

実時間処理におけるデータ平滑の一方式

A Data Smoothing Method for a Real Time Process

——二階常微分方程式に従う観測対象の実時間データ平滑——

——Real Time Smoothing for Data Controlled by a Second Order Ordinary Differential Equation——

浜 崎 襄 二*

Joji HAMASAKI

観測値時系列が与えられた時観測に伴ったランダム誤差の除去にはデータ平滑が必要である。本文では、観測対象の真値を支配する二階常微分方程式が既知である場合について、微分方程式の数値積分に基礎を置き実時間処理に適したデータ平滑方式について解説する。そしてその理論的根拠の解明を試みると共に、新しい試みの附加によって実時間処理に伴う不慮の状況変化に対する適応性が著しく増大することを、電子計算機による実験結果を添えて紹介する。

1. 緒 言

多数の観測値が時系列として与えられたとき、観測に伴ったランダム誤差を除去し観測対象の真値の振舞を求めるためにはデータ平滑が必要である。もし、観測終了後のデータ処理が許されるならば、ある特定観測値の有意性は前後の観測値群との関連により決定され、有意性の高い観測値時系列に理論式を当てはめて必要なパラメータを定め、この式から真値の振舞が求められる。

電子計算機を用いた実時間処理においても正常な観測が行なわれている間は事後処理と同様にランダム誤差除去が実行されなければならないが、実時間処理であるために次の諸点にも留意しなければならない。(1)許された処理時間内に必要な処理段階を終らなければならない。(2)個々の観測値の有意性決定にはその観測値の後に得られた観測値群を用いることができない。(3)観測対象あるいは観測状態の不慮の変化に対する適応性を持たなければならない。特に(3)における状況判断の範囲と処置選択の範囲は電子計算機の処理能力により著しい制限を受けるため、方式決定の際に充分考慮しておくことが必要である。

もし理論式が低次の多項式で表わされる場合には最小自乗法による簡単な当てはめが可能であるが、多項式近似で充分な現象はまれと考えねばならない。多項式近似よりはるかに融通性に富んだ方法は、観測対象の真値を支配する微分方程式を解き観測値によりその初期条件あるいは境界条件を修正して解を観測値に当てはめる方法である。この方法は遠方で打ち上げられたロケットの軌道測定に適用された実例として報告されており¹⁾、その方法の詳細および理論的背景は明らかではなかったが、

それ骨子は次のとおりである。まず、ある時刻に初期値とその分散を仮定し、微分方程式を数値的に解いて次の時刻の推定値とその分散を求める。次に、測定された観測値とその分散を用い、分散の逆数を重みとして観測値と推定値との重みつき平均値を求め、さらにその分散期待値を計算し、これらをより確からしい新しい初期値およびその分散として次の時刻へ進む。この際、観測値と推定値とは簡単に分散の逆数を重みとして平均するのではなく、経験的に定められた係数を用いて推定値の重みを多少割引いて平均を求めるのである。

本文では、二階常微分方程式に支配された観測対象のデータ平滑を扱い、特に平滑処理結果に基づいてかなり遠い将来の観測対象の真値を予測決定する場合について、まず前述の経験的係数の意味を解明し、これを緩やかな変化を伴い得る変数とすることによって観測対象あるいは観測状態の不慮の変化に対する適応性が著しく向上することを説明し、電子計算機を用いた実験結果を紹介する。

2. 平滑処理の定式化

観測対象の真値を従属変数 y で表わすとき、独立変数 t (時刻) に関する二階常微分方程式は次のとおりに表わされる。

$$\ddot{y} = f(\dot{y}, y, \alpha_i; t) \quad (1)$$

ここに、 f は既知関数、 \cdot は t に関する微分記号、 α_i ($i=1, 2, \dots$) はパラメータである。また、 t_0, τ を定数、 m を整数変数とするとき

$$t_m = t_0 + \tau m$$

における変数の値を添字 m によって表わすことにしよう。また表現の簡単のため y を位置、 \dot{y} を速度と呼んでおくことにする。

* 東京大学生産技術研究所 第3部

いま、 $t=t_m$ を中心とした短い観測区間に多数の測定を行ない、これらに一次または二次の多項式を当てはめて $t=t_m$ における観測値 \hat{y}_m, \hat{y}'_m およびそれぞれの分散推定値 $\hat{\sigma}_m, \hat{\sigma}'_m$ が求められたとする。すなわちそれぞれの誤差を $\varepsilon_m, \varepsilon'_m$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} \hat{y}_m &= y_m + \varepsilon_m \\ \hat{y}'_m &= y'_m + \varepsilon'_m \\ \text{var}(\varepsilon_m) &= \text{ave}(\hat{\sigma}_m^2) = \hat{\sigma}^2 \\ \text{var}(\varepsilon'_m) &= \text{ave}(\hat{\sigma}'_m^2) = \hat{\sigma}'^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、var, ave はそれぞれ母集団の分散と平均を表わす。さらに後述の方法により求められた確からしさの高いと考えられる値(仮に平滑修正値と呼ぶ)とそれぞれの分散推定値を \bar{y}_m, \bar{y}'_m および $\bar{\sigma}_m^2, \bar{\sigma}'_m^2$ としよう。

さて、予め確からしいと考えてプログラムされたパラメータの値を α'_i とするとき、 $t=t_m$ における初期値として \hat{y}_m, \hat{y}'_m を、パラメータとして α'_i を用いて微分方程式(1)を積分して得られた解を \bar{y}, \bar{y}' としよう。そのときそれらの $t=t_{m+1}$ の値を t_{m+1} におけるそれぞれの推定値 $\bar{y}_{m+1}, \bar{y}'_{m+1}$ とし、それらの分散をそれぞれ $\bar{\sigma}_{m+1}^2, \bar{\sigma}'_{m+1}^2 + \tau^2 \bar{\sigma}_m^2$ と近似しよう。この時、本文において扱うデータ平滑法は、次の関係式によって $t=t_{m+1}$ における平滑修正値 $\bar{y}_{m+1}, \bar{y}'_{m+1}$ およびそれらの分散推定値 $\bar{\sigma}_{m+1}^2, \bar{\sigma}'_{m+1}^2$ を求めるものである。

$$\left. \begin{aligned} \bar{y}_{m+1} &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} \hat{y}_{m+1} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}} \bar{y}_{m+1}}{\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}} \\ \bar{y}'_{m+1} &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2} \hat{y}'_{m+1} + \frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}} \bar{y}'_{m+1}}{\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{m+1}^2 &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}{\left(\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}\right)^2} \\ \bar{\sigma}'_{m+1}^2 &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}'_m^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}{\left(\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}'_m^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに K_{m+1} は 1 より小さくない変数で、 m の変化に伴って通常緩慢な変化が許されており、緒言に触れた例において経験的な定数とされていたものである。式(3)は $\bar{y}_{m+1}, \bar{y}'_{m+1}$ がそれぞれ $\hat{y}_{m+1}, \hat{y}'_{m+1}; \bar{y}_{m+1}, \bar{y}'_{m+1}$ の重みつき平均値として定められることを示し、重みは観測値の分散の逆数と推定値の分散の逆数に割り引き係数 $1/K_{m+1}$ を乗じたものである。式(4)は式(3)の平均値の分散期待値を示す。

