研　究　速　報

UDC 629.113.001

人間—自動車系の最適設計（第1報）

On the Problem of an Optimum Design of an Automobile as a Man-machine System (Report 1)

安　部　正　人*
Masato ABE

1. まえがき

自動車を例にとり，その設計変数（パラメータ）の最適化について，種々の角度から，研究を行なっているが，ここでは，その一部として，一般的な問題の定式化と，系のパラメーターが，ある確率で分布しているときの問題について述べる．

2. 問題の定式化

対象にする系が次式でしめされているとする．

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{v})\cdot\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{v}) \quad (1)$$

（線形でなくてもよいが，説明の便宜上線形とする）

今，一般に次のような形で評価関数が与えられたとする．

$$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{F}[f(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{v}))] \quad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{F}$ は，t（時間）その他に関するオペレーションである．最終的には，I は $\boldsymbol{v}$ の関数として形式的に，

$$I=I(\boldsymbol{v}) \quad (3)$$

と書くことができる．ただし $\boldsymbol{v}$ は，v_1，$v_2\cdots\cdots v_n$ の n 個の設計変数よりなる，ベクトル量である．

この $\boldsymbol{v}$ に関する拘束条件として

$$g_i(\boldsymbol{v})\geqq 0 \quad (i=1,2,\cdots\cdots m) \quad (4)$$

$$f_i(\boldsymbol{v})=0 \quad (i=1,2,\cdots\cdots l) \quad (5)$$

が与えられているとする．結局問題は，(4)，(5)の条件のもとで（3）を最適化するという，非線形計画の問題になる．これを，最大傾斜法に基づいた，線形計画による，逐次近似で解く方法を述べる．

今，この問題の1つの可能解を $\boldsymbol{v}_0$ $(v_{10}, v_{20}, \cdots\cdots v_{n0})$ とする，これを規準にして，

$$|v_i-v_{i0}|\leqq\delta_0 \quad i=1,\ 2,\ \cdots n \quad (6)$$

$$I\fallingdotseq I(\boldsymbol{v}_0)+\partial I/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0) \quad (7)$$

$$g_i\fallingdotseq g_i(\boldsymbol{v}_0)+\partial g_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0) \quad (8)$$

$$f_i\fallingdotseq f_i(\boldsymbol{v}_0)+\partial f_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_0) \quad (9)$$

となるように δ_0 を微小にとる．

(4)，(5)に(8)，(9)を代入して

$$\partial g_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{v}\geqq\partial g_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{v}_0-g_i(\boldsymbol{v}_0) \quad (10)$$

$$\partial f_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{v}=\partial f_i/\partial\boldsymbol{v}_0\cdot\boldsymbol{v}_0-f_i(\boldsymbol{v}_0) \quad (11)$$

そこで，(7)に注意して，(6)，(10)，(11)の条件の下に，

$$(\partial I/\partial\boldsymbol{v}_0)\cdot\boldsymbol{v} \quad (12)$$

を最大または最小にする問題を考える．これは $\boldsymbol{v}$ についての線形計画問題である．この最適点を $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_1$ とする．次に，この $\boldsymbol{v}_1$ を規準にして，$|v_i-v_{i1}|\leqq\delta_1$，なる $\boldsymbol{v}$ について，同様な手法で，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2$ を求める．以下これを逐次くり返して，(2)，(4)，(5)，で表わされる，非線形計画問題の最適点 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}^*$ を求める．このとき，$\delta_0>\delta_1>\cdots\cdots>0$ のごとく δ_i を決めるのが良い．さらに，初期値 $\boldsymbol{v}_{01}$ より到達した，例えば最大値を I_1 とする．$I=I_1$ として次に他の初期値 $\boldsymbol{v}_{02}$ をとり，その到達値を I_2 とする．$I_2\leqq I$ ならそのまま，$I_2>I$ なら $I=I_2$ として，他の初期値 $\boldsymbol{v}_{03}$ でくりかえす．このくりかえしを適当な回数，異る初期値に対して行なう．このようにすれば，ピークが，複数個存在する場合の問題も解決できる．なお，拘束条件として，(4)，(5)のように単純な $\boldsymbol{v}$ の関数としたが，これは，評価関数(2)のような形をしていても，この方法は適用できる．すなわち拘束条件として

$$\boldsymbol{G}_i[g_i(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{v}))]\geqq 0 \qquad \boldsymbol{F}_i[f_i(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{v}))]=0$$

