

UDC 621. 317. 332
621. 372. 412
621. 315. 612

高結合圧電セラミックの測定法

Dynamic Measurements of Piezoelectric Ceramics
with High Electromechanical Coupling

尾 上 守 夫*

Morio ONOE

最近の圧電セラミック材料の進歩はめざましいものがあり、それにともなってセラミック・フィルタ、超音波遅延回路などの振動部品の特性もいちじるしく向上した。この種の材料は電気系と機械系の結合が高いために、従来の水晶振動子などにはみられなかったような特異な性質を示し、測定法などもここで解説するように大きく変わってくる。

1. は し が き

ある種の強誘電セラミックのうちには著しい電歪、すなわち印加電界の偶数次の中(べき)に比例するような歪を生じる効果を示すものがある。この際ヒステリシスもあるために、高温において高電界を加えれば、それを取去った後も継続する残留分極を得ることが可能である。これを分極処理と呼んでいる。このように分極したセラミックは微小信号に対しては線形な応答を示し、現象論的には圧電結晶と同様に取扱うことが可能である。“圧電セラミック”とは、このように分極されたセラミックをさしている。

セラミックは分極前にはもちろん等方性である。しかし分極後は分極軸が無次元の回転対称軸になり、これをZ(または3)軸に選ぶ。このZ軸に垂直な任意の方向をX(または1)軸とする。

表1は分極したセラミックの弾性、圧電、誘電定数を行列形式で表わしたもので、結晶系6mm(C_{6v})のものと同形である。すなわち5個の独立な弾性定数、3個の独立な圧電定数および2個の独立な誘電定数が存在す

表 1 圧電セラミックの弾性、圧電、誘電マトリックス

$$\begin{cases} S = s^E T + d_t E \\ D = d T + \epsilon^T E \end{cases} \quad \begin{cases} T = c^S S - e_t E \\ D = e S + \epsilon^S E \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = s^D T + g_t D \\ E = -g T + \beta^T D \end{cases} \quad \begin{cases} T = c^D S - h_t D \\ E = -h S + \beta^S D \end{cases}$$

添字 t は転置行列を意味する。

$$\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 & & & & & & & 31 \\ 12 & 11 & 13 & & & & & & & 31 \\ 13 & 13 & 33 & & & & & & & 33 \\ & & & 44 & & & & & & 15 \\ & & & & 44 & & & & & 15 \\ & & & & & 66 & & & & \\ \dots & & & & & & & & & \\ & & & & & & & 15 & & 11 \\ 31 & 31 & 33 & & & & & & & 33 \end{pmatrix}$$

ここで、空白はその定数がゼロであることを意味する。また

$$c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}), \quad s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$$

る。これらの定数は微小信号に対してのみ意味がある。また材料のみならず分極の程度や経年変化の影響をうける。一方大信号に対しては非直線的な特性やヒステリシスが現われ、場合によっては恒久的に変化してしまうこともある。

ここでは、振動子のアドミタンス特性を表わす厳密式、近似式、等価回路および振動子定数さらには材料定数の測定法を与えている。

2. アドミタンス特性¹⁾

圧電セラミックは高次の対称性を有するため、通常用いられる振動形態の多くは解析的に解くことができる。このような振動形態で振動している全面電極の無損失な振動子のアドミタンスは、3種の基本的なパラメータ、すなわち電気機械結合係数、拘束容量、基本共振(または反共振)周波数で統一的に表わすことができる。この式は広い周波数範囲にわたって成立する。圧電振動には、よこ効果の振動とたて効果の振動があり、それぞれの振動に対する式の形は異なっている。

