

学位請求論文

電気工学科283

超電導薄膜を用いた抵抗形限流素子の
数値解析に関する研究

指導教官 大崎 博之 助教授

東京大学大学院

工学系研究科 電気工学専攻

杉田 晋哉

目次

1 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 超電導体の概要	2
1.2.1 超電導体の基本的性質	2
1.2.2 高温超電導体の結晶構造	4
1.3 超電導体中の電磁現象	6
1.3.1 第2種超電導体と磁束ピンニング	6
1.3.2 臨界状態モデル	9
1.3.3 $E - J$ 特性	11
1.3.4 磁束フロー・クリープモデル	11
1.3.5 n 値モデル	11
1.3.6 超電導体内を動く磁束に働く力	13
1.4 超電導限流器の概要	14
1.4.1 超電導限流器の研究背景	14
1.4.2 超電導限流器の種類	17
1.5 超電導薄膜を用いた抵抗形限流器	22
1.5.1 特徴と構成	22
1.5.2 技術的課題	27
1.5.3 超電導限流器の簡易解析手法	28

1.6	SN 転移形超電導限流器用の大面積薄膜の概要	31
1.7	超電導薄膜テープ線材の概要	38
1.8	研究の目的	44
1.9	本論文の構成	45
2	有限要素法による解析手法	46
2.1	はじめに	46
2.2	電磁界解析の支配方程式	50
2.3	1次3角形要素に関する説明	53
2.4	電磁界解析の支配方程式の離散化	57
2.5	全体節点方程式	61
2.6	3角形領域の面積積分	62
2.7	超電導体のモデル化	67
2.8	金属保護膜の取り扱い	72
2.9	時間微分項の取り扱い	75
2.10	非線形問題の解析法	77
2.10.1	過小緩和法	77
2.10.2	ニュートン・ラブソン法	78
2.11	電磁界解析の境界条件	80
2.12	3次元熱伝導解析	83
2.13	液体窒素冷却の取り扱い	96
2.14	その他	98
2.15	本章のまとめ	100
3	偏流特性解析	101
3.1	はじめに	101
3.2	偏流現象の概要	101

3.3	偏流特性	103
3.3.1	ホール素子による電流分布測定	103
3.3.2	有限要素法解析による偏流解析	105
3.4	本章のまとめ	114
4	限流特性解析	115
4.1	はじめに	115
4.2	限流特性解析の概要	115
4.3	限流動作に至るまでの電流分布	116
4.4	金属保護膜厚が限流特性に与える影響	122
4.5	超電導特性の不均一が限流特性に与える影響	125
4.6	SN 転移伝播速度	129
4.7	本章のまとめ	131
5	復帰特性解析	132
5.1	はじめに	132
5.2	復帰特性の概要	132
5.3	復帰特性解析	132
5.4	復帰特性の基板厚み依存性	133
5.5	復帰特性の初期温度依存性	139
5.6	本章のまとめ	143
6	交流損失特性解析	144
6.1	はじめに	144
6.2	交流損失の概要	144
6.3	交流損失解析	145
6.4	周波数依存性	151
6.5	本章のまとめ	153

7 結論	154
7.1 結論	154
7.2 今後の課題	157
謝辞	159
参考文献	161
発表文献	167
付録	170
A 数値積分公式	170
A.1 三角形数値積分公式	170
A.2 長方形・直方体の数値積分公式	172

目 次

1.1	超電導状態の臨界面	3
1.2	高温超電導体の結晶構造（ペロブスカイト形）と YBCO 超電導体の構造	5
1.3	第 2 種超電導体の混合状態	8
1.4	Bean モデルによる超電導体中の磁束密度と電流密度分布	10
1.5	臨界状態モデルの $E - J$ 特性	12
1.6	超電導体の $E - J$ 特性	12
1.7	電力系統での超電導限流器の設置例	16
1.8	超電導限流器の開発動向	18
1.9	抵抗形超電導限流器の概念図	18
1.10	磁気遮蔽形の動作原理: (a) 通常時 (b) 動作時	20
1.11	整流器形超電導限流器の回路図	21
1.12	超電導膜限流素子の基本構造（概念図）	24
1.13	Siemens 社の Y 系膜抵抗形超電導限流器	25
1.14	多角形状に Y 系膜限流素子を配置した限流器	26
1.15	超電導限流器の簡易解析手法	30
1.16	2 次元揺動 PLD 法による成膜の概念図	32
1.17	(a) 2 次元揺動機構 (b) 回転機構	32
1.18	HoBCO 膜 (3cm×7cm) の J_c 分布 (77K, 自己磁場中)	34
1.19	熱共蒸着法の概念図	36

1.20	縦横 200mm のサファイヤ上の YBCO 薄膜の電流密度分布	36
1.21	大面積薄膜用のパルスレーザー蒸着法の装置図	37
1.22	次世代超電導薄膜テープ線材の構成図	40
1.23	4m/h の線速で作成した 30m 長 YBCO 線材	42
1.24	30m 長 YBCO 線材の I_c 分布	42
2.1	連成解析の概念図	47
2.2	限流特性解析のフローチャート	48
2.3	偏流・交流損失特性解析のフローチャート	49
2.4	薄板近似を適用した電流ベクトルポテンシャル法	54
2.5	1 次 3 角形要素	54
2.6	3 角形領域の数値積分	66
2.7	計算点に隣接する要素の再分割	66
2.8	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 1 電流 x 軸方向成分	68
2.9	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 1 電流 y 軸方向成分	68
2.10	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 2 電流 x 軸方向成分	69
2.11	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 2 電流 y 軸方向成分	69
2.12	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 3 電流 x 軸方向成分	70
2.13	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 3 電流 y 軸方向成分	70
2.14	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 4 電流 x 軸方向成分	71
2.15	特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 4 電流 y 軸方向成分	71
2.16	$E - J$ 特性の違いの概念図 (a) 金属保護膜なし (b) 金属保護膜あり	74
2.17	後退差分法の概念図	76
2.18	通電電流を考慮した境界条件の与え方	82
2.19	電気回路連成解析	82
2.20	6 面体 1 次要素 (a) 全体座標系 (b) 局所座標系	89
2.21	液体窒素の沸騰曲線	97

2.22	通常時の限流特性解析の流れ	99
2.23	抵抗発生時の限流特性解析の流れ	99
3.1	単一素子中の偏流現象の概念図	102
3.2	空間的に分布する素子間の偏流現象の概念図	102
3.3	電流分布測定の様式図	104
3.4	解析する超電導薄膜素子	106
3.5	解析に用いるメッシュ構造	106
3.6	130A 通電時の測定結果	108
3.7	130A 通電時の偏流解析結果	108
3.8	170A 通電時の測定結果	109
3.9	170A 通電時の偏流解析結果	109
3.10	210A 通電時の測定結果	110
3.11	210A 通電時の偏流解析結果	110
3.12	230A 通電時の測定結果	111
3.13	230A 通電時の偏流解析結果	111
3.14	位相 50 度の際の電流密度分布 (A/m^2)	112
3.15	位相 50 度の際の磁束密度分布 (T)	113
3.16	位相 50 度の際の発熱率分布 (W/m^3)	113
4.1	回路構成の概念図	118
4.2	真上から見た解析モデル	118
4.3	超電導特性均一の場合の偏流	120
4.4	領域 a にバラツキを与えた場合の偏流	120
4.5	超電導特性均一の場合の 78.7A 通電時の電流密度分布 (コンター) 単位 [A/m^2]	121

4.6	領域 a にバラツキを与えた場合の 78.7A 通電時の電流密度分布 (コンター)	
	単位 [A/m ²]	121
4.7	領域 a にバラツキを与えた場合の 78.7A 通電時の電流ベクトル	121
4.8	金属膜厚を変化させた場合の限流特性	123
4.9	金属膜厚を変化させた場合の温度特性	124
4.10	領域 a と領域 b の両方にバラツキを与えた場合の限流特性 (限流初期)	126
4.11	領域 a と領域 b の両方にバラツキを与えた場合のバラツキ部分の温度特性 (限流初期)	127
4.12	領域 a にのみバラツキを与えた場合の限流特性 (限流初期)	128
4.13	超電導特性の不均一の度合いに対する SN 転移伝播速度	130
5.1	解析で用いた液体窒素の沸騰曲線	134
5.2	冷却特性の解析結果の一例	135
5.3	基板厚 1mm の場合の復帰特性	136
5.4	基板厚 0.8mm の場合の復帰特性	136
5.5	基板厚 0.5mm の場合の復帰特性	137
5.6	基板厚 0.3mm の場合の復帰特性	137
5.7	基板厚 0.1mm の場合の復帰特性	138
5.8	初期温度 500 K の場合の復帰特性	140
5.9	初期温度 400 K の場合の復帰特性	140
5.10	初期温度 300 K の場合の復帰特性	141
5.11	初期温度 200 K の場合の復帰特性	141
5.12	初期温度 100 K の場合の復帰特性	142
6.1	交流損失特性の測定例 1	146
6.2	交流損失特性の測定例 2	147
6.3	交流損失の時間履歴	149

6.4	交流損失特性の解析結果	150
6.5	電流密度分布 ピーク電流 170A 周波数 180Hz	152
6.6	電流密度分布 ピーク電流 170A 周波数 60Hz	152

表 目 次

2.1	局所座標と重み	63
3.1	電流分布測定に用いた YBCO 薄膜の仕様	104
3.2	解析に用いた超電導薄膜の仕様	105
4.1	限流解析に用いた回路および限流素子の仕様	117
5.1	電力系統の高速再閉路の無電圧時間	134

第 1 章

序論

1.1 研究の背景

我が国が地球環境保全を考慮しつつ今後も安定的に発展するには、エネルギーの電力化は不可欠であるとされ、電力の有効利用技術は重要であると考えられる。電力の有効活用を可能とすると共に電力系統の系統安定度向上を図るだけでなく、電気機器の小型・軽量化、高性能化を図ることが可能であり、省エネルギーで地球環境にも優しい超電導応用機器の実現が期待されている [1][2].

超電導限流器 (Superconducting fault current limiter : SFCL) は、電力系統の短絡電流を瞬時に抑制できることから、従来困難であった系統連系への適用、超電導ケーブルの保護用など電力系統への導入など、これまでに無い機能・可能性をもつ新しい電力機器である。世界各国で抵抗形、磁気遮蔽形、整流器形など様々な方式の研究開発が進行している [3]. その中で高温超電導薄膜 (RE-Ba-Cu-O, RE: 希土類) の超電導-常電導転移 (SN 転移) で生じる抵抗を用いて短絡電流を抑制する抵抗形限流器は、現状では容量が小さいものの、過電流に対して瞬時に応答するなど動作特性が優れているだけでなく、コンパクトな電力用限流器の実現可能性も有している [4][5][6].

本研究では、高温超電導薄膜の超電導-常電導転移 (SN 転移) に基づく抵抗形限流素子に注目して、詳細な限流動作や交流損失の把握が可能なシミュレーション技術の確立を

目指している。有限要素法に基づく電磁界，熱伝導，および電気回路の連成解析コードを開発して，未だ明らかとなっていない物理現象の把握を図り，これまで手探りで進められている機器の最適設計に指針を与えることを目的とする。このシミュレーション技術は次世代線材として期待される Y 系テープ線材の交流損失の見積りにも有効であると考えられる。低損失・高電流密度という超電導線材のメリットを生かすためには，この交流損失の把握・低減は重要である。

1.2 超電導体の概要

1.2.1 超電導体の基本的性質

超電導状態とは，物質の電気抵抗が極めて小さくなり，大電流を低損失で通電できる状態をいう（第 2 種超電導体）。超電導状態には，温度，磁界，電流値にそれぞれ限界が存在する [8]。これらの限界位置をそれぞれ，臨界温度 (T_c)，臨界磁界 (H_c)，臨界電流密度 (J_c) とよび，その境界面を臨界面という。この様子を図 1.1 に示す。超電導を工学的に利用するためには，これら限界値をすべて大きくする必要がある。臨界面の内部では，超電導状態の自由エネルギーが常電導状態よりも低いために安定状態である。超電導体には第 1 種超電導体と第 2 種超電導体があり，超電導機器に使用されるのは第 2 種超電導体が多い [9]。さらに第 2 種超電導体には，液体ヘリウム温度 (4.2K) 程度で超電導状態になる NbTi や Nb₃Sn など低温超電導体と，液体窒素温度 (77.3K) 程度でも超電導性を示す Y-Ba-Cu-O (YBCO)，Bi-Sr-Ca-Cu-O (BiSCCO) などの高温超電導体がある。超電導状態を維持するには冷却が必要である。低温超電導体の応用技術はすでに確立されている部分が多いが，冷却負担が大きい。電力機器への応用を目指した超電導技術の研究開発は，高温超電導体に大きくシフトしている。

