4	5.469251e-016	○	(5,4)	3/4	3.955191e-016	○
(2,5)	1/2	2.719513e-005	○	(5,5)	1/2	2.748863e-005	○
(2,6)	3/4	3.925438e-016	○	(5,6)	3/4	3.860356e-016	○
(3,1)	3/4	4.767864e-016	○	(6,1)	3/4	4.229678e-016	○
(3,2)	3/4	4.330898e-016	○	(6,2)	3/4	3.625108e-016	○
(3,3)	1/2	2.748863e-005	○	(6,3)	1/2	2.719513e-005	○
(3,4)	3/4	4.229678e-016	○	(6,4)	3/4	4.767864e-016	○
(3,5)	3/4	3.625108e-016	○	(6,5)	3/4	4.330898e-016	○
(3,6)	1/2	2.719513e-005	○	(6,6)	1/2	2.748863e-005	○

b. 標準 z 變換

表 B.18: 標準 z 變換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	1.849030e-003	○	(4,1)	2/2	9.227644e-005	○
(1,2)	4/4	4.839223e-004	○	(4,2)	4/4	4.801243e-005	○
(1,3)	4/4	4.839223e-004	○	(4,3)	4/4	4.801243e-005	○
(1,4)	2/2	9.227644e-005	○	(4,4)	2/2	1.849030e-003	○
(1,5)	4/4	4.801243e-005	○	(4,5)	4/4	4.839223e-004	○
(1,6)	4/4	4.801243e-005	○	(4,6)	4/4	4.839223e-004	○
(2,1)	4/4	4.839224e-004	○	(5,1)	4/4	4.801243e-005	○
(2,2)	2/2	1.849030e-003	○	(5,2)	2/2	9.227644e-005	○
(2,3)	4/4	4.839223e-004	○	(5,3)	4/4	4.801242e-005	○
(2,4)	4/4	4.801243e-005	○	(5,4)	4/4	4.839224e-004	○
(2,5)	2/2	9.227644e-005	○	(5,5)	2/2	1.849030e-003	○
(2,6)	4/4	4.801242e-005	○	(5,6)	4/4	4.839223e-004	○
(3,1)	4/4	4.839223e-004	○	(6,1)	4/4	4.801243e-005	○
(3,2)	4/4	4.839223e-004	○	(6,2)	4/4	4.801243e-005	○
(3,3)	2/2	1.849030e-003	○	(6,3)	2/2	9.227644e-005	○
(3,4)	4/4	4.801243e-005	○	(6,4)	4/4	4.839223e-004	○
(3,5)	4/4	4.801243e-005	○	(6,5)	4/4	4.839223e-004	○
(3,6)	2/2	9.227644e-005	○	(6,6)	2/2	1.849030e-003	○

c. 双一次变换

表 B.19: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.702848e-005	○	(4,1)	2/2	2.653019e-005	○
(1,2)	4/4	3.792367e-010	○	(4,2)	4/4	5.167991e-010	○
(1,3)	4/4	1.089973e-009	○	(4,3)	4/4	4.494775e-010	○
(1,4)	2/2	2.653019e-005	○	(4,4)	2/2	2.702848e-005	○
(1,5)	4/4	5.167991e-010	○	(4,5)	4/4	3.792367e-010	○
(1,6)	4/4	4.494775e-010	○	(4,6)	4/4	1.089973e-009	○
(2,1)	4/4	6.994107e-010	○	(5,1)	4/4	6.395646e-010	○
(2,2)	2/2	2.702848e-005	○	(5,2)	2/2	2.653019e-005	○
(2,3)	4/4	6.623998e-010	○	(5,3)	4/4	6.156793e-010	○
(2,4)	4/4	6.395646e-010	○	(5,4)	4/4	6.994107e-010	○
(2,5)	2/2	2.653019e-005	○	(5,5)	2/2	2.702848e-005	○
(2,6)	4/4	6.156793e-010	○	(5,6)	4/4	6.623998e-010	○
(3,1)	4/4	4.434087e-010	○	(6,1)	4/4	8.569277e-010	○
(3,2)	4/4	2.245326e-010	○	(6,2)	4/4	7.907519e-010	○
(3,3)	2/2	2.702848e-005	○	(6,3)	2/2	2.653019e-005	○
(3,4)	4/4	8.569277e-010	○	(6,4)	4/4	4.434087e-010	○
(3,5)	4/4	7.907519e-010	○	(6,5)	4/4	2.245326e-010	○
(3,6)	2/2	2.653019e-005	○	(6,6)	2/2	2.702848e-005	○

