

動力学的応力解析に対する光弾性学的方法

A New Photoelastic Method of the Dynamic Stress Analysis

岡本 舜三・森地 重暉

Syunzo OKAMOTO and Shigeaki MORICHI

A photoelastic method which analyses stresses in structures during vibration is described. As a photoelastic material, gelatin gel is used. Gelatin gel has high photoelastic sensitivity and low elastic modulus so that it is suitable for dynamic model test of structures and foundations. In the case of three-dimensional analysis, the sandwich-method is adopted. A sandwich in acrylamide gel, with gelatin gel as birefringent layer is produced and a fringe pattern during vibration in the birefringent layer is obtained (Photo-1 and 2). The study is now on the initial stage. So that it is necessary to improve technical device, in order to make the experiment more accurate.

耐震工学上の問題が重要度をますますにしたがい、重量構造物および構造物下の地盤内の動的応力の測定法の確立が切望されてきた。この目的のためにゲル状材料を用いる光弾性実験法により、定常振動状態における2次元および3次元的振動応力を測定する方法について研究した。

ゲル状材料はとくに構造物の自由ならびに強制振動の研究に対して有効である。

1. 実験方法

実験はゲル状材料で作った模型を振動台上にのせて振動せしめ、通常のごとく偏光をあてて撮影を行なう。ゲル状材料を用いると動的現象が遅いため撮影には高速度撮影機を必要とせず、光源の点滅と振動台の振動とを同期させることにより静止写真をとることができる。

2次元的解析の場合、光弾性材料として gelatin gel を用いた¹⁾。gelatin gel は光弾性感度が著しく高く、かつ低弾性率をもつので、質量、慣性の影響が容易に加味でき、模型の共振時周波数をてい減させうるなどの特長がある。

3次元的解析の場合、光弾性感度のない透明ゲルの中に高感度のゲル状材料をサンドウィッチ状に

そう入し、固着して、その部分の3次元応力を測定する方法を採用した(この方法は硬質光弾性材料については J. H. Lambe²⁾, J. W. Dally³⁾ らによって用いられている)。外側の透明な材料として、acrylamide 系のゲルを用い、そう入材料には、gelatin gel を用いた。

acrylamide 系のゲルとしては共重合剤に acrylamide にある種の架橋剤を加えたもの(商品名: 日東 SS)、開始剤に ammonium persulfate、作用促進剤に β -dimethylaminopropionitrile を用いた。ゲルの作り方は次の配合(重量比)で、まず A, B 液をつくる。

A 液 共重合剤: 10, 水: 40, 促進剤: 0.4

B 液 水: 50, 開始剤: 0.5

A, B 液を適当な比で混合するとゲルができる。ゲルの硬軟は A, B 液の比によって、相当地調節できる。

なお、このままではゲルは相当地濁り、光弾性材料として不適当なので、sodium acrylate を A, B 液の混合液にゲル化前に適量加えるとまったく濁りのない、美しい透明無色のゲルが数分にしてでき上がる。この材料の弾性的性質は gelatin gel に似ているが非常にもろいので、供試体製作には慎重を要する(Photo 1, 2)。

2. 応力の算定

(a) 2次元的動的解析の場合 自由境界応力は等色線よりただちに求めうる。内部応力は次のごとき方法によって求めうる。

(1) 定常振動の場合には、適合条件式および運動方

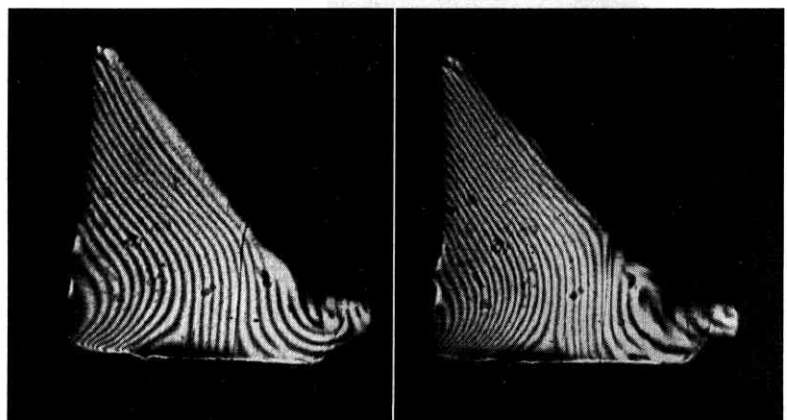
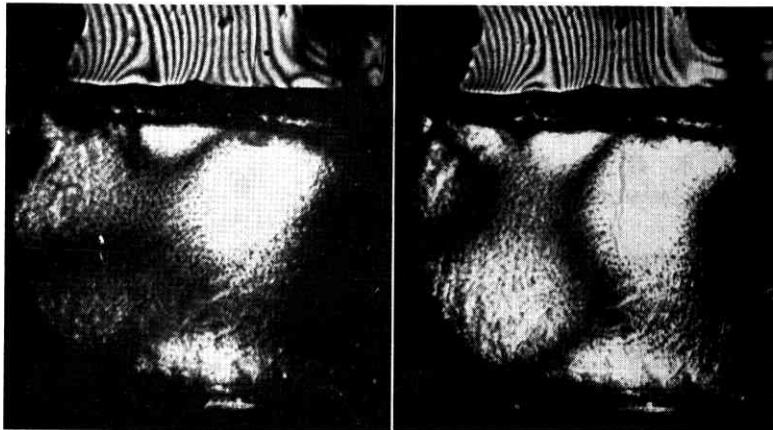


