研　究　速　報

UDC 621.771.63.011

ロールフォーミングに関する解析的研究　第2報

—板の2次元塑性曲げとそれに種々のひずみが重なった場合の応力分布—

Analytical Study on Cold Roll Forming 2
——Stress Distribution in Deformed Plate under (the Combined Action of) Two-Dimensional Plastic Bending Strain and other Various Strains——

木　内　学
Manabu KIUCHI

1. ま え が き

ロールフォーミングの変形過程における素材の変形形態に対応する応力分布の解析として，第1報では板の y (幅)方向1次元塑性曲げに $x\cdot y\cdot z$ の3方向から伸び・圧縮ひずみが重なる場合を扱った．実際の変形過程においては，素材は x (長手) 方向に凹凸いずれかのロールになじむことにより，y 方向の曲げひずみのほかに x 方向の曲げひずみも受け，この $y\cdot x$ 2方向曲げに $x\cdot y\cdot z$ の3方向から伸び・圧縮ひずみが重なる．

本報においても解析の対象を素材の実際にロールに噛まれている比較的狭い領域に限定し，そこで素材が受けている変形の諸形態を箇別的にとりあげ，対応する応力状態を検討することにより，付加的ひずみ成分が目的とする幅方向曲げ変形に与える影響を解析的に求めた．

2. 仮定および基礎関係式

解析を進めるに際して次の仮定を用いる．(1): 曲げ・圧縮・伸びのひずみ径路を指定し各変形段階では常に平面ひずみの条件が満たされる．(2): z 方向圧縮変形過程では y 方向の変形は拘束される．(3): せん断力成分は考慮しない．(4): 曲げ変形に伴う中立面の移動は無視する．(5): ひずみは常に体積一定の条件を満たす．(6): 素材の単純引張り・圧縮の応力-ひずみ曲線は相等しい．

用いる基礎関係式は次のとおりである．

(1)　曲げひずみ; y 方向曲げ

$$e_{xb}{}^{y}=0\cdot e_{yb}{}^{y}=\log(1+\eta/\rho_y)\cdot e_{zb}{}^{y}=-e_{yb}{}^{y}$$

x 方向曲げ

$$e_{xb}{}^{x}=\log(1-\eta/\rho_x)\cdot e_{yb}{}^{x}=0\cdot e_{zb}{}^{x}=-e_{xb}{}^{x}$$

(2)応力—ひずみ関係式; 全ひずみ理論 $e_{ij}=\dfrac{3}{2}\sigma_{ij}'\cdot f$

ひずみ増分論 $de_{ij}=\dfrac{3}{2}\sigma_{ij}'\cdot df$

(3)　相当応力 σ_{eq} の定義式;

$$\sigma_{eq}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{ii}-\sigma_{jj})^2}$$

(4)　塑性係数 f の定義式;

$$f=(\sigma_{eq}-\sigma_e)^n F^{-n}\sigma_{eq}{}^{-1}$$

$$df=n(\sigma_{eq}-\sigma_e)^{n-1}F^{-n}\sigma_{eq}{}^{-1}d\sigma_{eq}$$

(5)　素材の応力—ひずみ関係式;

$$\sigma=Fe^{n'}+\sigma_e \text{ or } e=(\sigma-\sigma_e)^n F^{-n}$$

3. 解 析 結 果

上述の仮定および基礎関係式を用い，各種の変形形態に関して全ひずみ理論・ひずみ増分論を適用して応力分布の解析を行なったが，本報では次の5種の変形形態の応力式を示す．