A. よこ効果の振動

よこ効果の振動の場合、電界は弾性波の伝搬方向に対して直交しており振動状態になんらの影響を与えない¹⁾

図1は、各種のよこ効果の振動形態で振動する振動子を示した。振動状態の名称は表2に示してある。このような振動子のアドミタンスは次式によって表わされる。

$$Y = j\omega C_D \left[1 + \frac{k^2}{1 - k^2} M(X) \right] \quad (1)$$

ここで k は電気機械結合係数、 C_D は部分拘束容量である。次式のごとく拘束容量から求める誘電率 ϵ_D は部分拘束誘電率と呼ばれる。

$$C_D = \epsilon_D \frac{A}{t} \quad (2)$$

その値は、低周波における自由誘電率 ϵ^T と高周波に

1) 図1の(e), (f), (h)に見られる捻がり振動の場合には、電界と変位の方向は平行ではない。これは薄殻の理論に含まれる近似のためである。

* 東京大学生産技術研究所第3部

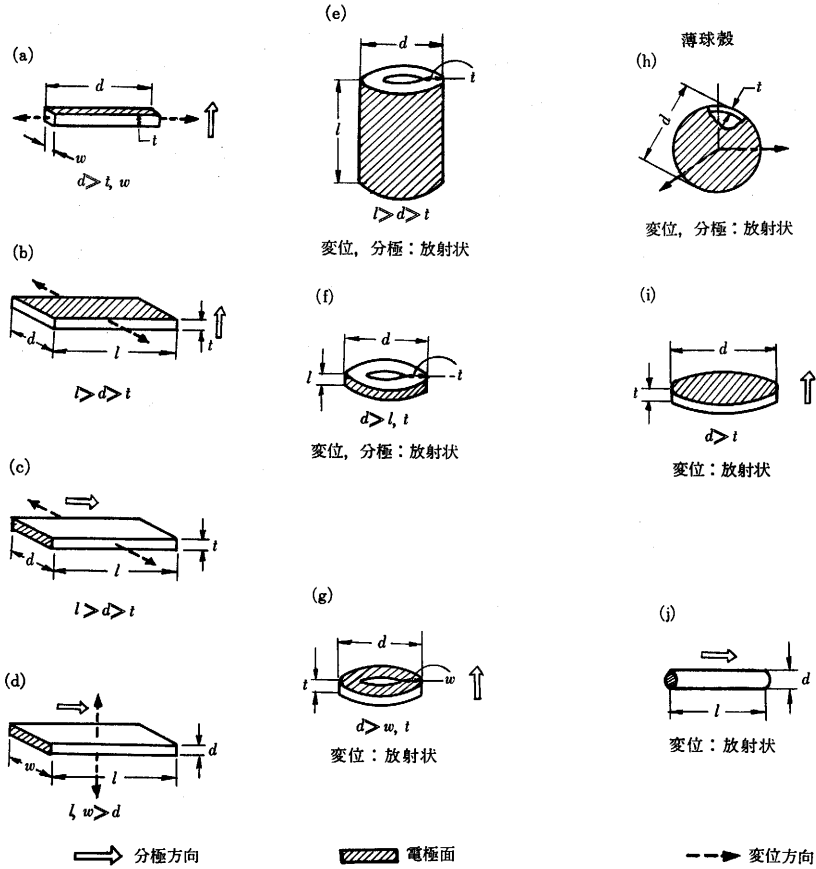


図 1 よこ効果の振動子

表 2 よこ効果振動子の諸定数

振動形態	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f) (g)	(h)	(i)	(j)
	棒のたて振動 (側面電極)	板の幅振動 (主面電極)	板の幅振動 (側面電極)	板の厚みたて振動 (端面電極)	薄肉円筒のひろがり振動	円筒のひろがり振動	薄球殻のひろがり振動	円板のひろがり振動	円筒のひろがり振動
$\epsilon_D/\epsilon_{33}^T$	$1-k_{31}^2$	$1-k_p^2$	$\frac{(1-k_{33}^2)}{(1-k_{31}^2)}$	$\frac{(1-k_{33}^2)(1-k_{31}^2)}{(1-k_{31}^2)}$	$1-k_p^2$	$1-k_{31}^2$	$1-k_p^2$	$1-k_p^2$	$\frac{(1-k_{33}^2)}{(1-k_p^2)}$
k	k_{31}	k_{31}'	k_{31}''	k_{31}'''	k_{31}'	k_{31}	k_p	k_p	k_p'
M	$\tan X/X$	$\tan X/X$	$\tan X/X$	$\tan X/X$	$(1-X^2)^{-1}$	$(1-X^2)^{-1}$	$(1-X^2)^{-1}$	$\frac{1+\sigma}{j_1(X)-(1-\sigma)}$	$\frac{1+\sigma'}{j_1(X)-(1-\sigma')}$
$\sqrt{\rho s_{11}^E \cdot V}$	1	$[1/(1-\sigma^2)]^{1/2}$	$[1/(1-B^2)]^{1/2}$	$\sqrt{s_{11}^E \cdot c_{11}^E}$	$[1/(1-\sigma^2)]^{1/2}$	1	$[2/(1-\sigma)]^{1/2}$	$[1/(1-\sigma^2)]^{1/2}$	$\sqrt{s_{11}^E \cdot c_{11}^E}$
X_1	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	1	1	1	$\frac{2.049}{(\sigma=0.3)}$	$\frac{2.19}{(\sigma'=0.544)}$
$C_n/C_D \frac{k^2}{1-k^2}$	$8/\pi^2(2n-1)^2$	$8/\pi^2(2n-1)^2$	$8/\pi^2(2n-1)^2$	$8/\pi^2(2n-1)^2$	$\frac{1}{(n=1 \text{ only})}$	$\frac{1}{(n=1 \text{ only})}$	$\frac{1}{(n=1 \text{ only})}$	$\frac{2(1+\sigma)}{X_n^2-(1-\sigma^2)}$	$\frac{2(1+\sigma')}{X_n'^2-(1-\sigma'^2)}$
a	0.405	0.405	0.405	0.405	0.5	0.5	0.5	0.395	0.377
b	0.595	0.595	0.595	0.595	0.75	0.75	0.75	0.574	0.541

$X = \omega d / 2V$

$A = \sqrt{2} s_{15}^E / (s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E))^{1/2}$ $B = s_{15}^E / (s_{11}^E s_{33}^E)^{1/2}$

$k_{31}' = \frac{k_{31}}{(1-k_{31}^2)^{1/2}} \frac{(1+\sigma)^{1/2}}{(1-\sigma)}$, $k_{31}'' = \frac{k_{31} - Bk_{33}}{[(1-k_{33}^2)(1-B^2)]^{1/2}}$, $k_{31}''' = \left\{ \left[\frac{(k_p - Ak_{33})^2}{(1-A^2)(1-k_{33}^2)} - \frac{(k_{31} - Bk_{33})^2}{(1-B^2)(1-k_{33}^2)} \right] / \left[1 - \frac{(k_{31} - Bk_{33})^2}{(1-k_{33}^2)(1-B^2)} \right] \right\}^{1/2}$

$k_p' = \frac{k_p - Ak_{33}}{[(1-A^2)(1-k_{33}^2)]^{1/2}}$

$\sigma' = (\sigma + B^2) / (1 - B^2)$ $j_1(x) = x J_0(x) / J_1(x)$

における拘束誘電率 ϵ^S の中間にある。

X の偶関数である。

$\epsilon^T > \epsilon_D > \epsilon^S$ (3)

式(1)において M は、次式で示される基準化周波数

$X = \frac{\omega d}{2V} = X_1 \frac{f}{F_R}$ (4)

表 3 たて効果振動子の諸定数

振動姿態	(a) 厚みたて 振動	(b) 板の幅振動 (側面電極)	(c) 棒のたて振動 (端面電極)	(d)(e) 厚みすべり 振動
ϵ_D	ϵ_{33}^S	$\epsilon_{33}^T(1-k_{33}^{*2})$	$\epsilon_{33}^T(1-k_{33}^2)$	ϵ_{11}^S
k	k_t	k_{33}^*	k_{33}	k_{15}
V	$(c_{33}^D/\rho)^{1/2}$	$(\rho s_{33}^{D*})^{-1/2}$	$(\rho s_{33}^D)^{-1/2}$	$(c_{11}^D/\rho)^{1/2}$
$s_{33}^{D*} = s_{33}^D - [(s_{13}^D)^2/s_{11}^D]$				
$k_{33}^* = \{1 + [s_{33}^{D*}/\epsilon_{33}^T(\epsilon_{33}^T - \rho_{31} s_{13}^D/s_{11}^D)^2]\}^{-1/2}$				
$\epsilon_{33}^T = \epsilon_{33}^T / (1 + (\epsilon_{33}^T \rho_{31}^2/s_{11}^D))$				

