

# Turks Head による角線の引抜きの研究

## —第1報 引抜き応力解析—

Drawing of Square Wire with Turks Head  
—(1) An Analysis of Drawing Stress—

鈴木 弘・荒木 甚一郎

Hiromu SUZUKI and Jinichiro ARAKI

### 1. ま え が き

Turks Head すなわち同一平面内に回転軸を持つ2個以上のロールを組合わせた引抜き装置は、工業的には異形線の引抜きに用いられているが、その特性が明らかでないで、まだ有効に利用されていないのが現状である。しかしこれは1工程の中で引抜きと圧延に類似の加工が組合わされて行なわれる等興味ある点が多く、その理論解析は今後この種の引抜き装置の再開発に重要である。ここではその第一着手として矩形断面から矩形断面への加工を、4個のロールで行なう場合の引抜き応力・ロール面圧力に、引抜き条件が及ぼす影響を解析した。

### 2. 理論解析の方法

まず矩形断面棒を一樣に全周から圧縮する場合に生ずる応力状態を求める問題から出発する。すなわち Orowan が平板の圧縮の解を先細流路内の流れの解に発展させ、さらに板の圧延理論の解析<sup>1)</sup>に適用したのと類似の手法を用いて、Turks Head の引抜き過程に生ずる応力状態を求めた。

### 3. 引抜き状態の解析

いま材料がロールにかみ込まれる位置を  $L_x, L_y$  とし、図2は  $y$  軸の位置を紙面に垂直な位置から  $90^\circ$  回転してある。 $L_x, L_y$  を結ぶ直線が図の  $X-Y$  軸と平行になる場合についてのみ考える。なお材料の  $L_x O_x$  に

沿う流れと  $L_y O_y$  に沿う流れの間には相互の先進がないものとする。幾何学的条件から

$$\left. \begin{aligned} D_x/2 \cdot \sin \theta_x &= D_y/2 \cdot \sin \theta_y \\ D_x/2 \cdot \cos \theta_x + h_x/2 &= D_x/2 + h_x/2 \\ D_y/2 \cdot \cos \theta_y + h_y/2 &= D_y/2 + h_y/2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

が成立する。今図1において面  $BB'CC'$  は図2のロール  $D_x$  の接線  $CB$  を含む面に対応し、面  $CBD$  はロール  $D_y$  の接線  $DO'$  を含む面に対応するものとする。また曲面  $A$  は  $BC$  を半径とする曲線  $CD$  を  $O'$  のまわりに回転した回転曲面とする。