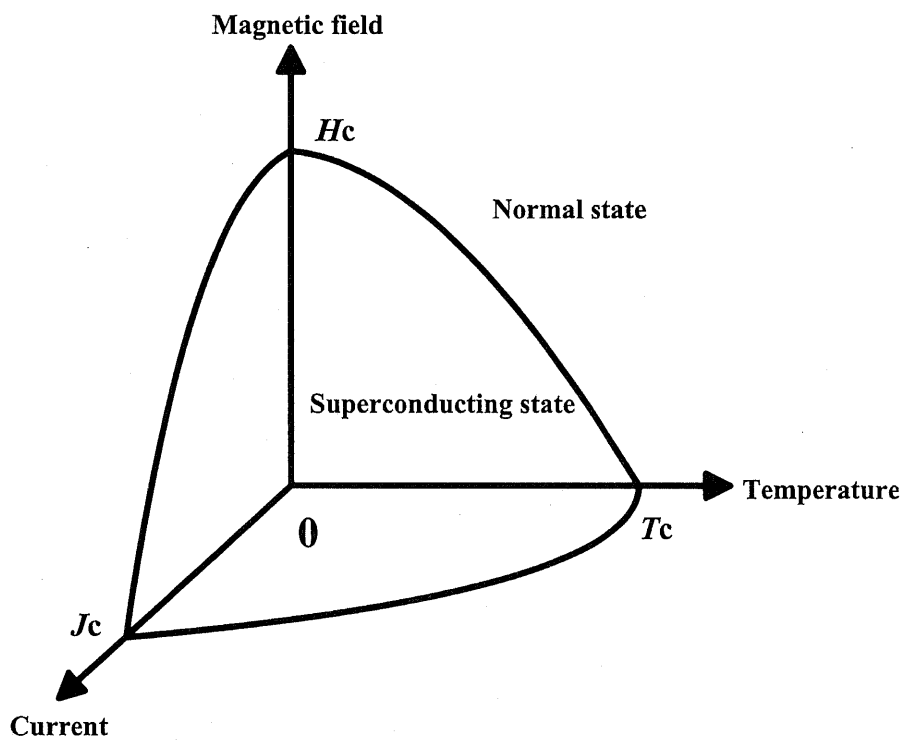


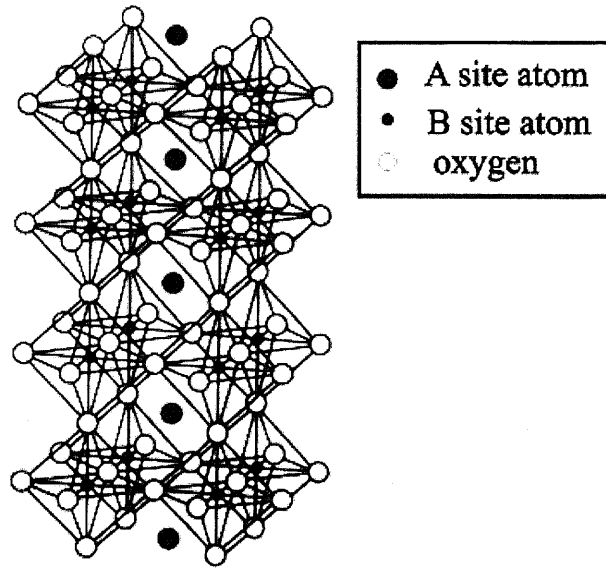
図 1.1 超電導状態の臨界面

1.2.2 高温超電導体の結晶構造

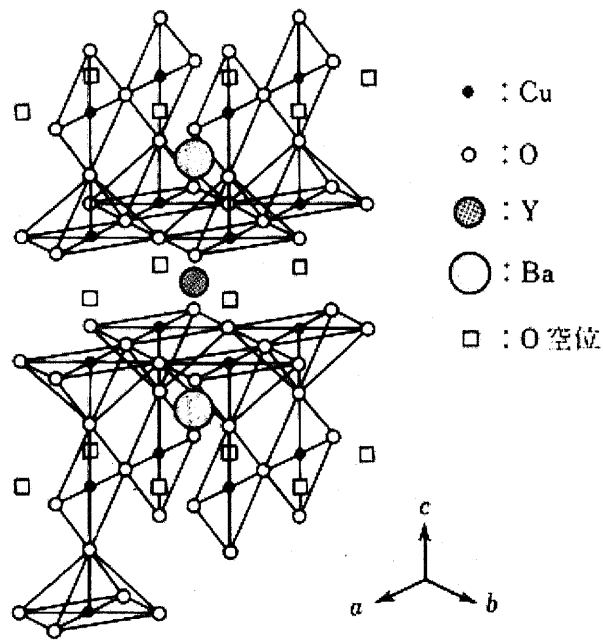
現在確認されている高温超電導体の結晶構造は、すべてペロブスカイト形に属する。ペロブスカイト形酸化物の構造を図 1.2 (a) に示す。この結晶は金属イオン A, B と酸素イオンで構成され、 ABO_3 の組成をもつ。酸素イオンはピラミッドを上下組み合わせたような八面体構造をなし、各八面体の中央に B イオンが入る。そして、この正八面体のつくる空間に A イオンが入る。なお、図 1.2 (b) に示すように、3 軸をそれぞれ a 軸, b 軸, c 軸という。

高温超電導体の電氣的な特徴は、導電性のキャリアが正孔であり、その導電性が 2 次元的事であることである。ここで YBCO 超電導体の結晶構造を図 1.2 (b) に示す。A サイトに Y と Ba が交互配置され、Y と同一平面内の O をすべて空位とし、また Ba と同一平面内に隣接する八面体の O を一部空位とした結晶である。イットリウムを希土類で置き換えた高温超電導体も存在する。

キャリアはイットリウムイオンに隣接するピラミッドの底面が構成する a, b 軸の作る面 (a-b 面) に平行な 2 次元層を自由に動くため、その導電性は a-b 面内で著しく大きく、c 軸方向には小さくなることが特徴である。



(a) ペロブスカイト形酸化物の構造



(b) YBCO 酸化物超電導体の構造

図 1.2 高温超電導体の結晶構造（ペロブスカイト形）と YBCO 超電導体の構造

1.3 超電導体中の電磁現象

1.3.1 第2種超電導体と磁束ピンニング

超電導機器に使用される超電導体の多くは第2種超電導体である。第2種超電導体は、下部臨界磁界までマイスナー効果（完全反磁性）を示すが、下部臨界磁界を超え上部臨界磁界までは混合状態となり、超電導領域と常電導領域が混合した状態となる。そして、上部臨界磁界を超えると常電導状態に転移する [10][11]。

図 1.3 に第2種超電導体の混合状態を示す。単連結の超電導体に囲まれた空間に磁束が出入する場合、次式で表される磁束量子 ϕ_0 を最小単位として変化する。

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.068 \times 10^{-15} \text{ [Wb]} \quad (1.1)$$

ただし、 h はプランク定数である。

混合状態では、量子化した磁束線のまわりを損失のない超電導電流がうず状に流れている。磁束線が一様に分布しているとマクロな電流は現れないが、マクロに見て電流が流れている場合には、磁束線の密度が空間的に一様ではなくなっている。マクロな電流は、超電導体に通電するときや、外部磁界を遮蔽するときに流れる [12]。混合状態で超電導体に外部から電流 (I) を流すと磁束量子 ϕ_0 には

$$f_L = I\phi_0 \quad (1.2)$$

の大きさのローレンツ力 f_L が電流と磁界の両方に垂直な方向に働く。超電導体内に単位体積あたり n 個の磁束量子がある場合 ($B = n\phi_0$) の力は

$$f_L = IB \quad (1.3)$$

となる。磁束量子にローレンツ力が働くと磁束が動いて磁界が生じ、磁束線の速度を v として次の関係式で表される。

$$F_L = ev \times B = eE \quad (1.4)$$

これは、混合状態では電流そのものは超電導電流であるにもかかわらず電気抵抗が発生することを示している。磁束線が動くことを磁束流 (Flux flow) といい、磁束が運動することによって生じる電気抵抗を磁束フロー抵抗とよぶ。

しかし、実際の超電導体では、種々の析出物や空孔、格子欠陥などがピンニングセンターとして作用し、磁束の動きを拘束する。これを磁束ピンニングという。磁束ピンニングの強さと密度は、超電導体の材質、加工度、熱処理に強く依存し、臨界電流を決める要因となる。磁束ピンニングが強ければ、大電流を流すことが可能となる。また、例えば高温バルク超電導体と永久磁石の間に安定な浮上を実現することが可能となる。一方、磁束ピンニングは磁気ヒステリシスの原因となり、交流磁界の印加や交流電流の通電によりヒステリシス損失を生じる。

ローレンツ力とピンニング力がつりあった状態でもピンニングセンターに捕捉されている磁束量子が永久に捕捉されたままではない。実際には、ピンニングされている磁束量子は熱的な揺らぎによりある確率でピンニングセンターから外れることが可能である。この現象を磁束クリープ (Flux flow) という。

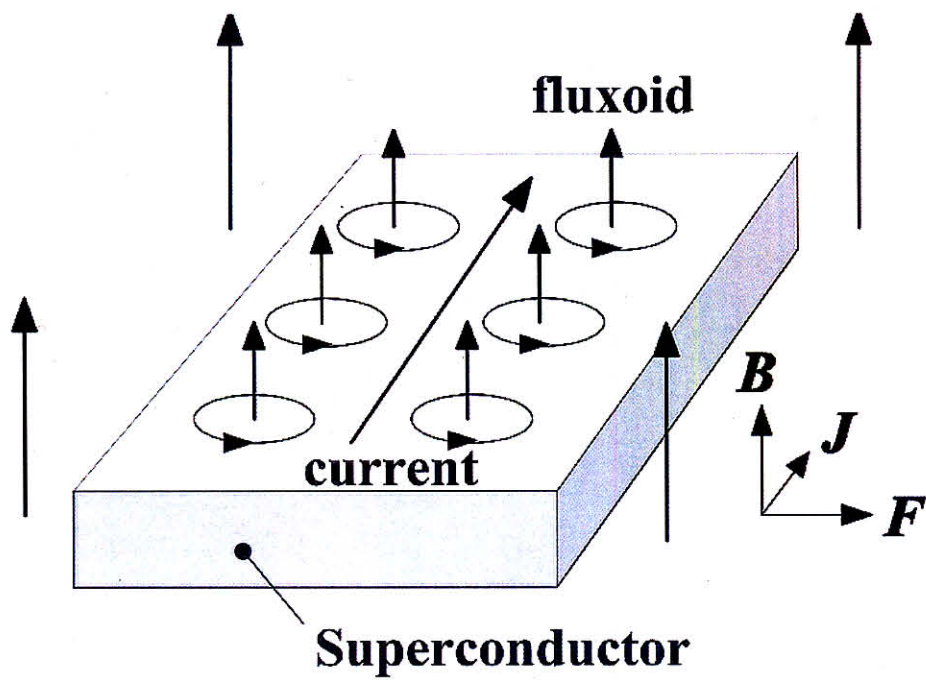


図 1.3 第 2 種超電導体の混合状態

1.3.2 臨界状態モデル

電流 I を増加させていくとローレンツ力 ($F_L = IB$) が増加する。その値がピンニング力 F_P と一致したときの電流密度が臨界電流密度である。そしてローレンツ力とピンニング力が一致した状態が臨界状態であり、臨界電流を J_c とすると

$$F_L = F_P = J_c \times B \quad (1.5)$$

となる。また、磁束密度と電流密度の間にはマクスウェルの方程式より次の関係がある。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1.6)$$

この電流密度 \mathbf{J} の大きさ $|\mathbf{J}|$ を臨界電流密度 J_c で与えたものを臨界状態モデルという。臨界状態モデルには J_c を与え方によって様々なモデルが考案されている。例えば、最も簡単な Bean モデルでは磁束密度によらず臨界電流密度 J_c を一定と考える

$$J_c = \text{一定} \quad (1.7)$$

Bean モデルを用いて超電導体内の磁束密度と電流密度分布を表すと図 1.4 のようになる。図 1.4 は外部磁界を $0 \rightarrow B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3$ ($0 < B_1, B_3 < B_2$) と変化させたときの様子であり、超電導体内の磁束密度分布は過去の状態に依存する。一歩進んで、臨界電流密度の磁束密度依存性を考慮した Kim モデルもしばしば用いられ、次式で与えられる。

$$J_c = J_{c0} \frac{B_0}{|\mathbf{B}| + B_0} \quad (1.8)$$

B_0 は定数で、 J_c が $\mathbf{B}=0$ の場合の値 J_{c0} の 2 分の 1 となる時の外部磁束 B と等しい。

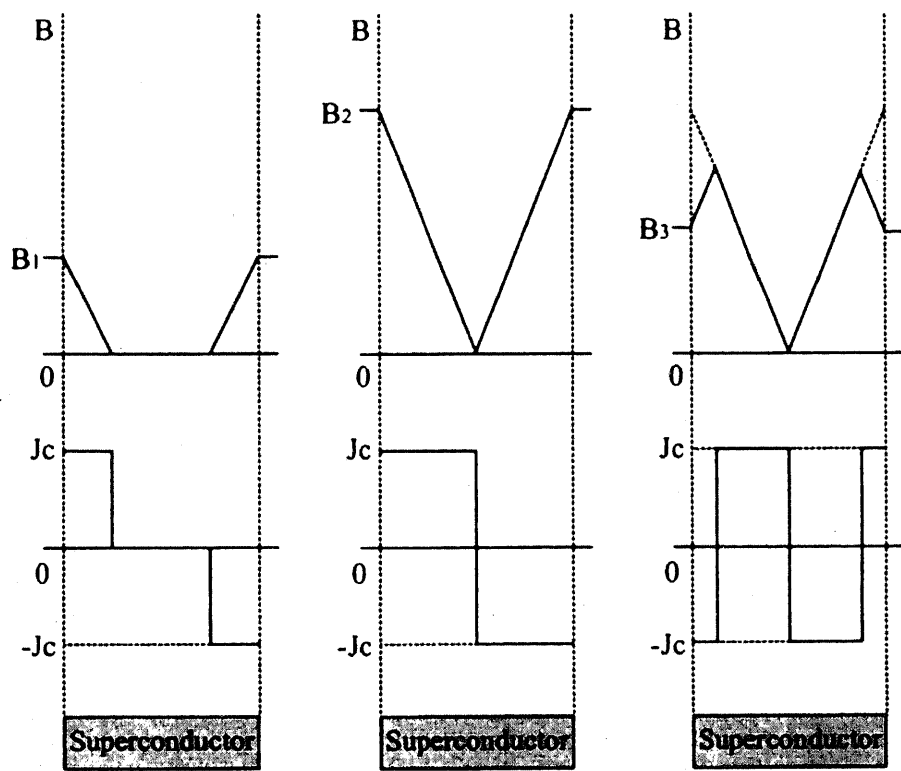


図 1.4 Bean モデルによる超電導体中の磁束密度と電流密度分布

1.3.3 $E - J$ 特性

臨界状態モデルでは、電流密度は0か臨界電流密度 J_c しかとらず、 $E - J$ 特性 (E : 電界, J : 電流密度) は図 1.5のように表せる。しかし、実際の超電導体は図 1.6のような $E - J$ 特性を示す。