ここでは ω は角周波数, d は周波数決定寸法, V は弾性波の位相速度, f は周波数, F_R および X_1 は基本共振周波数およびその基準化周波数である。表 2 は他の定数とともに, これらの定数をまとめたものである。

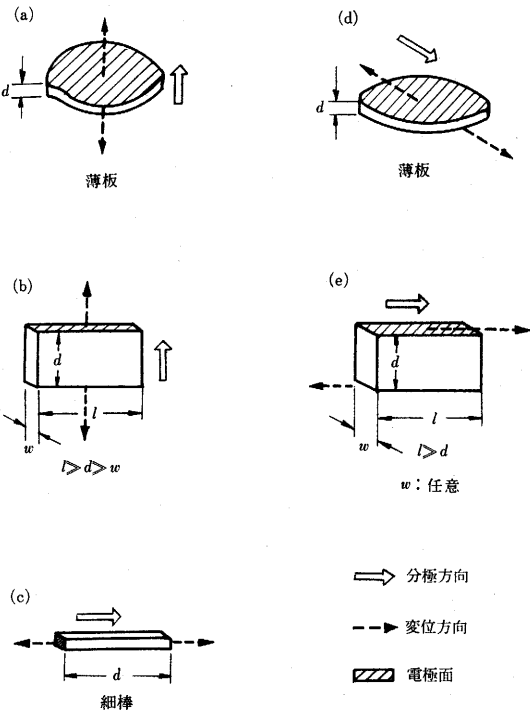


図 2 たて効果の振動子

B. たて効果の振動子

たて効果の振動の場合には, 電界は弾性波の伝搬方向に平行で, 境界条件を介して振動姿態に影響を与える。

図 2 は, たて効果の振動で振動する各種の典型的な振動子を示したものである。このような振動子のアドミタンスは次式によって表わされる。

$$Y = \frac{j\omega C_D}{1 - k^2 M} \quad (5)$$

ここで $M = \frac{\tan X}{X} \quad (6)$

$$X = \frac{\omega d}{2V} \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{F_A} \quad (8)$$

関数 M の形は振動姿態にかかわらず同じ形になる。ただし基準化周波数は共振周波数のかわりに反共振周波数で基準化されている。表 3 はたて効果の振動子について各定数をまとめたものである。

表 4 電気機械結合係数と共振周波数比の関係

k	f_2/f_1	f_3/f_1	f_4/f_1	k	f_2/f_1	f_3/f_1	f_4/f_1
0.00	3.0000	5.0000	7.0000	0.50	3.3438	5.6142	7.8756
0.01	3.0001	5.0001	7.0002	0.51	3.3617	5.6459	7.9208
0.02	3.0004	5.0007	7.0011	0.52	3.3803	5.6790	7.9679
0.03	3.0009	5.0017	7.0025	0.53	3.3998	5.7136	8.0171
0.04	3.0017	5.0031	7.0044	0.54	3.4201	5.7496	8.0683
0.05	3.0027	5.0048	7.0069	0.55	3.4414	5.7872	8.1218
0.06	3.0039	5.0070	7.0100	0.56	3.4636	5.8265	8.1777
0.07	3.0053	5.0095	7.0136	0.57	3.4868	5.8675	8.2360
0.08	3.0069	5.0125	7.0178	0.58	3.5110	5.9104	8.2970
0.09	3.0088	5.0158	7.0226	0.59	3.5364	5.9553	8.3608
0.10	3.0109	5.0196	7.0280	0.60	3.5630	6.0023	8.4276
0.11	3.0132	5.0237	7.0339	0.61	3.5909	6.0516	8.4976
0.12	3.0157	5.0283	7.0404	0.62	3.6202	6.1032	8.5709
0.13	3.0185	5.0333	7.0476	0.63	3.6509	6.1573	8.6479
0.14	3.0215	5.0387	7.0553	0.64	3.6832	6.2142	8.7287
0.15	3.0247	5.0446	7.0637	0.65	3.7172	6.2740	8.8136
0.16	3.0282	5.0508	7.0726	0.66	3.7529	6.3369	8.9029
0.17	3.0320	5.0575	7.0822	0.67	3.7906	6.4032	8.9970
0.18	3.0360	5.0647	7.0925	0.68	3.8304	6.4731	9.0963
0.19	3.0402	5.0723	7.1033	0.69	3.8725	6.5470	9.2011
0.20	3.0447	5.0804	7.1149	0.70	3.9169	6.6251	9.3118
0.21	3.0495	5.0890	7.1271	0.71	3.9641	6.7077	9.4292
0.22	3.0545	5.0980	7.1400	0.72	4.0141	6.7955	9.5536
0.23	3.0598	5.1076	7.1536	0.73	4.0674	6.8887	9.6858
0.24	3.0654	5.1176	7.1680	0.74	4.1240	6.9879	9.8265
0.25	3.0713	5.1282	7.1830	0.75	4.1846	7.0938	9.9766
0.26	3.0775	5.1393	7.1989	0.76	4.2493	7.2069	10.1370
0.27	3.0840	5.1509	7.2154	0.77	4.3187	7.3282	10.3089
0.28	3.0908	5.1631	7.2328	0.78	4.3934	7.4585	10.4935
0.29	3.0979	5.1758	7.2510	0.79	4.4739	7.5990	10.6925
0.30	3.1053	5.1891	7.2700	0.80	4.5609	7.7507	10.9075
0.31	3.1131	5.2031	7.2899	0.81	4.6554	7.9154	11.1407
0.32	3.1212	5.2176	7.3107	0.82	4.7584	8.0947	11.3946
0.33	3.1297	5.2328	7.3323	0.83	4.8711	8.2908	11.6722
0.34	3.1386	5.2487	7.3549	0.84	4.9951	8.5062	11.9772
0.35	3.1478	5.2652	7.3785	0.85	5.1321	8.7443	12.3141
0.36	3.1575	5.2824	7.4031	0.86	5.2846	9.0090	12.6887
0.37	3.1675	5.3004	7.4287	0.87	5.4554	9.3054	13.1080
0.38	3.1780	5.3191	7.4554	0.88	5.6484	9.6400	13.5813
0.39	3.1889	5.3386	7.4831	0.89	5.8685	10.0214	14.1207
0.40	3.2003	5.3589	7.5121	0.90	6.1225	10.4611	14.7425
0.41	3.2122	5.3800	7.5422	0.91	6.4194	10.9750	15.4690
0.42	3.2245	5.4020	7.5735	0.92	6.7727	11.5857	16.3323
0.43	3.2374	5.4249	7.6062	0.93	7.2017	12.3270	17.3799
0.44	3.2508	5.4488	7.6402	0.94	7.7371	13.2515	18.6862
0.45	3.2647	5.4736	7.6755	0.95	8.4300	14.4471	20.3755
0.46	3.2792	5.4995	7.7124	0.96	9.3742	16.0753	22.6753
0.47	3.2944	5.5264	7.7507	0.97	10.7658	18.4732	26.0620
0.48	3.3102	5.5545	7.7907	0.98	13.1136	22.5162	31.7709
0.49	3.3266	5.5837	7.8323	0.99	18.4432	31.6878	44.7196
0.50	3.3438	5.6142	7.8756				