図1のくさび形内部の応力状態は Orowan の圧延理論を応用して次のように書ける。

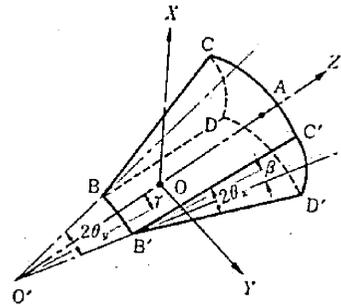


図 1

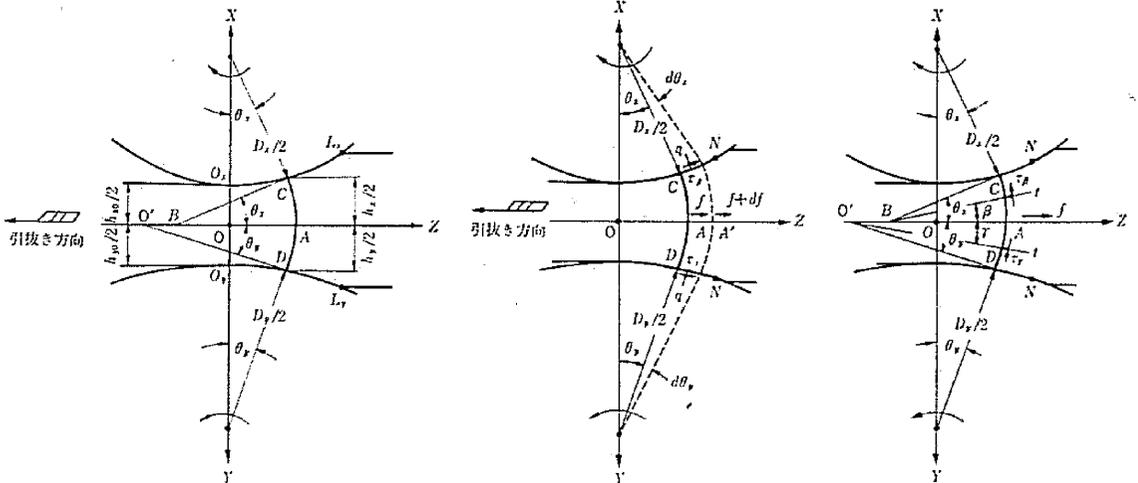


図 2

図 3

$$\left. \begin{aligned} \tau_\theta &= \pm \mu q \frac{\beta}{\theta_x}, \quad \tau_\gamma = \pm \mu q \frac{\gamma}{\theta_y} \\ t &= q - \sqrt{3} k \left[ 1 - \left( \frac{\mu q}{k} \right)^2 \left( \frac{\beta^2}{\theta_x^2} + \frac{\gamma^2}{\theta_y^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(2)式において  $q$  は垂直応力,  $t$  は接線応力,  $\tau_\theta, \tau_\gamma$  はせん断応力であり (+) は中立位置  $N$  より出口側, (-) は入口側に対応する. 図3で直径  $D_x$  のロールの側で考えて,  $X$  軸と  $\theta_x$  の角をなす位置で面  $A$  に働く水平力を  $f(\theta_x, \theta_y)$  とすると

$$\begin{aligned} df &= \int_{-\theta_y}^{\theta_y} (D_x q \sin \theta_x \pm D_x \cos \theta_x) d\theta_x \cos \gamma \left( \frac{h_y}{2 \sin \theta_y} \right) d\gamma \\ &+ \int_{-\theta_x}^{\theta_x} (D_y q \sin \theta_y \pm D_y \tau_\gamma \cos \theta_y) d\theta_y \cos \beta \left( \frac{h_x}{2 \sin \theta_x} \right) d\beta \\ &= (D_x q \sin \theta_x \pm D_x \tau_\theta \cos \theta_x) h_y d\theta_x \\ &+ (D_y q \sin \theta_y \pm D_y \tau_\gamma \cos \theta_y) h_x d\theta_y \end{aligned} \quad (3)$$

接線応力による水平力を  $f_t(\theta_x, \theta_y)$  と書くと

$$\begin{aligned} f_t(\theta_x, \theta_y) &= 4 \int_0^{\theta_x} \int_0^{\theta_y} (t dA) \cos \beta \cos \gamma \\ &= 4 \int_0^{\theta_x} \int_0^{\theta_y} \left[ q - \sqrt{3} k \left[ 1 - \left( \frac{\mu q}{k} \right)^2 \left( \frac{\beta^2}{\theta_x^2} + \frac{\gamma^2}{\theta_y^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \times \\ &\quad \frac{h_x h_y \cos \beta \cos \gamma}{4 \sin \theta_x \sin \theta_y} d\beta d\gamma \end{aligned} \quad (4)$$

ここで

$$\begin{aligned} w(\theta_x, \theta_y, a) &= \frac{1}{\sin \theta_x \sin \theta_y} \int_0^{\theta_x} \int_0^{\theta_y} \left[ 1 - a^2 \left( \frac{\beta^2}{\theta_x^2} + \frac{\gamma^2}{\theta_y^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \times \\ &\quad \cos \beta \cos \gamma d\beta d\gamma, \quad a = \frac{\mu q}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

とおけば  $f_t(\theta_x, \theta_y) = h_x h_y q - \sqrt{3} k h_x h_y w$

なお  $w$  は近似的に  $w(a) = 1 - \frac{a^2}{3} - \frac{7}{90} a^4 - \frac{3}{70} a^6$

と表わされる. 一方せん断応力の水平成分は出口側で

$$\begin{aligned} f_\tau(\theta_x, \theta_y) &= 4 \int_0^{\theta_x} \int_0^{\theta_y} \tau_\theta \sin \beta \cos \gamma \frac{h_x h_y}{4 \sin \theta_x \sin \theta_y} d\beta d\gamma \\ &+ 4 \int_0^{\theta_x} \int_0^{\theta_y} \tau_\gamma \sin \gamma \cos \beta \frac{h_x h_y}{4 \sin \theta_x \sin \theta_y} d\beta d\gamma \\ &= \mu q h_x h_y \left[ \frac{1}{\theta_x} + \frac{1}{\theta_y} - \frac{\cos \theta_x}{\sin \theta_x} - \frac{\cos \theta_y}{\sin \theta_y} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