1.3.4 磁束フロー・クリープモデル

超電導体内の $E - J$ 特性をモデル化したものとして、磁束フロー・クリープモデルがある [13]、その様子を図 1.6に示す。磁束クリープ領域と磁束フロー領域で電界 E は以下の式で表される。

$J < J_c$ の場合

$$E(J) = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0}{kT} \frac{J}{J_{rmc}}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{kT}\right) \quad (1.9)$$

$J > J_c$ の場合

$$E(J) = \rho_c J_c \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-2U_0}{kT}\right) \right\} + \rho_f (J - J_c) \quad (1.10)$$

ここで、 U_0 はピンニングポテンシャル、 ρ_c 、 ρ_f はそれぞれ磁束クリープ、磁束フロー時の抵抗率、 k はボルツマン定数である。

1.3.5 n 値モデル

超電導体の交流損失の解析などで、超電導体の $E - J$ 特性としてしばしば用いられるモデルに次のようなべき乗で近似する n 値モデルがある [12]。

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c}\right)^n \quad (1.11)$$

ここで、 E_c は臨界電流密度 J_c を規定する基準電界である。 n は常電導転移の鋭さを示す指数であり、臨界状態モデルでは $J < J_c$ のときが磁束クリープ状態、 $J > J_c$ のときが磁束フロー状態に相当する。

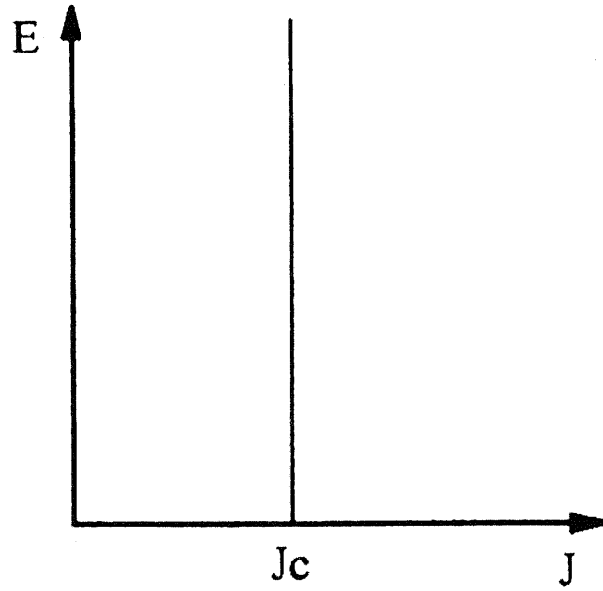


図 1.5 臨界状態モデルの $E - J$ 特性

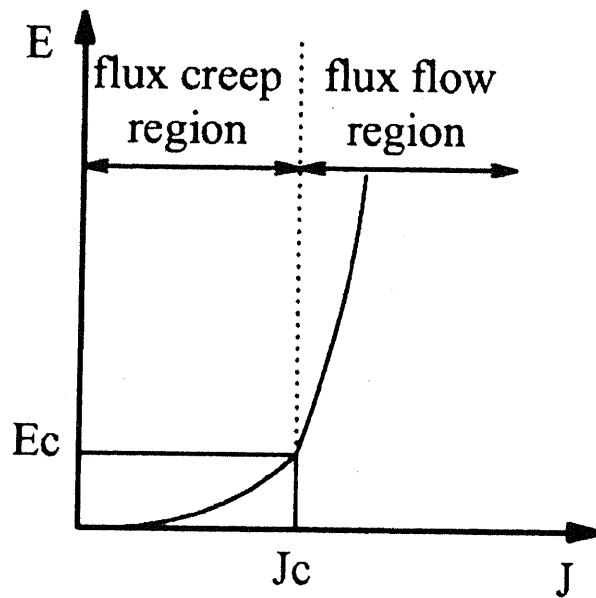


図 1.6 超電導体の $E - J$ 特性

1.3.6 超電導体内を動く磁束に働く力

超電導体内を動く磁束に働く力は、磁束ピンニング力 F_P と磁束の速度に比例した粘性力 F_v である。粘性力とは、磁束が動くことにより導体に発生する誘導電流から受ける力のことである。超電導体中の磁束の運動は、ローレンツ力 F_L 、ピンニング力 F_P 、粘性力 F_v の3力のつりあいによって決まる。それらの関係式は次式で表される。

$$F_L + F_P + F_v = 0 \quad (1.12)$$

ここで、 F_L 、 F_P 、 F_v はそれぞれ次式で表される。

$$F_L = J \times B \quad (1.13)$$

$$F_P = -J_c B \frac{v}{|v|} \quad (1.14)$$

$$F_v = -\eta \frac{|B|}{\phi_0} v \quad (1.15)$$

ここで、 η は粘性係数、 ϕ_0 は磁束量子である。 η は次式のように表される。

$$\eta = \frac{\phi_0 B}{\rho_f} \quad (1.16)$$

磁束は粘性力によって運動エネルギーを失い、超電導体内で熱エネルギーとなる。この熱により、超電導体の温度は上昇し、臨界電流密度 J_c の温度依存性により J_c が減少するため、超電導体にピンニングされる磁束は減少する。(1.15) 式より粘性力による単位時間あたりのエネルギー損失 W は

$$W = -F_v v = -\eta \frac{B}{\phi_0} v^2 \quad (1.17)$$

となる。

1.4 超電導限流器の概要

1.4.1 超電導限流器の研究背景

我が国の電力需要の伸びはここ数年、景気の低迷により、成長に鈍化が見られるものの、今後、首都圏を中心に着実に増加し続けるものと予想される。また、電力に対する信頼度の向上など高品質化への要求は高まっており、電力会社では電力を安定的かつ効率的に送電するために、発電所の新增設や電力系統の増強・拡大などによって信頼度の維持および安定供給を図っている。しかし、この系統規模の拡大・複雑化に伴い、電力系統に発生する事故電流は年々増大する傾向にある。これまで遮断器の遮断容量の向上や電力耐量の大きい機器への取り替え、および変電所での母線分離などの系統構成の工夫などにより、事故電流が既設遮断器の定格遮断容量を越えないような対処を行っている。しかし、将来的に事故電流を瞬時に抑制する限流器を系統の連結点に設置することが可能となれば、遮断容量を格上げするなどの対策をすることなく、常時は系統連結が可能となり、効率的な設備形成が図れるなどの効果が期待できる。我が国の500kVなどの基幹系統においては、63kAないし50kAの容量をもつ遮断器が使用されているが、将来的に事故電流がその容量を上回ると予想されるためにそのニーズは高い[14]。

限流器は、通常時には低インピーダンスであり、事故時には高インピーダンスであることが求められる。また所定の電流値で確実に動作することが必要で、繰り返し使用できることが望ましい。このような特性を満たす限流器を実現する方法として、以下に挙げる方式などが考案・試作されている。

- 超電導体を利用する方法 [15]
- アークの抵抗値上昇を利用する方法 [16]
- 金属ナトリウムが気化したときの抵抗値の増加を利用する方法 [17]
- 半導体スイッチを利用する方法 [18]

超電導限流器は、超電導材料の特性を生かして限流を行うので、事故電流を検知するための装置や制御回路が基本的に不要であり、装置の大型化を抑制できるなど優れた特徴を有している。そのため、超電導限流器 (SFCL) の研究は世界各国で盛んに進められており、実現が望まれている [19][20][21].

超電導限流器の電力系統での配置例を図 1.7 に示す。各系統に対して設置することにより事故電流を瞬時に限流して、周辺機器への被害を抑える。また系統連結間に設置することが有効である。一般に系統連結が多くなると系統運用は効率化するが、短絡インピーダンスが減少して事故電流が増大する。超電導限流器の設置により系統の構成や運用が弾力化され、供給信頼度の改善に対して著しい効果をもたらす。これにより短絡電流を上げることなく既設の電力機器を有効に使用することができる。

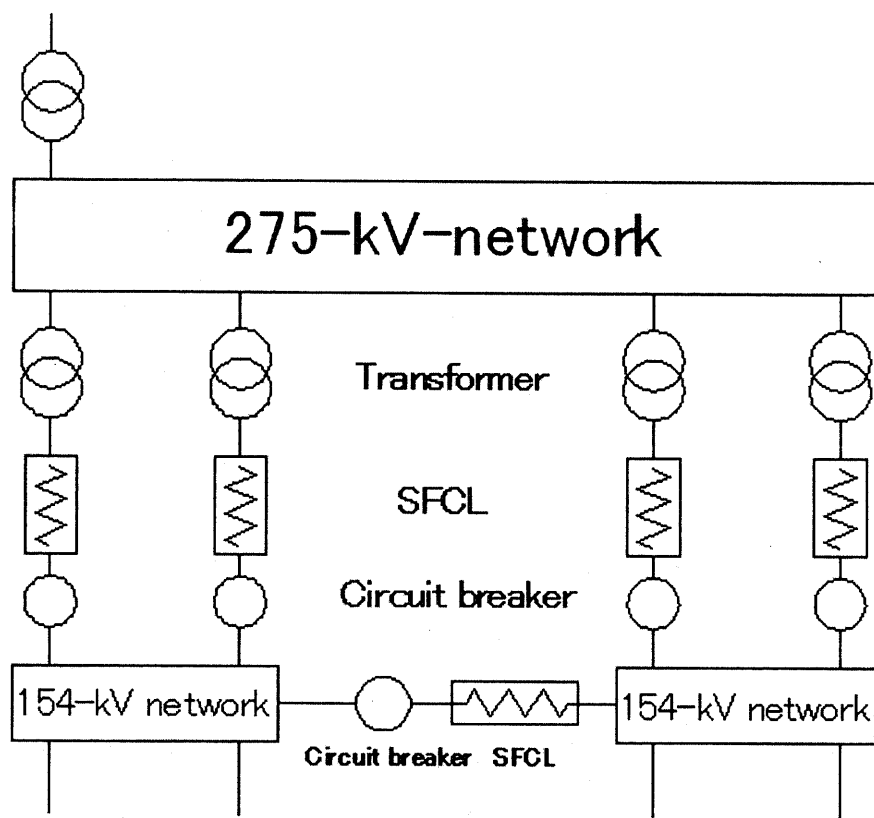


図 1.7 電力系統での超電導限流器の設置例

1.4.2 超電導限流器の種類

限流器の開発は 1988 年頃から始まり，実用的な酸化物超電導体が製造されるに従い，国内外の多くのグループで研究が進められるようになった．世界各国の限流器の開発動向を図 1.8 に示す [3]．

超電導限流器の方式として，現在までに様々なものが提案されている．ここでは代表的な抵抗形 (Resistive Type)，磁気遮蔽形 (Magnetic Shield Type)，および整流器形 (Inductive Type) について順番に説明する．

- 超電導体の超電導-常電導転移 (SN 転移) を積極的に利用し，その常電導抵抗そのものを限流のための抵抗として用いる方式

抵抗形限流器の基本構成を図 1.9 に示す．限流素子は，液体窒素 (77K) により冷却されており，通常時 (待機状態) では完全導電性により極めて低いインピーダンスで電流を流すことができる．事故が起きてある一定以上の電流が流れたとき (動作状態) には超電導体の SN 転移によって高インピーダンスが発生して，瞬時に事故電流を抑制する．この方式の特徴としては，構造が簡易であること，インピーダンス発生が速いこと，小型化が可能であることが挙げられる．しかし，系統電流が超電導体に流入することから，動作時のジュール発熱に起因する素子の急激な温度上昇による焼損，または熱応力による破壊，発熱の処理が課題となる．材料の形態としては，線材，薄膜，バルクが挙げられる．材料がさらされる磁界は大きくない (数 10~100mT 程度)．これは機器として最大限無誘導に近い導体構成をとるためである．

- 超電導体の磁気遮蔽効果を利用する方式

磁気遮蔽形の動作原理を図 1.10 に示す．図 1.10(a) に示す通常時には，円筒状超電導体を零磁界中冷却して用いることにより，通常時は超電導状態を保っており，完全に磁束を遮蔽している．この場合，インピーダンスは殆ど現れない．図 1.10(b) に示す動作時には，故障電流が流れると常電導転移して磁束を打ち消すことができなくなる．その結果，

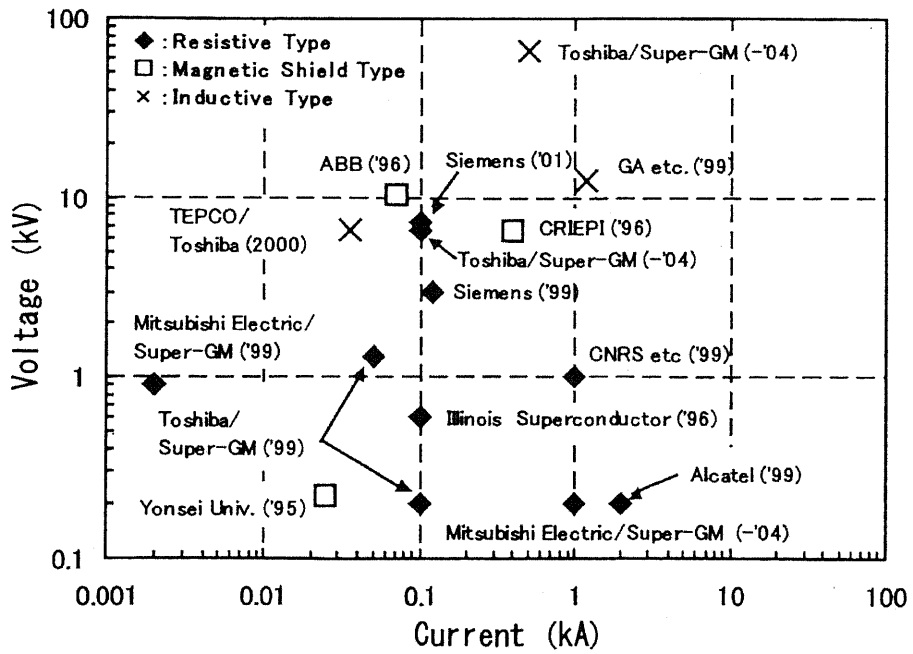


図 1.8 超電導限流器の開発動向

出典 [3]

