

# 土地造成設計における最適化について

— 整地高さはどのようにきめればよいか —

Of Optimization Technique for Ground Levelling

中村 英夫\*・村井 俊治\*・田中 総太郎\*

Hideo NAKAMURA, Syunji MURAI and Soutaro TANAKA

近年における土地造成は丘陵地など大規模な土工を必要とする地域での工事を余儀なくしている。そのためこの造成費の中に占める土工費の額は大きく、土木設計の良否は工事の経済性に支配的な影響をおよぼす。ここではこの土工設計における設計方法の合理的なシステムについての著者の考えの概要を述べ、さらに線形計画法により整地高さを決定する方法を示すことにする。

## ま え が き

人口増加と都市の過密化によって生じた地価の高騰と公共用地の不足のため、住宅団地、工場用地あるいは飛行場などの土地造成は、ますます地形条件の悪い地域に計画されてくる。そのために総工事費における土地造成費の占める割合が非常に大きくなってきている。たとえば、最近の大規模な住宅団地である高蔵寺ニュータウン計画の造成面積は約 85 万 m<sup>2</sup>、土工量は 1,100 万 m<sup>3</sup> にもぼっており、土地造成費の開発総投資に占める割合は約 20% であり、宅地造成の調査設計に 4 年を費している<sup>1)</sup>。

このように、大規模な土地造成計画においては、その設計の良否の土地造成費におよぼす影響は非常に大きいにもかかわらず、現在一般に行なわれている設計の方法は、多くの人手と時間を要す割には工事経済上また将来の利用上十分に満足のかゆく解が求められているとは限らないのである。そのため、現在この設計の方法を合理的なものとし、より経済な設計を得るような設計手法の確立がぜひとも必要であると思われる。

土地造成計画の最適化をはかるためには、機械的設計作業を電子計算機により自動化し、さらに個々の小問題における合理的設計方法を開発することにより、全体の計画および設計問題を構成する多くの小問題を有機的にむすびあわせる総合設計システムの確立が不可欠である。本稿では土地造成問題解決の合理化に関する筆者らの考え方を述べ、さらに linear programming を利用して、きわめて基本的な土地造成問題の最適解を得る方法の二、三の例を示した。

## 1. 土地造成設計の合理化

土地造成とは人間社会のある目的のために土地の形質を変更することであり、土地造成工事は本質的には切土または盛土を主体として、土および水を取り扱う工事である<sup>2)</sup>。したがって、土地造成は計画地域の地形、地質など特有の条件に大きく制約される。しかしながら、土

地造成計画は単に切土工または盛土工などの土工に関する計画のみで決定されることはないのであって、交通輸送計画、施設計画、人口計画、地域開発計画、土地利用計画など他の多くの開発計画との密接な関係のもとに検討または修正がくりかえされながら、土地造成計画の最

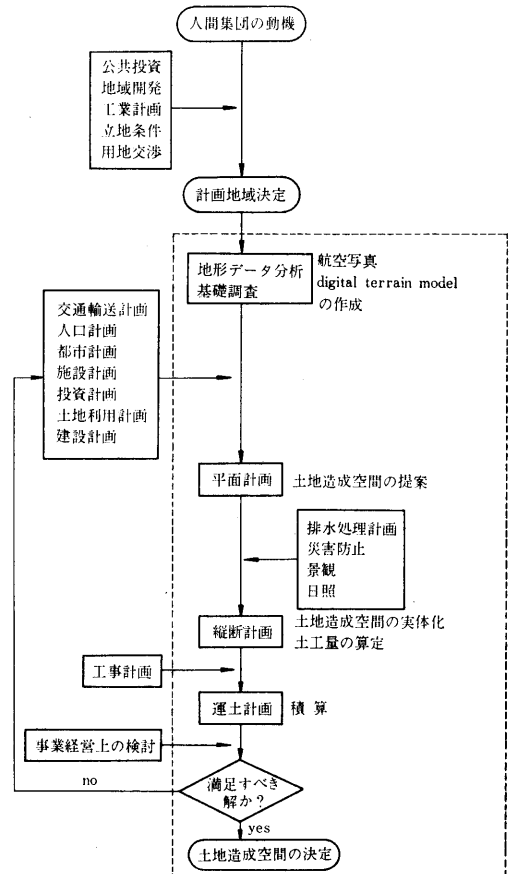


図 1 土地造成設計プロセス

適化への過程が確立されるのである。われわれが取り扱う土地造成計画のプロセスは図 1 のような流れ図で表わすことができる。図のなかの点線でかこんだ部分が、われわれの取り扱う土地造成計画であり、図の左に示した諸要素は土地造成計画と関連して考慮されるべ