記号の簡略のため

$$\left. \begin{aligned} \bar{v} &= \bar{y} - \hat{y} \\ \bar{x} &= \bar{y}' - \hat{y}' \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{v} &= \bar{y} - \hat{y} \\ \bar{x} &= \bar{y}' - \hat{y}' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

なる変数を導入すれば $\bar{y} = \hat{y}$ であるから $\bar{v} = \bar{x}$ 、更に

$$\Delta \alpha_i = \alpha'_i - \alpha_i$$

とし、 $\bar{v}, \bar{x}, \Delta \alpha_i$ は微小と考えて式(1)を書き改めると

$$\dot{\bar{v}} = \Delta f \quad (7)$$

ここに

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{y}} \bar{v} + \frac{\partial f}{\partial \bar{y}'} \bar{x} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i \right)_{\bar{y}, \bar{y}', \alpha'_i} + \dots \quad (7')$$

右辺に現われた偏微分係数は $\bar{y} = \hat{y}, \bar{y}' = \hat{y}', \alpha_i = \alpha'_i$ が代入された時の値をとるものとする。函数 Δf は $t=t_m$ における初期値の誤差 \bar{v}, \bar{x} と思いがけなかったパラメータの変化 $\Delta \alpha_i$ の影響を表わすものであるから、微分方程式のパラメータが適切に選定されかつ正常な観測が行なわれていたならば、多数回の試行結果における期待値は零と考えてよいであらう。すなわち

$$\text{ave}(\bar{v}) = 0 \quad (8)$$

よって $t=t_m$ にて初期条件を満たす期待解は

$$\left. \begin{aligned} \bar{v} &= \bar{v}_m \\ \bar{x} &= \bar{x}_m + (t - t_m) \dot{\bar{v}}_m \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

次に、式(2), (5), (6)を用いて平滑の関係式(3)を書き改めるならば

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{m+1} &= a_{m+1} \bar{v}_m + b_{m+1} \varepsilon_{m+1} \\ \bar{x}_{m+1} &= a'_{m+1} \bar{x}_m + b'_{m+1} \varepsilon'_{m+1} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} a_{m+1} &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}{\frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{m+1}^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}, \quad b_{m+1} = 1 - a_{m+1} \\ a'_{m+1} &= \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}{\frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}'_{m+1}^2 + \tau^2 \hat{\sigma}_m^2} \cdot \frac{1}{K_{m+1}}}, \quad b'_{m+1} = 1 - a'_{m+1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

したがって、式(9)の関係を用いて式(10)を整理すれば

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_{m+1} &= a_{m+1} \bar{v}_m + b_{m+1} \varepsilon_{m+1} \\ \bar{x}_{m+1} &= a'_{m+1} (\bar{x}_m + \tau \dot{\bar{v}}_m) + b'_{m+1} \varepsilon'_{m+1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(12)は $t=t_m$ に存在した平滑修正値の偏差 \bar{v}_m, \bar{x}_m が t_{m+1} に伝播する様相と、観測のランダム誤差 $\varepsilon_{m+1}, \varepsilon'_{m+1}$ が平滑される様相を内蔵した基本関係式である。定性的に考えると、 a_m, a'_m が小さい程偏差は敏速に修正され、 b_m, b'_m が小さい程ランダム誤差の平滑効果が著しいことは明らかであるが、 $a_m + b_m = 1, a'_m + b'_m = 1$ の関係があるので a_m, b_m, a'_m, b'_m をすべて同時に小さくすることはできない。

3. $\hat{\sigma}^2_m, K_m$ が一定の場合の a_m の変化

簡単のため $\hat{\sigma}^2_m, K_m$ は m に無関係な定数と仮定して

みよう。式(11)第一式を用いて式(4)第一式を書き改め $\delta^2_m = \delta^2$, $K_m = K$ とおけば

$$a_{m+2} = \frac{1}{1 + b_{m+1}(a_{m+1} + Kb_{m+1})} \quad (13)$$

これを变形すると

$K \neq 2$ の場合

$$\frac{1}{a_{m+2} - a_{m+1}} = \frac{1}{2-K} \cdot \frac{1}{(a_{m+1}-1)^2} + \frac{2K-3}{(K-2)^2} \cdot \frac{1}{a_{m+1}-1} - \frac{(K-1)^3}{(K-2)^2} \cdot \frac{1}{(K-1)a_{m+1}-1} \quad (14)$$

$K=2$ の場合

$$\frac{1}{a_{m+2} - a_{m+1}} = -\frac{1}{(a_{m+1}-1)^3} + \frac{1}{(a_{m+1}-2)^2} - \frac{1}{a_{m+1}-1} \quad (14')$$

収斂の様相を見るため

$$a_{m+2} - a_{m+1} \approx \left(\frac{da(m)}{dm} \right)_{m+1} \quad (15)$$

となる連続関数 $a(m)$ によって a_m を近似するならば式(14), (14') より次の式が得られる。

$K \neq 2$ の場合

$$m \mp m_0 = \frac{1}{2-K} \cdot \frac{1}{1-a} + \frac{2K-3}{(K-2)^2} \log|1-a| - \frac{(K-1)^2}{(K-2)^2} \log|1-(K-1)a| \quad (16)$$

$K=2$ の場合

$$m \mp m_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1-a)^2} + \frac{1}{1-a} - \log|1-a| \quad (16')$$

図1(a), (b), (c), (d)にそれぞれ $K=1.0, 1.5, 2.0, 3.0$ の場合について m と $a(m)$ との関係を図示する。式(11)より a_m は $0 < a_m < 1$ であるから興味の対象は $1 < a < 1$ の範囲である。

a が1に近い場合には式(16)右辺第一項が優勢であるから $2 > K > 1$ のとき

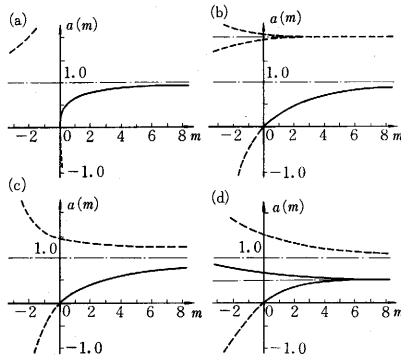


図1 $a(m)$ の収斂の様子
(a): $K=1$, (b): $K=1.5$, (c): $K=2.0$, (d): $K=3.0$
 $m=0$ にて $a(m)=0$ となるように m_0 を定める

$$a(m) \sim 1 - \frac{1}{(2-K)(m+m_0)} \quad (17)$$

の関係により $m \rightarrow \infty$ のとき $a \rightarrow 1$ となる。また、 $K > 2$ でかつ a が $1/(K-1)$ に近い場合には式(16)右辺第三項が優勢であるから

$$a(m) \sim \frac{1}{K-1} \left[1 \mp \exp \left\{ -\frac{(K-2)^2}{(K-1)^2} (m+m_0) \right\} \right] \quad (17')$$

