研　究　速　報

UDC 624.072.33.043 : 624.014.27

二重に連結したH形配管系の遷移行列法による解析の一提案

A Suggestion on the Way of Analysis of Double Bridged H-shape Piping Systems using Transfer Matrix Method

柴　田　　碧
Heki SHIBATA

1. はしがき

ループをなした管系の特性を遷移行列法で求めることは，枝状をした系に比べ，やや困難である．その原因は並列した系を束ねて一つの遷移行列とする演算が繁雑であるからである．たとえば2系を並列にした場合について示すと式（2）のようになる．ここでは図1にあるような並列した系の解析を，行列の大きさを拡大することにより，式（2）などを使うことを避けて比較的かんたんに行なえることを示す．

2. 行列の拡大

在来の方法では図2のように A→d をおもな系にとり* $\widehat{Bc}$ を二重系と考え，$\widehat{CD}$ および $\widehat{ba}$ をそれぞれ分岐系とする．この方法では分岐系についてのばね行列（図3および式(1)）を求めること，および $\widehat{BCc}$ と $\widehat{Bbc}$ を束ねて一つの遷移行列（図4および式(2)）とする過程が複雑で，逆行列を求める操作も多い．

行列を四分割して

$$M=\begin{pmatrix} M_d & M_{df} \\ M_{fd} & M_f \end{pmatrix}$$

で現わすと分岐部（図3）では

$$M_b=\begin{pmatrix} E & 0 \\ (M_{df}^{-1}M_d) & E \end{pmatrix} \qquad (1)$$

また束状部（図4）では

$$M_b=\begin{pmatrix} (M_{df,1}^{-1}+M_{df,2}^{-1})^{-1} (M_{df,1}^{-1}M_{d,1}+M_{df,2}^{-1}M_{d,2}), & (M_{df,1}^{-1}+M_{df,2}^{-1})^{-1} \\ \begin{aligned} &(M_{fd,1}-M_{f,1}M_{df,1}^{-1}M_{d,1}) \\ &+(M_{fd,2}-M_{f,2}M_{df,2}^{-1}M_{d,2}) \\ &+(M_{f,1}M_{df,1}^{-1}+M_{f,2}M_{df,2}^{-1}) \\ &\cdot(M_{df,1}^{-1}+M_{df,2}^{-1})^{-1} \\ &\cdot(M_{df,1}^{-1}M_{d,1}+M_{df,2}^{-1}M_{d,2}), \end{aligned} & \begin{aligned} &(M_{f,1}M_{df,1}^{-1}+M_{f,2}M_{df,2}^{-1}) \\ &\cdot(M_{df,1}^{-1}+M_{df,2}^{-1})^{-1} \end{aligned} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

となる．

そこでAにおける状態ベクトル $\begin{pmatrix} q_A \\ Q_A \end{pmatrix}$ とaにおける状態ベクトル $\begin{pmatrix} q_a \\ Q_a \end{pmatrix}$ を一元化して考える．ただし q は変位ベクトル，Q は力ベクトルとする．図1で各区間の遷移行列が→の方向で与えられており，12行12列であるとする．上述のように一元化した状態ベクトルについては↗

$$\begin{pmatrix} q_B \\ q_b \\ Q_{B-} \\ Q_{b-} \end{pmatrix} = M_{AB} \begin{pmatrix} q_A \\ q_a \\ Q_A \\ Q_a \end{pmatrix} \qquad (3)$$

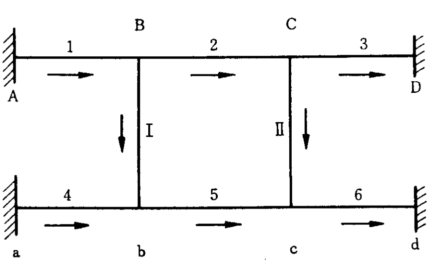

図 1

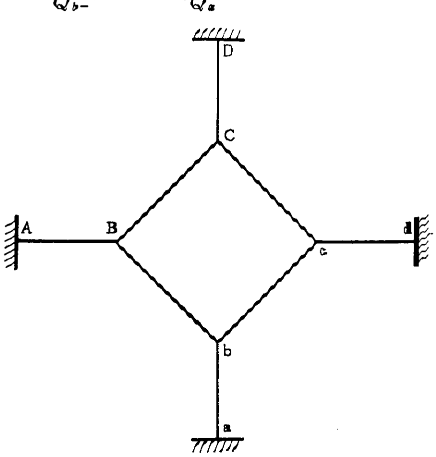

図 2

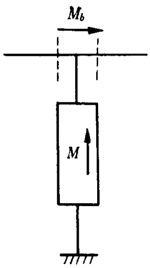

図 3

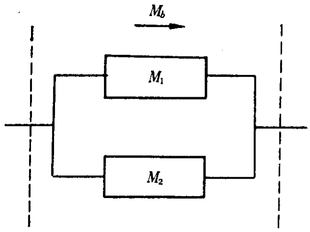

図 4

と $M_{AB}(24\times 24)$ のように遷移行列を拡大することによって記述することができる．ただし M_{AB} は図 1 の M_1 および M_4 をはめ込んで作る．

$$M_{AB}=\begin{pmatrix} M_{d1} & 0 & M_{df1} & 0 \\ 0 & M_{d4} & 0 & M_{df4} \\ M_{fd1} & 0 & M_{f1} & 0 \\ 0 & M_{fd4} & 0 & M_{f4} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