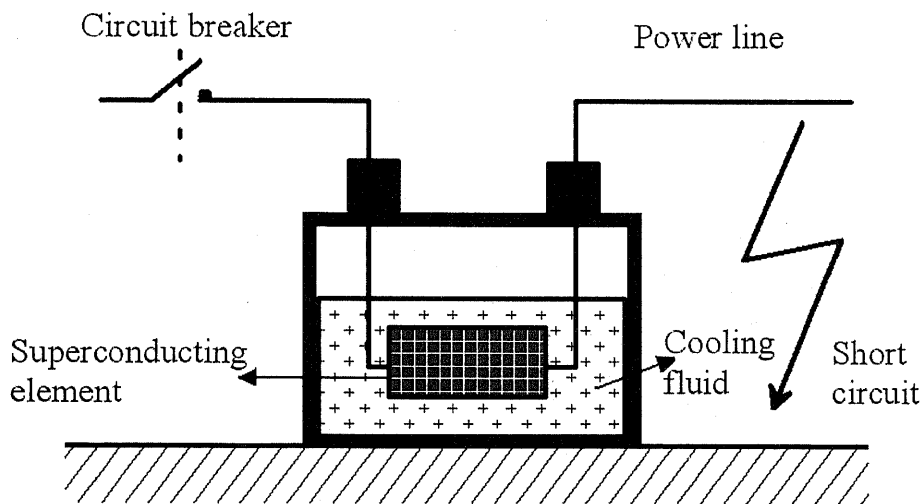


図 1.9 抵抗形超電導限流器の概念図

インピーダンスが大きくなり限流する。特徴として、使用する超電導体が円筒状であること、超電導体には系統電流が直接流入しないので、損失が少なく、また信頼性が高いことが挙げられる。しかし、装置が大型化する、漏れリアクタンスが存在するという課題もある。

- 整流器形の限流方式

整流器形の回路を図 1.11 に示す。ブリッジの中に超電導コイルと直流電源が直列に接続される構造である。定常時には、系統電流の向きに応じて片側のダイオードが導通し、超電導コイルには、系統電流の波高値の直流電流が流れる。事故時には、超電導コイルの電流変化に対応してリアクタンスが現れ、事故電流を抑制する。この方式には、超電導が SN 転移することなく限流する、超電導コイルの交流損失がないという長所がある。一方、ダイオードでの損失や、直流電流源が必要であることから、装置の大型化に課題が残る。

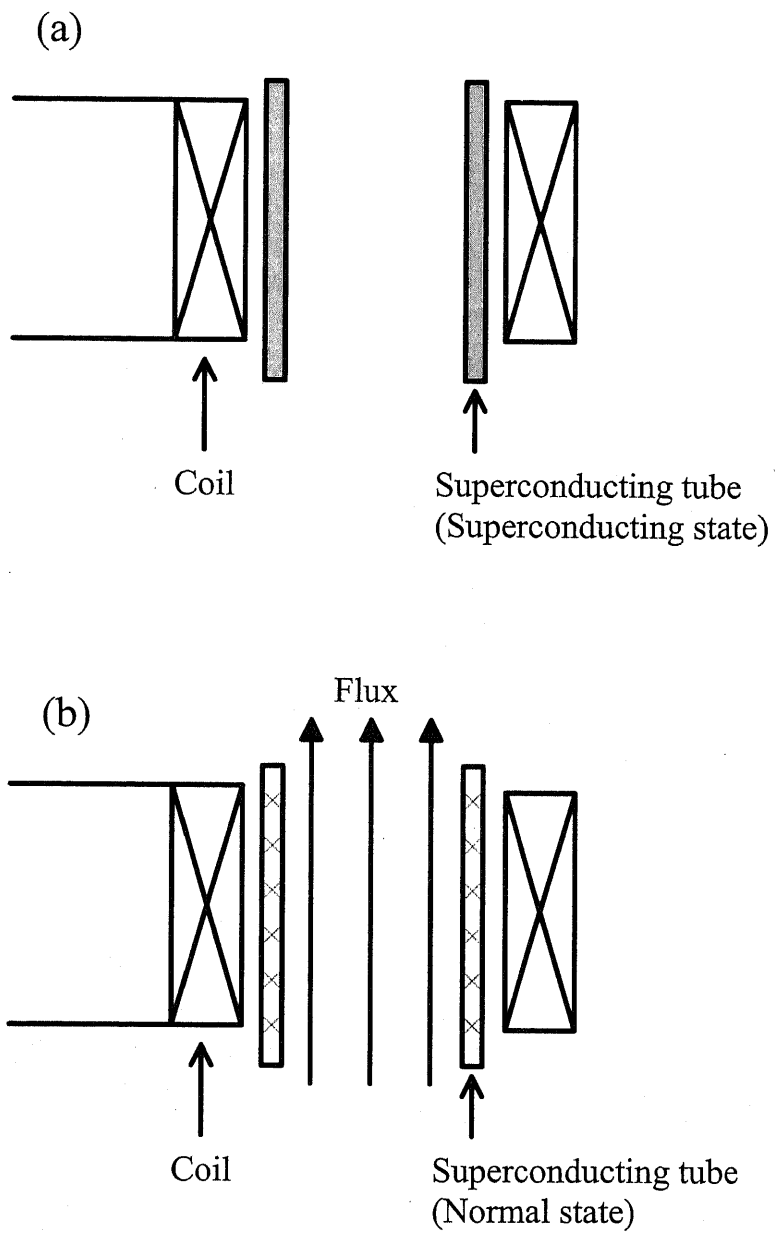


図 1.10 磁気遮蔽形の動作原理: (a) 通常時 (b) 動作時

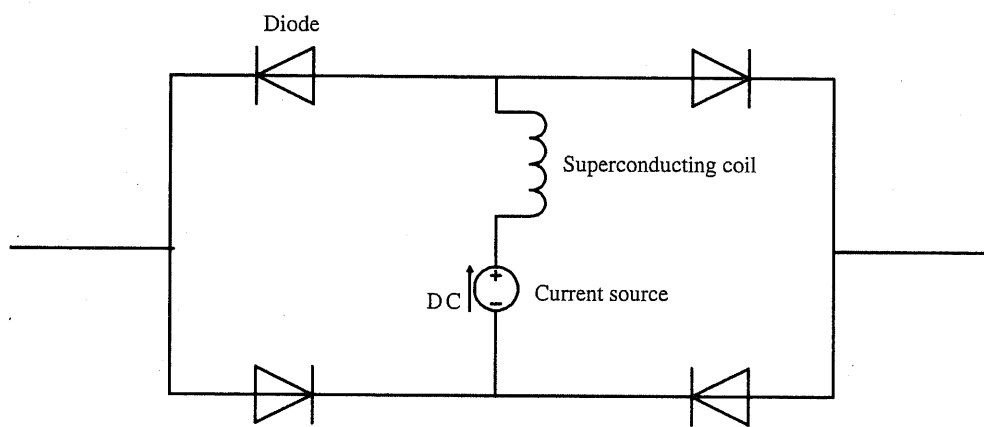


図 1.11 整流器形超電導限流器の回路図

1.5 超電導薄膜を用いた抵抗形限流器

1.5.1 特徴と構成

超電導薄膜を用いた抵抗形限流器は、現状では容量が小さいものの、過電流に対して瞬時に応答するなど動作特性が優れているだけでなく、コンパクトな電力用限流器の実現可能性も有している。本研究では、高温超電導体である YBCO 薄膜の超電導-常電導転移 (SN 転移) を利用した薄膜限流素子を用いた抵抗発生型の超電導限流器に注目する。図 1.12 に典型的な YBCO 薄膜限流素子の構成と寸法を示す。現状の素子寸法は、国内で試作されているものとしては最大で幅 3cm、長さ 10cm であり、臨界電流密度は 2×10^{10} A/m² 程度である。

YBCO 薄膜はバルク体と比べて臨界電流密度が高く、超電導特性の均一性が良い。また基板が熱伝達のバッファとなるため冷却特性が優れている。そのため限流初期のホットスポット（特性の不均一な部分での局所的な温度上昇）での素子の破損を防ぐのに有利で、限流後の復帰特性が優れている特徴がある。

また現在、この YBCO 薄膜を用いた SN 転移形薄膜限流器を含む国のプロジェクトが進行している。このプロジェクトでは SN 転移形薄膜限流素子の最大の課題である大容量化に向けて、限流素子直並列接続技術および材料面では大面積素子技術の確立が求められている。限流素子直並列接続技術では、SN 転移過程の把握を行いながら、大電流化（並列化技術・偏流対策技術）と、高電圧化（直列化技術・高電圧絶縁技術）について研究が行われ、6.6kV/2kA 級限流器の概念設計を行い、電力用限流器開発に必要な技術全般についての課題を明確にするとされている。さらに基幹系統といった上位電力階級への適用可能性についてもフェージビリティ・スタディが行われる予定である。

YBCO 薄膜用いた限流素子容量は、経験的に単結晶サファイア基板上の YBCO 薄膜 1cm² 当たり約 1kVA であり、それ以上の熱負荷では素子破損の危険が高いことが報告されている [7]。そのため電力用限流器を一枚の素子で作成することは困難であり、大電流化のためには素子の並列接続を、また高電圧化のためには素子の直列接続が必要となる。

実際の超電導膜を用いた限流器では容量を大きくするために、超電導膜をスパイラル状やミアンダ状に加工して、限流素子の長さを確保する工夫がなされている。例として図 1.13 に Siemens 社の Y 系膜抵抗形超電導限流器を示す。直径 4 インチのサファイヤ基板上に YBCO 薄膜 (厚さ 250nm) を成膜し、その上に保護膜として金 (厚さ 100nm) を蒸着したものから、長さ 80cm、幅 7mm のスパイラル状電流経路を作ったものをスイッチ素子とし、臨界電流 30~48A、臨界電流密度 1.7~2.7MA/cm²が得られている。このようなスイッチ素子を 5 並列 2 直列に接続し、100kVA 限流器 (765V, 135A, 103kVA) を構成している [4]。短絡時のピーク電流は短絡前の電流振幅の 3 倍程度に抑制されており、その後は 65%程度に限流されている。また、復帰時間は 2 秒以下である [22]。また図 1.14 に示すように幅 3cm、長さ 8cm の限流素子 8 枚を対象配置である多角形状に配置し、さらにそれを 2 直列として 200V/1000A 素子とする例もある [6]。

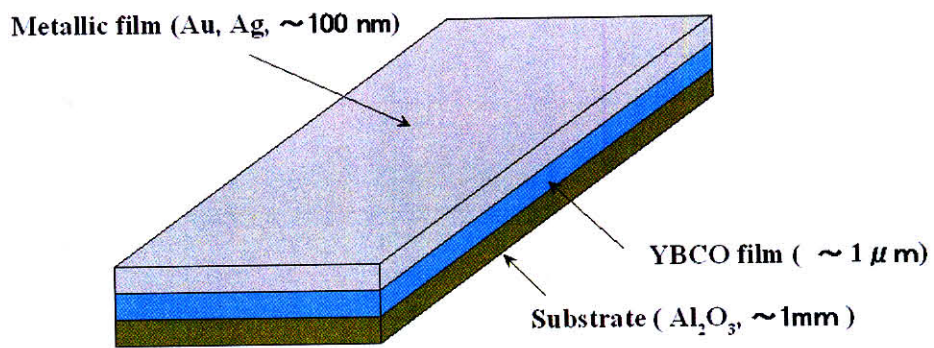


図 1.12 超電導膜限流素子の基本構造 (概念図)