3. 等価回路

アドミタンスを表わす式 (1), (5) における関数 M は, 実周波数軸上に無数の一位の極を有する。これらの

極に関して関数 M を展開すると振動子の等価回路が得られる。

よこ効果の振動に対しては図3の等価回路が得られる。関数の極は共振周波数に対応する。直列容量 C_n は表2に示すような形にかけける。

たて効果の振動に対しては、極は反共振周波数に対応する。したがって図4の等価回路が得られる。直列容量 C_n は次式で表わされる。

$$C_n = C_D k^2 \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \quad (9)$$

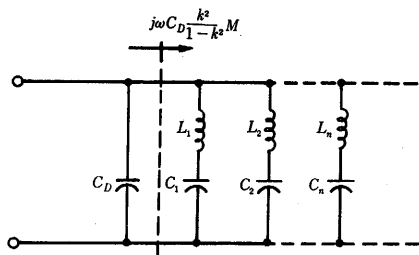


図3 よこ効果振動子の等価回路

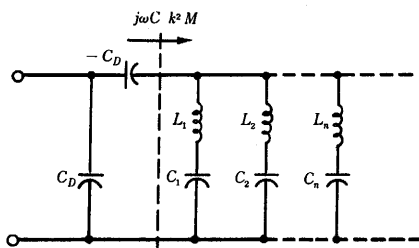


図4 たて効果振動子の等価回路

図4の等価回路は、図3のような回路に変換可能であるが、直列インダクタンスの形はもっと複雑になる。

実際の振動子には種々の損失がある。これらの損失を厳密に表現することは困難であるが、実用的には次のような近似で間に合う。すなわち機械的あるいは振動の損失はそれぞれの共振の Q で表わす。図3, 図4の等価回路でいえばそれぞれの直列腕に抵抗をそう入すればよい。また誘電損失を表わすために等価回路全体に並列に抵抗を加えることもあるが、その抵抗値は周波数に依存するのが普通である。

図5は通常用いられている圧電振動子の等価回路である。この回路は図3の回路を簡易化したものと考えることができる。この際の並列容量は拘束容量のみならず高次共振の影響を含んでいるので周波数に依存することに注意を要する。したがってこの簡易等価回路では共振のごく近傍でのみ十分な精度が得られる。高結合のセラミック振動子の場合には、共振周波数と反共振周波数とが

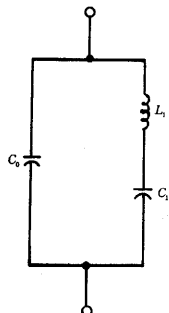


図5 共振点近傍でのみ成立する等価回路

かなり離れるため、簡易等価回路では必要な周波数範囲にわたって精度を維持することが難しい。

4. 近似式

アドミタンスを表わす式(1), (5)および図3, 図4の等価回路は、それぞれ広い周波数範囲にわたって成立するが、超越関数を含むので計算には不便である。したがって実用上十分な精度が得られ、かつ計算が容易な近似式がのぞまれる。

関数 M は最初の極(よこ効果の場合は共振周波数, たて効果の場合は反共振周波数に対応する)のまわりで次のように展開できる。

$$M = \frac{C_{-1}}{\eta} + C_0 + C_1\eta + C_2\eta^2 + \dots$$

$$\cong \frac{C_{-1}}{\eta} + C_0 \quad (10)$$

ここで

$$\eta = \frac{X - X_1}{X_1} \text{ (基準化周波数偏差)} \quad (11)$$

幸にして、この式の最初の2項だけとれば、実用上十分な精度が得られる。

この近似を用いて電気機械結合係数と共振、反共振周波数間隔 ΔF の関係を求めると次のようになる。よこ効果の振動の場合、式(10)を式(1)に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{1}{k^2} = a \cdot \frac{F_R}{\Delta F} + b \quad (12)$$

$$a = -C_{-1}, \quad b = 1 - C_0 \quad (13)$$

係数 a, b は振動状態によって異なり表2に示される。

たて効果の振動の場合には、式(10)を式(5)に代入して式(12)と同形の式が得られる。係数 a, b は振動状態にかかわらず次の値をとる。

$$a = -C_{-1} = 0.405, \quad b = C_0 - C_{-1} = 0.810 \quad (14)$$

図6および図7はそれぞれよこ効果およびたて効果の振動に対して式(12)の誤差を結合係数の関数として示したものである。実用範囲に対して1%以上の精度が得られる。

図6(b)は円板の拡がり振動の場合についてポアソン比0.3の場合に求めた係数 a, b の値を用いて、ポアソン比0.2, 0.3, 0.4の場合の誤差を求めたものである。