となるから

$$\begin{aligned} f(\theta_x, \theta_y) &= f_t(\theta_x, \theta_y) + f_\tau(\theta_x, \theta_y) \\ &= h_x h_y \left[ q \left( 1 \pm \mu \left( \frac{1}{\theta_x} + \frac{1}{\theta_y} - \frac{\cos \theta_x}{\sin \theta_x} - \frac{\cos \theta_y}{\sin \theta_y} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{3} k w(a) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式で複号の (+) は出口側, (-) は入口側に対応する. (1)の幾何学的条件式から  $\theta_y$  を消去すると

$$f(\theta_x, \theta_y) = f(\theta_x)$$

$$\begin{aligned} &= h_x h_y \left[ q \left( 1 \pm \mu \left( \frac{1}{\theta_x} + \frac{1}{\tan^{-1} \left( \frac{n \sin \theta_x}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}} \right)} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{\cos \theta_x}{\sin \theta_x} - \frac{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}}{n \sin \theta_x} \right) \right) - \sqrt{3} k w(a) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

(1) ロールと材料がすべり摩擦の場合

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\theta_x} &= D_x \left( \frac{f}{h_x h_y P_1} + \frac{\sqrt{3} k}{P_1} w \right) \left[ \sin \theta_x \left( h_y \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{n \cos \theta_x}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}} h_x \right) \pm \mu (h_y + h_x) \cos \theta_x \right] \end{aligned} \quad (9)$$

(2) ロールと材料が付着摩擦の場合

$$\begin{aligned} \frac{df}{d\theta_x} &= D_x \left[ \left( \frac{f}{h_x h_y} + \sqrt{3} k w \mp \frac{k}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\theta_x} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{1}{\tan^{-1} \left( \frac{n \sin \theta_x}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}} \right)} - \frac{\cos \theta_x}{\sin \theta_x} - \frac{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}}{n \sin \theta_x} \right) \right) \times \right. \\ &\quad \left. \sin \theta_x \left( h_y + \frac{n \cos \theta_x}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 \theta_x}} h_x \right) \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{k}{\sqrt{2}} (h_x + h_y) \cos \theta_x \right] \end{aligned} \quad (10)$$

(3) すべり摩擦条件と付着摩擦条件との判別方法

ロールと材料の接触面で作用するせん断応力成分の大きさが降伏応力に達する場合を付着摩擦と考える.

(4) 中立位置  $\phi$  の求め方

ロールに働くトルクは,  $G = (D_x/2) \mu \int_{\phi}^{\alpha} q h_y d\theta_x - \int_0^{\phi} q h_y d\theta_x$  で表わされるから

- 1) 自由ロールの場合, トルク  $G=0$  から  $\phi$  を求める.
- 2) ロールベアリングの摩擦を考える場合  
摩擦トルクを  $G_0$  とすると  $G=G_0$  を満たす  $\phi$  を求める.
- 3) ロールを固定した場合,  $\phi$  は入口側に一致する.

#### 4. 計算結果からの考察

図4~図9に数値計算例を示す.  $\mu$  はロールと材料間の摩擦係数,  $\kappa$  はロールのベアリングの摩擦係数を表わし, 材料の変形抵抗  $k$  に関しては, ここでは第2報の実験材料である銅の加工硬化曲線として実験結果より得られた  $k=25.4e^{0.27}$  を用い, ロール径も第2報の実験装置に合わせて  $D_x=80$  mm,  $D_y=90$  mm として計算してある. 図4, 図6はロールのベアリングの摩擦がないとして材料とロール間の摩擦係数を変えた場合に, ロール面圧力と材料に働く水平応力成分とが, 接触弧に沿ってどのように変わるかを示す計算例である. 接触角  $\theta$  における平均水平応力は引抜き応力に対応するもので, これらの図から摩擦係数が大きくなると圧力分布は高くなるが, 引抜き応力はほとんど変化しないことがわかる.

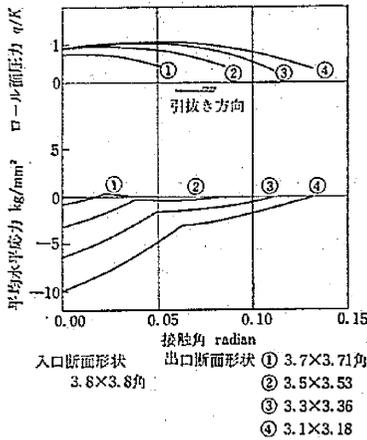


図 4 理論曲線。材質：銅  $\mu=0.05$ ;  
 $\kappa=0.0$  加工硬化曲線  $k=25.4e^{0.27}$ ;  
 $K=25.4 \text{ kg/mm}^2$

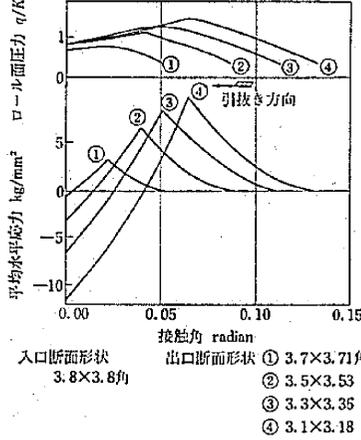


図 5 理論曲線。材質：銅  $\mu=0.1$ ;  
 $\kappa=0.0$  加工硬化曲線  $k=25.4 e^{0.27}$ ;  
 $K=25.4 \text{ kg/mm}^2$

