

巻 頭 言

古 典 と 電 算

坪 井 善 勝

コンピュータは、数理解析をおこなうときの武器として最高のものである。電子計算機のおかげで、今まで放棄していた数値計算もまたたくまに完結するし、さらに新しい問題の解決の意欲がわき、またその解法の豊かさに新しい喜びを感じる。

本号は、コンピュータ使用について、各分野の専門的立場から、きわめて前進的な論説が期待されるので、概論的、抽象的な序文を書くよりも、具体的、体験的な散文をもって巻頭の辞にかえることが本号にはふさわしいと考えた。

1. 手計算の妙味

等分布荷重をうける周辺固定平面板の解として、H. Hencky の論文 (1913年) から S. Timoshenko および I. A. Woytazak の数値解 (J. Appl. Mechanics 1937年) までに 25 年の歳月を経た。Timoshenko: Theory of Plates and Shells (1959) p. 201 は本論文からとったもので、固定辺の最大曲げモーメントを求める級数の各項 E_1, E_2 を算定するための無限連立方程式である。

表 1 (a) のように、階段形の左部分だけをとって E の第 1 近似値を求め、第 2、第 3 回の iteration をおこなうと表 1 (b) のようになり、消去法によるコンピュータの与える数値に約 7 桁まで一致する。各種境界条件、あるいは各種荷重分布の板の解は、このような収斂形式の解で求められたものがもっとも高い精度をもつ。したがって、このような解は geschlossene Form (小野澄正先生は“まとまった”形とっておられたように記憶す

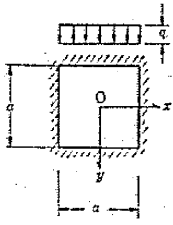
る) の解と同一の価値を認めるのである。手計算の妙味を味わわせる方程式の組立ては、いろいろな問題の解、とくに平板、平面応力問題について、1920~40年ごろが全盛をきわめたといえるであろう。もちろん、コンピュータそのものは、iteration 3 回以上の能力をもつから、一応式の構成自身の重要性を強く主張しないかに見える。ところが違うのである。

2. 電算値があてにならない

内浦ロケットセンター・ロケット組立室は、鉄骨の立体トラスで、振り剛性をもたない double layer grid structure である。設計のさいは、4 点支持の平板 (振り剛度 0) として、差分法で解析し、後でトラスとして、Matrix displacement method を適用してこれをチェックしたが、これらは、確かに、コンピュータのお蔭である。しかし、一般的に、等方性平板の問題としての exact solution を残しておく必要性を感じ、Fourier 解析をお

表 1 等分布荷重を受ける周辺固定正方形板 (Theory of Plates and Shells p. 197)

(a)



E_1	E_2	E_3	E_4	$\frac{K}{-4qa^2/\pi^3}$
1.8033	0.0764	0.01888	0.0071	0.6677
0.0764	0.4045	0.0330	0.0159	0.01232
0.0188	0.0330	0.2255	0.0163	0.00160
0.0071	0.0159	0.0163	0.1558	0.00042

(b)

解 法	$E_1(K)$	$E_2(K)$	$E_3(K)$	$E_4(K)$	$M_{xy} _{y=\frac{a}{2}, x=0}$ (単位 qa^2)
Iteration 3 Cycles (有効数字 4 桁)	0.3721	-0.03805	-0.01774	-0.008523	-0.05169
Iteration 4 Cycles (有効数字 8 桁)	0.37209577	-0.03803973	-0.01774355	-0.00852265	-0.051720801
消去法 (Computer) (有効数字 10 桁)	0.3720957825	-0.03803972941	-0.01774354983	-0.008522647610	-0.05172042821
消去法 (Computer) (係数有効数字 6 桁)	0.3720811469	-0.03800793751	-0.01779435538	-0.008615263651	-0.05171983259

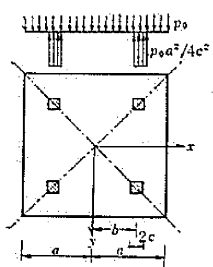


図 1

こなうことにした。したがって、差分解、および立体トラスの解は、ここでは省略し平板の基本解の形式だけについて述べる。

$$\nabla^2 \nabla^2 W = \frac{p}{D} \quad (1)$$

の解は

$$W = W_1 + W_2$$

ここに、 W_2 は、(1)の特解(Navier 形式の周辺単純支持板の解、式略)