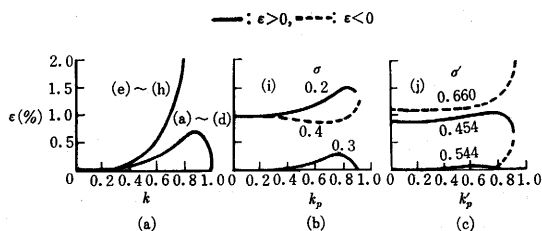
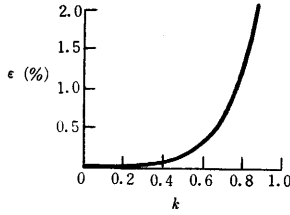


図6 よこ効果振動に対する近似式の誤差

この図からポアソン比
がかなり大幅に変わっ
ても同じ係数を用いて
十分な精度が得られる
ことがわかる。図 6 (c)
についても同様なこと
がいえ。



結合係数が小さい場
合は、第 2 項 b は第 1
項に比べて無視でき、
近似式は次のようになる。

$$k^2 = \frac{1}{a} \cdot \frac{\Delta F}{F_R} \quad (15)$$

高結合の場合にこの式の精度を上げるために一部のよ
こ効果の振動に対して k^2 を $\Delta F/F_R$ の巾級数に展開し
た式が与えられている。しかし、式(12)と同程度の精度
を得るためには 3 項以上必要とする³⁾。

次の式も従来用いられてきた。すなわち、よこ効果の
振動に対して⁴⁾

$$k^2 = \frac{1}{a'} \cdot \frac{F_A^2 - F_R^2}{F_A^2} \quad (16)$$

たて効果の振動に対して⁵⁾

$$k^2 = \frac{1}{a''} \cdot \frac{F_A^2 - F_R^2}{F_R^2} \quad (17)$$

これらの式を用いる場合、周波数に関して 2 乗の計算
を必要とするし、高結合の振動子に対しては式(12)ほど
の精度は得られない。

5. 振動子定数の測定回路

セラミック振動子の定数の測定回路としては図 8 の
いわゆる伝送回路が利用できる。振動子の Figure of
Merit が十分高い場合には、最大および最小伝送量を与
える周波数がそれぞれ共振および反共振周波数と見なし
得る。等価直列抵抗は共振時に抵抗を置換することによ
って求めることができる。

図 8 の回路で抵抗 R_T は供試の振動子のインピーダ
ンスに比べて十分小さくしなければならない。セラミック
振動子のインピーダンスは通常かなり低いのでこの条件
を満たすのが困難な場合が少なくない。

このような場合には、図 9 のような回路を用いるのが
便利である。抵抗 R_S は、振動子が定電流源で駆動され
るように、共振子のインピーダンスに比べて十分大き

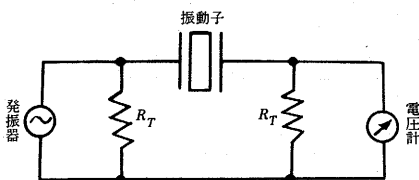


図 8 伝送回路

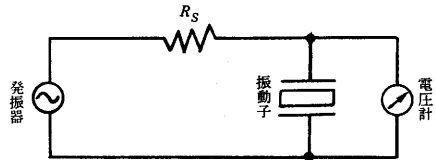


図 9 定電流回路

くなければならない。この場合、最小および最大電圧降
下を与える周波数がそれぞれ共振および反共振周波数に
対応する。

自由容量の測定は、低周波ブリッジを用いればよい。

6. 振動子定数の測定法

電気機械結合係数は式(12)を用いて共振、反共振周波
数から決定できる。反共振周波数の測定は、共振周波数
の測定に比べて難しい。とくに副振動のために反共振
点が不明確になりやすい厚み振動の場合には一層そう
である。副振動は共振周波数の測定にも妨害を与えるが、
幸にして一番強い応答を共振周波数とみなして差支えな
い。

よこ効果の振動子に対しては式(10)を利用して基本パ
ラメータを決定する測定法もある。この方法は振動子に
直列に容量付加した場合と付加しない場合の共振周波数
の測定だけですべての定数が決定できる。既知の容量 C_s
を付加した場合、共振周波数は次式から求める。

$$Y + j\omega C_s = 0 \quad (18)$$

式(1)と式(10)を上式に代入すれば

$$\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \left(1 + \frac{C_s}{C_D}\right) = \frac{a}{\eta} + (b-1) \quad (19)$$

となる。すなわち直列容量によって生じる共振周波数の
偏差の逆数と容量の値とは比例する。したがってこの直
線関係を図 10 のようにプロットすれば、図示のように
電気機械結合係数と拘束容量を決定することができる。

定数を決定するには、最低 3 点 (本来の共振周波数と
2 種の直列容量に対するそれぞれの共振周波数) で良い
が、測定点をふやして測定結果を確かめ精度を上げるこ
とができる。

たて効果の振動子の場合には電気機械結合係数が大き

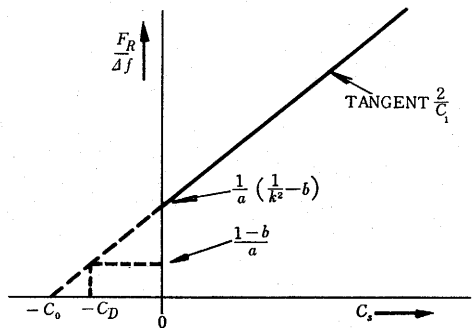


図 10 $F_R/\Delta f$ と C_s の直線関係

くなると、基本振動と高次振動の共振周波数の関係は整数比をなさなくなる。したがってこれらの共振周波数比の測定から結合係数を決定することができる。表4は計算に必要な関係を示す²⁾。

この方法は図2(a), (d), (e)に示す厚み振動に対して有効であるが、(b)(c)に示した幅振動や棒のたて振動には適当でない。寸法が有限である影響が、この2種の振動では異なるからである。厚み振動の場合には高調波次数が高くなるほど輪廓の影響が無視できるようになるが、幅振動や棒のたて振動の場合には逆に、基本振動より高次振動の方が断面積の影響が著しくなる。したがって後者の場合には、従来の共振、反共振周波数の測定から結合係数を決定する方法が望ましい。