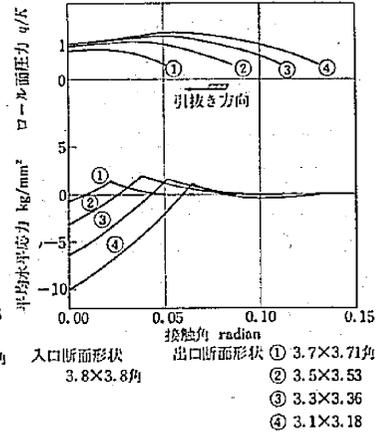


図 6 理論曲線。材質：銅  $\mu=0.2$ ;  
 $\kappa=0.0$  加工硬化曲線  $k=25.4e^{0.27}$ ;  
 $K=25.4 \text{ kg}^2/\text{mm}$

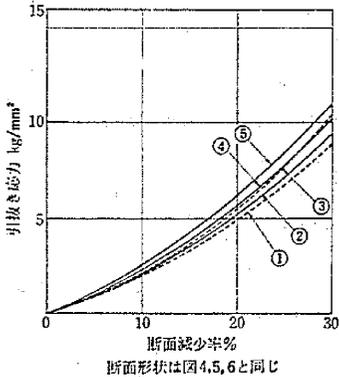


図 7 理論曲線。引抜き応力と断面減少率との関係、材質：銅  
加工硬化曲線  $k=25.4e^{0.27}$   
①  $\mu=0.05$ ;  $\kappa=0.0$   
②  $\mu=0.1$ ;  $\kappa=0.0$   
③  $\mu=0.2$ ;  $\kappa=0.0$   
④  $\mu=0.1$ ;  $\kappa=0.01$   
⑤  $\mu=0.1$ ;  $\kappa=0.02$

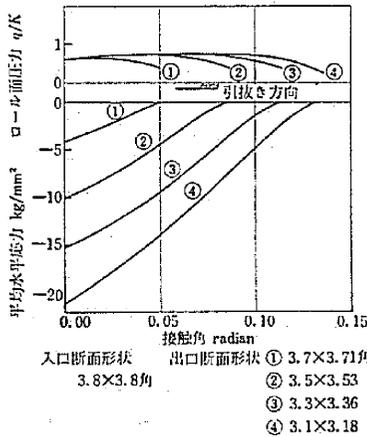


図 8 理論曲線。材質：銅  
 $\mu=0.1$ ; ロール固定  
加工硬化曲線  $k=25.4e^{0.27}$ ;  
 $K=25.4 \text{ kg/mm}^2$

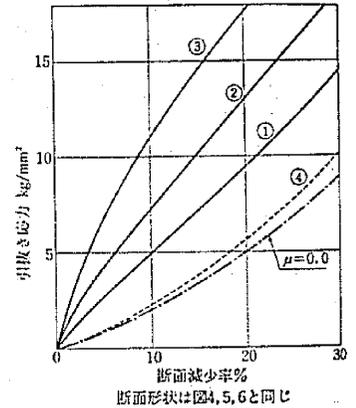


図 9 理論曲線。固定ロールの場合の引抜き応力と断面減少率との関係、材質：銅  
①  $\mu=0.05$ ; 固定  
②  $\mu=0.1$ ; 固定  
③  $\mu=0.2$ ; 固定  
④  $\mu=0.1$ ;  $\kappa=0.01$

図 7 は引抜き応力と断面減少率の関係を示すもので、ロールベアリングの摩擦係数の方が、ロールと材料間の摩擦係数よりも引抜き応力に与える影響が大きいことを示している。

図 8、図 9 はロールを固定した場合の引抜き加工に対する計算結果で、回転の場合と比較して引抜き応力は増大するがロール面圧力は低くなるのがわかる。またロール表面が完全になめらかとすると固定ロールでも回転ロールでも同じ曲線となり、ベアリングの摩擦係数の小さい回転ロールによる引抜き応力は、ほぼロール表面が

完全になめらかな場合に近い引抜き応力となる。

### 5. あとがき

ここに示した計算例は数多くの引抜き条件の中の一部に過ぎないが、後方張力をかけた場合や初期ひずみを受けた材料を引抜く場合の計算もこの理論により容易に行なえる。  
(1968年3月23日受理)

### 参考文献

- 1) Orowan, "The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling" Proc. I. Mech. E., vol. 150 No. 4, pp. 140-67 (1943)