\* 東京大学生産技術研究所第 5 部

き他の計画をあらわしている。上に示した流れ図における土地造成計画の各手続きに関する合理化へのアプローチについてまずのべてみよう。

### (1) 地形データ分析

計画区域が決定されたのち、平面計画をたてるまえにその計画区域特有の立地条件を正しく把握しなければならない。この立地条件には、産業の立地、人口構成、地方財政および都市化の方向などの基礎調査資料のほか、地形図、植生、土地利用、流域、地質などの地形データが含まれる。この後者の地形データは調査分析および平面計画をすすめる上での基本資料となるのであり、用地取得を有利に行なうためには、迅速かつ正確にこれを収集しなければならない。地形に関する情報を得るに際して写真測量の利用は、地形状況のみならず、植生、土地利用、流域、地質などの判読を可能とし、また航空写真から、地形をデジタルな形で表現するいわゆる digital terrain model を容易に構成することも可能にする。Digital terrain model は土地造成設計を自動処理する上で不可欠のものであり、これによって機械的な仕事をコンピュータに肩代りさせることができるのである。

### (2) 平面計画

平面計画をたてる場合、交通輸送計画、施設計画、人口計画、地域開発計画および土地利用計画などからその基本構想が作られることの方が多いが、他方、平面計画はその土地のもつ個々の条件を生かした空間配置がなされなければならない。したがって基本構想から得られる平面計画は、(1)でのべた地形データをもとにして決定される縦断計画、運土計画ののちに、多くの分野における評価基準によって再検討され、修正されながら、最適なものと近づけられるべきである。平面計画を制約する要因およびその影響の多様性または複雑さのために、最適平面計画を決定づけるただ一つの目的関数を設定し、それを数式化するのは困難なことであって、各段階における評価と各分野における人間の判断との総合によって最適化への過程が可能となるのである。平面計画を効果的に押し進めるためには、航空写真から光学的立体モデルを作成した上で、基本構想をそのモデル上に作ることも一つの有力な方法であろうし、またコンピュータグラフィックスを応用して、電子計算機と on-line で結ばれたディスプレイ装置の前で、コンピュータと人間とを対話するような形で構想の提案、イメージの表現、解析、評価、修正をくりかえしながら最適平面計画をつくりあげるといったプロセスは今後の設計のあり方を示すものであろう。

このような新しい計画方法とそれを処理する道具があつてはじめて、空間構成、機能および循環組織が有機的に総合された土地造成空間がうまれるのである。

### (3) 縦断計画

縦断計画は平面計画を空間的に実体化する手続きであつて、造成こう配、機能、災害、排水、景観、日照などの制約条件をうける。縦断計画によって土地造成空間は具体化され、土地造成の設計諸元が決定される。この段階における土工量の算定や図面作成などの機械的仕事をコンピュータに行なわせることは、前にのべた digital terrain model を利用すれば容易なことであろう。また最適縦断計画は、土地造成費最小となるような計画高を求めた上で、任意方向からみた透視図をコンピュータにえがかせたり、景観または日照などについての検討および修正の反復を行ないながら進めて行かなければならない。

縦断計画設計の自由度は、その平面計画によって拘束されるが、一方縦断計画における評価規準によって平面計画の再検討へとフィードバックされることを考えると、縦断計画は平面計画に対する応答であると同時に次に行なわれるべきプロセスの問題を提起してくれるのである。

縦断計画の最適手法については 2. でのべられる。

### (4) 工事計画

平面計画および縦断計画が決定されると、工事量が計算され、土地造成工事の方針が検討される。土地造成工事の主体は切土工または盛土工およびその運土計画である。切土量または盛土量は縦断計画が決定された段階で算出されるから、土地造成工事計画に運土計画および建設機械の選定を含んだ工事管理計画が主となる。この工事計画は、事業開発計画、投資計画、および用地買収計画など事業経営上の制約条件をうける。工事計画が完了すると、時間的に変化または発展する要因の検討を含めた総合的な判断を行なうことにより、設計途上で設定した仮説を修正したり、新しい外的条件をつけ加えたりして各段階のプロセスにフィードバックされるのである。