7. 材料定数の測定法

振動子のパラメータから材料定数を決定するためにはいろいろな振動姿態の組合わせがある。

便利な組合わせとしては(1)拡がり振動(図1(i)), (2)厚みたて振動(図2(a)), (3)棒のたて振動(図2(c)), (4)厚みすべり振動(図2(d)または(e))がある。最初の2種の振動姿態は、一枚の円板で励振可能である。

自由誘電率 ϵ_{11}^T , ϵ_{33}^T は低周波(たとえば1kHz)における振動子(4), (1)の並列容量の測定から決定できる。

高周波における拘束容量から直接拘束誘電率を求める方法は副振動の存在やリード線のインダクタンスのため、信頼できる値が得られにくい。

図11は ϵ^T , s^E , d 定数を決定するための手順を示したものである。他の定数は付録に示す関係式を使って決定できる。

図中のポアソン比 $\sigma(=-s_{12}^E/s_{11}^E)$ は、円板の基本拡がり振動と非軸対称拡がり振動の共振周波数比から決定できる。後者の振動姿態は、一方の電極を分割し、他方の電極は浮かした状態で分割電極間に電圧を印加すれば励振できる³⁾。

表5は、種々のポアソン比に対する共振周波数比を示したものである。記号(n, m)は円周次数 n を有する第 m 次振動姿態を示している。

この表で、 X_R は次式で定義される基本共振周波数 F_R を与える。

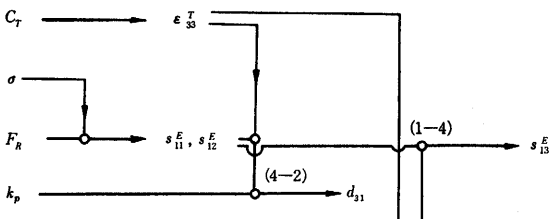
$$F_R = \frac{X_R}{\pi d} [\rho s_{11}^E (1 - \sigma^2)]^{-\frac{1}{2}} \quad (20)$$

分割線の位置はあまり重要でないが図12の如く半径の中心を通るようにするのが望ましい。これは(1,1)姿態と(2,2)姿態を強

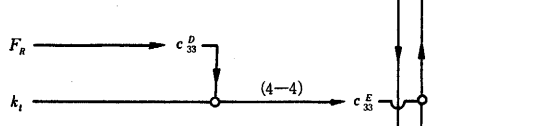
表5 ポアソン比と共振周波数比の関係

Poisson's Ratio σ	X_R	X/X_R			
		(2.1)	(1.1)	(3.1)	(2.2)
0.20	1.9844	0.7468	0.8474	1.1433	1.3110
0.21	1.9911	0.7397	0.8418	1.1328	1.3028
0.22	1.9977	0.7327	0.8361	1.1224	1.2946
0.23	2.0042	0.7257	0.8304	1.1120	1.2862
0.24	2.0107	0.7187	0.8247	1.1016	1.2778
0.25	2.0172	0.7117	0.8190	1.0912	1.2693
0.26	2.0236	0.7048	0.8131	1.0809	1.2607
0.27	2.0300	0.6979	0.8073	1.0706	1.2521
0.28	2.0363	0.6910	0.8014	1.0603	1.2434
0.29	2.0426	0.6841	0.7954	1.0500	1.2345
0.30	2.0489	0.6773	0.7894	1.0398	1.2256
0.31	2.0551	0.6704	0.7834	1.0296	1.2166
0.32	2.0612	0.6636	0.7773	1.0193	1.2076
0.33	2.0674	0.6568	0.7712	1.0091	1.1984
0.34	2.0735	0.6500	0.7650	0.9989	1.1891
0.35	2.0795	0.6437	0.7588	0.9888	1.1798
0.36	2.0855	0.6365	0.7525	0.9786	1.1704
0.37	2.0915	0.6298	0.7462	0.9684	1.1608
0.38	2.0974	0.6230	0.7399	0.9583	1.1512
0.39	2.1033	0.6163	0.7334	0.9481	1.1415
0.40	2.1092	0.6096	0.7269	0.9379	1.1316

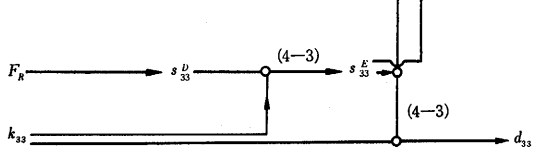
(1) 円板のひろがり振動



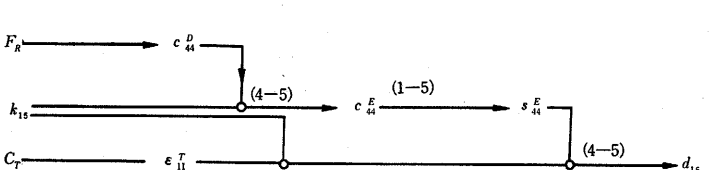
(2) 厚みたて振動



(3) 棒のたて振動(端面電極)



(4) 厚みすべり振動



* () は、付録3・2における式の番号に対応する。

図11 圧電セラミックのすべての独立な材料定数を求めるための手順

制に励振するためである。

記号表

- c: スティフネス
- d: 圧電 d 定数
- e: 圧電 e 定数
- f: 周波数
- g: 圧電 g 定数
- h: 圧電 h 定数
- k: 電気機械結合係数
- s: コンプライアンス
- C₀: 等価並列容量
- C_D: 部分拘束容量
- C_{*}: 等価直列容量((9)式)
- C^S: 拘束容量
- C^T: 自由容量
- D: 電気変位
- E: 電界強度
- F_A: 反共振周波数
- F_R: 共振周波数
- M: 表 2 または表 3 参照
- S: 歪

