

加速度応答倍率の信頼幅について

On the Confidence Intervals of the Acceleration Amplification Factor of Response Spectrum

佐藤 壽 芳・武藤 敏 昭

Hisayoshi SATO and Toshiaki MUTO

1. ま え が き

地震にたいする構造物系の応答加速度が地動加速度の何倍になるかという加速度応答倍率は、多数の地震波形を使用して構造物系モデルの応答曲線 (Response spectrum) をもとめ、それら曲線群の平均¹⁾²⁾あるいは包絡線³⁾より代表的な応答曲線を定めたものを参考に推定されてきた。本稿では、応答倍率の信頼幅について、 χ^2 分布、 t 分布等を用いた統計的方法により検討を試みる。これまでの研究によれば、応答倍率の推定は、地盤卓越周期、構造物固有周期、構造物減衰定数、さらに建築・機械構造物系の場合には、二つの系の質量比等が評価できると可能になる。しかし本稿では、こまかいことはさておくとして、一つの加速度応答曲線に注目し、そのうちで最大の加速度応答倍率の信頼幅について検討を試みた結果について報告する。

2. 1 自由度系についての検討例

Tab. 1 は、1 自由度系の応答曲線で最大の応答倍率を示したものである⁴⁾。ただし系の減衰定数は $h=0.07$ で

Tab.1 The maximum acceleration amplification factor for single-degree-of-freedom system ($h=0.07$)

地 震	最大応答倍率
El Centro	2.42
Taft	2.60
Saitama	2.30
Kushiro	3.39

ある。これらの地震記録は、El Centro (May 18, 1940), Taft (July 21, 1952), Saitama (Feb. 14, 1956), Kushiro (Dec. 24, 1961) をもちいたものである。

このうち Kushiro のみが少しはなれた倍率値を示しているのをいったんこれを除外し、3 例についてその平均値 $\bar{\alpha}$ および不偏分散 σ_a^2 をもとめると、

$$\bar{\alpha}=2.44 \quad \sigma_a^2=0.0228 \quad \sigma_a=0.151 \quad (1)$$

となる。

ところで、いまこれらの応答倍率値を、その平均値が μ である正規母集団から抽出された標本値であると考え、平均値が μ の正規母集団から抽出された n 個の標本の標本平均を \bar{x} 、標本分散を s^2 とするとき

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n-1}} \quad (2)$$

は t 分布に従う。(1) を用いると (2) は

$$t = \frac{2.44 - \mu}{0.151/\sqrt{2}} = \frac{2.44 - \mu}{0.1068} \quad (3)$$

自由度 $\nu=2$ ($=n-1$) のときの t 分布表によると

$$P_R\{|t| \geq 4.303\} = 0.05$$

$$P_R\{|t| \geq 9.925\} = 0.01 \quad (4)$$

したがって両側 5% までの信頼限界をとると

$$-4.303 \leq \frac{2.44 - \mu}{0.1068} \leq 4.303 \quad (5)$$

したがって

$$1.941 \leq \mu \leq 2.899 \quad (6)$$

同様に両側 1% までをとると

$$1.380 \leq \mu \leq 3.500 \quad (7)$$

すなわち母集団の平均値は 95% (99%) までは 1.941~2.899 (1.380~3.500) に存在する。この結果からすると Tab. 1 の Kushiro の値は、まれな現象と推定してよいと考えられる。

次に分散についての検討を試みる。母集団平均 μ 、母集団分散 σ^2 の正規母集団から抽出された大きさ n の標本の分散を s^2 とすれば、不規則変数

$$\chi^2 = \frac{ns^2}{\sigma^2} \quad (8)$$

は自由度 $\nu=n-1$ の χ^2 分布にしたがうから、(1) によれば、

$$\chi^2 = \frac{3 \times 0.0228}{\sigma^2} = \frac{0.0684}{\sigma^2} \quad (9)$$