d. マクローリン級数近似

表 B.20: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	2.702848e-005	○	(4,1)	2/2	2.653019e-005	○
(1,2)	4/4	1.303723e-009	○	(4,2)	4/4	1.796206e-009	○
(1,3)	4/4	1.154118e-009	○	(4,3)	4/4	2.084194e-009	○
(1,4)	2/2	2.653019e-005	○	(4,4)	2/2	2.702848e-005	○
(1,5)	4/4	1.796206e-009	○	(4,5)	4/4	1.303723e-009	○
(1,6)	4/4	2.084194e-009	○	(4,6)	4/4	1.154118e-009	○
(2,1)	4/4	4.327075e-010	○	(5,1)	4/4	1.517841e-009	○
(2,2)	2/2	2.702848e-005	○	(5,2)	2/2	2.653019e-005	○
(2,3)	4/4	1.872970e-009	○	(5,3)	4/4	2.361258e-009	○
(2,4)	4/4	1.517841e-009	○	(5,4)	4/4	4.327075e-010	○
(2,5)	2/2	2.653019e-005	○	(5,5)	2/2	2.702848e-005	○
(2,6)	4/4	2.361258e-009	○	(5,6)	4/4	1.872970e-009	○
(3,1)	4/4	8.469916e-010	○	(6,1)	4/4	1.026390e-009	○
(3,2)	4/4	1.291480e-009	○	(6,2)	4/4	1.735776e-009	○
(3,3)	2/2	2.702848e-005	○	(6,3)	2/2	2.653019e-005	○
(3,4)	4/4	1.026390e-009	○	(6,4)	4/4	8.469916e-010	○
(3,5)	4/4	1.735776e-009	○	(6,5)	4/4	1.291480e-009	○
(3,6)	2/2	2.653019e-005	○	(6,6)	2/2	2.702848e-005	○

### B.2.3 相互キャパシタンス、相互コンダクタンスまで考慮した場合

#### a. 連続時間領域

表 B.21: 連続時間領域

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	1/2	9.836079e-003	○	(4,1)	2/3	2.360382e-004	○
(1,2)	6/7	1.179232e-015	×	(4,2)	6/7	6.480458e-016	×
(1,3)	6/7	1.127900e-015	×	(4,3)	6/7	6.967299e-016	×
(1,4)	2/3	2.360382e-004	○	(4,4)	1/2	9.836079e-003	○
(1,5)	6/7	6.480458e-016	×	(4,5)	6/7	1.179232e-015	×
(1,6)	6/7	6.967299e-016	×	(4,6)	6/7	1.127900e-015	×
(2,1)	6/7	7.995094e-016	×	(5,1)	6/7	8.236799e-016	×
(2,2)	1/2	9.836079e-003	○	(5,2)	2/3	2.360382e-004	○
(2,3)	6/7	1.163570e-015	×	(5,3)	6/7	7.653846e-016	×
(2,4)	6/7	8.236799e-016	×	(5,4)	6/7	7.995094e-016	×
(2,5)	2/3	2.360382e-004	○	(5,5)	1/2	9.836079e-003	○
(2,6)	6/7	7.653846e-016	×	(5,6)	6/7	1.163570e-015	×
(3,1)	6/7	9.631415e-016	×	(6,1)	6/7	7.517036e-016	×
(3,2)	6/7	6.980421e-016	×	(6,2)	6/7	1.046728e-015	×
(3,3)	1/2	9.836079e-003	○	(6,3)	2/3	2.360382e-004	○
(3,4)	6/7	7.517036e-016	×	(6,4)	6/7	9.631415e-016	×
(3,5)	6/7	1.046728e-015	×	(6,5)	6/7	6.980421e-016	×
(3,6)	2/3	2.360382e-004	○	(6,6)	1/2	9.836079e-003	○

標準 z 変換

表 B.22: 標準 z 変換

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	3.407030e-003	○	(4,1)	2/2	2.402736e-004	○
(1,2)	20/20	1.052883e-012	×	(4,2)	20/20	2.323569e-012	×
(1,3)	20/20	1.063028e-012	×	(4,3)	20/20	1.177295e-012	×
(1,4)	2/2	2.402736e-004	○	(4,4)	2/2	3.407030e-003	○
(1,5)	20/20	2.323569e-012	×	(4,5)	20/20	1.052883e-012	×
(1,6)	20/20	1.177295e-012	×	(4,6)	20/20	1.063028e-012	×
(2,1)	20/20	9.175100e-013	×	(5,1)	20/20	1.297461e-012	×
(2,2)	2/2	3.407030e-003	○	(5,2)	2/2	2.402736e-004	○
(2,3)	19/19	1.321772e-012	×	(5,3)	20/20	8.309224e-013	×
(2,4)	20/20	1.297461e-012	×	(5,4)	20/20	9.175100e-013	×
(2,5)	2/2	2.402736e-004	○	(5,5)	2/2	3.407030e-003	○
(2,6)	20/20	8.309224e-013	×	(5,6)	19/19	1.321772e-012	×
(3,1)	20/20	4.639571e-013	×	(6,1)	19/19	2.263465e-012	×
(3,2)	20/20	1.046595e-012	×	(6,2)	20/20	1.507206e-012	×
(3,3)	2/2	3.407030e-003	○	(6,3)	2/2	2.402736e-004	○
(3,4)	19/19	2.263465e-012	×	(6,4)	20/20	4.639571e-013	×
(3,5)	20/20	1.507206e-012	×	(6,5)	20/20	1.046595e-012	×
(3,6)	2/2	2.402736e-004	○	(6,6)	2/2	3.407030e-003	○