の関係により $m \rightarrow \infty$ のとき $a \rightarrow 1/(K-1)$ となる。 $K=2$ で a が1に近い場合には式(16')の右辺第一項が優勢であるから

$$a(m) \sim 1 - \sqrt{\frac{1}{2(m+m_0)}} \quad (17'')$$

の関係により $m \rightarrow \infty$ のとき $a \rightarrow 1$ となる。

さて、式(11)第一式より δ^2_{m+1} と a_{m+2} との間には

$$\frac{\delta^2_{m+1}}{\delta^2_{m+2}} = \frac{1-a_{m+2}}{K_{m+2}a_{m+2}} \quad (18)$$

なる関係があるから $a_m \rightarrow 1$ となると $\delta^2_m \rightarrow 0$ となるのであるが、 m が増大した時の a の収斂の様相は K が2より小さいか否かにより著しく異なっていることがわかるであろう。すなわち K が1に近い場合には単純平均の分散と同様に $\delta^2_{m+1} \sim \delta^2/(m+m_0)$ のごとく m が大きいとき m に逆比例して減少するが、 K が増大し2に近づくにつれて減少の速さが鈍くなり遂に $\delta^2/(2\sqrt{2}\sqrt{m+m_0})$ のごとくになる。 K が2を越えると $\delta^2_{m+1} \rightarrow \delta^2(1-2/K)$ のごとく指数関数的に収斂し、もはやゼロには収斂しない。以上のとおり K は収斂の様相を決める係数と考えられるので、これを仮りに“収斂係数”と呼んでおこう。

4. 速度偏差修正とランダム誤差の平滑

まず、不慮の変化に起因して生じた速度偏差の修正の様子を考察しよう。 $\varepsilon_{m+1} = \varepsilon_m = \dots = 0$, すなわちランダム誤差は無かったと考え

$$\tilde{v}_{m+1} - \tilde{v}_m \cong \left(\frac{d\tilde{v}(m)}{dm} \right)_m \quad (19)$$

なる連続関数 $\tilde{v}(m)$ により \tilde{v}_m を近似し、 a_m を前節の $a(m)$ で置き換えるならば式(12)より

$$\frac{d\tilde{v}}{dm} + (1-a)\tilde{v} = 0 \quad (20)$$

$a(m)$ が1に近いと考え式(17), (17')を用いると $2 > K > 2$ のとき

$$\tilde{v}(m) \sim v_0 \left(\frac{m_0}{m+m_0} \right)^{\frac{1}{2-K}} \quad (21)$$

$K=2$ のとき

$$\tilde{v}(m) \sim v_0 \exp(\sqrt{2m_0} - \sqrt{2(m+m_0)}) \quad (21')$$

また同様に $K > 2$, $a \sim 1/(K-1)$ の場合には式(17')より

$$\tilde{v}(m) \sim v_0 \exp\left(-\frac{K-2}{K-1}m\right) \quad (21'')$$

v_0 は積分定数であって $m=0$ の時の \tilde{v} の値である。

これらの式から $K=1$ のとき $\tilde{v}(m)$ はほぼ m に逆比例して減少してゼロに収斂するが、 K の増大につれて収斂の速さが増し、 $K>2$ となると $\tilde{v}(m)$ は $-(K-2)m/(K-1)$ の指数関数に比例して急激にゼロに収斂することがわかる。

次に \tilde{v}_m の分散を求めてみよう。式(12)第一式を反復適用すれば

$$\tilde{v}_{m+1} = a_{m+1}a_m \cdots a_2 a_1 \tilde{v}_0 + \tilde{\varepsilon}_{m+1} \quad (22)$$

ただし

$$\tilde{\varepsilon}_{m+1} = \sum_{l=0}^{m-1} a_{m+1}a_m \cdots a_{l+2}a_{l+1}\varepsilon_{l+1} + b_{m+1}\varepsilon_{m+1} \quad (23)$$

\tilde{v}_0 なる偏差と $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{m+1}$ なるランダム誤差とは無関係と考えられ、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_{m+1} = 0$ と仮定した時の関係

$$a_{m+1}a_m \cdots a_{l+2} = \frac{\tilde{v}_{m+1}}{\tilde{v}_{l+1}} \quad (24)$$

と式(21), (21'), (21'') の $\tilde{v}(m)$ を用いて計算すれば $2>K>1$ のとき

$$\tilde{\varepsilon}_{m+1} \sim \sum_{l=0}^m \frac{(l+1+m_0)^{K-1/(2-K)} \cdot \varepsilon_{l+1}}{(m+1+m_0)^{1/(2-K)} \cdot 2-K} \quad (25)$$

$K=2$ のとき

$$\tilde{\varepsilon}_{m+1} \sim \sum_{l=0}^m \varepsilon_{l+1} \sqrt{\frac{1}{2(l+1+m_0)} \cdot \frac{\exp \sqrt{2(l+1+m_0)}}{\exp \sqrt{2(m+l+m_0)}}} \quad (25')$$

$K>2$ のとき

$$\tilde{\varepsilon}_{m+1} \sim \sum_{l=0}^m \frac{K-2}{K-1} \varepsilon_{l+1} \exp\left\{-\frac{K-2}{K-1}(m-l)\right\} \quad (25'')$$

ε_{l+1} の期待値は δ^2 であることを考慮して総和を積分で近似すれば

$2>K>1$ のとき

$$\begin{aligned} \text{ave}(\tilde{\varepsilon}_{m+1}^2) &\sim \frac{\delta^2}{K(2-K)} \\ &\times \frac{(m+2+m_0)^{K/(2-K)} - (m_0+1)^{K/(2-K)}}{(m+1+m_0)^{2/(2-K)}} \quad (26) \end{aligned}$$

$K=2$ のとき

$$\begin{aligned} \text{ave}(\tilde{\varepsilon}_{m+1}^2) &\sim \frac{\delta^2}{\exp(2\sqrt{2(m+1+m_0)})} \\ &\times \{\bar{E}_i(2\sqrt{2(m+2+m_0)}) - \bar{E}_i(2\sqrt{2(1+m_0)})\} \quad (26') \end{aligned}$$

$K>2$ のとき

$$\begin{aligned} \text{ave}(\tilde{\varepsilon}_{m+1}^2) &\sim \left(\frac{K-2}{K-1}\right)^2 \delta^2 \\ &\times \frac{1 - \exp\left\{-\frac{2(K-2)}{K-1}(m+1)\right\}}{1 - \exp\left(-\frac{2(K-2)}{K-1}\right)} \quad (26'') \end{aligned}$$