である。 $\nu=2$ の χ^2 分布表により

$$P_R\{\chi^2 \geq 9.210\} = 0.01$$

$$P_R\{\chi^2 \geq 5.991\} = 0.05$$

$$P_R\{\chi^2 \leq 0.1026\} = 0.05$$

$$P_R\{\chi^2 \leq 0.0201\} = 0.01 \quad (10)$$

となる。これより 95%, 99% に対応して

$$0.01143 \leq \sigma^2 \leq 0.670$$

$$0.00743 \leq \sigma^2 \leq 3.42 \quad (11)$$

また σ については

$$0.107 \leq \sigma \leq 0.817$$

$$0.0863 \leq \sigma \leq 1.85 \quad (12)$$

すなわち母集団の標準偏差が 0.107~0.817 (0.0863~1.85) となる確率は 95% (99%) であるといえる。

3. 2 自由度系についての
検討例

次に建築・機械構造物を想定した Fig. 1 のような2自由度系の例についての検討を試みる。Tab. 2 は二つの質点の質量比 $\gamma=0$, 建築構造物系の減衰定数 $h_b=0.07$ とし, 二つの系の周期 T_b, T_m を一致させて応答曲線を求めたときに応答倍率が最大となる値を, 機械系の減衰定数 h_m をパラメータにとって調べたものである⁴⁾。Tab. 3 は1自由度系の場合についてもとめたのと同様に, 各種の結果をまとめたものである。また Fig. 2 には平均値とその95%の限界を図示する。同図には, 地震動を基礎で定常不規則な白色雑音として統計的計算により求めた応答倍率^{3,4)}の値も併記した。減衰定数が小さいときに統計的計算による倍率値が大きくなっているのは, この計算法の根拠となっている白色雑音の定常性という仮定が, 実際と合わなくなっているためと考えられる。Kushiro の応答倍率については, 1自由度のときと同様なことが言える。

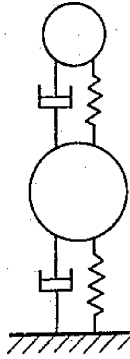


Fig. 1 A model of building-machine structure system.

Tab. 2 The maximum acceleration amplification factor for building-machine structure system ($\gamma=0, h_b=0.07, T_b=T_m$)

h_m	0.007	0.02	0.1	0.2
El Centro	32.2	24.1	9.52	6.25
Taft	40.0	26.3	10.0	6.16
Saitama	29.6	20.0	10.0	6.79
Kushiro	57.0	37.0	13.2	8.10

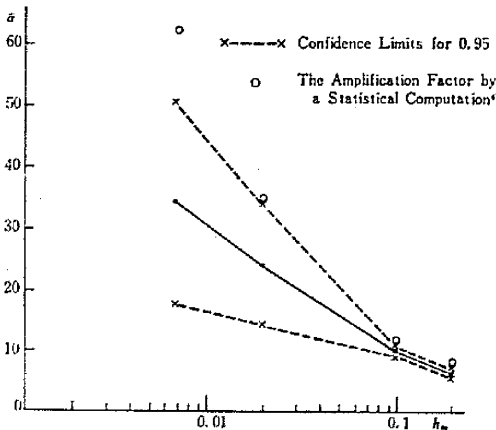


Fig. 2 The maximum amplification factor for building-machine structure and its confidence interval

Tab. 3 Tests on values in Tab. 2 ($\gamma=0, h_b=0.07, T_b=T_m$)

h_m		0.007	0.02	0.1	0.2				
\bar{a}		33.6	23.5	9.84	6.40				
σ_a^2		29.5	10.23	0.076	0.116				
σ_a		5.43	3.20	0.277	0.341				
μ	1%	0	71.7	1.1	45.9	7.90	11.8	4.01	8.79
	5%	17.1	50.1	13.8	33.3	9.00	10.7	5.36	7.44
σ^2	1%	9.60	4400	3.33	1530	0.0249	11.4	0.0378	17.4
	5%	13.8	86.5	5.13	30.3	0.0384	2.24	0.0582	3.39
σ	1%	3.10	66.1	1.82	39.1	0.158	3.38	0.195	4.16
	5%	3.72	9.27	2.26	5.47	0.196	1.47	0.241	1.84

4. 多数の応答曲線例についての検討

以上, 1 自由度系, 2 自由度系の応答倍率の例について

Tab. 4 The maximum shear force amplification factor^{3,4)}

No.	h_b		0.10		地 震
	q_1	T_1	q_1	T_1	
1	3.10	0.2	2.43	0.2	El Centro(NS), 1940.5.14
2	2.82	0.4	2.07	0.4	Taft (EW), 1952.7.21
3	2.40	0.3	1.85	0.3	Tokyo (NS), 1956.2.14
4	2.08	0.2	1.80	0.2	Kushiro (EW), 1962.2.21
5	3.05	0.3	2.69	0.3	Sendai (NS), 1962.4.30
6	3.57	0.6	2.58	0.6	Osaka (NS), 1963.3.27
7	4.52	0.2	3.06	0.2	" (EW), "
8	2.64	0.3	1.98	0.3	Nagoya (NS), 1963.3.27
9	3.37	1.2	2.33	1.2	" (EW), "
10	2.93	0.55	2.27	0.6	Akashi (NS), 1963.3.27
11	4.00	0.5	2.52	0.5	" (EW), "
12	3.15	1.0	2.39	0.6	Kobe (NS), 1963.3.27
13	3.03	0.3	2.10	0.3	" (EW), "
14	2.81	0.3	2.22	0.2	Ibaragi (NS), 1963.5.8
15	2.67	0.2	1.93	0.2	" (EW), "
16	3.12	0.5	1.97	0.35	El Centro(EW), 1940.5.14
17	2.49	0.3	1.98	0.3	Taft (NS), 1940.7.21
18	2.24	0.7	1.76	0.7	Tokyo (EW), 1956.11.14
19	3.79	0.3	2.61	0.3	" (NS), 1956.9.30
20	1.84	0.4	1.42	0.3	Tokyo (EW), 1956.9.30
21	2.20	0.5	1.65	0.5	Niigata (NS), 1964.6.16
22	2.10	0.5	1.50	0.5	" (EW), "
23	3.68	0.8	2.42	0.8	Akita (NS), "
24	3.10	0.9	2.24	0.9	" (EW), "
25	3.65	1.0	3.05	0.3	Tokyo (NS), "
26	3.61	1.2	2.20	1.2	" (EW), "
27	4.00	0.8	2.74	0.8	" (NS), "
28	5.21	0.8	3.36	0.8	" (EW), "
29	3.90	0.7	2.68	0.7	" (NS), "
30	3.05	1.2	2.40	1.2	" (EW), "
31	4.00	0.5	3.34	0.5	" (NS), "
32	3.25	0.5	2.44	0.5	" (EW), "
33	4.81	0.2	3.00	0.2	" (NS), "
34	3.84	0.2	2.43	0.2	" (EW), "