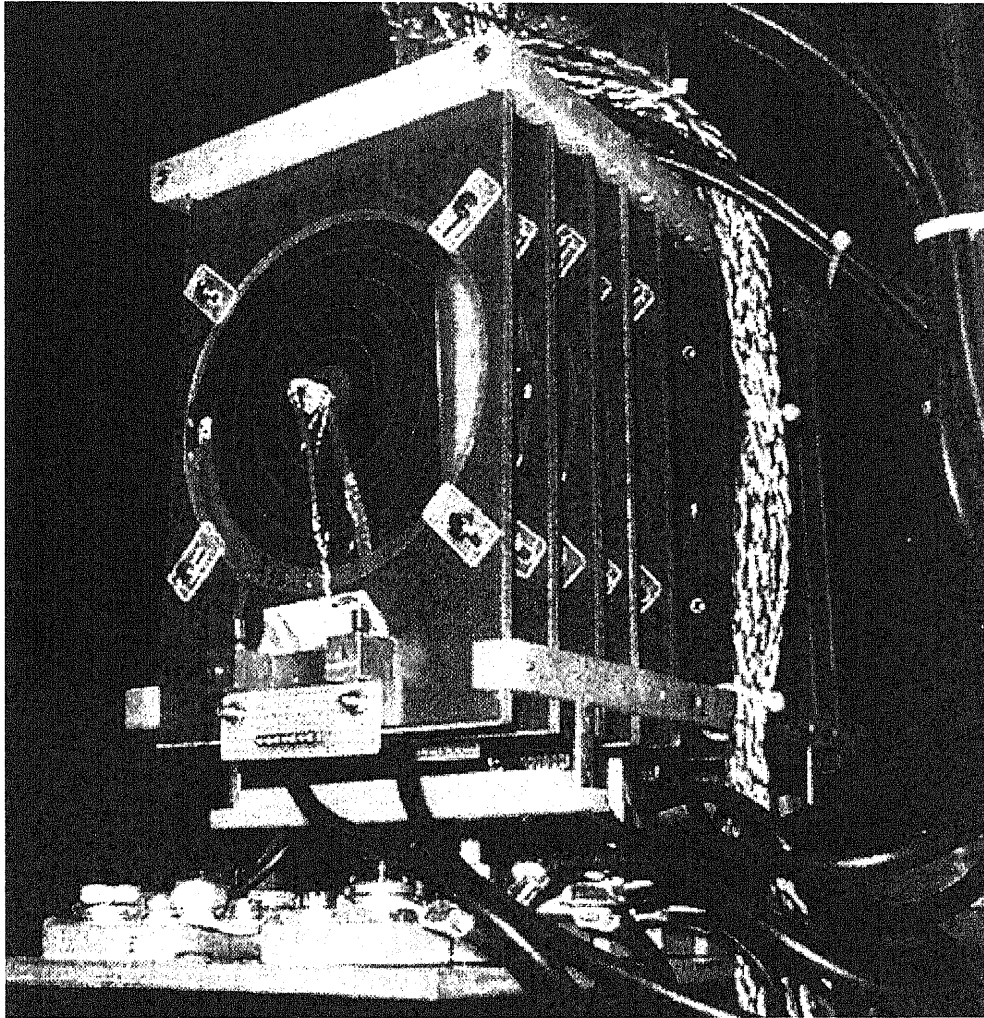


図 1.13 Siemens 社の Y 系膜抵抗形超電導限流器
出典 [22]

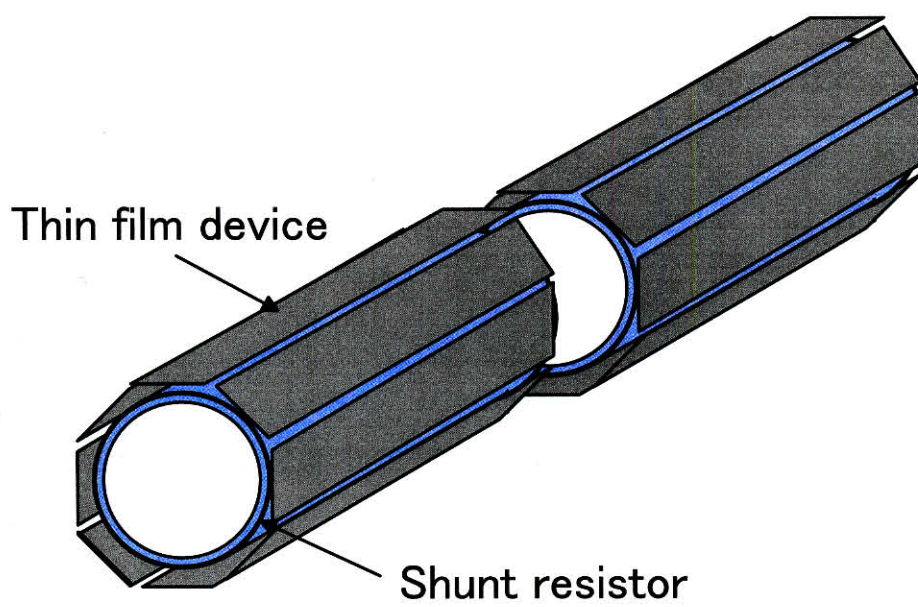


図 1.14 多角形状に Y 系膜限流素子を配置した限流器
出典 [6]

1.5.2 技術的課題

限流動作時の重要な技術課題は、局所的な SN 転移の防止である。YBCO 薄膜にはその特性に不均一があり、素子に過電流が流れても全体は同時には SN 転移せず、時間的あるいは空間的にバラツキをもって常電導状態となる場合がある。状況によっては素子の一部分に回路の全電圧が印加されてしまい、素子の熱負荷が局所的に設計以上に増大し、焼損に至る可能性もある。そのために実用的な限流器開発においては、このような不均一な SN 転移を抑制する技術の確立が不可欠である。限流器の製造・最適化には、超電導特性のバラツキの許容値、バラツキを抑えるため金属膜の厚み、動作開始電流、必要な基板厚み等の情報が必要である。これらを決定するには所望の限流比、外部回路条件、素子物性値などを総合的に考慮しなければならない。従来からの一般的な限流特性解析は、超電導薄膜での電流分布と超電導特性を均一と仮定し、集中定数回路を用いた簡易的手法により行われている。また熱連成解析では、基板中の温度分布を考慮しない無次元的な取り扱いがされている。これらの手法では超電導特性のバラツキ等の影響を考慮することができず、正確な限流特性の解析は困難である。そのため抵抗発生過程などの物理現象の把握が可能であり、実験と代替となる解析手法の確立が求められている。

薄膜限流素子と YBCO 超電導薄膜テープ線材に共通する技術課題は、交流通電時に薄膜端部に電流が集中する偏流現象である。偏流は交流損失を増大させるため、現象を明確にする必要がある。交流損失の見積もりと低減は、冷却コストが大きな負担となる超電導機器が実用的なものとして成立するかどうかの極めて重要な課題である。これまで超電導薄膜での偏流現象の解析手法は確立されておらず、また現状では交流損失の見積もりは実験データに頼らざるをえない。その他、限流動作後に所望の時間以内に再び超電導化するかどうかの見積もりも重要である。超電導限流器と超電導テープ線材を製作する際には、これらの現象を定量的に把握しておく必要があり、物理現象の解明と実験の代替となる解析手法の確立が強く望まれている。

そこで本論文では、簡易解析では把握が難しい詳細な物理現象の解析を可能とする有限要素法解析手法を提案すると共に、その解析手法を用いて物理現象の詳細な解明に取

り組んでいく。

1.5.3 超電導限流器の簡易解析手法

一般的には限流特性の簡易解析手法として、超電導体中の偏流現象を考慮せず、また超電導体特性を均一と仮定して、集中定数回路を用いた解析が行われる。また熱連成解析においても熱分布を考慮せず素子全体としての発熱・冷却のみを取り扱われる。例として単一限流素子での解析モデルを図 1.15 示す。この場合には金属膜と超電導体が並列接続されているとして、以下に示す関係式を連立されて限流特性を計算する。

- 超電導限流素子の等価回路

$$V = V_{HTS} = V_{Ag} \quad (1.18)$$

$$I = I_{Ag} + I_{HTS} \quad (1.19)$$

$$V_{Ag} = R_{Ag}(T)I_{Ag} \quad (1.20)$$

$$T < T_c : V_{HTS} = \alpha I_{HTS}^n \quad (1.21)$$

$$T > T_c : V_{HTS} = R_{HTS}(T)I_{HTS} \quad (1.22)$$

V :限流素子の電圧, V_{HTS} :超電導体の電圧, V_{Ag} :金属保護膜の電圧, I :回路電流, I_{Ag} :金属保護膜中の電流, I_{HTS} :超電導体中の電流, R_{Ag} :金属の抵抗, T :素子温度, T_c :臨界温度, α, n :超電導特性に関する定数

- 熱平衡方程式

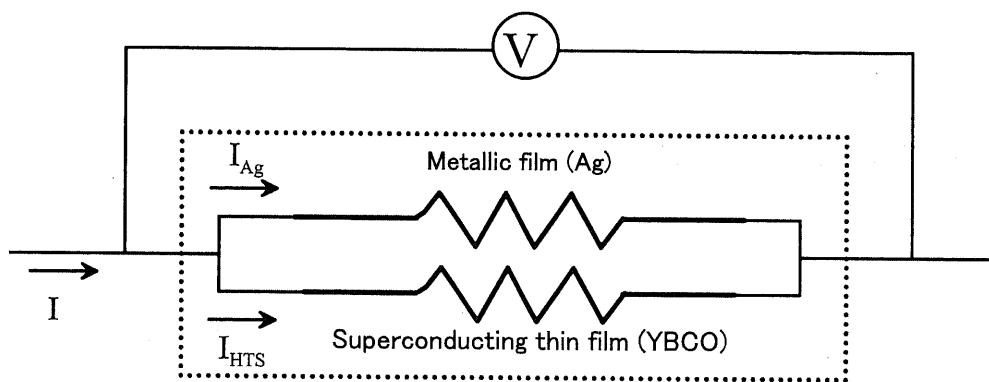
$$Q = IV \quad (1.23)$$

$$Q - A_0 h(T - T_b) = V_0 C \frac{dT}{dt} \quad (1.24)$$

Q :発熱, A_0 :冷却面積, h :熱伝達率, T_b :冷媒温度, C :比熱, V_0 :体積

この簡易解析手法でも、線材を用いた限流素子の解析では実験値と良い一致が見られることが報告されている。しかし一般的な簡易解析手法では、超電導膜で顕著な偏流現

象や、素子の空間的な配置および超電導特性のバラツキなど影響を考慮した正確な限流特性の解析は困難であると思われる。



Thin film current limiting device

図 1.15 超電導限流器の簡易解析手法

1.6 SN 転移形超電導限流器用の大面積薄膜の概要

超電導限流器のような大電流用途の電力機器に適用するための限流素子としては、大面積でかつ高特性を有する高温超電導薄膜が必要となってくる。単結晶基板上に作られるため、Y系線材のように金属基板上での2次元配向制御の必要はないが、大面積かつ均一な特性の薄膜を作ることが技術的課題となる。有力候補としてサファイヤを基板としたRE-123構造(RE=希土類元素, Y)の超電導薄膜開発が盛んに行われている。多くでサファイヤ基板を利用しているが、これは

- 大面積単結晶基板としては最も安価である
- 機械的強度が強い
- 適当な中間層を用いることによって高品質超電導膜を比較的容易に作製できる
- 化学的に安定である。
- サファイヤは絶縁体でありながら、77K近傍において $10\text{W}/\text{cm}\cdot\text{K}$ と、金属銅よりも大きな熱伝導率を有し、SN転移時に発生する熱を速やかに基板を通じて拡散できる。

といったS/N転移抵抗型限流器用の基板として理想的な特性を備えているからである。

住友電工の研究グループは、SN転移形限流素子に適用することを目的にサファイヤ単結晶上に $\text{HoBCO}(\text{Ho}-\text{Ba}_2-\text{Cu}_3-\text{O}_x)$ 膜の開発をしている。SN転移形限流素子用の薄膜に用いるため、大電流を通電でき、かつ常電導転移時の発生抵抗が確保できるような要求から幅広かつ長尺の大面積超電導膜の開発を行っている。大面積超電導膜を作製する技術として、「2次元揺動PLD法」による成膜手法を提案している[23]。図1.16に2次元揺動PLD法による成膜の概念図を示す。また図1.17(a)に2次元揺動機構を、(b)に回転機構をそれぞれ示す。この手法では、パルスレーザー蒸着法で発生させたプルームに対して基板を2次元的に揺動させ、その運動を繰り返すことにより均一な所定の膜厚を有す

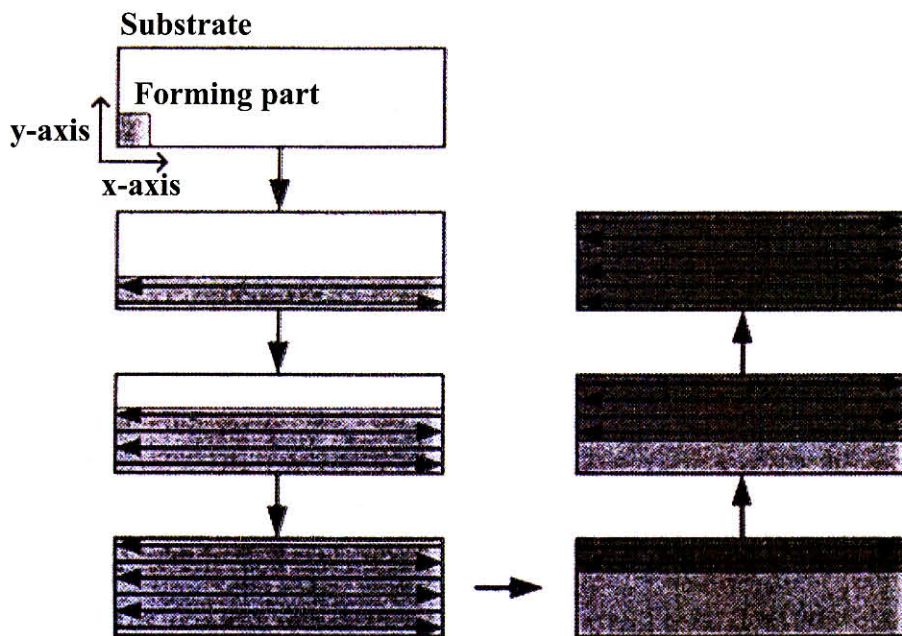


図 1.16 2次元揺動 PLD 法による成膜の概念図

出典 [25]

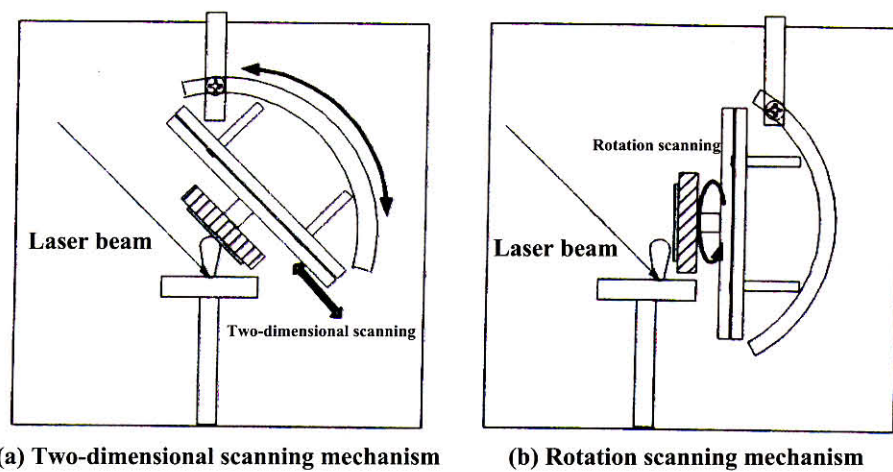


図 1.17 (a) 2次元揺動機構 (b) 回転機構

出典 [23][24]