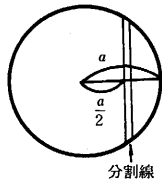


図 12 非軸対称振動を励振するための電極分割線

- T: 応力
- V: 位相速度 (表 2 または表 3)
- X: 基準化周波数((4), (7), (8)式)
- X_R: 基準化周波数((20)式)
- β: 逆誘電定数
- ε: 誘電定数
- η: 基準化周波数偏差((20)式)
- ρ: 密度
- σ: ポアソン比

(1968 年 8 月 13 日受理)

文献

- 1) 尾上, 十文字: “高結合セラミック振動子の測定法” 信学誌, **50**, 908-913, (1967-5) J. A. S. A. **41**, 974-980 (1967-4)
- 2) 尾上, H. F. Tiersten, A. H. Meitzler: “セラミック振動子の電気機械結合係数測定法” 信学誌, **46**, 330-335, (1963-3) J. A. S. A. **35**, 36-42 (1963-1)
- 3) 丸竹: “円板の半径方向の振動に対する電気機械結合係数について” 小林理研報告, **9**, No. 1-2, 13-16, (1959)
- 4) 丸竹: “電気機械結合係数の近似計算 (I 圧電横効果) 日本音響学会講演論文集, 2-1-18, (1961-5)
- 5) 丸竹: “電気機械結合係数の近似計算 (II 圧電縦効果) 日本音響学会講演論文集, 2-1-19, (1961-5)
- 6) 尾上, 倉地: “円板状圧電セラミック振動子の非軸対称振動” 信学誌, **49**, 104-110 (1966-1)

付録

材料定数間の関係

(1) 弾性定数

$$c = s^{-1}, \quad s = c^{-1}$$

$$c_{11} = \frac{s_{11}s_{33} - s_{12}^2}{(s_{11} - s_{12})(s_{33}(s_{11} + s_{12}) - 2s_{12}^2)} \quad (1-1)$$

$$c_{12} = \frac{-s_{12}s_{33} - s_{12}^2}{(s_{11} - s_{12})(s_{33}(s_{11} + s_{12}) - 2s_{12}^2)} \quad (1-2)$$

$$c_{13} = \frac{-s_{13}}{s_{33}(s_{11} + s_{12}) - 2s_{12}^2} \quad (1-3)$$

$$c_{33} = \frac{s_{11} + s_{12}}{s_{33}(s_{11} + s_{12}) - 2s_{12}^2} \quad (1-4)$$

$$c_{44} = \frac{1}{s_{44}} \quad (1-5)$$

$$c_{66} = \frac{1}{s_{66}} \quad (1-6)$$

(注) 上式における c と s は交換可能である。

$$c^D - c^E = h_1 e = h_1 \epsilon^S h = e_1 \beta^S e$$

$$c_{11}^D - c_{11}^E = c_{12}^D - c_{12}^E = h_{31} e_{31}$$

$$= h_{31}^2 \epsilon_{33}^S = e_{31}^2 \beta_{33}^S \quad (1-7)$$

$$c_{13}^D - c_{13}^E = h_{31} e_{33} = h_{33} e_{31} = h_{31} h_{33} \epsilon_{33}^S$$

$$= e_{31} e_{33} \beta_{33}^S \quad (1-8)$$

$$c_{33}^D - c_{33}^E = h_{33} e_{33} = h_{33}^2 \epsilon_{33}^S = e_{33}^2 \beta_{33}^S \quad (1-9)$$

$$c_{44}^D - c_{44}^E = h_{15} e_{15} = h_{15}^2 \epsilon_{11}^S = e_{15}^2 \beta_{11}^S \quad (1-10)$$

$$c_{66}^D = c_{66}^E \quad (1-11)$$

$$s^E - s^D = d_i g = g_i \epsilon^T g = d_i \beta^T d$$

$$s_{11}^E - s_{11}^D = s_{12}^E - s_{12}^D = d_{31} g_{31} = g_{31}^2 \epsilon_{33}^T$$

$$= d_{31}^2 \beta_{33}^T \quad (1-12)$$

$$s_{13}^E - s_{13}^D = d_{31} g_{33} = d_{33} g_{31} = g_{31} g_{33} \epsilon_{33}^T$$

$$= d_{31} d_{33} \beta_{33}^T \quad (1-13)$$

$$s_{33}^E - s_{33}^D = d_{33} g_{33} = g_{33}^2 \epsilon_{33}^T = d_{33}^2 \beta_{33}^T \quad (1-14)$$

$$s_{44}^E - s_{44}^D = d_{15} g_{15} = g_{15}^2 \epsilon_{11}^T = d_{15}^2 \beta_{11}^T \quad (1-15)$$

$$s_{66}^E = s_{66}^D \quad (1-16)$$

(2) 圧電定数

$$d = \epsilon^T g = e^S E$$

$$d_{31} = \epsilon_{33}^T g_{31} = e_{31}(s_{11}^E + s_{12}^E) + e_{33} s_{13}^E \quad (2-1)$$

$$d_{33} = \epsilon_{33}^T g_{33} = 2e_{31} s_{13}^E + e_{33} s_{33}^E \quad (2-2)$$

$$d_{15} = \epsilon_{11}^T g_{15} = e_{15} s_{44}^E \quad (2-3)$$

$$e = \epsilon^S h = d^C E$$

$$e_{31} = \epsilon_{33}^S h_{31} = d_{31}(c_{11}^E + c_{12}^E) + d_{33} c_{13}^E \quad (2-4)$$

$$e_{33} = \epsilon_{33}^S h_{33} = 2d_{31} c_{13}^E + d_{33} c_{33}^E \quad (2-5)$$

$$e_{15} = \epsilon_{11}^S h_{15} = d_{15} c_{44}^E \quad (2-6)$$

$$g = \beta^T d = h^S D$$

$$g_{31} = \beta_{33}^T d_{31} = h_{31}(s_{11}^D + s_{12}^D) + h_{33} s_{13}^D \quad (2-7)$$

$$g_{33} = \beta_{33}^T d_{33} = 2h_{31} s_{13}^D + h_{33} s_{33}^D \quad (2-8)$$

$$g_{15} = \beta_{11}^T d_{15} = h_{15} s_{44}^D \quad (2-9)$$

$$h = \beta^S e = g^C D$$

$$h_{31} = \beta_{33}^S e_{31} = g_{31}(c_{11}^D + c_{12}^D) + g_{33} c_{13}^D \quad (2-10)$$