土地造成工事のうちの運土計画についての最適化のアプローチとして linear programming を応用した方法が 2. でのべられる。

## 2. 土地造成問題の最適解法

1. にも述べたように、土地造成問題を完全に数式化し、その数学モデルで最適解を得るということとは不可能である。問題を解決するのに設定された仮説は、外的環境の変化や時間の変化のために普へん的なものではないのであつて、各段階において得られる結果は常に検討され、その評価に従つて前の段階にフィードバックされたり、次の段階に止められたりする。しかしながら各段階において設定された仮説のもとでの最適解を迅速に得ることは、全体の解を得るための検討、評価、修正のプロセスをはやめる上で重要なことであり、人間とコンピュ

一タとの協力によって問題を解くうえにおいても不可欠なことである。

こういう意味で、平面計画が与えられた場合における最適縦断計画をもとめる方法と縦断計画が与えられたときにおける最適運土計画に関する方法について、つぎのべることにする。

(1) 最適縦断計画

1) 計画区域が帯状の場合

土地造成問題のもっとも簡単なモデルとして、たとえば道路などのように計画区域が帯状で与えられる場合を考えよう。いま、平面計画およびそれに対応する地盤高が与えられているとする。このとき、最適縦断計画を次に示すような問題として提起する。

“計画区域  $[x_1, x_n]$  を一平面で整地するとき、整地こう配がある許容こう配の範囲内にあるという制約条件をまもり、かつ切土工費、盛土工費および運土工費の和が最小となるような縦断計画高を求めること”

図 2 に示されるように、計画区域内の地盤高は距離  $x$

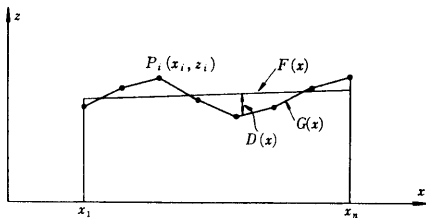


図 2

に対応する  $z$  座標の値、すなわち  $P_i(x_i, z_i)$   $i=1, n$  と与えられるとする。このとき地形モデル  $G(x)$  は  $P_i$  を順次直線で結んだものとする、次のように表わされる。

$$G_i(x) = \frac{x_{i+1}-x}{x_{i+1}-x_i} z_i + \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i} z_{i+1}, \quad (i=1, n-1) \tag{1}$$

また、縦断計画面  $F(x)$  は区域の両端における高さ  $Z_1$  および  $Z_2$  によって、次のようにあらわすことができる。

$$F(x) = \frac{x_n-x}{x_n-x_1} Z_1 + \frac{x-x_1}{x_n-x_1} Z_2 \tag{2}$$

ただし、整地こう配は  $\frac{Z_2-Z_1}{x_n-x_1}$  であるから

$$-t_a \leq \frac{Z_2-Z_1}{x_n-x_1} \leq t_a \tag{3}$$

いま  $D(x)$  を

$$D(x) = G(x) - F(x) \tag{4}$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} D(x) = G(x) - F(x) \geq 0 \text{ のときは切土工} \\ D(x) = G(x) - F(x) < 0 \text{ のときは盛土工} \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

となる。

ここで、切土工となる領域を  $C$ 、盛土工となる領域を  $B$  とすると、全体の切土量  $V_c$  および盛土量  $V_b$  は

$$\left. \begin{aligned} V_c &= \int_C D(x) dx \\ V_b &= \int_B D(x) dx \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

となる。

この積分領域  $C$  および  $B$  は、縦断計画高  $Z_1$  および  $Z_2$  が未知量であるため、(4)式から求めるわけにはゆかない。そこで近似的な積分領域を求めるために、 $Z_1$  および  $Z_2$  の近似値  $Z_1^\circ$  および  $Z_2^\circ$  を与える。こうすると、図 3 からわかるように近似縦断計画面と地形モデル

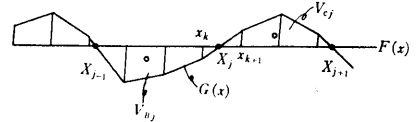


図 3

との交点が得られるから、近似的な積分領域が定まる。

地形モデルと縦断計画面の交点の  $x$  座標を、 $X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_m$  (ただし  $x_1 \leq X_1 < X_2 \dots X_{j-1} < X_j < X_{j+1} \dots X_m \leq x_n$ ) とし、さらにたとえば

$$\begin{aligned} X_j \leq x \leq X_{j+1} \text{ で } D_i(x) \geq 0 \\ X_j \leq x_{k+1} < \dots < x_{k+p} \leq X_{j+1} \\ X_{j-1} \leq x \leq X_j \text{ で } D_i(x) \leq 0 \\ X_{j-1} \leq X_{k-p+1} \dots < x_k \leq X_j \end{aligned}$$