ここに $\bar{E}_i(x)$ は第二種積分指数関数である。

実はその成り立ちから考えてみると \tilde{v}_m の分散、すなわち $\text{ave}(\tilde{\varepsilon}_m^2)$ は δ_m^2 に等しくなければならない。前節

で求めた $a(m)$ と式(18)の関係を用いて δ_{m+1}^2 を求めてみると、 m が十分大きい場合には数値的に本節の結果の式(26), (26'), (26'') とよく一致することが確かめられる。前節、本節共にかなり荒い近似を用いたが、この一致からもそれらの結果は信頼するに足るものである。

5. 位置の平滑修正

位置の平滑修正の検討には式(11), (12)をすべて考慮しなければならない。 $\delta_{m+1}^2 = \delta_{m+1}^2$ (一定) の仮定のもとで式(11), (4)を整理すると

$$\begin{aligned} a'_{m+2}\{1+(a'_{m+1}+Kb'_{m+1})b'_{m+1}\} \\ + \gamma(a_{m+1}+Kb_{m+1})b_{m+1} = 1 \quad (27) \end{aligned}$$

ここに、 γ は次式で定められた定数である。

$$\gamma = \frac{\tau^2 \delta^2}{\delta'^2} \quad (28)$$

式(15)と同様に

$$a'_{m+2} - a'_{m+1} = \left(\frac{da'(m)}{dm}\right)_{m+1} \quad (29)$$

なる連続関数 $a'(m)$ を用いるならば、 $a'(m)$ の満たすべき方程式は

$$\frac{dm}{da'} = \frac{1+(a'+Kb')b'+\gamma(a+Kb)b}{(1-a')^2\{1-(K-1)a'\}-\gamma a'(a+Kb)b} \quad (30)$$

ただし $b'=1-a'$, $b=1-a$ であり $a(m)$ は前々節で得られた解である。式(30)の解析的な解は容易に求まらないので近似計算に頼ったが、紙面の都合上詳細を述べることができないので二、三の結果を述べるにとどめる。

(1) $b=0$ のときは式(27)と式(13)は同形であるので前節、前々節の結果が適用できる。

(2) b が小さな一定数と見なし得るとき (b の変化が b' の変化に比較して小さいとき) には

$$\delta = \gamma(a+Kb)b > 0 \quad (31)$$

とおけば

$2>K>1$ の場合

$$a'_{m+1} \sim 1 - \sqrt{\frac{\delta}{2-K}} \quad (32)$$

$K=2$ の場合

$$a'_{m+1} \sim 1 - \sqrt[3]{\delta} \quad (32')$$

$K>2$ の場合には $\delta \sim \gamma(K-2)$ となりこの δ が十分小さいとき

$$a'_{m+1} \sim \frac{1}{K-1} - \frac{\delta}{(K-2)^2} \quad (32'')$$

したがって \bar{v}_{m+1} の分数期待値 $\delta'^2_m + \tau^2 \delta_m^2$ は有限の値に収斂し、ゼロには収斂しない。

(3) a' の収斂は a の収斂状態の著しい影響を受ける。すなわち、 a が収斂した後 a' の収斂が始まると考えてよい。

以上より位置の平滑修正が有効に働き出す以前に速度の平滑修正がほとんど完了していることが必要であ

り、その結果実際の問題において位置の平滑修正の効果はあまり期待できないことになる。しかし緒言に述べたように、平滑修正の結果に基づいてかなり遠い将来の観測対象の真値を予測する場合には速度の平滑修正の方が位置のそれに比較して格段と重要性が高いから、位置に対する平滑修正効果に期待する所は少ないと考えてよからう。

6. 収斂係数を変数とすることによる適応性の増大

以上の検討の結果により、収斂係数 K の大きさにより平滑処理の内容に変化が起きることが判明した。すなわち K が 1 のときは単純平均に見られると同様なデータ平滑が行なわれるが、不慮の原因により生じた偏差の修正能力に乏しいこと。 K が増大するにつれて平滑能力は乏しくなるが偏差修正能力が増し、 K が 2 より著しく大きくなると平滑能力は皆無となるが偏差修正はただちに行ない得ることが明らかになった。いい換えると、 K が 1 のときは過去の観測結果をいつまでも記憶して平滑を行なうが、 K が 2 より著しく大きくなると過去の結果をただちに忘却してしまったとき処理が行なわれるのである。

したがって、ある関係式にしたがって観測値と推定値との差異の有意性を求め、もし有意差が認められたときには K が増大し、有意差が認められなかったときには K が 1 に近くなるような仕組みにより、有意差の少いときには比較的緩慢に変化するごとに変数 K_m を定めるならば、自動的に偏差修正とランダム誤差平滑を行なうことができるであろう。

次のように K_m を定めるならば上記の性質を具備させることができる。まづ $0 < \beta < 1$, $0 < \beta' < 1$ なる定数 β , β' を用いて

$$\left. \begin{aligned} w_{m+1} &= (1-\beta')\delta^2_{m+1} + \beta'w_m \\ w'_{m+1} &= (1-\beta')\delta'^2_{m+1} + \beta'w'_m \\ u_{m+1} &= (1-\beta)\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \cdot \frac{\hat{y}_{m+1} - \bar{y}_{m+1}}{\sqrt{w_{m+1}}} + \beta u_m \\ u'_{m+1} &= (1-\beta)\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \cdot \frac{\hat{y}'_{m+1} - \bar{y}'_{m+1}}{\sqrt{w'_{m+1}}} + \beta u'_m \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

なる数列 $\{w_m\}$, $\{w'_m\}$; $\{u_m\}$, $\{u'_m\}$ を作り、 $A > 0$ なる定数と次の関係を用いて K_{m+1} を決定する。

$$\frac{1}{K_{m+1}} = \exp\left\{-A\left(u^2_{m+1} + \frac{1}{\gamma}u'^2_{m+1}\right)\right\} \quad (35)$$

式(33)は β' できまる時定数により δ^2_{m+1} , δ'^2_{m+1} に対していわゆる指数平滑を行なって、 $m=m+1$ の近くにおける δ^2_m , δ'^2_m のそれぞれの平均値 w_{m+1} , w'_{m+1} を求める操作である。

式(34)第一式は速度偏差の検出のための分布変換操作であり、 β できまる時定数を持った指数平滑を行なっている。

$$\delta^2 = \text{ave}(\delta^2_m) \quad (36)$$

$$\Delta \hat{y} = \text{ave}(\hat{y}_m - \bar{y}_m) = -\text{ave } \bar{v}_m \quad (37)$$