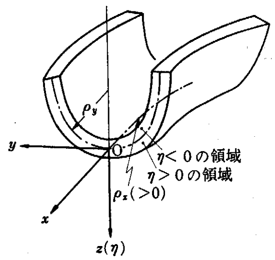

図 1　座標軸のとり方

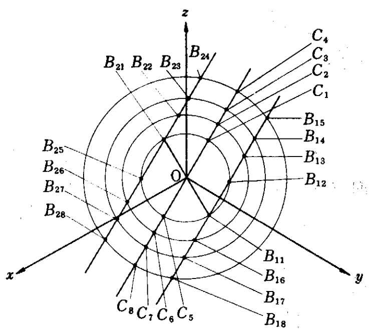

図 2　ベクトル図

(1); y 方向曲げ $+x$ 方向曲げ（曲率中心同一側）

(2); y 方向曲げ $+x$ 方向曲げ（曲率中心反対側）

(3); y 方向曲げ $+x$ 方向曲げ（曲率中心同一側）$+x$ 方向一様圧縮

(4)　y 方向曲げ $+x$ 方向曲げ(曲率中心反対側) $+x$ 方向一様圧縮

(5)　y 方向曲げ $+x$ 方向曲げ(曲率中心同一側) $+x$ 方向一様圧縮 $+z$ 方向一様圧縮

図 1，2 には座標軸のとり方および変形の過程を表わすベクトル図を示す．変形の程度は状態点 $B_{ij}\cdot C_i$ により示される．得られた応力式は一般に次の2種の基本形で示されるかまたはこれらの式を含む．

全ひずみ理論; $\Phi_1=C_1[F\cdot(C_2)^{\frac{1}{2n}}+\sigma_e]\Big/\dfrac{3}{4}\sqrt{C_2}$

ひずみ増分論; $\Phi_2=\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^{\frac{n+1}{n}}F\cdot(C_4)^{\frac{1}{n}}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}\sigma_e$