であったとすると、この領域における切土量または盛土量はそれぞれ次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} V_{cj} &= \int_{X_j}^{X_{j+1}} D(x) dx = \int_{X_j}^{x_{k+1}} D_k(x) dx \\ &+ \int_{x_{k+1}}^{x_{k+2}} D_{k+1}(x) dx + \dots + \int_{x_{k+p}}^{X_{j+1}} D_{k+p}(x) dx \\ -V_{bj} &= \int_{X_{j-1}}^{X_j} D(x) dx = \int_{X_{j-1}}^{x_{k-p+1}} D_{k-p+1}(x) dx \\ &+ \int_{x_{k-p+1}}^{x_{k-p+2}} D_{k-p+2}(x) dx + \dots + \int_{x_k}^{X_j} D_k(x) dx \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

一般に

$$\begin{aligned} \int_{x_i}^{x_{i+1}} D_i(x) dx &= \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[ \left\{ \frac{x_{i+1}-x}{x_{i+1}-x_i} z_i + \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i} z_{i+1} \right\} \right. \\ &- \left. \left\{ \frac{x_n-x}{x_n-x_i} Z_1 + \frac{x-x_i}{x_n-x_i} Z_2 \right\} \right] dx \\ &= \frac{1}{2} (z_i + z_{i+1})(x_{i+1} - x_i) \\ &- \frac{x_{i+1}-x_i}{x_n-x_i} \left( x_n - \frac{x_i+x_{i+1}}{2} \right) Z_1 \\ &- \frac{x_{i+1}-x_i}{x_n-x_i} \left( \frac{x_i+x_{i+1}}{2} - x_i \right) Z_2 \end{aligned} \tag{8}$$

であるから (7) 式における  $V_{cj}$ 、 $V_{bj}$  は  $Z_1$ 、 $Z_2$  に関して線形になる。したがって全切土量および盛土量は、 $V_{cj}$  および  $V_{bj}$  を全区域にわたって加えればよい。

次に運土工は三つの場合が考えられる。

- ① 切土を盛土箇所へ運土する。
- ② 切土を捨土場に捨土する。
- ③ 採土場から盛土箇所へ客土する。

いま (7) 式から切土量  $V_{ci}$  が  $p$  箇所、盛土量  $V_{bj}$  が  $q$  箇所求められたとし、それぞれの切土箇所および盛土箇所の重心の座標が近似された計画画面から計算されたとする。

図 4 に示すように  $i$  番目の切土箇所から  $j$  番目の盛土箇所へ運土する量を  $u_{ij}$ 、その重心間距離を  $d_{ij}$ 、 $i$  番目の切土箇所から  $k$  番目の捨土箇所へ捨土量を  $v_{ik}$ 、捨土場までの距離を  $d_{ik}$ 、また  $l$  番目の採土場から  $j$  番目の盛土箇所へ客土する量を  $w_{lj}$ 、その距離を  $d_{lj}$  としよう。

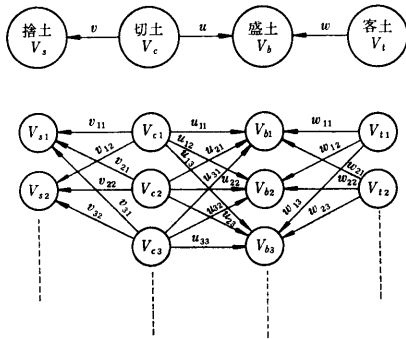


図 4

このとき運土量の平衡方程式は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^q u_{ij} + \sum_{k=1}^r v_{ik} &= \alpha_c V_{ci} \quad (i=1, 2, \dots, p) \\ \sum_{i=1}^p u_{ij} + \sum_{l=1}^s w_{lj} &= \alpha_b V_{bj} \quad (j=1, 2, \dots, q) \end{aligned} \right\} (9)$$

ここで  $\alpha_c, \alpha_b$  は土量換算係数である。

以上のことから、切土工、盛土工および運土工による土地造成費  $F$  は次のようにかくことができる。

$$F = \sum_{i=1}^p K_c V_{ci} + \sum_{j=1}^q K_b V_{bj} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q k_c d_{ij} u_{ij} + \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^r k_s d_{ik} v_{ik} + \sum_{l=1}^s \sum_{j=1}^q k_t d_{lj} w_{lj} \quad (10)$$