とおいて $(\hat{y}_{m+1} - \bar{y}_{m+1})/\sqrt{w_{m+1}}$ は近似的に正規分布 $N(\Delta \hat{y}/\sqrt{\delta^2}, 1)$ に従うと仮定してみる。ここに $N(\mu, \sigma^2)$ は平均値 μ , 分散 σ^2 なる正規分布を表わす。式(34)第一式を反復適用し、式(36), (37)を代入して平均値と分散期待値を求めるならば

$$\text{ave } u_{m+1} = (1-\beta^m)\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \frac{\Delta \hat{y}}{\sqrt{\delta^2}} + \beta^m \text{ave } u_1 \quad (38)$$

$$\text{var } u_{m+1} = 1 - \beta^{2m} + \beta^{2m} \text{var } u_1 \quad (39)$$

よって β が小さく m が大きくて β^m が無視できる場合には、 u_{m+1} は

$$\mu = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \frac{\Delta \hat{y}}{\sqrt{\delta^2}} \quad (40)$$

としたとき正規分布 $N(\mu, 1)$ に従うと考えてよいであろう。すなわち速度偏差 $\Delta \hat{y}$ は u_{m+1} の分布の平均値のずれとして検出される。式(34)第二式の \bar{y}_{m+1} は速度の平滑修正の結果を含んでいるので、速度の平滑修正がほとんど完了していないかぎり速度偏差成分の著しい影響をうける。その影響の大きさは w_{m+1} , w'_{m+1} が同程度るとき速度偏差成分の τ 倍が位置偏差成分に現れるであろうから、式(35)では u'^2_{m+1} に係数 $1/\gamma$ が乗じてある。 γ は式(28)で定義された量である。

式(35)は検出された偏差値によって K_{m+1} を変化させる関係式である。 A は検出の閾値を決める係数であるから“閾値係数”と呼んでおこう。上記の理由より u^2_{m+1} と u'^2_{m+1}/γ が同程度と考え

$$\frac{1}{K_{m+1}} \sim \exp(-2Au^2_{m+1}) \quad (35')$$

として $1/K_{m+1}$ の期待値と分散を概算するならば

$$\text{ave}(1/K_{m+1}) \approx \frac{\exp\left(-\frac{2A\mu^2}{1+4A}\right)}{\sqrt{1+4A}} \quad (41)$$

$$\text{var}(1/K_{m+1}) \approx \frac{\exp\left(-\frac{4A\mu^2}{1+8A}\right)}{\sqrt{1+8A}} - \frac{\exp\left(-\frac{4A\mu^2}{1+4A}\right)}{1+4A} \quad (42)$$

$A \ll 1$ であつ μ も小さい場合には

$$\text{ave}(1/K_{m+1}) \sim 1 - 2A(1+\mu^2) \quad (41')$$

$$\text{var}(1/K_{m+1}) \sim 4A^2(1+2\mu^2) \quad (42')$$

収斂係数 $K=2$ を閾値と考え、偏差 $\mu=0$ のとき $1/K < 1/2$ となる確率が 5%, 1% となるように A を定めるとそれぞれ $1/11$, $1/19$ となる。

また、明らかな位置偏差が認められた時には式(34)第一式と同様に u'_{m+1} の分布の平均値のずれとしてこの偏差が検出される。 u^2_{m+1} が無視できるときには

$$\frac{1}{K_{m+1}} \sim \exp\left(-\frac{A}{\gamma}u'^2_{m+1}\right) \quad (35'')$$

となるので、 $1/K_{m+1}$ の期待値と分散は式(41), (42)にお

ける $2A \rightarrow A/\gamma$ の置換と、式(36), (37), (40)において速度の替りに位置に関する量を使用することによって求められる。

7. 電子計算機による実験とその結果

1) 実験の方法

この平滑修正法は元来線形操作ではないので厳密な重量の理は成立しないが、簡単のため階段関数に対する応答を求めその結果からより一般的な場合の応答を類推することにしよう。

また、この方法では速度と位置の初期条件の修正のみを行なうので、平滑修正の効果は微分方程式の形が既知であるかぎりその複雑さの影響をあまり受けないはずであるから、最も簡単な微分方程式

$$\text{ave}(\ddot{y})=0 \tag{43}$$

を考える。この方程式の解はただちに得られ、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{y}_{m+1} &= \tilde{y}_m \\ \tilde{y}_{m+1} &= \tilde{y}_m + \tau \dot{\tilde{y}}_m \end{aligned} \right\} \tag{44}$$

次に疑似観測データを作成しなければならない。仮りに区間の長さ $\tau=2$ 秒とし、0.1 秒毎に 20 点の y (位置) のなまデータを測定しこれらに 2 次式を当てはめ、その中央における値 (いわゆる最良推定値、本文における推定値 \tilde{y}_m, \tilde{y}_m とは異なることに注意) として、 $\dot{\tilde{y}}_m, \dot{\tilde{y}}_m$ を求めるものとする。なまデータの母集団の分散を σ^2 , m 番目の区間の 20 点のなまデータより求められた母集団の分散推定値を σ_m^2 とすれば、 σ_m^2 はなまデータの残差平方和 S をその自由度 $DFe=20-3=17$ で割った値である。このとき S/σ^2 は自由度 17 のカイ二乗分布に従うはずであるが、自由度 DFe の大きいカイ二乗分布に従う変数 χ^2 より $\sqrt{2\chi^2 - \sqrt{2(DFe)-1}}$ なる変数を作るとこの変数は近似的に正規分布 $N(0,1)$ に従うことが知られている。この結果を用いて次のようにして $\sigma^2=1$ としたときの疑似観測データを作った。

(1) 正規母集団 $N(0,1)$ より 3 系列の独立な標本を抜きとる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1m} &\in N(0,1) \quad m=0,1,2,\dots,199 \\ \varepsilon_{2m} &\in N(0,1) \quad m=0,1,2,\dots,199 \\ \varepsilon_{3m} &\in N(0,1) \quad m=0,1,2,\dots,199 \end{aligned}$$

(2) ε_{3m} より 2 次式を用いて σ_m^2 を作る

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma^2 \cdot (\varepsilon_{3m} + \sqrt{2(DFe)-1})^2}{DFe} \tag{45}$$

あるいは $\sigma^2=1, DFe=17$ を代入して

$$\sigma_m^2 = (\varepsilon_{3m} + 5.744563)^2 / 34$$

(3) 20 点のなまデータより中央における観測値速度 \dot{y}_m と位置 y を求めた場合の分散推定値は資料²⁾の結果を用いて容易に求められる。すなわち

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_m^2 &= 0.15037593 \sigma_m^2 \\ \hat{\sigma}'_m^2 &= 0.11297348 \sigma_m^2 \end{aligned}$$

(4) 観測値の誤差については

$$\begin{aligned} \varepsilon_m &= \sqrt{0.15037593} \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon'_m &= \sqrt{0.11297348} \varepsilon_{2m} \end{aligned}$$

