研究速報

UDC 536.423.4

滴状凝縮過程における液滴の合体成長について

Model for Drop Growth by Coalescence during Dropwise Condensation

棚沢一郎
Ichiro TANASAWA

1. 序論

滴状凝縮を行なっている伝熱面を観察すると，面上にある数多くの液滴がかなりの速さで成長していく様子が見られるが，この液滴の成長の仕方には二通りあることがわかる．その一つは，液滴に蒸気が直接凝縮することによる成長(凝縮成長)であり，もう一つは隣り合った液滴どうしが合体することによる成長(合体成長)である．

実際の凝縮面上での液滴の発生・離脱のサイクルにおいて，液滴がきわめて小さい間は，主として凝縮成長によって滴径が増大すると考えられるが，滴径がある程度以上になると，たえず隣接する液滴と合体を繰り返し，この合体成長による滴径増加が成長速度を支配するようになる．

ところで，現在までのところ，液滴の凝縮成長についてはいくつかの理論解析の結果が発表されているが，合体成長については，それが一種の不規則事象的性格をもっているために解析的取扱いが行なわれていなかった．筆者らはすでに，滴状凝縮過程の解明のために，ディジタル計算機によるシミュレーションを行なうことが非常に有力な手段であることを発表したが[1)2)]，液滴の合体成長に関しても類似の手法を用いることが可能であると考え，そのための予備的な考察および計算に着手した．

2. 合体成長の理論

まず，伝熱面上の液滴が合体を行なうことなく成長する場合，すなわち凝縮成長だけが起こっている場合の滴径の時間変化については，これまでにいくつかの解析結果が発表されているが[3)4)]，ごく簡単には，液滴の表面積の増加速度が時間に関して一定であると考えてよい．すなわち

$$\frac{dr^2}{dt}=K_0(=const.) \qquad (1)$$

が成立する．したがって液滴の体積 (V) の増加速度(凝縮速度) は

$$\frac{dV}{dt}=\frac{3}{2}aK_0r \qquad (2)$$

となる．ただし，a は滴の体積と半径とを関係づける係数 ($V=ar^3$) である．

これに対して，合体を行ないながら液滴が成長する場合については

$$\frac{dr^2}{dt}=br^m \qquad (3)$$

と書くことができるものと仮定する．この場合，実際には，滴径は合体が起こるたびごとに不連続的に変化するから，厳密には式 (3) の関係が成立しないが，合体の時間的な間隔にくらべて十分に長い時間をとって現象を平滑化して眺めたとすれば，式 (3) を仮定してもよいと考えられる．ただし，式 (3) の右辺の b および m は，時間に関しては一定であるとする．

そうすると，まず

$$\frac{dV}{dt}=\frac{3}{2}abr^{m+1} \qquad (4)$$

が得られる．単位面積当たりの凝縮速度 (dV_c/dt) は，面内の全液滴についての dV/dt を加え合わせたものになるから

$$\frac{dV_c}{dt}=\sum\frac{dV}{dt}=\frac{3}{2}ab\sum r^{m+1} \qquad (5)$$

($\sum$: 単位面積内の全液滴についての総和)

である．ここで，凝縮面上にある液滴の半径の分布が関数 $N(r)$ で表わされると考える．すなわち，半径が r と $r+dr$ の間にある液滴の単位面積当たりの数を $N(r)dr$ とする．そうすると，式 (5) は

$$\frac{dV_c}{dt}=\frac{3}{2}ab\int_0^{R_f}r^{m+1}N(r)dr \qquad (6)$$

となる．ただし，R_f は面上に存在する液滴の最大半径(落下限界径) である．

ところで，Le Fevre と Rose の観察結果[5)6)]によれば，凝縮面のうちで，半径が r から R_f までの液滴でおおわれている部分の面積の割合は

$$\alpha\left(\frac{r}{R_f}\right)=1-\left(\frac{r}{R_f}\right)^{1/n} \qquad (7)$$

で表わされる．ここで，n は定数で 2～3 の値をとる(最近の報告では $n=2$ としている)．

式 (7) を用いて，半径が r から $r+dr$ までの液滴でおおわれている面積の割合を計算すると

$$\alpha\left(\frac{r}{R_f}\right)-\alpha\left(\frac{r+dr}{R_f}\right)=\frac{r^{1/n-1}}{nR_f^{1/n}}dr \qquad (8)$$

となる．一方，滴径分布関数 $N(r)$ を用いれば，上の値は $\pi r^2\cdot N(r)dr$ に等しくなるから

$$\frac{r^{1/n-1}}{nR_f^{1/n}}dr=\pi r^2\cdot N(r)dr \qquad (9)$$

したがって

$$N(r)=\frac{r^{1/n-3}}{\pi nR_f^{1/n}} \qquad (10)$$

が得られる．この式 (10) の関係を式 (6) に代入すると

$$\frac{dV_c}{dt}=\frac{3ab}{2\pi nR_f^{1/n}}\int_0^{R_f} r^{m+1/n-2}dr \qquad (11)$$