ここで  $K_c$ : 切土工単価、 $K_b$ : 盛土工単価、 $k_c, k_s, k_t$ : 単位距離あたりの運土工、捨土工、客土工単価

(10) 式は未知量  $Z_1, Z_2$  および  $u_{ij}, v_{ik}, w_{lj}$  に対して線形であるから、 $F$  の最小値に (3) 式および (9) 式の線形の制約式のもとに、linear programming によって求めることができる。こうして求められた  $Z_1$  および  $Z_2$  を第 2 近似値として以上の手続きを、土地造成費の変化が無視できるまでくりかえす。最終的に得られた  $Z_1$  および  $Z_2$  が最適縦断計画画面を与える。

縦断計画画面が数箇所に変化する場合、そのこう配が変化する位置の  $x$  座標が与えられれば、それに対応する最適縦断計画高  $z$  は前にのべた方法を重ね合わせることによ

り求めることができる。

2) 計画区域が平面的にひろがりをもつ場合

土地造成問題においては、1) であつたような帯状の計画区域ばかりでなく、平面的にひろがりをもつ場合が多い。このとき、切土工、盛土工および運土工をとともに考えた数学モデルを作ると、未知数が非常に多くなり、広い地域の最適縦断計画を論ずることは実用的に不可能である。そこで問題を二つに分け、まず切土工および盛土工による土工費が最小となるような縦断計画を立て、つぎにその切土または盛土の運土工費が最小になる運土計画をたてることにする。

いま、与えられる平面計画地域を面積  $A$  に小分割する。この分割されたブロックは、一つの地盤高  $H$  で代表できるものとし、整地すべき計画高を  $Z$  とする。ここで、計画区域が格子行列型であるとする、切土量  $V_{cij}$ 、および盛土量  $V_{bij}$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} H_{ij} - Z_{ij} \geq 0 \quad &\text{のとき} \quad V_{cij} = A_{ij}(H_{ij} - Z_{ij}) \\ &V_{bij} = 0 \\ H_{ij} - Z_{ij} < 0 \quad &\text{のとき} \quad V_{cij} = 0 \\ &V_{bij} = -A_{ij}(H_{ij} - Z_{ij}) \end{aligned} \right\} (11)$$

したがって、ここでいう最高縦断計画とは、整地こう配が許容整地こう配より小さく、かつ切盛土量がつかうという制約のもとに、土工費

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (K_c V_{cij} + K_b V_{bij}) \quad (12)$$

ここで  $K_c$  は切土工単価、 $K_b$  は盛土工単価が、最小となるような計画高  $Z_{ij}$  を求めることになる。しかしながら、(12) 式における  $V_{cij}$  および  $V_{bij}$  は (11) 式に示すように未知数  $Z$  に関する不等式の判定があるために、このままでは一つの連続関数として表現することはできない。この問題は、次に示すような linear programming の問題におきかえることによって解決することができる<sup>3)</sup>。すなわち、二つの非負の助変数  $U, W$  を用いて

$$H - Z = U - W, \quad U, W \geq 0 \quad (13)$$

とおいたとき、

$$|H - Z| = \min(U + W) \quad (14)$$

であり、しかもこのときの解  $U, W$  は

$$\left. \begin{aligned} V_c &= AU \\ V_b &= AW \end{aligned} \right\} (15)$$

となっている。(14) 式において、正の係数  $K_c, K_b$  を用いれば、

$$|H - Z| = \min(K_c U + K_b W) \quad (16)$$

としても、得られる解は同じである。

以上のことから、(11) 式および (12) 式は次に示すような linear programming の問題におきかえられる。

$$H_{ij} - Z_{ij} = U_{ij} - W_{ij}, \quad U_{ij} \geq 0, \quad W_{ij} \geq 0 \quad (17)$$