であっても良い．以上の論理で，一般に評価関数と拘束条件が与えられた場合，最適な設計変数を探索することができる．

ここで，線形計画の評価関数 (12) の係数 $\partial I/\partial\boldsymbol{v}$ の求め方を考える．一般に，I は $\boldsymbol{v}$ の関数として，具体的に表現することはむずかしいが，(2)より

$$\partial I/\partial\boldsymbol{v}=\boldsymbol{F}[\partial f(\boldsymbol{X})/\partial\boldsymbol{X}\cdot\partial\boldsymbol{X}/\partial\boldsymbol{v}]$$

ここに，$\boldsymbol{X}$ は（1）の解であり，$\partial\boldsymbol{X}/\partial\boldsymbol{v}$ は，(1)を $\boldsymbol{v}$ で微分することにより

$$\partial\dot{\boldsymbol{X}}/\partial\boldsymbol{v}=\boldsymbol{A}\cdot\partial\boldsymbol{X}/\partial\boldsymbol{v}+\partial\boldsymbol{A}/\partial\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{X}+\partial\boldsymbol{B}/\partial\boldsymbol{v}$$

の解であることがわかるから，$\partial I/\partial\boldsymbol{v}$ は計算できる．この $\partial\boldsymbol{X}/\partial\boldsymbol{v}$ が（1）の感度係数である．

3. 系のパラメーターが，ある確率で分布している場合の問題

$$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v})\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v}) \quad (13)$$

なる系を考える．ここでパラメーター $\boldsymbol{q}$ は，ある既知の確率で分布するとする．ただし $\boldsymbol{q}$ は独立な確率変数である．2. で考えたと同じように，次のような I を考える．

$$I=\boldsymbol{F}[f(\boldsymbol{X}(t,\boldsymbol{q},\boldsymbol{v}))]=I(\boldsymbol{q},\boldsymbol{v}) \quad (14)$$

$\boldsymbol{q}$ がある確率分布で変動したとき，I はどう変動するかをみるために，その平均および分散を求める．

(a)　$\boldsymbol{q}$ が平均値 $\boldsymbol{q}_0$ のまわりで微小変動する場合

$\boldsymbol{q}=\boldsymbol{q}_0+\Delta\boldsymbol{q}$　　とする．

この $\Delta\boldsymbol{q}$ がある確率分布に従うとする．但し，$\Delta\boldsymbol{q}$ の平均は，0である．すなわち

$$E[\Delta q_i]=0 \quad (i=1,2,\cdots\cdots m)$$

* 東京大学生産技術研究所　第2部

ここに $\boldsymbol{q}$ は, q_1, q_2, ……q_m, の一般に m 個の要素よりなるベクトルである. $\Delta\boldsymbol{q}$ が微小であるから

$$I \fallingdotseq I(\boldsymbol{q}_0, \boldsymbol{v}) + \partial I/\partial \boldsymbol{q}_0 \cdot \Delta \boldsymbol{q}$$
$$\fallingdotseq I_0 + \sum_{i=1}^{m} (\partial I/\partial q_{i0}) \cdot \Delta q_i$$

ゆえに I の平均は

$$E[I] = E[I_0 + \sum_{i=1}^{m} (\partial I/\partial q_{i0}) \Delta q_i] = I_0$$

分散は, Δq_i の分散を $\sigma^2(\Delta q_i) = \sigma_i{}^2$ $(i=1, 2 \cdots\cdots m)$ とすれば

$$\sigma^2(I) = \sum_{i=1}^{m} (\partial I/\partial q_{i0})^2 \cdot \sigma^2(\Delta q_i) = \sum_{i=1}^{m} (\partial I/\partial q_{i0})^2 \cdot \sigma_i{}^2$$

となる.

今この分散を, 2で述べた, 評価関数に適用することを考える. このとき, 線形計画の逐次近似を行なう場合, 評価関数の係数を計算するため, $\partial^2 I/\partial \boldsymbol{q} \cdot \partial \boldsymbol{v}$, すなわち, $\partial^2 \boldsymbol{X}/\partial \boldsymbol{q} \partial \boldsymbol{v}$ が必要になる. これは(13)を $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{v}$ について2階微分することによって(15)の解になることがわかる.

$$\partial^2 \dot{\boldsymbol{X}}/\partial \boldsymbol{q} \partial \boldsymbol{v} = \boldsymbol{A} \cdot \partial^2 \boldsymbol{X}/\partial \boldsymbol{q} \partial \boldsymbol{v} + \partial \boldsymbol{A}/\partial \boldsymbol{q} \cdot \partial \boldsymbol{X}/\partial \boldsymbol{v}$$
$$+ \partial^2 \boldsymbol{A}/\partial \boldsymbol{q} \partial \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{X} + \partial \boldsymbol{A}/\partial \boldsymbol{v} \cdot \partial \boldsymbol{X}/\partial \boldsymbol{q} + \partial^2 \boldsymbol{B}/\partial \boldsymbol{q} \partial \boldsymbol{v} \quad (15)$$