このようにして M_{BC}, M_{CD} も求まるのであとは橋の架っている部分の遷移行列 M_{JB} と M_{JC} を求めればよい．図 5 のように両側をそれぞれ－，＋で表わし架橋の遷移行列を M_I とするならば次のようにして求まる．

3.　架橋部の行列

B および b の力の平衡関係から

$$\begin{pmatrix} q_B \\ Q_{B-} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} q_B \\ Q_{B+}+Q_{BI} \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} q_b \\ Q_{b+} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} q_b \\ Q_{b-}+Q_{bI} \end{pmatrix} \tag{5}$$

M_I を四分割して B と b の状態ベクトルの関係を記すと

$$\begin{pmatrix} q_b \\ Q_{bI} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} M_d & M_{df} \\ M_{fd} & M_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q_B \\ Q_{BI} \end{pmatrix} \tag{6}$$

ただし Q_{BI}, Q_{bI} は架橋部の力ベクトルである．

$$\begin{pmatrix} q_B \\ q_b \\ Q_{B+} \\ Q_{b+} \end{pmatrix}=M_{JB}\begin{pmatrix} q_B \\ q_b \\ Q_{B-} \\ Q_{b-} \end{pmatrix} \tag{7}$$

が遷移行列の定義となる．力ベクトルの関係は

$$\begin{cases} Q_{B+}=Q_{B-}-Q_{BI} \\ Q_{b+}=Q_{b-}+Q_{bI} \end{cases} \tag{8}$$

であり式（6）から

$$\begin{cases} q_b=M_d q_B+M_{df} Q_{BI} \\ Q_{bI}=M_{fd} q_B+M_f Q_{BI} \end{cases}$$

となる．Q_{BI}, Q_{bI} について，これを解くと

$$\begin{cases} Q_{BI}=M_{df}^{-1}q_b-M_{df}^{-1}M_d q_B \\ Q_{bI}=M_f M_{df}^{-1}q_b-(M_f M_{df}^{-1}M_d-M_{fd})q_B. \end{cases} \tag{9}$$

これと式（8）から

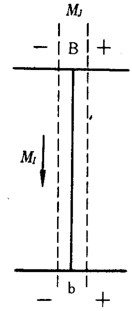

図 5

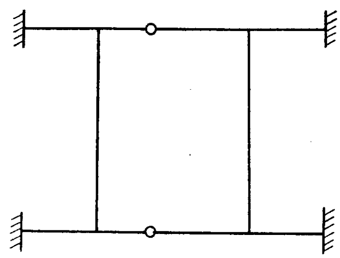

図 6

$$M_{JB}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ M_{df}^{-1}M_d, & -M_{df}^{-1}, & 1 & 0 \\ M_{fd}+M_{df}^{-1}M_f M_d, & M_f M_{df}^{-1}, & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

M_{JC} についても同様である．

4.　ま　と　め

このようにして M_{JB} と M_{JC}，またはめ込みで M_{AB}, M_{BC}, M_{CD} が求まれば，これらを連乗して全体の遷移行列 M が 24 行24 列の行列として得られる．両端（A, a）と（D, d）の境界条件により選んだ四分割行列（12×12）が固有値方程式となり，あとは同様に Holzer 法などを用いて，固有値と支持条件を求めることができる．さらに系の構成が複雑になれば（36×36）など三重，四重に拡大すればよい．多くの場合（12×12）でも処理は可能であるが並列部が交差したり，あるいは複数の部分境界が中間部にある場合（図 6）には，何重かにした方が解きやすいと思われる．

なお本解法は実際には試みていないが，この方面の文献でこのような考え方について触れているものを見ないように思われるのでひとまず提案する次第である．

最後に，この提案についてご討論いただいた川井研・吉村助手に感謝する．　(1968 年 4 月 16 日受理)

追記；本稿の考え方を早稲田大学・奥村教授にお話したところ，すでに文献 (1) にこの考え方を述べ，また同研究室での卒業研究として，構造解析に使われているとのご指摘をいただいた．文献 (1) については，考え方のみが記されているので，ここでは定式化したということで，そのまま掲載することとした．ご助言に厚く感謝する．

(1968 年 7 月 4 日)

文　献

（1） Okumura, A.: *Memories of the School of Science and Eng'g.*, (Waseda Univ.) No. 21, p. 18, (1957).