研究速報

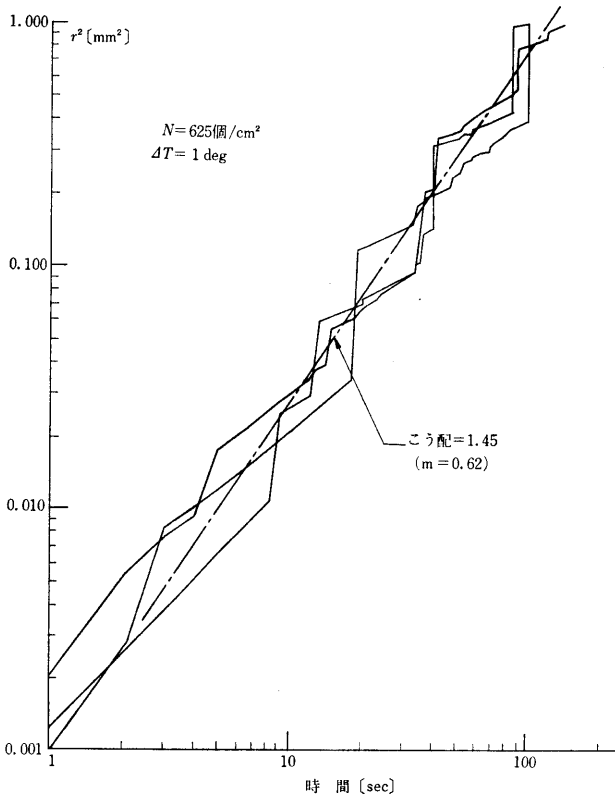


図 3

$$r^{2-m} = \frac{b(2-m)}{2} t \quad (15)$$

あるいは

$$r^2 = \left[ \frac{b(2-m)}{2} t \right]^{\frac{2}{2-m}} \quad (16)$$

となる。したがって、図 1 あるいは図 2 の線群が、平均的に

$$r^2 = B t^{m'} \quad (17)$$

という形で表わされるものとすれば、指数  $m'$  とパラメータ  $m$  との間に

$$m' = \frac{2}{2-m} \quad (18)$$

という関係があることになり、 $m$  を求めることができる。

(p. 21 よりつづく)

むすび

土地造成問題は、その複雑性のゆえに、常に数学的モデルを組み得るとは限らない。土地造成設計を合理化するためには、各設計段階における設計プロセスを自動化するとともに、人間の判断決定によって前の段階にフィードバックする方法をとらなければならない。このように、土地造成問題を解くには人間と機械が協力しあって設計をすすめる方式の確立がぜひとも必要なことであ

実際に指数  $m'$  を求めるには、成長曲線群を両対数方眼紙にプロットする方がよい。図 3 は図 2 の縦横軸を対数目盛にしてプロットし直したもので、図中に引いた平均こう配線(鎖線)の傾斜から  $m'=1.45$ 、したがって  $m=0.62$  であることがわかる。

4. 結び

滴状凝縮過程における液滴の合体のように、まったく不規則・不連続な現象を解析することは、従来非常にやっかいなことであったが、既報および本報で示したようにデジタル計算機を活用することによって多くの問題の解決が可能になると考えられる。

本報は、滴状凝縮のサイクルの中での合体過程だけを一つのまとまった形で表現しようという試みであるが、これによって、筆者らがこれまで続けてきた滴状凝縮過程全体のシミュレーション法の欠陥、すなわちきわめて多数の液滴を扱うのに要する膨大な計算時間、をある程度改善できる見通しがついた。

しかし、この方法の有効性を十分に発揮させるためには、依然として現在に数十倍する計算量が必要であり、計算の裏付けとなる実験データの蓄積とともに、筆者らの滴状凝縮研究の進展のための重要な課題でもある。 (1968年5月29日受理)

文 献

- 1) 棚沢一郎, 宮沢忠男: 生産研究, 20-3 (1968), 136.
- 2) 橋 藤雄, 棚沢一郎: 第5回日本伝熱シンポジウム講演論文集 (1968).
- 3) Fatica, N. and D.L. Katz: Chem. Engng. Progr. 45 (1949), 661.
- 4) Umur, A. and P. Griffith: Dept. of Mech. Engng. MIT, Report No. 9041-25 (1963).
- 5) Le Fevre, E. J. and J. W. Rose: 3d Int. Heat Transfer Conf., '66 Chicago (1966).
- 6) Le Fevre, E. J. and J. W. Rose: Int. J. Heat Mass Transfer, 10 (1967), 755.

る。そのためには、景観、日照などの問題において視覚を通じて設計をすすめることのできるコンピュータグラフィックスの開発が必要となるであろう。本文でのべたような最適解法とこのコンピュータグラフィックスを組み合わせた設計システムの開発は今後の課題ともいえる。 (1968年6月10日受理)

参考文献

- 1) 高山英華編: 高蔵寺ニュータウン計画, 鹿島出版
- 2) 日本建築士会連合会: 宅地造成等規制法とその解説
- 3) System Engineering Handbook: McGraw-Hill