式 (11) の右辺の定積分は，r に付いている指数が -1 より大きくない場合には発散するが，これは実際の伝熱面上での合体成長においては，必ず指数が -1 より大きくなるような m の値，すなわち

$$m>1-\frac{1}{n} \qquad (12)$$

が実現されていることを意味するものと考えられる．

式 (12) の条件が満たされている場合には，式 (11) は

$$\frac{dV_c}{dt}=\frac{3ab\,R_f^{m-1}}{2\pi n(m+1/n-1)} \qquad (13)$$

となる．

式 (13) は，落下限界径 R_f および合体成長のパラメータ b, m と凝縮速度との関係を表わすもので

$1>m>1-1/n$ なら，凝縮速度は R_f とともに減少し，

$m=1$ なら，凝縮速度は R_f に無関係であり，

$m>1$ なら，凝縮速度は R_f とともに増大する，

ことがわかる．

3. 合体成長の計算

上に示したような解析を，実際の滴状凝縮過程に適用するには，合体成長のパラメータ m がどの程度の値をとるかを知る必要がある．そのための最も直接的な方法は，凝縮面上での液滴の挙動を高速度写真撮影によって捉えることであろうが，実際の液滴は初めはきわめて微小なものであり，その合体にともなう動きを追跡することは容易でない．このような目的には，筆者らがすでに発表したディジタル計算機によるシミュレーションの方法を用いるのが最も有効であると思われる．

合体成長の過程を計算機によって再現させる方法は，既報のシミュレーションの場合とほとんど変わらない．ただ，今度の場合は合体成長を行なう 1 個の液滴に着目すればよいから，その液滴の凝縮面上の位置を座標の原点にとり，その周囲に不規則に分布している液滴発生点上の液滴との間で行なわれる合体成長を考えることにした．また計算を行なう伝熱面の大きさは，一辺が $4R_f$ の正方形としたが，これは二つの液滴の中心間の距離が R_f の 2 倍以上離れていれば互いに影響を及ぼし合うことはないと考えられるからである(細かく考えれば，この範囲外の液滴が合体によって入り込んでくる可能性もある)．

図 1 および図 2 は，合体成長を考慮に入れた場合の滴径の 2 乗の時間的変化を上述の方法で計算した結果であり，それぞれ五通りの発生点分布について計算してある．発生点分布の不規則さに対応して，合体成長の経路にもかなりの変動がみられるが，発生点密度 N が大きくなって行くにしたがって成長曲線群のばらつきは小さくなる．もし，図 1 あるいは図 2 の滴径変化曲線群を一本の単調な曲線で代表させることができれば，それから合体成長のパラメータ m を定めることができる．すなわち，式 (3) を積分すると