(5) 位置、速度、加速度のいずれかが階段関数的に変化した場合を想定して、速度、位置の真値 \dot{y}_m, y_m を作成する。

位置が階段関数的に変化した場合

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 98 \\ S/2\tau & m=99, 100 \\ 0 & 101 \leq m \leq 199 \end{cases} \\ y_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 99 \\ S & 100 \leq m \leq 199 \end{cases} \end{aligned} \right\} \tag{46}$$

速度が階段関数的に変化した場合

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 99 \\ S & 100 \leq m \leq 199 \end{cases} \\ y_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 99 \\ S\tau(m-99) & 100 \leq m \leq 199 \end{cases} \end{aligned} \right\} \tag{47}$$

加速度が階段関数的に変化した場合

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 99 \\ S\tau(m-99) & 100 \leq m \leq 199 \end{cases} \\ y_m &= \begin{cases} 0 & 0 \leq m \leq 99 \\ S\frac{\tau^2}{2}(m-99)(m-98) & 100 \leq m \leq 199 \end{cases} \end{aligned} \right\} \tag{48}$$

(6) 疑似観測データは 2 次式により求める。

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_m &= \dot{y}_m + \varepsilon_m \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_m + \varepsilon'_m \end{aligned} \right\} \tag{49}$$

なお、初期値としては次の値を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_0 &= 0, & \dot{y}_0 &= 0 \\ \hat{\sigma}_0^2 &= 1, & \hat{\sigma}'_0^2 &= 1 \\ \omega_0 &= 1, & \omega'_0 &= 1 \\ u_0 &= 1, & u'_0 &= 1 \end{aligned} \right\} \tag{50}$$

また、式(3), (4)より平滑修正値とその分散を求める際の困難を回避するため式(45)における σ_m^2 が 0.01 未満のときには $\sigma_m^2=0.01$ と置いた。

さらにまた、一旦一時的異常状態を生じて u^2_m または u'^2_m が増大し、したがって式(35)より K_m が著しく大きくなった場合、 u^2_m, u'^2_m の回復の時定数は式(38)右辺第二項より β^2 で定まる。この際の回復時間が長くなり過ぎぬため、式(35)において $A(u^2_{m+1} + u'^2_{m+1}/\gamma)$ が 16 を越えた場合には $1/K_{m+1} = \exp(-16)$ と置いた。

表 1 収斂係数 K_m の統計的性質

	ave(\dot{y}_m)=0 のとき*		ave($1/K_m$) \sim 1/2 となる	ave($1/K_m$) \sim となる
	ave($1/K_m$)	$1/K_m < 1/2$ となる確率	ave(\dot{y}_m) σ^*	ave(\ddot{x}_m) σ^{**}
$A=0.05$ $\beta=0.8$ $\beta'=0$	0.91	0.8%	0.35	0.69
$A=0.1$ $\beta=0.5$ $\beta'=0$	0.78	6.3%	0.40	0.84

* 式(35')の仮定による。 ** 式(35'')の仮定による。

収斂係数 K_m の統計的性質を第 6 節の近似理論より概算すると表 1 が得られる。

2) 実験結果と考察

図 2, 図 3, 図 4 は使用された正規乱数標本値の性質を示す。図 2 は 600 箇の正規乱数の度数分布と正規分布との比較を示し, 図 3 の (A), (B), (C) はそれぞれ標本系列 $\epsilon_{1m}, \epsilon_{2m}, \epsilon_{3m}$ の自己相関を, 図 4 の (A), (B), (C) はそれぞれ $(\epsilon_{1m}, \epsilon_{2m}), (\epsilon_{2m}, \epsilon_{3m}), (\epsilon_{3m}, \epsilon_{1m})$ の相互相関を示す, これらの図において顕著な分布のずれあるいは系列内, 系列相互の顕著な相関関係は認められない。

図 5, 図 6, 図 7 は正常時における平滑修正の進行状態 ($0 \leq m \leq 99$) を示す。これらの図の (A), (B), (C), (D) はそれ

ぞれ次の係数を用いた場合の結果を表わす。

- (A): $\beta=0.8, \beta'=0.8, A=0.05$
- (B): $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05$
- (C): $\beta=0.5, \beta'=0.5, A=0.1$
- (D): $\beta=0.5, \beta'=0, A=0.1$

図 5 は $\hat{y}_m - \bar{y}_m$ を, 図 6 は $\hat{y}_m - y_m$ を示す。擬似観測データ \hat{y}_m, y_m は元来それぞれ約 0.39/秒, 0.34 の標準

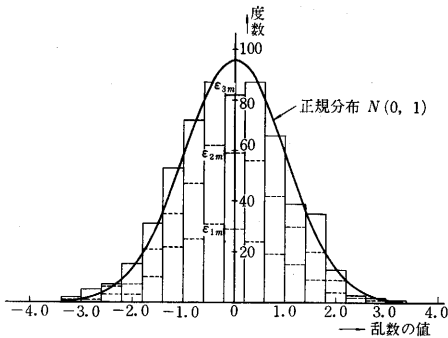


図 2 正規乱数標本の度数分布図と正規分布 $N(0,1)$, 標本総数=600

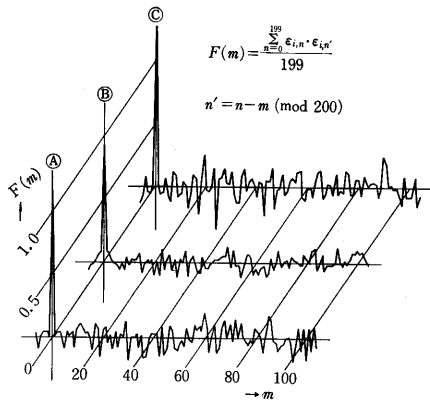


図 3 正規乱数標本系列の自己相関, (A): ϵ_{1m} , (B): ϵ_{2m} , (C): ϵ_{3m}

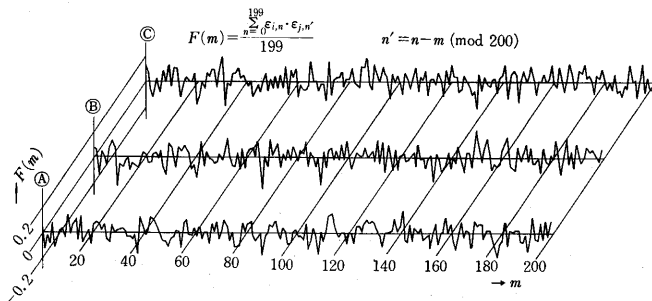


図 4 正規乱数標本系列の相互相関 (A): $(\epsilon_{1m}, \epsilon_{2m})$, (B): $(\epsilon_{2m}, \epsilon_{3m})$, (C): $(\epsilon_{3m}, \epsilon_{1m})$