Photo. 1 重力ダム内の振動状態における等色線写真



(a) (b)

Photo. 2 ダム地盤河心部分の振動状態における等色線写真

程式から次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x - \sigma_y) + 4 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} \\ &= - \frac{\rho \omega^2 (1-\nu)^2}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \end{aligned} \quad (1)$$

τ_{xy} , $\sigma_x - \sigma_y$ は等色線および等傾曲線よりただちに得られるので $\sigma_x + \sigma_y$ を知れば、これよりすべての応力成分を求めることができる。

(2) u , v をおのおの x , y 方向の変位とすると運動方程式は

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - g \right) \quad (2)$$

(2)の両式を積分すると

$$\sigma_x = \sigma_{x0} - \sum_i \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta y} \Delta x + \rho \sum_i \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Delta x \quad (3)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} - \sum_i \frac{\Delta \tau_{xy}}{\Delta x} \Delta y + \rho \sum_i \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - g \right) \Delta y \quad (4)$$

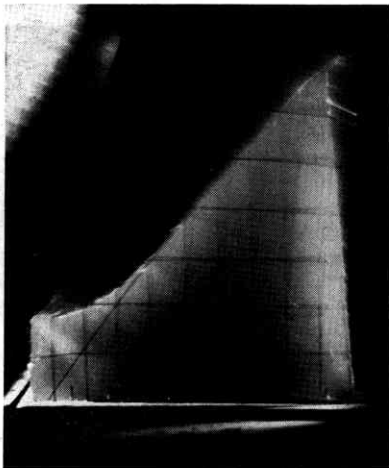


Photo. 3 重力ダム内部における変位測定の一例

ここで σ_{x0} , σ_{y0} は、それぞれ $x=x_0$, $y=y_0$ での σ_x , σ_y の値で、通常自由境界などで、直接実験により得られた値をとる。

本方法では、各点における供試体の加速度を知る必要がある。それは定常振動の場合には供試体のモードより定めうる (Photo 3)。本解析法は τ_{xy} の 1 次微分を使用しているから、加速度が正確に得られれば (1) 式による方法よりも精度はよい。

(b) 3 次元的動的解析の場合

acrylamide 系のゲルは、等色線は

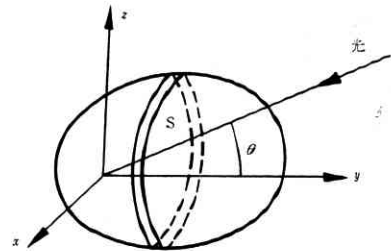


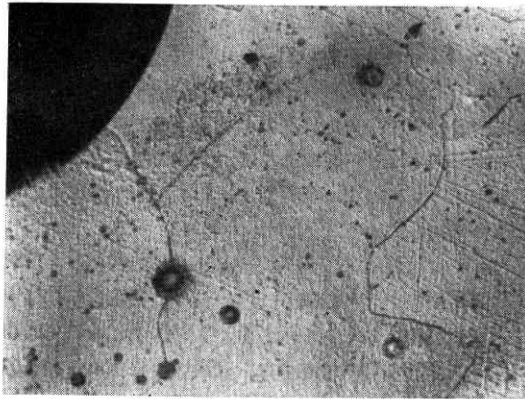
Fig 1

検出されないが等傾曲線は検出されるので、解析面上の等傾曲線を得ることができず、したがって、せん断応力を測定できない。よって斜入射法⁴⁾によってせん断応力を定める。 x , z 面に平行な立体内の一平面 S に注目する。 y , z 面内の光が y 軸と角 θ だけ傾いて S 面に入射するものとする (Fig 1)。この場合 S 面内には光線と直交する面内での主応力差に比例した等色線が得られる。光線と直交する面内での主応力差を σ_θ で表わすと、

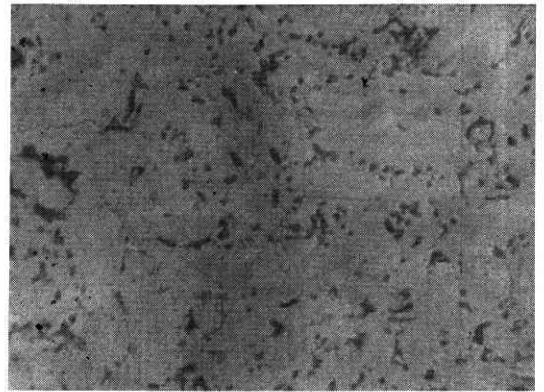
$$\begin{aligned} \sigma_\theta^2 = & [(\sigma_z - \sigma_x) + (\sigma_y - \sigma_z) \sin^2 \theta - \tau_{xy} \sin 2\theta]^2 \\ & + 4[\tau_{xz} \cos \theta - \tau_{yz} \sin \theta]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

