研　究　速　報
UDC 624.042.5: 621.646-753.8

マトリックス法による配管系熱応力解析

Thermal Stress Analysis of Piping Systems by Matrix Method

浦　野　征　夫*
Yukio URANO

配管系の熱応力計算は，従来 Kellogg 社の開発した方法がよく用いられている．本研究はマトリックス法の代表的三つの方法，すなわち応力法，変位法，遷移法を合わせ用いたところに特徴がある．

1.　三つのマトリックス法

本研究における応力法の有利な点は，柔さマトリックスの合成が楽な点にある．一般の構造解析と配管系の大きな差違は，その構成部材が前者はほとんど直線梁なのに対し，後者は直線梁と曲り梁である，ということである．しかし，配管系の場合，節点として部材端を全部数えあげる必要はなく，その柔さマトリックスの合成を行なうことができれば，節点は始端，終端，分岐点，および中間拘束点だけで十分である．

変位法は重ね合わせの原理が使いやすく，各隣接節点間の剛さマトリックスを基に，全節点についての剛さマトリックスを求めることが非常に容易である．

また，遷移法は途中に分岐，拘束等のない系に対して，その取り扱いが簡単である．

以上のような点から節点を少なくするための柔さマトリックス合成に応力法を，全節点についての剛さマトリックスを求めるところに変位法を，節点でない点の状態量計算に遷移法を用いた．

2.　方　法　概　略

以下の説明のため次のように言葉を定義する．

Node；始端，終端，分岐点，中間拘束点
Block；Node と Node の間の領域

1)　応　力　法

まず，Node i-1 と Node i を境界にもつ Block j について考える．Fig. 1 に示すように Node i を固定した時の Node i-1 での変位 d と力 f との関係は柔さマトリックスの合成を行なうと

$$d_{i-1}=\boldsymbol{\phi}\cdot f_{i-1} \tag{1}$$

となる．ここに，$\boldsymbol{\phi}$ は6行6列の合成柔さマトリックス．

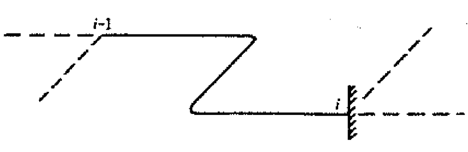

Fig. 1

2)　変　位　法

(1)の $\boldsymbol{\phi}$ の逆行列を取り $\mathbf{K}$ とすると(1)は

$$f_{i-1}=\mathbf{K}\cdot d_{i-1} \tag{2}$$

となる．ここに $\mathbf{K}$ は6行6列の剛さマトリックス．(2)を基に Node i-1 と Node i の間の剛さマトリックス（すなわち Block j の剛さマトリックス）を作る．

$$\begin{bmatrix} f_{i-1} \\ f_i \end{bmatrix}=[\mathbf{K}]\begin{bmatrix} d_{i-1} \\ d_i \end{bmatrix} \tag{3}$$

ただし，$[\mathbf{K}]$ は12行12列の Block j の剛さマトリックス．

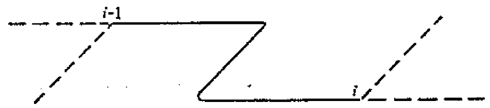

Fig. 2

これは Block j の剛さマトリックスで，Block の数だけこれを作り重ね合わせると次式のようになる．

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}=[\mathbf{K}]\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \tag{4}$$

(4)の連立方程式を与えられた境界条件のもとに解き，再び Block j に注目すると，Node i-1, Node i の変位が，求まったから(3)により等価節点力を計算する．

$$\begin{bmatrix} f_{i-1} \\ f_i \end{bmatrix}=[\mathbf{K}]\begin{bmatrix} d_{i-1} \\ d_i \end{bmatrix} \tag{5}$$

3)　遷　移　法

Block の中の任意の点の変位 d_{ip} と力 f_{ip} は，遷移マトリックス $[\mathbf{M}]$ を用いて表わすと

$$\begin{bmatrix} d_{ip} \\ f_{ip} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ {\scriptstyle i-1\to p} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_{i-1} \\ f_{i-1} \end{bmatrix} \tag{6}$$