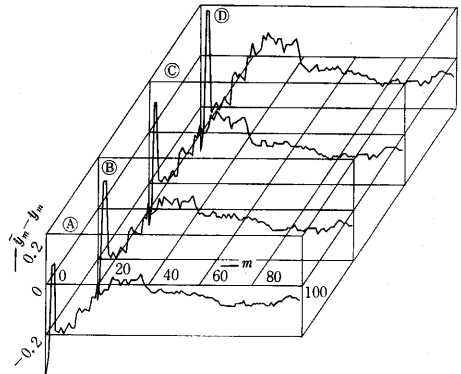


図 5 正常な場合の速度平滑修正例

- (A): $\beta=0.8, \beta'=0.8, A=0.05, \tau=2$
- (B): $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05, \tau=2$
- (C): $\beta=0.5, \beta'=0.5, A=0.1, \tau=2$
- (D): $\beta=0.5, \beta'=0, A=0.1, \tau=2$

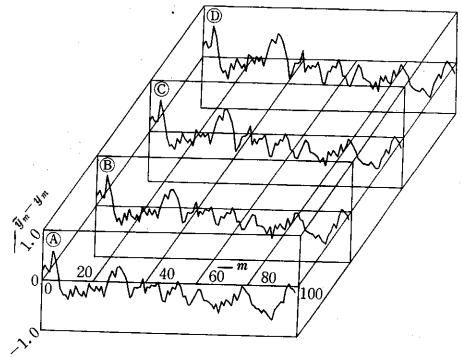


図 6 正常な場合の位置平滑修正例

(A), (B), (C), (D) は図 5 に準ずる

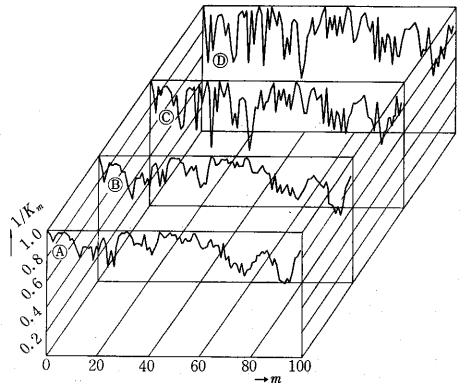


図 7 正常な場合の収斂係数の変動

(A), (B), (C), (D) は図 5 に準ずる

偏差の誤差を持っていたが平滑効果により m の増大と共に \hat{y}_m, \hat{y}_m は真値に近づく。速度の平滑効果は著しく、図 5 の $m=15, 60$ で $|y_m - \hat{y}_m|$ はそれぞれ 0.10, 0.05/秒となる。同図 $m > 70$ で $|y_m - \hat{y}_m|$ が多少の増大を示したが、異った $\varepsilon_{1m}, \varepsilon_{2m}, \varepsilon_{3m}$ の系列を用いた場合の計算結果との比較により、この増大は標本系列に個有な緩やかな変動が現れたものであることがわかった。図 6 より位置の平滑効果は少なく $m=15, 60$ で $|\hat{y}_m - y_m|$ はそれぞれ 0.4, 0.5 程度以下となっているに過ぎない。

図 5, 図 6 では指数平滑の特定数 β, β' と閾値係数 A の効果により ㉠, ㉡, ㉢, ㉣の順に平滑効果が劣化する。図 7 は $1/K_m$ の変動を示し、平滑効果の著しい場合には $1/K_m$ は 1 に近い。同図 ㉠, ㉡に見られる $m > 70$ の谷は前述の標本系列個有の変動に対応した加速度成分の検出を示すものである。

図 8, 図 9 は、 $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05$ を用い $m=100$ にて段階的速度変化を与えた場合の $\hat{y}_m - y_m, 1/K_m$ を示す。同図 ㉠, ㉡, ㉢は階段の高さがそれぞれ $S=0.1, 1.0, 10/秒$ の場合の応答である。㉠では精々 $1/K_m \sim 0.5$ となる程度の速度変化が与えられているので比較的緩やかな修正が行われる。㉡では閾値を越えた速度変化が与えられているので、 $1/K_m$ は一たん急速に減少して過去の結果を忘却して急速な修正を行ってから新たに平滑操作

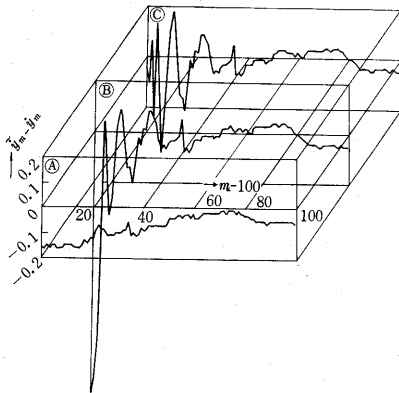


図 8 段階的速度変化に対する速度平滑修正例 $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05, \tau=2$
㉠: $S=0.1$, ㉡: $S=1.0$, ㉢: $S=10$

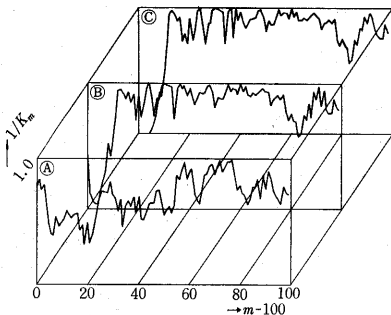


図 9 段階的速度変化に対する収斂係数の変動条件は図 8 に準ずる

を始め $m=20$ 位で $|\hat{y}_m - y_m|$ は 0.1/秒以下となり、その後も正常な平滑を続ける。㉣では速度変化が閾値を著しく越えているので修正効果は敏速に現れる。また、図 8 の $m > 170$ には標本系列の個有変動が見られる。図 10, 図 11 は $\beta=0.5, \beta'=0, A=0.1$ を用いた場合の同様な図を示し、図 9 ㉢, ㉣と図 11 ㉢, ㉣とを比較すると $1/K_m$ がゼロに近付いた後の回復の特定数は図 11 の方が小さい。

図 12 は $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05$ を用い $m=99, 100$

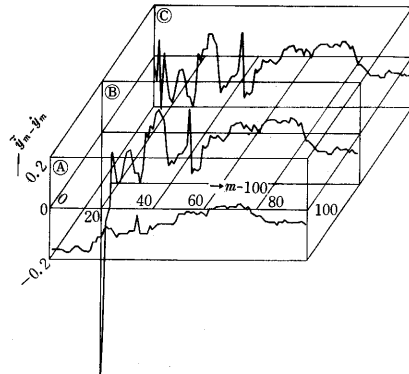


図 10 段階的速度変化に対する速度平滑修正例 $\beta=0.5, \beta'=0, A=0.1, \tau=2$
㉠: $S=0.1$, ㉡: $S=1.0$, ㉢: $S=10$