ただし $C_1\cdot C_2\cdot C_4$ は各変形過程でひずみの成分によ

図 3　解析結果応力式一覧

番号	領域	変形過程	σ_x 弾性変形過程	σ_x 塑性変形過程	σ_y 弾性変形過程	σ_y 塑性変形過程	σ_z 弾性変形過程	σ_z 塑性変形過程
1	$\eta>0$	$B_{11}\to B_{16}$		$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}$		$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\sigma_x$ $c_3=e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}e_{xb}^{x}$		0
	$\eta<0$	$B_{21}\to B_{22}$		$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}$		$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\sigma_x$ $c_3=e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}e_{xb}^{x}$		0
2	$\eta>0$	$B_{11}\to B_{12}\to B_{13}$	$\sigma_x=\sigma_{xb}+\frac{4}{3}Ee_{xb}^{x}$ $(\rho_{xe})_{B12}=\eta/\left\{1-\exp\left(-\frac{3}{4E}\sigma_{yb}\right)\right\}$	$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=-\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}-(e_{xb}^{x})_{B12}$	$\sigma_y=\sigma_{yb}+\frac{2}{3}Ee_{xb}^{x}$	$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\sigma_x$ $c_3=-e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}\{e_{xb}^{x}-(e_{xb}^{x})_{B12}\}$	0	0
	$\eta<0$	$B_{21}\to B_{25}\to B_{26}$	$\sigma_x=\sigma_{xb}+\frac{4}{3}Ee_{xb}^{x}$ $(\rho_{xe})_{B12}=\eta/\left\{1-\exp\left(-\frac{3}{4E}\sigma_{yb}\right)\right\}$	$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=-\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}-(e_{xb}^{x})_{B12}$	$\sigma_y=\sigma_{yb}+\frac{2}{3}Ee_{xb}^{x}$	$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\sigma_x$ $c_3=-e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}\{e_{xb}^{x}-(e_{xb}^{x})_{B12}\}$	0	0
3	$\eta>0$	$B_{16}\to B_{13}\to B_{14}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B16}+\frac{4}{3}Ee_{xx}$ $(e_{xe})_{B13}=-\frac{3}{2E}(\sigma_x)_{B16}$	$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=-\frac{1}{2}e_{yb}^{y}-e_{xb}^{x}+e_{xx}$ $-(e_{xe})_{B13}$	$\sigma_y=(\sigma_y)_{B16}+\frac{2}{3}Ee_{xx}$	$\sigma_y=c_3/c_1\cdot\sigma_x$ $c_3=-e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}\{e_{xx}$ $-(e_{xe})_{B13}-e_{xb}^{x}\}$	0	0
	$\eta<0$	$B_{22}\to B_{24}$		$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}+e_{xb}^{x}+e_{xx}$		$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\sigma_x$ $c_3=e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}\{e_{xb}^{x}+e_{xx}\}$		0
4	$\eta>0$	$B_{13}\to B_{15}$		$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}^{y}-e_{xx}-(e_{xb}^{x})_{B1}$ $+(e_{xb}^{x})_{B12}$		$\sigma_y=c_3/c_1\cdot\sigma_x$ $c_3=e_{yb}^{y}-\frac{1}{2}\{e_{xx}$ $-(e_{yb}^{x})_{B13}+(e^{x}_{xb})_{B12}\}$		0
	$\eta<0$	$B_{26}\to B_{22}\to B_{23}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B26}+\frac{4}{3}Ee_{xx}$ $(e_{xe})_{B22}=-\frac{3}{2E}(\sigma_x)_{B26}$	$\sigma_x=\Phi_1$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+(e_{xb}^{x})_{B13}$ $-(e_{xb}^{x})_{B12}+e_{xx}-(e_{xe})_{B22}$	$\sigma_y=(\sigma_y)_{B26}+\frac{2}{3}Ee_{xx}$	$\sigma_y=c_3/c_1\cdot\sigma_x$ $c_3=e_{yb}^{y}+\frac{1}{2}\{(e_{xb}^{x})_{B13}$ $-(e_{xb}^{x})_{B12}+e_{xx}-(e_{xe})_{B22}\}$	0	0
5	$\eta>0$	$B_{14}\to B_{17}\to B_{18}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B14}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B14}$	$\sigma_y=(\sigma_y)_{B14}+\frac{2}{3}Ee_{zz}$	$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\Phi_1+\sigma_z$ $c_3=\frac{1}{2}\{2e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}-e_{xx}$ $+(e_{xe})_{B13}-e_{zz}+(e_{ze})_{B17}\}$	$\sigma_z=\frac{4}{3}Ee_{zz}$ $(e_{ze})_{B17}=\frac{3}{2E}(\sigma_x)_{B14}$	$\sigma_z=\Phi_1+(\sigma_x)_{B14}$ $c_1=-\frac{1}{2}e_{yb}^{y}-e_{xb}^{x}+e_{xx}$ $-(e_{xe})_{B13}+e_{zz}-(e_{ze})_{B17}$
	$\eta<0$	$B_{23}\to B_{27}\to B_{28}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B23}$	$\sigma_x=(\sigma_x)_{B23}$	$\sigma_y=(\sigma_y)_{B23}+\frac{2}{3}Ee_{zz}$	$\sigma_y=\frac{c_3}{c_1}\Phi_1+\sigma_z$ $c_3=\frac{1}{2}\{-2e_{yb}^{y}-e_{xb}^{x}-e_{xx}$ $-e_{zz}+(e_{ze})_{B27}\}$	$\sigma_z=\frac{4}{3}Ee_{zz}$ $(e_{ze})_{B27}=\frac{3}{2E}(\sigma_x)_{B23}$	$\sigma_z=\Phi_1+(\sigma_x)_{B23}$ $c_1=\frac{1}{2}e_{yb}^{y}+e_{xb}^{x}+e_{xx}$ $+e_{zz}-(e_{ze})_{B27}$