$$r^{2-m}=\frac{b(2-m)}{2}t+const. \qquad (14)$$

が得られるが，$t=0$ で $r\approx 0$ という初期条件を用いると

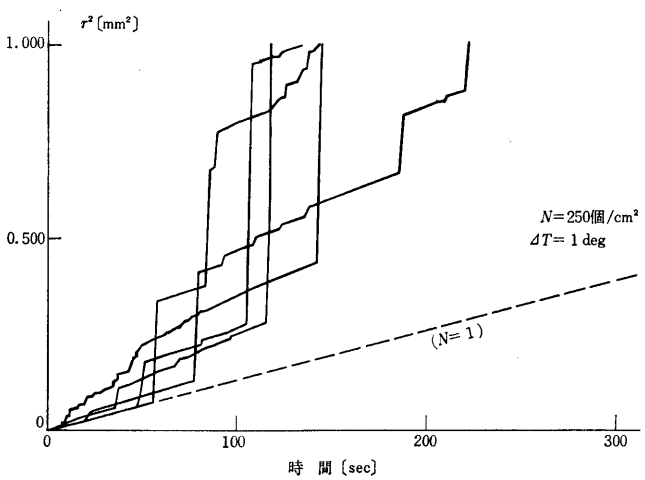

図 1

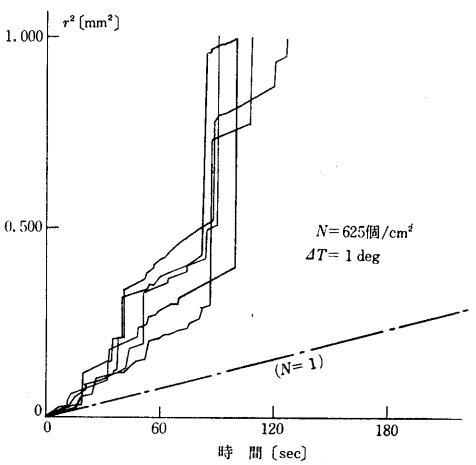

図 2

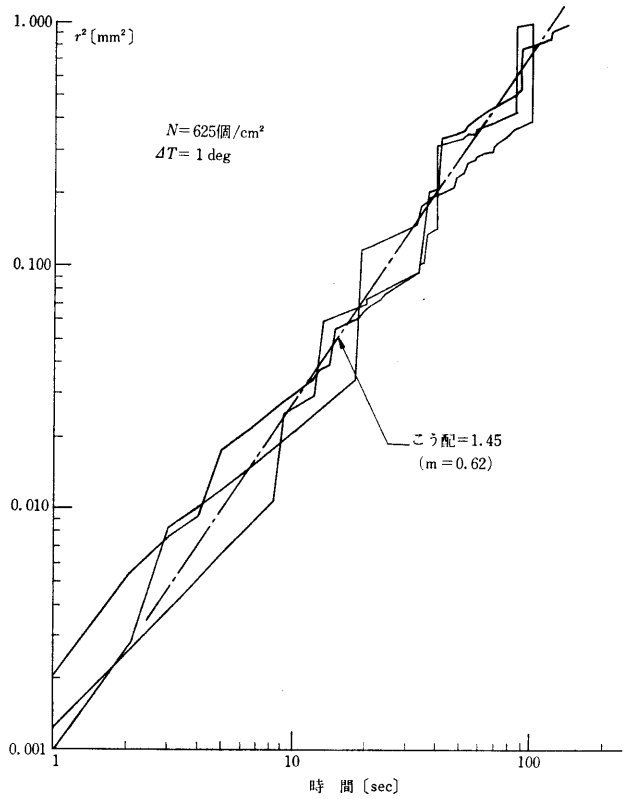

図 3

$$r^{2-m}=\frac{b(2-m)}{2}t \qquad (15)$$

あるいは

$$r^2=\left[\frac{b(2-m)}{2}t\right]^{\frac{2}{2-m}} \qquad (16)$$

となる．したがって，図1あるいは図2の線群が，平均的に

$$r^2=Bt^{m'} \qquad (17)$$

という形で表わされるものとすれば，指数 m' とパラメータ m との間に

$$m'=\frac{2}{2-m} \qquad (18)$$

という関係があることになり，mを求めることができる．

実際に指数 m' を求めるには，成長曲線群を両対数方眼紙にプロットする方がよい．図3は図2の縦横軸を対数目盛にしてプロットし直したもので，図中に引いた平均こう配線(鎖線)の傾斜から $m'=1.45$，したがって $m=0.62$ であることがわかる．

4. 結び

滴状凝縮過程における液滴の合体のように，まったく不規則・不連続な現象を解析することは，従来非常にやっかいなこととされていたが，既報および本報で示したようにディジタル計算機を活用することによって多くの問題の解決が可能になると考えられる．

本報は，滴状凝縮のサイクルの中での合体過程だけを一つのまとまった形で表現しようという試みであるが，これによって，筆者らがこれまで続けてきた滴状凝縮過程全体のシミュレーション法の欠陥，すなわちきわめて多数の液滴を扱うのに要する膨大な計算時間，をある程度改善できる見通しがついた．

しかし，この方法の有効性を十分に発揮させるためには，依然として現在に数十倍する計算量が必要であり，計算の裏付けとなる実験データの蓄積とともに，筆者らの滴状凝縮研究の進展のための重要な課題でもある．

(1968年5月29日受理)

文献

1) 棚沢一郎，宮沢忠男：生産研究，**20**−3 (1968)，136.
2) 橘 藤雄，棚沢一郎：第5回日本伝熱シンポジウム講演論文集 (1968).
3) Fatica, N. and D. L. Katz: Chem. Engng. Progr. **45** (1949), 661.
4) Umur, A. and P. Griffith: Dept. of Mech. Engng, MIT, Report No. 9041-25 (1963).
5) Le Fevre, E. J. and J. W. Rose: 3d Int. Heat Transfer Conf., '66 Chicago (1966).
6) Le Fevre, E. J. and J. W. Rose: Int. J Heat Mass Transfer, **10** (1967), 755.

(p. 21 よりつづく)

むすび

土地造成問題は，その複雑性のゆえに，常に数学的モデルを組み得るとは限らない．土地造成設計を合理化するためには，各設計段階における設計プロセスを自動化するとともに，人間の判断決定によって前の段階にフィードバックする方法をとらなければならない．このように，土地造成問題を解くには人間と機械が協力しあって設計をすすめる方式の確立がぜひとも必要なことである．そのためには，景観，日照などの問題において視覚を通じて設計をすすめることのできるコンピュータグラフィックスの開発が必要となるであろう．本文でのべたような最適解法とこのコンピュータグラフィックスを組みあわせた設計システムの開発は今後の課題ともいえる．

(1968年6月10日受理)

参考文献

1) 高山英華編：高蔵寺ニュータウン計画，鹿島出版
2) 日本建築士会連合会：宅地造成等規制法とその解説
3) System Engineering Handbook: McGraw-Hill