る薄膜が得られる。これまでに中間層として酸化セシウム (CeO_2) を蒸着したサファイヤ基板上に $3\text{cm}\times 10\text{cm}$ サイズの HoBCO 超電導膜を開発し、バラツキ $\pm 10\%$ 以内の膜厚均一性と $1\text{MA}/\text{cm}^2$ を超える $J_c(77\text{K})$ 特性が確認されている。使用したビーム発生装置は、波長 308nm (XeCl), 最大パルスエネルギー 900mJ のエキシマレーザー発生装置である。2次元揺動 PLD 法とともに「回転成膜 PLD 法」でも SN 転移形限流素子用の大面積超電導膜の開発を行っている [24]。図 1.17(b) に回転機構を示す。これまでに $3\text{cm}\times 7\text{cm}$ サイズのサファイヤ基板上的 HoBCO 大面積膜が作製され、 $\pm 10\%$ 以下の均一な膜厚分布が得られている。図 1.18 に $3\text{cm}\times 7\text{cm}$ 膜の J_c 分布を示す。 $3\text{cm}\times 7\text{cm}$ 薄領域での J_c の平均値は $J_c(77\text{K}, 0\text{T})=1.7\text{MA}/\text{cm}^2$, 最大値は $J_c(77\text{K}, 0\text{T})=2.1\text{MA}/\text{cm}^2$, 最小値は $J_c(77\text{K}, 0\text{T})=1.3\text{MA}/\text{cm}^2$ の分布特性を示した。また、最新データとして 1cm 幅あたりに 140A を超える通電 $I_c(77\text{K})$ を達成している。

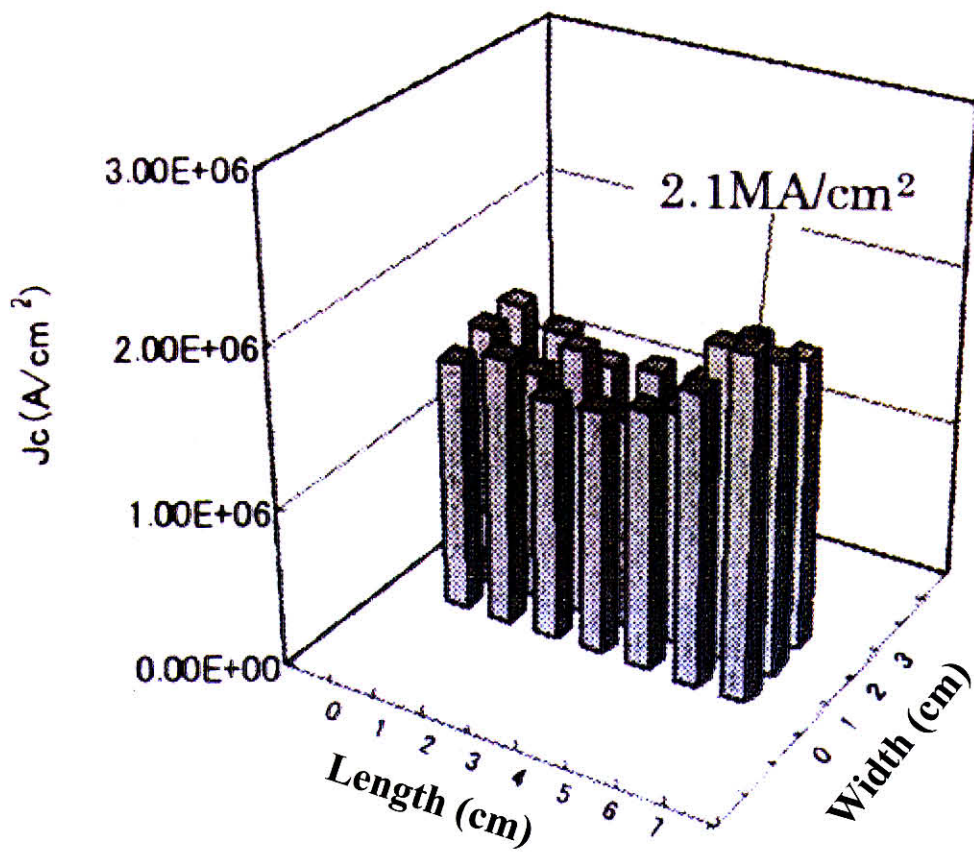


図 1.18 HoBCO 膜 (3cm×7cm) の J_c 分布 (77K, 自己磁場中)

出典 [25]

ドイツの THEVA の研究グループは、サファイヤ基板上の YBCO 薄膜を作製しており、その薄膜を用いた限流試験を行っている [26]。YBCO 薄膜の作製方法として、熱共蒸着法 (TCE:thermal co-evaporation) を用いている。図 1.19 に概念図を示す。Y, Ba, Cu の各元素の金属原料を加熱ポットで蒸発させ、対向面上に加熱した基板の上に蒸着させる方法であり、ホルダーにセットした基板が回転しながら蒸着ゾーンと酸化ゾーン (10^{-3} mbar) を交互に入りながら薄膜形成する。最高で 8 インチ径までの大面積サイズを作製している。図 1.20 に縦横 200mm のサファイヤ上の YBCO 薄膜の電流密度分布を示す。4 インチ径までの YBCO 薄膜は市販されており、 $J_c(77K) > 2\text{MA}/\text{cm}^2$ を有している [27]。サファイヤ基板を用いた場合には基板と膜の熱膨張のミスマッチによる膜厚限界から $0.3\ \mu\text{m}$ 以上では特性が劣化するとしている。ドイツの Leipzig 大のグループでは、パルスレーザー蒸着法を用いて 3 インチ径サイズのサファイヤ基板の上に Ag をドーピングした YBCO 薄膜を作製している [28]。膜厚が約 $0.23\ \mu\text{m}$ の薄膜について、 $J_c(77K)=3.5\sim 5\text{MA}/\text{cm}^2$ の特性を得ている。YBCO 薄膜の膜厚限界は $0.25\sim 0.3\ \mu\text{m}$ であり、その理由は基板と YBCO 薄膜の熱膨張係数の差によりクラックが生じるためとしている。

ドイツの Augsburg 大のグループでは、 2.5J のパルスエネルギーが発生できるエキシマレーザーを用いたパルスレーザー蒸着法で $7\text{cm}\times 20\text{cm}$ サイズのサファイヤ基板の上に YBCO 薄膜を作製している [29]。図 1.21 に大面積薄膜用のパルスレーザー蒸着法の装置図を示す。レーザー光を 7.5cm 幅にラインフォーカスし、基板の長手方向に基板を移動させて成膜しており、 $J_c(77K)=2.0\pm 0.4\text{MA}/\text{cm}^2$ の特性を得ている。

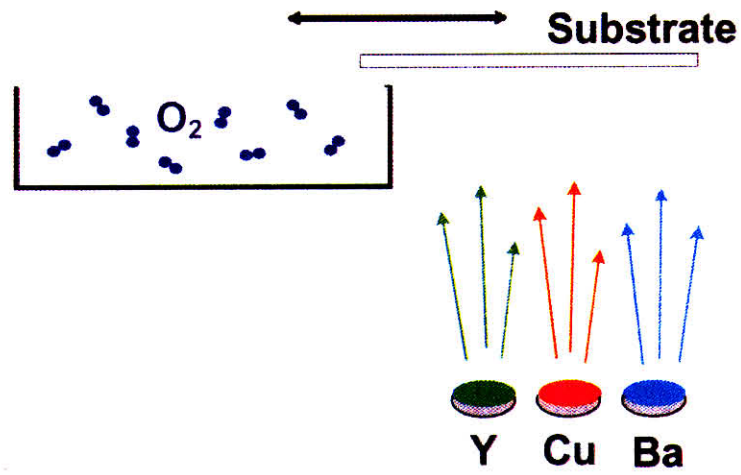


図 1.19 熱共蒸着法 of 概念図
出典 [27]

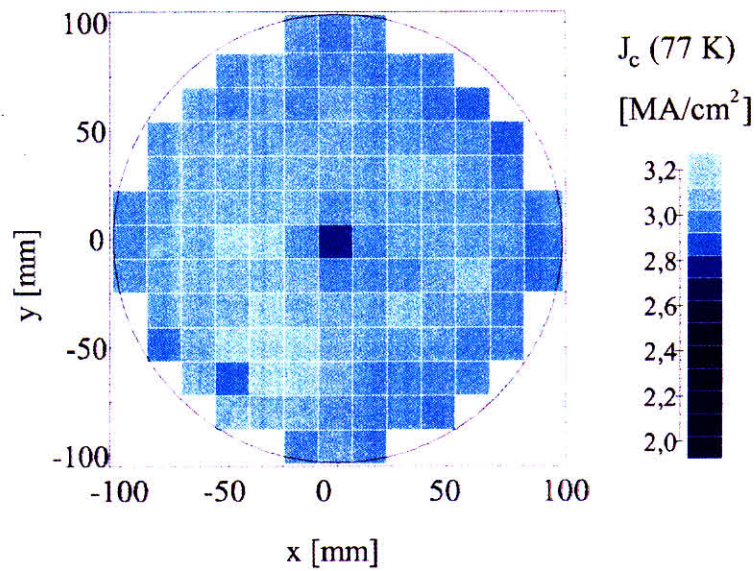


図 1.20 縦横 200mm のサファイヤ上の YBCO 薄膜の電流密度分布
出典 [27]

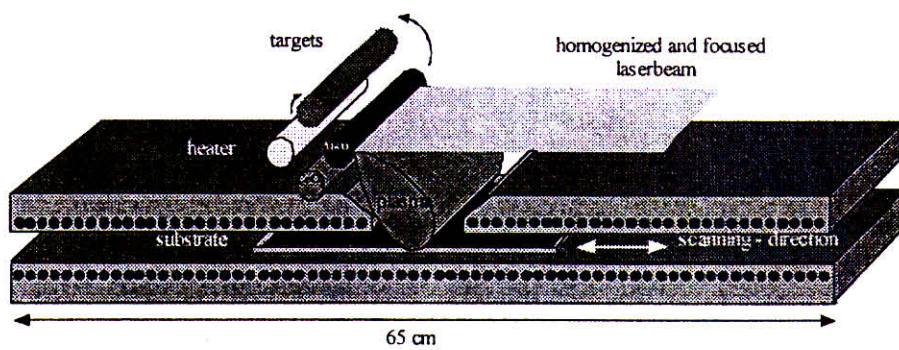


図 1.21 大面積薄膜用のパルスレーザー蒸着法の装置図
出典 [29]

1.7 超電導薄膜テープ線材の概要

臨界電流密度が高く、外部磁界に対して良好な特性を保つ Y 系の線材が次世代高温超電導線材として注目を集めている [30]。これまで、Y 系の線材については、臨界電流密度・臨界電流の向上、長尺化を目指した研究が行われてきた。最近になって、ようやく交流損失測定の対象となるような線材が供給されるようになり、いくつかの研究グループでその交流損失特性が実験的に調べられている。低損失・高電流密度という超電導線材のメリットを生かすためには、この交流損失の把握・低減は極めて重要である。本研究で提案する解析手法は、この交流損失特性の解析的な見積りも可能とする。ここでは YBCO テープ線材の概要を説明する。また近年注目されているイオンビームアシスト法 (IBAD 法) の研究開発動向についても触れる。

YBCO 超電導薄膜テープ線材は、現状では Bi 系超電導テープ線材のような km 級の長尺化が達成されていないものの、高臨界電流密度と優れた磁界特性から高機能線材として期待され、長尺、高特性、および低コストを目的として国内外で激しい研究開発競争が行われている。この線材が実用域に入ると高磁界マグネットや回転機等の更なる高度化が可能となり、次世代電気機器の時代を迎えると考えられる [31][32]。

酸化物超電導体は、結晶粒界が弱結合となりやすいという共通した特徴があり、線材化に際しては結晶の組織制御が不可欠である。Bi 系材料は異方性が強く、Y 系材料と比べて粒界弱結合の問題が比較的少なく、また、機械的応力を使って比較的容易に結晶配向が可能のため km レベルの線材が実現している。しかし超電導特性である臨界電流密度は $30\text{kA}/\text{cm}^2$ レベルにとどまっており、実用超電導線材としてはもう一桁の特性向上が望まれている [34]。Bi 系線材は温度が高くなると磁界中での J_c が急速に小さくなってしまいう性質がある。したがって、現段階では液体窒素温度 (77K) での利用は、磁界の影響の少ない送電ケーブルやリード線などへの応用に限定されてくる。良好な磁界特性は 20K 以下に限定されるので、従来通り液体ヘリウムで冷却するか、冷凍機によって 20K 付近まで冷却する必要がある。また安定化材として銀を使用しているため高価格である。一方、Y 系材料は J_c が高く、液体窒素温度でも磁界特性が良好である。材料としてのポ

テンシャルが高く、高温超電導の利点を十分に発揮する Y 系線材の実現が強く望まれている。

粒界における超電導の接合は、傾角が大きいほど弱くなる傾向があり、Y 系の場合とくにその影響が大きい。結晶格子軸の向きがそろっていないと極端に臨界電流 (J_c) が低下することが線材化における大きな問題である。また、Y 系は結晶粒が等方的であるため、Bi 系のように機械的応力を使って結晶粒を配向させることは難しい [35]。