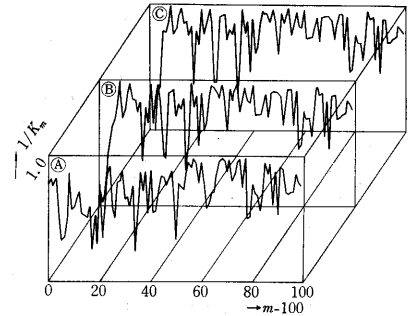


図 11 段階的速度変化に対する収斂係数の変動条件は図 10 に準ずる

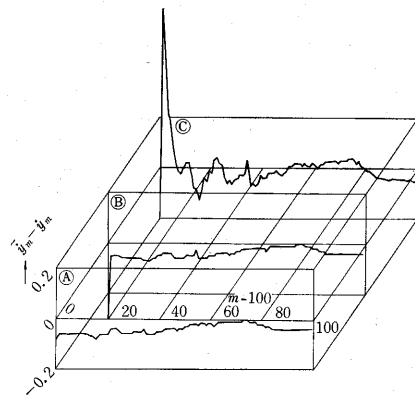


図 12 段階的位置変化に対する速度平滑修正例 $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05, \tau=2$
㉠: $S=0.1$, ㉡: $S=1.0$, ㉢: $S=10$

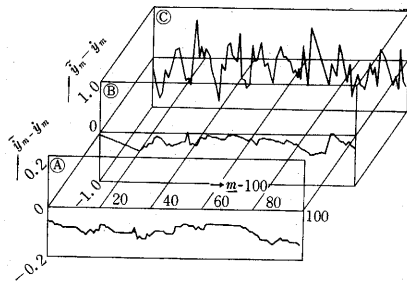


図 13 階段的加速度変化に対する速度平滑修正例
 $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05, \tau=2$
 A: $S=0.001$, B: $S=0.01$, C: $S=0.1$

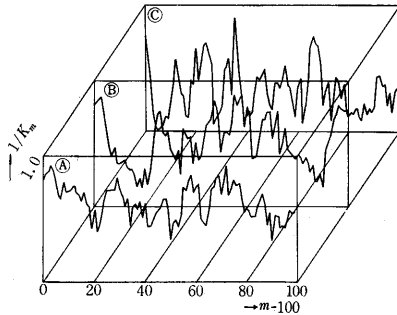


図 14 階段的加速度変化に対する収斂係数の変動
 条件は図 13 に準ずる

にて階段的な位置変化を与えた場合の $\hat{y}_m - \tilde{y}_m$ を示す。同図(A), (B), (C)は階段の高さがそれぞれ $S=0.1, 1.0, 10$ の場合の応答である。Aでは階段的変化の影響は標本系列の個有変動に隠蔽されているが、Cでは階段的変化の大きさは閾値を越え、その結果一たん大きなオーバーシュートを示して過去の結果を忘却して急速な修正を行なった後に新たに平滑操作が行なわれ、 $m=20$ 位で $|\hat{y}_m - \tilde{y}_m|$ は $0.1/\text{秒}$ 以下となる。

図 13, 図 14 は $\beta=0.8, \beta'=0, A=0.05$ を用い $m=100$ にて階段的加速度変化を与えた場合の $\hat{y}_m - \tilde{y}_m, 1/K_m$ を示す。同図(A), (B), (C)はそれぞれ $S=0.001, 0.01, 0.1/(\text{秒})^2$ の階段的加速度変化に対する応答である。Aでは微小な加速度が検出された結果 $1/K_m$ が約 0.65 に減少し、 $|\hat{y}_m - \tilde{y}_m|$ は約 0.08 に留まっている。B, C のように加速度が増大すると平均的な $1/K_m$ の値が減少し、その結果 $\hat{y}_m - \tilde{y}_m$ の変動が増大し平滑効果が乏しくなる。図には示されていないが、 $S=1.0/(\text{秒})^2$ では常に $1/K_m \approx 0$ となるため平滑効果皆無の状態では修正をつづける。

以上の実験結果により本文のデータ平滑方式による平滑効果が前述の近似理論より推定されたものと定性的に一致することが確かめられた。すなわち不慮の変動を伴わない正常な観測時においては、 $\beta=0.8, A=0.05$ と選ぶとき $1/K_m$ は 1 に近い値となり、その結果、過去のデータを長い間記憶してデータの平滑をすすめるランダム誤差の影響を除去する。また、位置あるいは速度に予め予定されていない階段関数的変動が生じた場合に

は、変動が小さな時には平滑作用により漸時その影響を取り入れて修正を行ない、変動が大きい時には瞬時に過去のデータを忘却して新しく平滑を開始する。この際、 $\beta=0.5, A=0.1$ のごとく β と A を増すことにより、平滑効果の犠牲の上に過去の忘却・再修正の時定数を著しく短縮できる。加速度に変動が生じた場合には、毎回の観測において不慮の速度変動が見られる結果、容易に修正効果を消失するに到るけれども、観測値には必ず追従し、加速度変動が消滅した時に平滑効果を復元する。

実験においては用いた標本系列の偏りのため標本系列個有の緩慢な変動が残っていてこれが容易に平滑効果を隠蔽し、そのため前述の近似理論と定量的比較はなし得なかった。定量的比較のためには標本系列の改善が必要である。

8. 結 言

実時間処理において、二階常微分方程式に支配された観測対象から得られた観測値時系列から、観測に伴ったランダム誤差を除去する一方式と、その電子計算機による実験結果を述べた。本文の方式のごとき微分方程式の実時間数値積分に基礎を置く方式は、従来の多項式当てはめによる方式に比較して著しく広い適応性を有し、現象が比較的遅い場合には今日の電子計算機の計算速度を活用して実行される方式であるので、今後の電子計算機の進歩と共に活用範囲も拡大されると考えている。本文においては平滑修正効果の近似理論による解明と、収斂係数を変数とするという新しくふうにより思いがけなかった観測対象、観測状態の変化に対する追従・適応性が増すことを近似理論と電子計算機による実験結果によって示した。

本文の主題は、司令制御精密レーダ・データ処理研究会において提起されたものである。主催者の本所渡辺勝教授には本文緒言に述べた実時間データ処理方式の御教示をいただき、日本電気株式会社原一行氏、池田博修氏、村上博敏氏、山口浩氏には数値計算について多大の御援助をいただいた。本所電子計算機室藤田長子講師、渡辺研究室の方々には電子計算機による数値計算について多くの御教示、御援助をいただいた。また、精密レーダに関しては本所斎藤成文教授、宇宙航空研究所野村民也教授の御教示を仰いだ。以上の方々へ深謝の意を表明する。

(1968 年 11 月 11 日受理)

文 献

- 1) K. M. Hoglund, P. L. Phipps, E. S. Block, R. A. Schnaith and J. A. Young "Data Handling at an AMR Tracking Station" AFIPS Conference Proceedings, Vol. 22, 1962 Fall Joint Computer Conference, pp. 45~55.
- 2) 浜崎: 分散を考慮した近似多項式次数選定の一方法, 生産研究, 20巻, 3号, pp. 103~107.