W_1 は $\nabla^2 \nabla^2 W = 0$ の解で、 $W(x, y) = a w(\xi, \eta)$, $x = a\xi, y = a\eta, \alpha_m = m\pi/2, \alpha_n = n\pi/2$ に対して

$$W_1 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (A_m \cosh \alpha_m \eta + B_m \alpha_m \eta \sinh \alpha_m \eta) \cos \alpha_m \xi + \dots$$

ところで、本解をそのまま使ったとすると、次に述べる境界条件の式をコンピュータで解いても、係数 A_m, B_m はまったくあてにならない数値となる。 $A_1 \gg A_2 \gg A_3 \dots$ だからである。

このような機械的な平板、あるいは平面応力問題の扱いをされては、コンピュータも能力 0 に近い。

$$W_1 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m^2 \cosh \alpha_m} (A_m \cosh \alpha_m \eta + B_m \alpha_m \eta \sinh \alpha_m \eta) \cos \alpha_m \xi + \dots$$

は、モーメントまで収斂を予想した形式である (Timoshenko の式もこのような形式になっている) これをさらに、せん断力までの収斂を予想した形式でまとめれば

$$W_1 = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\alpha_m^3 \cosh \alpha_m} (A_m \cosh \alpha_m \eta + B_m \alpha_m \eta \sinh \alpha_m \eta) \cos \alpha_m \xi + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^3 \cosh \alpha_n} (A_n \cosh \alpha_n \xi + B_n \alpha_n \xi \sinh \alpha_n \xi) \cos \alpha_n \eta + K_1 (\xi^6 - 3\xi^4 \eta^2 - 3\xi^2 \eta^4 + \eta^6 + 6\xi^2 + 6\eta^2) + K_2 (\xi^4 - 6\xi^2 \eta^2 + \eta^4) + K_3 \quad (2)$$

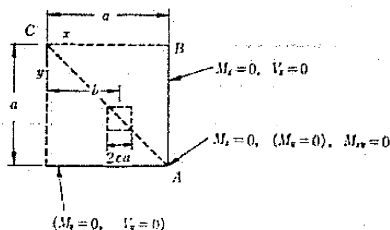


図 2

いま、境界条件式を AB 部分でたてると (図 2 参照) $x=a: 0 \leq y \leq a$ において

$$M_x = 0 \text{ (曲げモーメント) (a)}$$

$0 \leq y < a$ において

$$V_x = 0 \text{ (換算せん断力) (b)}$$

$y=a$ において

$$M_{xy} = 0 \text{ (振りモーメント) (c)}$$

であって、 $y=a$ で $V_x=0$ (d) が必要であるとして、 K_1 を用意した。すなわち、 K_1 は Fourier 展開における Dirichlet 条件を考えると必要な未定常数である。ディリクレ条件を無視すれば、 $K_1=0$ でよいのである。

3. コンピュータの恩恵

以上の計算結果は、つぎのとおりである。

表 2

B_1	-0.02953377	B_{25}	-0.1344345
B_2	-0.1593072	B_{27}	-0.1263231
B_3	-0.1556039	B_{29}	-0.1339706
B_7	-0.1049505	B_{31}	-0.1265927
B_9	-0.1431035	B_{33}	-0.1336768
B_{11}	-0.1229926	B_{35}	-0.1270655
B_{13}	-0.1366392	B_{37}	-0.1331419
B_{15}	-0.1239921	B_{39}	-0.1274452
B_{17}	-0.1359143	K_1	0.0001151895
B_{19}	-0.1250793	K_2	-0.009835821
B_{21}	-0.1350523	K_3	-0.05071926
B_{23}	-0.1256858		

〔注〕係数の収斂性がよくないようにみえるが、これはせん断力の収斂まで予想したためである。

また、 W_2 の Navier の解 (複級数) 自体の収束も悪いが、単級数解導入は可能であるから、これを用いれば収斂性は増す。

たわみ、および曲げモーメントの算定については、本式で十分である。

$x=a, y=a$ における $V_x=0$ は余分の条件であった。すなわち、本式が恒等式であることは、 K_1 の値から想像される。同時に、その値そのものは、ディリクレ条件満足の度合を表わし、また、計算結果の精度の一つの表現ともみられるのである。