双一次变换

表 B.23: 双一次变换

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	5.476440e-003	○	(4,1)	2/2	4.274215e-004	○
(1,2)	5/5	5.032239e-005	○	(4,2)	6/6	6.873410e-011	○
(1,3)	5/5	5.032239e-005	○	(4,3)	6/6	2.948487e-011	○
(1,4)	2/2	4.274215e-004	○	(4,4)	2/2	5.476440e-003	○
(1,5)	6/6	6.873410e-011	○	(4,5)	5/5	5.032239e-005	○
(1,6)	6/6	2.948487e-011	○	(4,6)	5/5	5.032239e-005	○
(2,1)	5/5	5.032239e-005	○	(5,1)	6/6	5.820134e-011	○
(2,2)	2/2	5.476440e-003	○	(5,2)	2/2	4.274215e-004	○
(2,3)	5/5	5.032239e-005	○	(5,3)	6/6	7.264524e-011	○
(2,4)	6/6	5.820134e-011	○	(5,4)	5/5	5.032239e-005	○
(2,5)	2/2	4.274215e-004	○	(5,5)	2/2	5.476440e-003	○
(2,6)	6/6	7.264524e-011	○	(5,6)	5/5	5.032239e-005	○
(3,1)	5/5	5.032239e-005	○	(6,1)	6/6	1.550285e-010	○
(3,2)	5/5	5.032240e-005	○	(6,2)	6/6	1.315792e-010	○
(3,3)	2/2	5.476440e-003	○	(6,3)	2/2	4.274215e-004	○
(3,4)	6/6	1.550285e-010	○	(6,4)	5/5	5.032239e-005	○
(3,5)	6/6	1.315792e-010	○	(6,5)	5/5	5.032240e-005	○
(3,6)	2/2	4.274215e-004	○	(6,6)	2/2	5.476440e-003	○

d. マクローリン級数近似

表 B.24: マクローリン級数近似

ELEM	ORD	SD	STAB	ELEM	ORD	SD	STAB
(1,1)	2/2	5.471251e-003	○	(4,1)	2/2	4.274204e-004	○
(1,2)	5/5	5.032231e-005	○	(4,2)	6/6	3.215300e-009	○
(1,3)	5/5	5.032231e-005	○	(4,3)	6/6	2.330515e-009	○
(1,4)	2/2	4.274204e-004	○	(4,4)	2/2	5.471251e-003	○
(1,5)	6/6	3.215300e-009	○	(4,5)	5/5	5.032231e-005	○
(1,6)	6/6	2.330515e-009	○	(4,6)	5/5	5.032231e-005	○
(2,1)	5/5	5.032232e-005	○	(5,1)	6/6	9.986835e-010	○
(2,2)	2/2	5.471251e-003	○	(5,2)	2/2	4.274204e-004	○
(2,3)	5/5	5.032232e-005	○	(5,3)	6/6	1.919888e-009	○
(2,4)	6/6	9.986835e-010	○	(5,4)	5/5	5.032232e-005	○
(2,5)	2/2	4.274204e-004	○	(5,5)	2/2	5.471251e-003	○
(2,6)	6/6	1.919888e-009	○	(5,6)	5/5	5.032232e-005	○
(3,1)	5/5	5.032232e-005	○	(6,1)	6/6	1.616129e-009	○
(3,2)	5/5	5.032231e-005	○	(6,2)	6/6	1.079619e-009	○
(3,3)	2/2	5.471251e-003	○	(6,3)	2/2	4.274204e-004	○
(3,4)	6/6	1.616129e-009	○	(6,4)	5/5	5.032232e-005	○
(3,5)	6/6	1.079619e-009	○	(6,5)	5/5	5.032231e-005	○
(3,6)	2/2	4.274204e-004	○	(6,6)	2/2	5.471251e-003	○