線材として機能するためには、耐酸化性に優れ、機械的強度が高く、たわめることが可能なフレキシブルな多結晶体の基板を使用する必要があるが、Y 系膜の成長時に 700 °C 以上の温度を必要とするため、基材の材質は高融点の金属かセラミックスに限られ、これまでに、Ni-Cr 系合金、Ni、Ag などが使用されている。

超電導薄膜テープ線材の構造概念を図 1.22 に示す。金属基板上にイットリア安定化ジルコニア (YSZ)、MgO、CeO₂ などのセラミックス中間層 (バッファ層) を設け、その表面に超電導材料を合成する。また実用線材として必要な電磁氣的安定性を確保するために、最表層には電気伝導率の高い安定化金属層が配置される。

Y 系材料においては超電導体の結晶方位を三次元的に高度にそろえる「結晶面内配向制御技術」が高特性線材化プロセスのキーテクノロジーとなる。このような多結晶膜の配向構造は 2 軸配向構造 (biaxially aligned structure)、あるいは面内配向構造 (in-plane aligned structure) と呼ばれている。この構造は、除去できる弱結合の量が格段に大きくなるため、材料の性能を限界まで引き出せる可能性がある。基本的にバルクの擬似単結晶と似た構造であるが、機械的性質に優れる基材に保持された構造のため、フレキシビリティが確保できる点が異なる。

現在の Y 系超電導線材化研究の動向は、以下の二種類のアプローチに大別される。

- (1) 配向性のない金属テープの表面に積極的に配向中間層を形成する (IBAD 法, ISD 法)
- (2) 金属テープ自体の結晶方位をそろえることで超電導層を配向制御する (RABiTS 法, SOE 法)

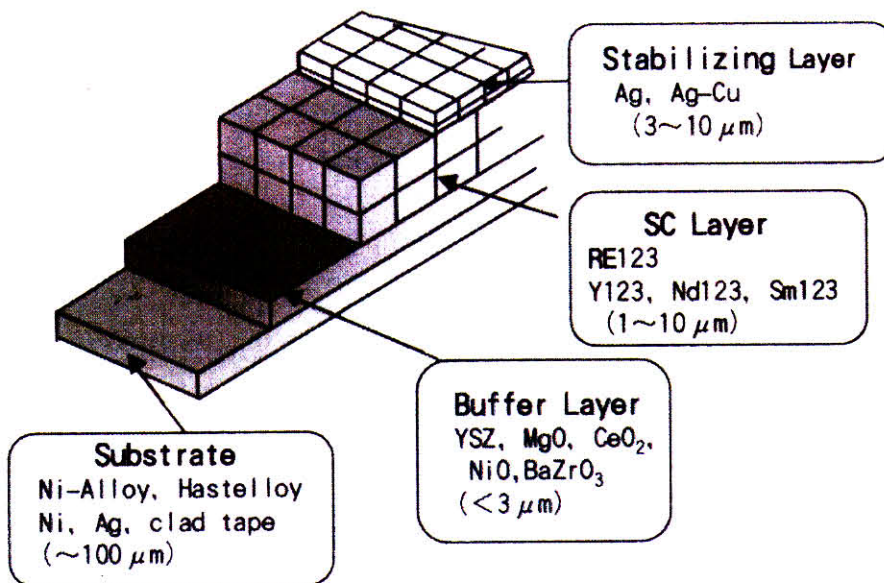


図 1.22 次世代超電導薄膜テープ線材の構成図

出典 [31]

中間層を気相蒸着法で作成する際に、基板に対して斜め方向からアルゴンなどのイオンビームを同時に照射しながら中間層を合成するイオンビームアシスト蒸着 (Ion Beam Assisted Deposition : IBAD) 法を用いると、多結晶金属テープ上に三次元的な結晶配向制御中間層の形成が可能となる。Ni 系合金基板上に IBAD 法によって中間層を面内配向制御し、さらに物理蒸着法で Y 系線材を積層する。この中間層の面内配向化により、低磁界域での J_c 値向上のみならず、磁界中の J_c 特性が飛躍的に改善され、Y 系超電導材料の実用線材化の可能性が大きく進展した。

最近動向として、日本 (フジクラ) にて中間層材料として YSZ に比べ、配向成長の速度が約 2 倍速いパイクロア型構造酸化物 ($Gd_2Zr_2O_7$) を開発した結果、従来比 10 倍以上の製造速度が得られ、1.0m/h の製造速度で 60m 長、0.5m/h で 30m 長の中間層が製造された。この技術に基づき YBCO 線材の試作が行われた [36]。ハステロイ基材 (幅 10mm, 厚さ 0.1mm) 上に大型 IBAD 装置により 0~200°C で面内配向 Zr-Gd-O 中間層を速度 0.1~1.0m/h で作製した。この装置にはリールにまいた金属テープを真空チェンバの中で移動させることにより、連続的に中間層を形成する工夫がされている。その上に第二中間層として Y_2O_3 層をレーザー蒸着法 (PLD) により形成した。その時の成膜条件は、酸素分圧 20mTorr, サセプター温度 700°C, テープ移動速度 4m/h であった。超電導層の製造方法については、単純な工程で最も安定して高特性が得られるレーザー蒸着法 (PLD 法) を採用している。製造速度 4m/h で 8 時間の連続運転を行った結果、30m 長にわたって均一な膜厚 0.5 μ m の Y 系薄膜が得られた。その時の成膜条件は、酸素分圧 200mTorr, サセプター温度 920~950°C であった。さらに安定化材として Y-123 層表面に Ag を被膜し、酸素中で 500°C, 2 時間熱処理を行った。

図 1.23 に 4m/h の線速で作成した 30m 長 YBCO 線材を示す。図 1.24 に 77K 自己磁場中で超電導特性を測定した 30m 長 YBCO 線材の I_c 分布を示す。各 5m 長区間において、1nV/cm, 1 μ V/m の定義により得られた通電電流 (I_c) 値を示している。この図から 1nV/cm で $I_c=40$ A, $J_c=800$ kA/cm², 1 μ V/cm で $I_c=49$ A, $J_c=990$ kA/cm² の最大特性をもつ最低 10m 長の区間が得られている。この区間における n 値 (超電導の性能を

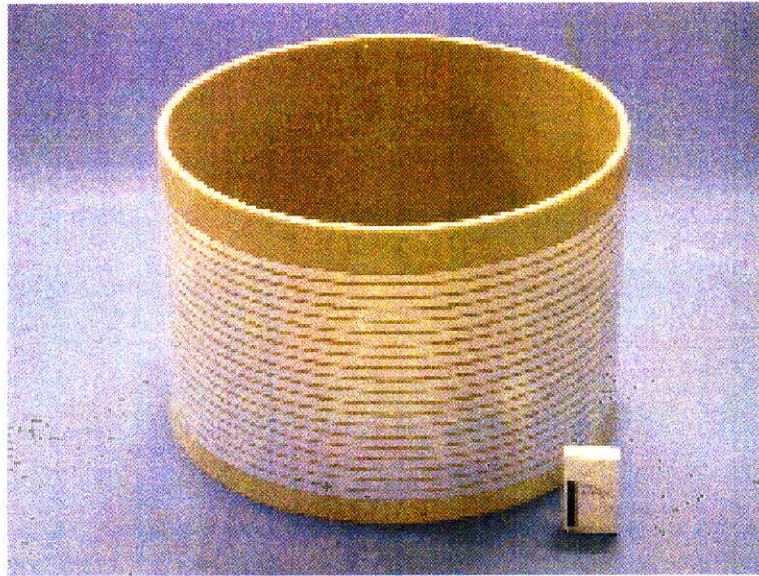


図 1.23 4m/h の線速で作成した 30m 長 YBCO 線材
出典 [33]

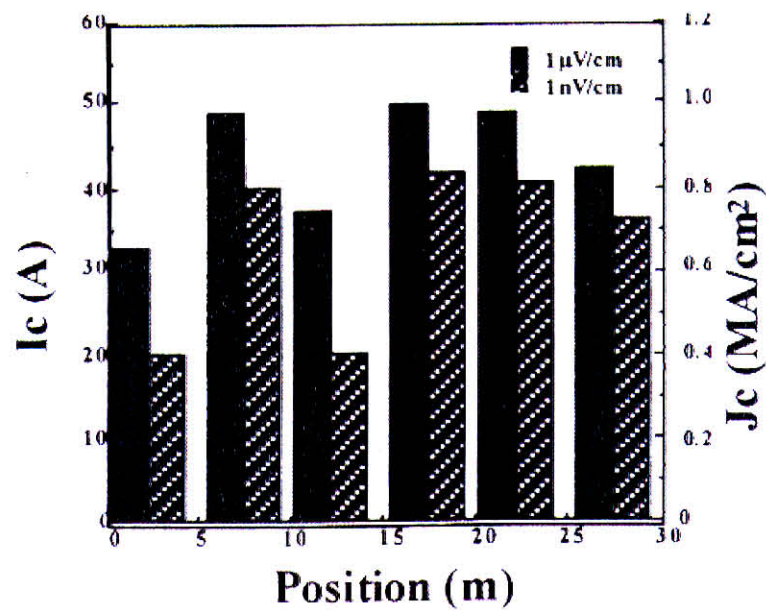


図 1.24 30m 長 YBCO 線材の I_c 分布
出典 [33]

示す値)を計算した結果, $n=35$ と高い値を示しており均一な高特性の YBCO 薄膜が形成されていることが分かった.

米国では IBAD 法で作製した YSZ 中間層付き基材上に PLD 法で Y-123 層を形成し, 1m 長で $I_c=122A$ を実現している [37]. またドイツでも同様の方法で, 1.8m 長で $I_c=141A$ という報告がある [38]. また高速化については, 電子ビーム蒸着法でマグネシア (MgO) 中間層を形成する際に IBAD 法を適用すると, YSZ と比べて 100 倍速で面内配向中間層を作成できることが指摘されており, 米国では短尺ではあるが $I_c=93A$ が達成されている [39].

米国では昨年度よりロスアラモス研究所内に新しい研究センターを発足させ, 10m 長の $1000kA/cm^2(77K)$ 級 Y 系線材を開発するプロジェクトを立ち上げたばかりであるが, 今回の成果により日本において先行して目標に到達したことになり, 日米欧で開発競争が続いている Y 系超電導線材開発に大きな進展があったと考えられる. 今後は工学的応用の見地からの期待も高まると思われ, IBAD 法による線材化については, 原理検証段階から実用線材へ向けた開発段階へ進んでいくものと思われる.

1.8 研究の目的

本研究の目的は、超電導薄膜を用いた抵抗形限流素子の数値解析手法を確立すると共に、その手法を用いて物理現象の理解を深めることにより、超電導限流器の最適設計に有用な情報を示すことにある。本解析手法は、限流特性だけでなく、基礎研究として極めて重要な YBCO テープ線材の交流損失特性の把握も可能であると考えられる。

目的を達成するために、研究は以下の手順で行われた。

- (1) 超電導薄膜の解析に適した有限要素法に基づく、電磁界、熱伝導および電気回路の連成解析手法を考案して、解析コードを開発する。
- (2) 交流通電時の偏流現象についての解析結果と実験結果を比較することにより、本解析手法の妥当性を検証する。
- (3) 本解析手法により限流動作特性を解析して、物理現象を考察する。
- (4) 限流動作後の常電導状態から超電導状態への復帰特性を解析して考察を加える。
- (5) 交流損失特性の解析結果と実験結果と良く一致する Norris の解析式を比較して、本解析手法の妥当性を検証する。また、交流損失特性について考察を加える。

1.9 本論文の構成

前述のような背景，目的を受けて，本論文は以下の構成をとる。

第1章「序論」では，本研究の意義と位置付けを明確にする．本研究の理解に必要な超電導体の一般的性質を簡単に説明する．研究背景を説明して超電導薄膜限流素子を用いた抵抗形限流器の技術的課題を整理する．超電導限流器，限流素子用の大面積薄膜作成技術，YBCO テープ線材の概要と研究動向を説明する．

第2章は「有限要素法による解析手法」と題して，本研究で提案する超電導薄膜に適した解析手法を説明する．まず解析の流れを説明して全体像を把握する．続いて解析の各要素について説明を加えていく．

第3章は「偏流特性解析」と題して，交流通電時の偏流現象についての解析結果と測定結果を比較することにより，本解析手法の妥当性を検証する．また偏流現象について考察する．

第4章は「限流特性解析」と題して，本解析手法により限流特性解析を行う．実験では把握の難しい抵抗発生過程を解析的に明らかにする．解析結果から SN 転移伝播速度を算出し，実験結果との比較を行う．

第5章は「復帰特性解析」と題して，限流動作後の復帰特性を解析を行い，考察を加える．

第6章は「交流損失特性解析」と題して，超電導薄膜の交流損失特性を解析する．解析結果と経験的に実験結果と良く一致する Norris の解析式を比較して，本解析手法の妥当性を検証する．また Norris の解析式との違いを考察する．

第7章は「結論」であり，本研究の成果を整理する．また今後の課題を示す．

第 2 章

有限要素法による解析手法

2.1 はじめに

本章では、超電導薄膜の解析に適した有限要素法による数値解析手法を提案すると共に、その手法を詳細に説明する。本解析手法は、電流ベクトルポテンシャル法に薄板近似を適用した超電導薄膜の 2 次元電磁界解析，限流素子基板の 3 次元熱伝導解析，および電気回路との 3 連成解析である。連成解析の概念を図 2.1 に示す。限流特性解析と偏流・交流損失特性解析のフローチャートをそれぞれ図 2.2 と図 2.3 示す。両者の主な違いは、熱伝導解析の有無であり、偏流・交流損失特性解析は限流特性解析の一部である。以後、基本的に図 2.2 の限流特性解析のフローチャートに沿って、各箇所の計算アルゴリズムと取り扱いを説明していく。