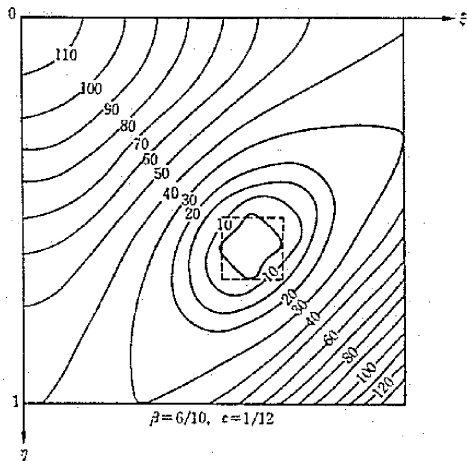


図 3 等たわみ曲線 (単位 $10^{-4} p a^4 / D$)

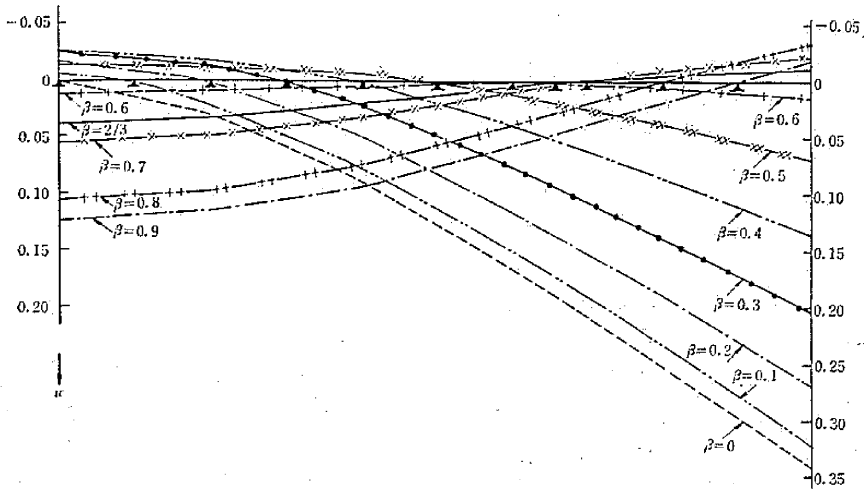


図 4 CA 部分における支点と変位の関係 (単位 $p_0 a^4 / D$)

同じ物理的,あるいは数学的条件をだぶらせて,電算結果の精度の判定をおこなうという手が見いだされたように思う。

コンピュータは,まことに,ち密な頭脳である。

(1968 年 2 月 27 日受理)

次号予告(6月号)

研究解説

多段遅延線路記憶式多チャネル波高分析器.....	森高 聰羽 義雄 雄雄
膜現象の化学.....	野島 崎島 喜 弘則
化学反応と不可逆過程熱力学について.....	清妹野 水尾崎 利学弘

論 説

学術講演と討議.....	石田 洋一
--------------	-------

研究速報

タンデム圧延の総合特性の解析..... ——第2報 冷間タンデム圧延の加熱速時の総合特性の解析——	鈴木 木 弘男 阿 高 松
加速度応答倍率の信頼幅について.....	佐武 藤 芳昭 藤 藤 敏
Turks Head による角線の引抜きの研究..... ——第1報 引抜き応力解析——	鈴木 木 弘郎 荒 木 甚一
Turks Head による角線の引抜きの研究..... ——第2報 引抜き条件を変えた場合の実験的研究——	鈴木 木 弘郎 荒 木 甚一
直流大電流用レーザ CT/レーザ・セルシン.....	藤白浜 井石 鵬 一敏新 安松上 達下村 芳益 夫史守 幸
MOS 形電界効果トランジスタの低周波雑音について(第1報).....	沢宮里 井崎 善文 三郎夫武 里 崎 尚 子弘
鉛蓄電池陽極反応に及ぼす $Al_2(SO_4)_3$ の影響.....	児野 島崎 尚 子弘
高速道路のサービスエリアにおける駐車実態調査とその解析(その1)..... ——駐車希望率と流出量比——	川 浦 潔

研究室紹介

屋基研究室.....	越 正 毅
------------	-------