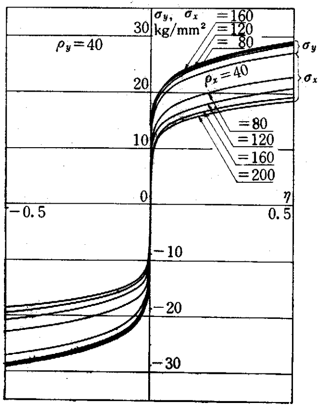

図 4　曲率中心同一側(−)の 2 次元曲げ応力分布

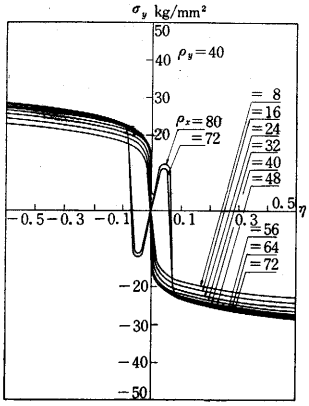

図 5　曲率中心反対側の 2 次元曲げ(+)の応力分布

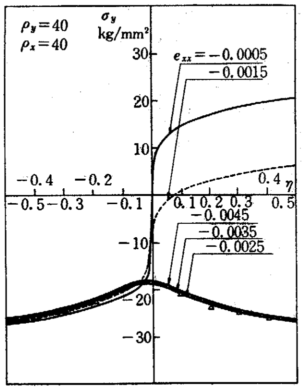

図 6　曲率中心同一側の 2 次元曲げ＋x 方向圧縮の応力分布

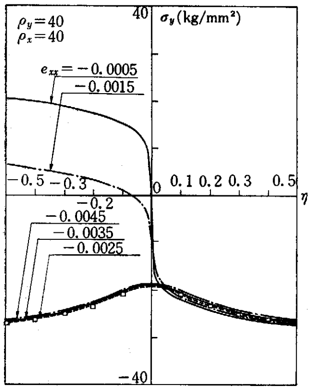

図 7　曲率中心反対側の 2 次元曲げ＋x 方向圧縮の応力分布

り規定され$C_2=\frac{4}{3}C_1^2+(e_{yb}^y)^2$である．得られた応力式のうち全ひずみ理論によるものの一覧を図 3 に示す．$e_{xx}\cdot e_{yy}\cdot e_{zz}$ は各方向の一様な伸び・圧縮ひずみを示し，$e_{xe}\cdot e_{ye}\cdot e_{ze}$ はそれらのひずみの弾性変形過程の値を示し，$(e_{xe})_{Bij}$ 等は弾性変形限界のひずみを示す．

4.　数値計算結果およびまとめ

以上の解析結果の数値計算例を以下に示す．素材の材料定数は $F=45.2\,\mathrm{kg/mm^2}$, $n=7.26$, $\sigma_e=0$ としてある．数値計算によりおのおのの変形形態の各変形過程での応力成分の分布と，その推移および弾性変形限界等を知ることができるが，ここでは y (幅) 方向の応力成分 σ_y の分布のみをとりあげて検討する．図 4〜7 に計算例を示す．

数値計算結果の概略は次のとおりである．

(1)；y 方向曲げに曲率中心同一側の x 方向曲げが加わっても σ_y の分布は本質的な影響を受けず，その絶対値が減少する．このため素材が長手方向に凸ロールになじむ場合は断面成形のための幅方向曲げは単純曲げと基本的に変わらず，成形後の弾性回復が少し減少する．

(2)；y 方向曲げに曲率中心反対側の x 方向曲げが加わる場合，すなわち素材が長手方向に凹ロールになじむときは，$\eta \gtrless 0$ の領域で σ_y の正・負が逆転する．このため σ_y の分布に基づく曲げもどしのモーメントの方向が逆転し，成形後にスプリングフォワードの起こる可能性が生じる．

(3)；上の 2 種の 2 次元曲げの変形形態に x 方向から一様な圧縮ひずみが加わると，σ_y が (+) の領域ではその値が(+)から(−)へ移行し，x 方向の圧縮変形がある程度進行すると σ_y の分布は板の中央面に対して対称に近づく．その結果曲げもどしのモーメントはゼロに近づき弾性回復が減少し，成形度が向上する．

(4)；2 次元曲げに x 方向の伸びひずみが加わる場合，さらに $y\cdot z$ 方向から一様な伸び・圧縮ひずみが加わる場合にも同様に変形が進行するにしたがい σ_y の分布は板の中央面に対称に近くなる．その結果，y 方向曲げに対する弾性回復は減少する．

以上の結果，2 次元曲げの場合も $x\cdot y\cdot z$ の 3 方向から一様な伸び・圧縮ひずみが加わると，曲げ変形に対する応力は大きな影響を受け，結果的にみるとこれらのひずみの絶対値が大きいほど曲げ変形に対する弾性回復量は減少するといえる．

ロールフォーミングではその本来の目的である y 方向の曲げ変形に $x\cdot y\cdot z$ 方向の曲げひずみ・伸びひずみ・圧縮ひずみ等の付加的ひずみが必然的に加わる．これらのひずみは y 方向曲げ変形に本質的な影響を与えるが，本研究では各変形形態の応力分布とその推移の検討をとおしてこれらのひずみの影響を一般的に明らかにした．

(1968年 4 月24日受理)