よって、5個の異なる θ の下で σ_θ を測定すれば、 τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz} , $\sigma_z - \sigma_x$, $\sigma_y - \sigma_z$ を定めることができる。これより、もし、模型内の加速度を求め得た場合には、(a)の(2)の場合と同様にせん断応力差積分法によりすべての応力を求めることができる。上記の加速度を求め得ない場合は、(1)式と同じ方法により、定常振動に対し主応力差を求めることができる。

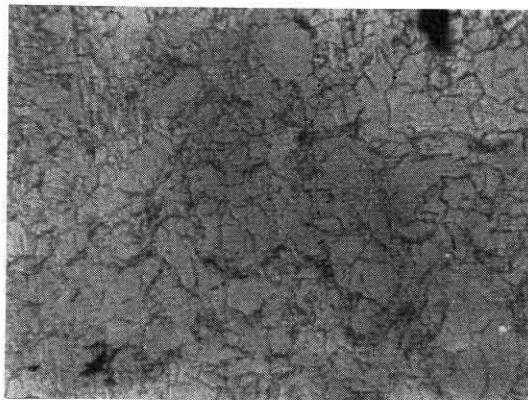
$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_x - \sigma_y) - (\sigma_x - \sigma_z) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} [(\sigma_y - \sigma_z) - (\sigma_x - \sigma_y)] \\ & + \frac{\partial^2}{\partial z^2} [(\sigma_z - \sigma_x) - (\sigma_y - \sigma_z)] \end{aligned}$$



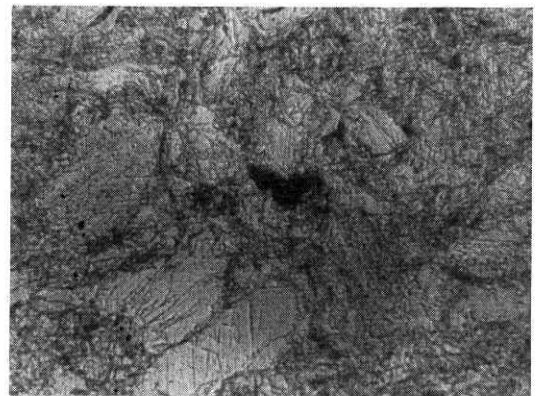
Central molten zone.



Boundary zone between molten zone and sintered zone.



Sintered zone.



Non sintered zone.

Photo. 1 Microstructures of sintered compact.

(Tap. 2, Compacting pressure 530 kg/cm², 175 Amp./g, 5% Nitahl etched)

気孔が肉眼で観察され、さらにこの部分を顕微鏡で観察すると完全な円形の小さなブスタイトが存在していた。点線の閉曲線と実線の閉曲線によってはさまれた部分は気孔の少ない焼結部であり、溶融部と焼結部との境界部には丸味を帯びた気孔が存在し、結晶の異常成長が観察

された。実線の外部はほとんど原形の粉末粒子形状を持つ粗しような組織の未焼結部である。Photo. 1 は極間電圧が 7V (タップ2) の場合の溶融部、溶融部と焼結部の境界部、焼結部および未焼結部のそれぞれの顕微鏡写真である。
(1968年7月2日受理)

(p. 34 よりつづく)

$$+6 \left(\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{zx}}{\partial z \partial x} \right) \\ = -\frac{2\rho}{E} \cdot \omega^2 \cdot \frac{(1-2\nu)^2}{1-\nu} \cdot (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (6)$$

3. 結 び

以上において、ゲル状材料によって定常振動の下での構造物の動的応力を測定する方法を示したが、(1)、(6) 両式は2回微分を含んでいるので、精度ある測定を行なうには相当の創意工夫が今後必要である。この方法の応用として、杭、群杭およびケーソンなど構造物基礎工の問題、地下埋設構造物の問題、岩盤力学上の問題などが考えられる。なお、材料の開発に当たっては今岡教授より

多大のご教示をいただいた。
(1968年7月6日受理)

参考文献

- 1) Yamamoto, M and Morichi, S., "Two-dimensional photoelastic experiment made by gelatine gel" Trans. of J. S. C. E., No. 144, Aug, 1967.
- 2) Lambe, J. H. and Bayomi, S. E. A., "A room temperature photoelastic technique for three-dimensional problems" Proc. Inst. Mech. Engrs. B, Vol. 12, 1952~1953.
- 3) Dally, J. W. and Rilly, W. F., "Initial studies in three-dimensional dynamic photoelasticity" presented at the 5th National U. S. Congress of Applied Mechanics.
- 4) 光弾性実験法：日刊工業新聞社