(b) $\boldsymbol{q}$ の変動が大きく, I が $\boldsymbol{q}$ の変動分に対して線形化できない場合

このときは, 平均および分散は, 直接積分することにより求められる. $\boldsymbol{q}$ はおのおの独立に, 次のような確率分布関数を持つとする.

$$q_1 \cdots\cdots f_1(q_1)$$
$$q_2 \cdots\cdots f_2(q_2)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$q_m \cdots\cdots f_m(q_m)$$

q_1, q_2, ……, q_m の同時確率分布関数は, $\prod_{i=1}^{m} f_i(q_i)$ であるから, I の期待値は

$$E[I] = \iint \cdots\cdots \int I(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}) \prod_{i=1}^{m} f_i(q_i) \cdot dq_i$$

分散は

$$\sigma^2[I] = E[I^2] - (E[I])^2$$
$$= \iint \cdots\cdots \int I^2(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}) \prod_{i=1}^{m} f_i(q_i) dq_i$$
$$- \left[\iint \cdots\cdots \int I(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}) \prod_{i=1}^{m} f_i(q_i) dq_i\right]^2$$

となる.

このように(a), (b)で求められた分散を評価関数に選べば, 変動ベクトル q の影響が, 最小な系の設計が可能となる. 次に, 系 (13) において, たとえば

$$\boldsymbol{G}[g(\boldsymbol{X}(t, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}))] \geqq a \quad (16)$$

が望ましいと考える. $\boldsymbol{G}$ は前と同じオペレーションである. ここで $\boldsymbol{q}$ がある確率分布に従い変動するとき, (16)の条件を侵す場合がある. $\boldsymbol{q}$ の変動が, それぞれ独立に $f_i(q_i)$ $(i=1, 2, \cdots\cdots m)$ なる確率分布関数に従うとき(16)のリスクを侵す確率が計算できる.

リスクを侵す確率 p は

$$p = \iint_{\boldsymbol{q} \epsilon \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v})} \cdots\cdots \int \prod_{i=1}^{m} f_i(q_i) \cdot dq_i \quad (17)$$

ただし, $\boldsymbol{q} \epsilon \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v}) \equiv \boldsymbol{G}[g(\boldsymbol{X}(t, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{v}))] \geqq a$

この p は, パラメータ $\boldsymbol{v}$ の関数となる. $p = p(\boldsymbol{v})$

この p を求める場合 (16) 式を直接, 領域 $\boldsymbol{q} \epsilon \boldsymbol{R}(\boldsymbol{v})$ 内で積分して求めることも可能であるが, ここでは, 一種のモンテカルロ法によって求めることを考える.

今, 2変数 q_1, q_2 の場合を考える. (図1参照)まず,

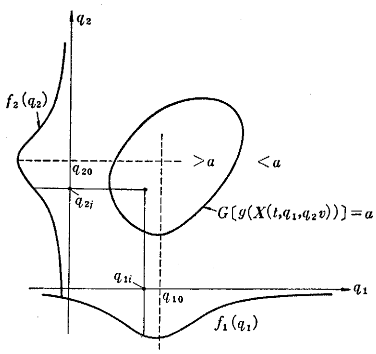

図1

分布 $f_1(q_1)$, $f_2(q_2)$ に従う乱数を発生し (q_{1i}, q_{2j}) を一組つくる. もし,

$$\boldsymbol{G}[g(\boldsymbol{X}(t, q_1, q_2, \boldsymbol{v}))] \leqq a \quad (18)$$

ならば, リスクを侵す点となる. これを i, j について多数回くりかえす. (18)を満した点の総数を m とする. 実験回数を N とすると $p = m/N$ となる.

この P が $\boldsymbol{v}$ によって変わるから, これを評価関数にすれば, $\boldsymbol{q}$ の変動によって (16) の条件を侵す確率が, 最小な設計を行なうことができる.

4. む　す　び

以上, 自動車の最適設計の第1報として, 最適化の手法, および系のパラメーターが確率分布をしている場合の問題について述べたが, 今, これらの問題についてさらに研究を進める一方, 実際の問題に適用した場合, についても研究を進めている. さらに, 人間の, 人間—機械系, に対する評価の問題, 自動車の場合には, いわゆるフィーリングの問題などについて, 最適設計を行なう前の問題として, 設計者が, 意志を合理的に決定するには, すなわち, 評価関数として, 何を, どう選択したら良いかを決定するには, どのような手段で, いかに考えたらよいか, という観点から, 研究を進めている. なお本研究を進めるにあたり, ご指導頂いている, 第2部平尾収教授および, 工学部井口助教授に, ここに謝意を表する.

(1969年5月21日受理)