(p. 13 へつづく)

$$2 \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \left(n = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \right) \quad (16)$$

となる。

プリュースタレンズと一般の場合の伝送損失を比較してみるとレンズ一枚当たり、

$$\text{プリュースタレンズ} \quad -0.045 \pm 0.005 \text{ dB}$$

$$\text{一般の場合} \quad -0.40 \pm 0.40 \text{ dB}$$

となる。

このレンズの内部損失を微小損失測定法⁷⁾ によって測定すると -0.02 dB 程度であった。

プリュースタレンズのときの損失は、ほとんどこの内部の吸収散乱による損失とプリュースタ角にレンズを設置するときの残留損失によるものと思われる。プリュースタレンズの損失測定は、二つのソーラーセルを使い、一つでレーザパワーをモニターしてそれとの差を読んでレーザの出力変動の影響を防いだ。

8. 結 論

以上のようにくりかえしレンズによるレーザ光の伝送は、光学焦束系の等価回路表現によって十分解析でき、またその設計も容易に行なうことができ、実験結果とも

良く一致する。

また、レンズ伝送で最も問題となるものの一つは伝送損失であるが、これは、プリュースタレンズを採用することによって、反射防止膜をつけなくてもガラスの内部損失のオーダーにまで押えることができ、モードにも悪影響を与えていない。

このことからプリュースタレンズ伝送線路は、レーザ光の伝送線路として十分考慮にあたいするものである。

終わりに、日頃ご指導いただき本所・斉藤教授・浜崎教授ならびに関係各研究室の方々に深く感謝する。

(1968年8月24日受理)

文 献

- 1) 末松, 伊賀: エレクトロニクス, 41年12月号.
- 2) D. W. Berreman: B. STJ July 1964, pp. 1469~1475.
- 3) D. Gloge: B. STJ 46, April 1967, 4, pp. 721~735.
- 4) A. C. Beck: IEEE Trans. MTT July 1967 pp. 433~434.
- 5) 藤井陽一: 生産研究, Vol. 19, No. 1.
- 6) 久保田 広: 光学(上), 岩波, pp. 102~108.
- 7) 藤井, 白石: 昭41年電気連合大会 1012

(p. 7 よりつづく)

$$h_{33} = \beta_{33}^S e_{33} = 2g_{31}c_{13}^D + g_{33}c_{33}^D \quad (2-11)$$

$$h_{15} = \beta_{11}^S e_{15} = g_{15}c_{44}^D \quad (2-12)$$

(3) 誘 電 定 数

$$\epsilon = \beta^{-1}, \quad \beta = \epsilon^{-1}$$

$$\epsilon_{11} = \frac{1}{\beta_{11}} \quad (3-1)$$

$$\epsilon_{33} = \frac{1}{\beta_{33}} \quad (3-2)$$

$$\epsilon^T - \epsilon^S = d e_i = d c^E d_i = e s^E e_i$$

$$\epsilon_{11}^T - \epsilon_{11}^S = d_{15} e_{15} = d_{15}^2 c_{44}^E = e_{15}^2 s_{44}^E \quad (3-3)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{33}^T - \epsilon_{33}^S &= 2d_{31}e_{31} + d_{33}e_{33} \\ &= 2d_{31}^2(c_{11}^E + c_{12}^E) + 4d_{31}d_{33}c_{13}^E \\ &\quad + d_{33}^2c_{33}^E \\ &= 2e_{31}^2(s_{11}^E + s_{12}^E) + 4e_{31}e_{33}s_{13}^E \\ &\quad + e_{33}^2s_{33}^E \end{aligned} \quad (3-4)$$

$$\beta^S - \beta^T = h g_i = h s^D h_i = g c^D g_i$$

$$\beta_{11}^S - \beta_{11}^T = h_{15}g_{15} = h_{15}^2 s_{44}^D = g_{15}^2 c_{44}^D \quad (3-5)$$

$$\beta_{33}^S - \beta_{33}^T = 2h_{31}g_{31} + h_{33}g_{33}$$

$$\begin{aligned} &= 2h_{31}^2(s_{11}^D + s_{12}^D) + 4h_{31}h_{33}s_{13}^D \\ &\quad + h_{33}^2s_{33}^D \\ &= 2g_{31}^2(c_{11}^D + c_{12}^D) + 4g_{31}g_{33}c_{13}^D \\ &\quad + g_{33}^2c_{33}^D \end{aligned} \quad (3-6)$$

(4) 電気機械結合係数

$$(k_{31})^2 = 1 - \frac{s_{11}^D}{s_{11}^E} = \frac{d_{31}^2}{\epsilon_{33}^T s_{11}^E} \quad (4-1)$$

$$(k_p)^2 = 1 - \frac{\epsilon_{33}^S c_{33}^D}{\epsilon_{33}^T c_{33}^E} = \frac{2d_{31}^2}{\epsilon_{33}^T (s_{11}^E + s_{12}^E)} \quad (4-2)$$

$$(k_{33})^2 = 1 - \frac{s_{33}^D}{s_{33}^E} = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E} = \frac{g_{33}^2}{\beta_{33}^T s_{33}^E} \quad (4-3)$$

$$(k_i)^2 = 1 - \frac{c_{33}^E}{c_{33}^D} = \frac{e_{33}^2}{\epsilon_{33}^S c_{33}^D} = \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S c_{33}^D} \quad (4-4)$$

$$\begin{aligned} (k_{15})^2 &= 1 - \frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_{11}^T} = 1 - \frac{s_{44}^D}{s_{44}^E} = 1 - \frac{c_{44}^E}{c_{44}^D} \\ &= \frac{d_{15}^2}{\epsilon_{11}^T s_{44}^E} = \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11}^S c_{44}^D} = \frac{g_{15}^2}{\beta_{11}^T s_{44}^E} = \frac{h_{15}^2}{\beta_{11}^S c_{44}^D} \end{aligned} \quad (4-5)$$