となる．

(6)により求まった力を応力評価のため部材軸に座標変換する．

$$\begin{pmatrix} f_a \\ f_{s1} \\ f_{s2} \\ M_t \\ M_{b1} \\ M_{b2} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} [\mathbf{R}_p] & [\,0\,] \\ [\,0\,] & [\mathbf{R}_p] \end{bmatrix}\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \tag{7}$$

* 東京大学生産技術研究所　第2部

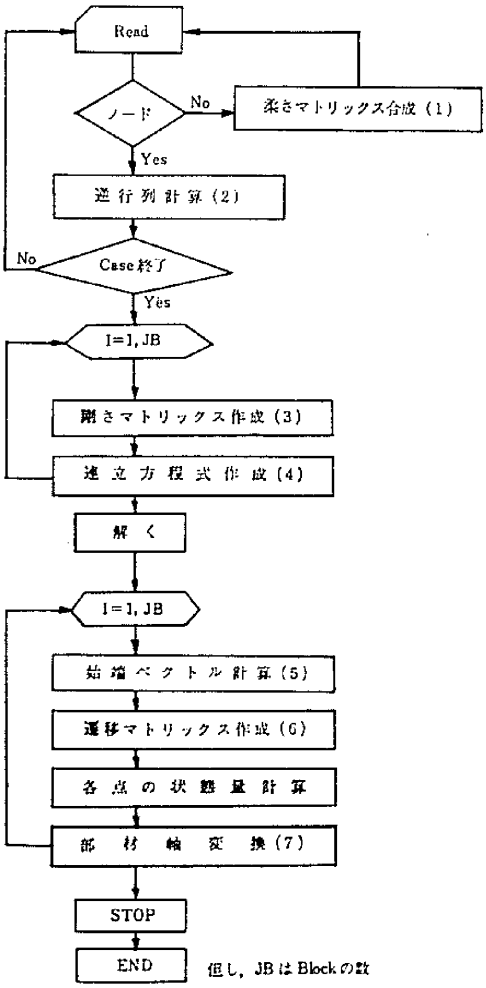

Fig. 3　DAPS フローチャート

ここに

f_a　軸力

f_{s1}, f_{s2}　剪断力

M_t　捩りモーメント

M_{b1}, M_{b2}　曲げモーメント

$[\mathbf{R}_p]$　部材座標への回転マトリックス

3. DPAS の特色

以上の方法を取り，プログラム DAPS を組んだ．これは遷移法では非常な労苦を要する中間拘束の問題，例えば，ヒンジ，ガイド等もその点を節点とし，境界条件を定めてやれば容易に求まる．また配管系にはループ配管を含む系があるが，これも容易に求まる．熱間時の熱応力を軽減するために，実際の寸法より短い寸法で配管を取り付け，冷間時に負の歪を与える，いわゆるコールドスプリングの考慮もできる．

4. あ と が き

この DAPS は三つのマトリックス法を，その長所に応じ使い分けたところに特徴がある．そして配管系の実際的問題に目を向け，コールドスプリング，ガイド，ストッパー，リジッドハンガ，端末機器の熱膨張による端点強制変位等を計算に組み入れた．

本研究に当たり，柴田教授はじめ，柴田研究室の皆様の多大のご援助，ご指導に対し，感謝の意を表したいと思います．　(1969 年 7 月 24 日受理)

参 考 文 献

1) Kellogg: *Design of Piping Systems*, ch. 3, p. 52, pp. 365, 1957, John Wiley & Sons
2) L. G. Peck: The Automatic Calculation of Forces and Deflections in Piping Systems, *Trans. ASME*, Jan. 1958. p. 235
3) J. E. Brock: A Matrix Method for Flexibilty Analysis of Piping Systems, *J. appl. Mech.*, Dec., 1952. Vol. 19 p. 501
4) H. C. Martin: マトリックス法による構造力学の解法, p. 56, pp. 286, 培風館 (昭 42)