Tab.5 Tests on values in Tab.4

No.	0.05				0.10				
	1~20		21~34		1~20		21~34		
\bar{a}	2.98		3.60		2.20		2.67		
σ_a^2	0.377		0.673		0.242		0.284		
σ_a	0.614		0.820		0.492		0.531		
μ	1%	2.58	3.38	2.94	4.26	1.88	2.52	2.14	3.10
	5%	2.69	3.27	3.14	4.07	1.96	2.44	2.36	2.98
σ^2 5%	0.250	0.744	0.421	1.595	0.161	0.478	0.178	0.676	
σ 5%	0.500	0.865	0.649	1.26	0.401	0.690	0.421	0.820	

てその信頼幅の検定を試みた。しかし使用した地震記録が少ないことに検討の余地があると考えられる。そこで主として日本の地震記録を使用して計算された1自由度応答曲線⁷⁾⁸⁾について同様な推定を試みることにする。

Tab. 4 にはこれらの応答曲線から、せん断力の最大応答倍率値 q_1 を表にまとめてみたものである。そのときの周期 T_1 (sec) も併記してある。

Tab.5 は Tab.4 の q_1 について、平均、分散、標準偏差を求めたものである。21~34は新潟地震の強震記録によるものである。これらの検定の結果1~20については99%あるいは95%の信頼幅をこえるものがかかなりあり、その理由については詳細な検討を要しよう。しかし二つのグループの結果を比べるならば、分散は同じで平均値の異なった母集団から抽出された標本群と推定してよいであろう。21~34の中にも小さい応答倍率値を示すものがあるが、大地震では応答倍率値を大きくとる必要が生ずる可能性を示唆している。本速報ではせん断力倍率のみ注目したが、二つのグループの違いは変位応答曲線に注目するといっそう顕著である⁷⁾⁸⁾。

5. ま と め

以上により

1) 減衰定数等系のパラメータをきめたときの最大の応答倍率の平均値の分布、分散の分布が明らかになり、これらの信頼幅が定量的にもとめられた。

2) 1自由度系の応答倍率について新潟地震の記録と他の地震の記録にたいする応答倍率の母集団では、分散は同じであるが、平均値は前者が大きくなっている。このことは今後の結果とも相まって、大地震を対象とする応答倍率の推定に慎重さを要することを意味している。

3) 少数例と多数例の比較から明らかなように、少数例からも応答倍率値の信頼幅を与えうることが示された。等の事が明らかとなった。この方法は種々の因子の検定についても適用することができよう。

おわりに、ご指導・ご討議いただいた本学亘理・藤井・梅村教授、柴田助教授に感謝する。(1968年3月22日 受理)

参 考 文 献

- 1) G. W. Housner, R. R. Martel and J. L. Alford: Spectrum Analysis of Strong Motion Earthquakes Bull. Seism. Soc. Am. 43-2, 1953-4.
- 2) 梅村・大沢・松島: 日本で記録された地震動の応答スペクトルに関する研究 東京大学工学部総合試験所年報・Vol. 26, 1967-12.
- 3) 田治見: 耐震理論に関する基礎的研究 生研報告 8-4, 1959-3.
- 4) 佐藤: 機械構造物の耐震設計に関する研究 生研報告 15-1, 1965-11.
- 5) 滝田: 確率統計現象 I. 岩波講座基礎工学 3, 岩波書店 1968.
- 6) 数学辞典: 岩波書店 1954.
- 7) K. Muto, H. Umemura, Y. Osawa, A. Shibata and Y. Matsushima: Linear Response of One-Mass System to Various Earthquake Motions, SERAC Rep. 4, Part I, 1964-2.
- 8) K. Muto, H. Umemura, Y. Osawa and Y. Matsushima: Linear Response of Single-Degree-of-Freedom System under Various Earthquake Motions, SERAC Rep. No. 6, 1966-10.