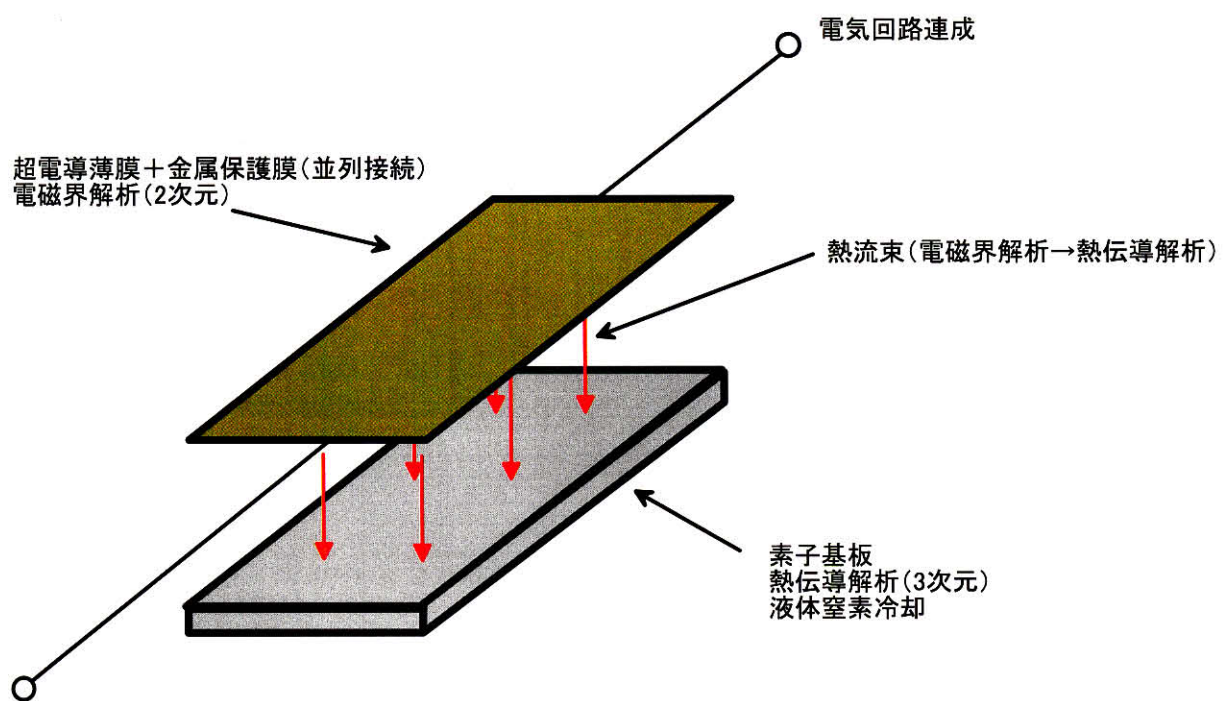


図 2.1 連成解析の概念図

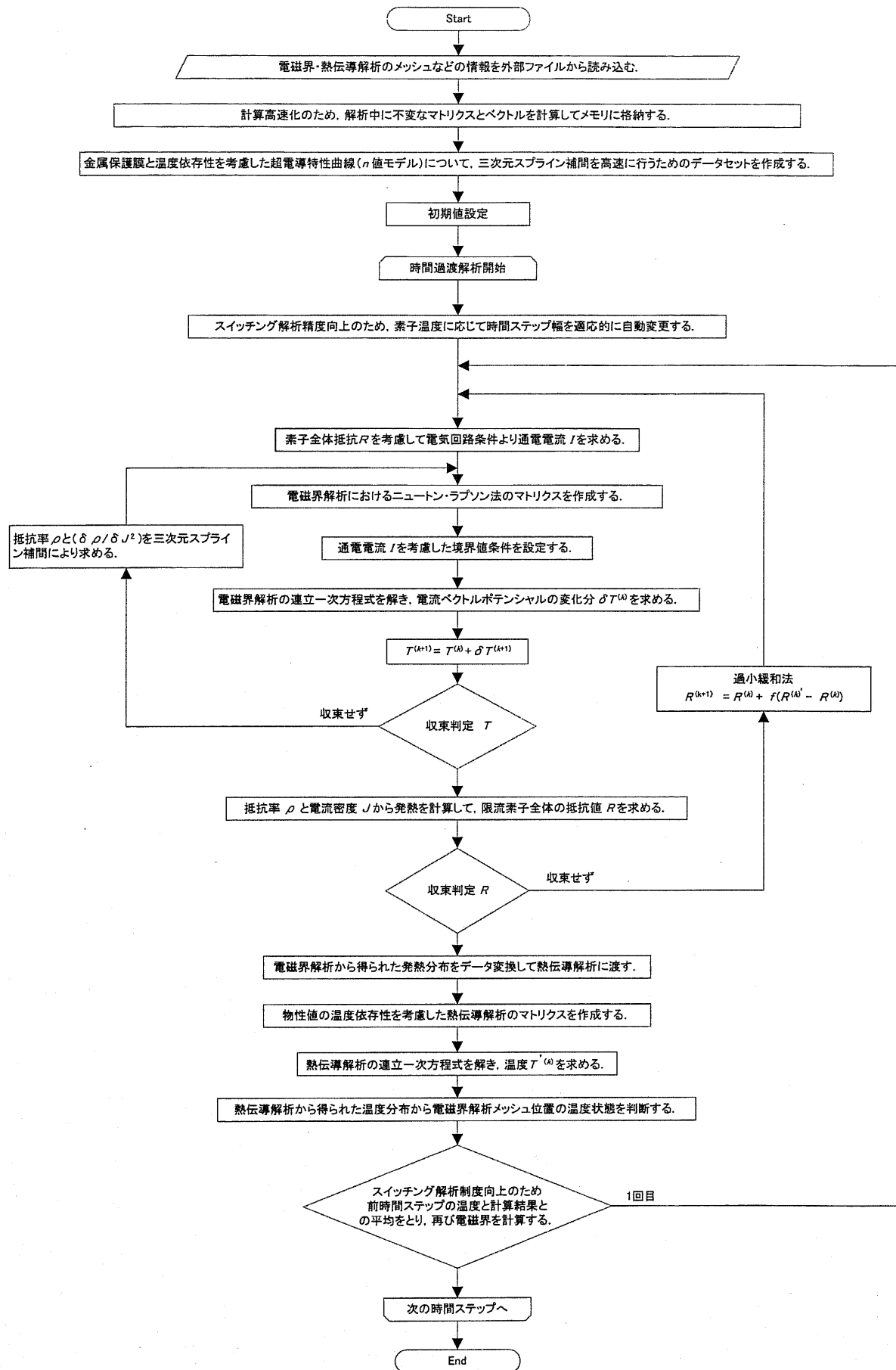


図 2.2 限流特性解析のフローチャート

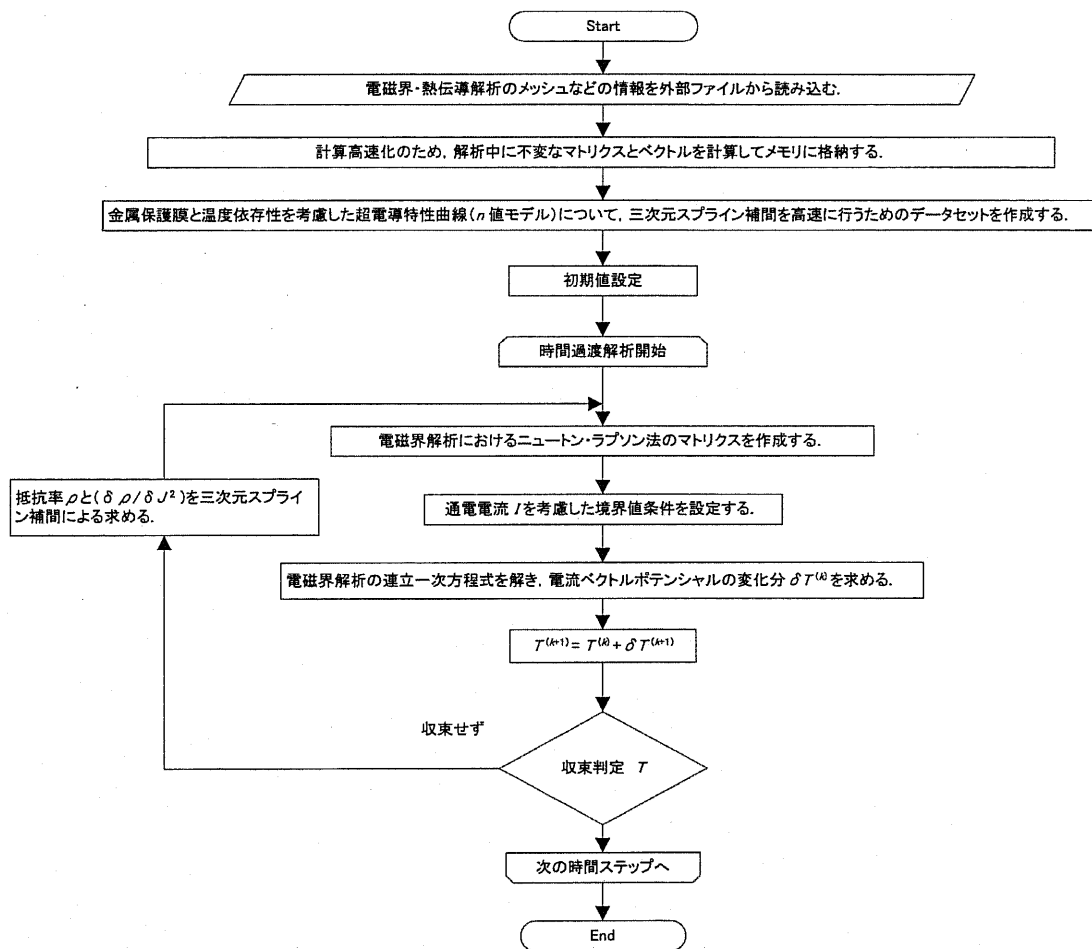


図 2.3 偏流・交流損失特性解析のフローチャート

2.2 電磁界解析の支配方程式

超電導薄膜限流素子は、超電導薄膜が $1\mu\text{m}$ 以下であるのに対して、素子長が数 cm ～ 数十 cm である。一般的な空気層含んだ 3 次元有限解析法であると、必要メモリや計算時間が膨大となり、事実上解析は困難であると考えられる。超電導薄膜の電磁界解析では、電流ベクトルポテンシャル法 (T 法) の薄板近似を適用することを考える。薄板近似は、図 2.4 に示すように、電流が薄板平行方向にのみ流れる場合、言い換えると磁束密度の法線成分のみが渦電流の誘導に寄与すると考えられる場合に適用が可能である。薄板近似では薄板厚さ方向のメッシュ切りが必要であり、3 次元の物理現象を空気層を含まない 2 次元領域で解析することが可能となる。超電導薄膜の場合、平行方向 (a-b 面内) の臨界電流密度は垂直方向と比べて 3 倍以上大きい。また超電導膜厚が極めて小さく、本解析では垂直方向の遮蔽電流は無視できる。これらの理由から、超電導薄膜に薄板近似を適用することが可能である [40]。

以下、Maxwell の方程式から電磁界解析の支配方程式を導出する [41][42][43]。

変位電流および空間電荷がない場合の Maxwell の方程式は次式で表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.4)$$

ここで、 \mathbf{H} : 磁束, \mathbf{B} : 磁束密度, \mathbf{E} : 電界, \mathbf{D} : 電束, \mathbf{J} : 電流密度である。

また、次式に示す関係がある。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.7)$$

ここで、透磁率: μ , 導電率: σ , 抵抗率: ρ , 誘電率: ε である.

(2.1) 式の両辺の発散をとると,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.8)$$

が得られ、これは透磁率と導電率が一定な導体内において(2.4)式と等価である。従って、以後扱う薄板導体では、(2.4)式の代わりに(2.8)式を考える。また、Biot-Savartの法則から計算される磁界は(2.1)式、(2.3)式を満たす。従って、Biot-Savartの法則によって磁界あるいは磁束密度を計算するならば、電界に関する(2.1)式、(2.8)式を用いて解くべき方程式を作成することが可能である。よって、Biot-Savartの法則によって求められる磁束密度 \mathbf{B} を(2.2)式に代入することにより、(2.2)式と(2.8)式を満たすように \mathbf{E} または \mathbf{J} を決める問題を考える。

次に、渦電流問題の定式化のために次式で与えられる電流ベクトルポテンシャル \mathbf{T} を導入する。

$$\nabla \times \mathbf{T} = \mathbf{J} \quad (2.9)$$

(2.9) 式を(2.2)式に代入すると薄板導体内における次式が得られる。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\rho} \nabla \times \mathbf{T} \right) = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.10)$$

(2.9) 式についてはベクトル公式より(2.8)式が常に成立し、(2.10)式が渦電流を求めるための \mathbf{T} の方程式となる。

また電流密度 \mathbf{J} が与えられたとき、前述したように (2.1) 式および (2.3) 式を満たす磁束密度 \mathbf{B} は、磁性体が存在しない場合には Biot-Savart の法則より次式で与えられる。

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (2.11)$$

ここで、 V : 電流が流れている導体領域、 \mathbf{r} : 薄板導体表面の積分点から計算点に向かうベクトルで、その大きさは r である。

(2.11) 式を (2.10) 式に代入し、(2.9) 式を考慮すると次式が得られる。

$$\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{T}) = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \frac{(\nabla \times \mathbf{T}) \times \mathbf{r}}{r^3} dV - \frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} \quad (2.12)$$

ここで \mathbf{B}_0 は外部からの印加される磁束密度である。薄板中では、電流は導体面に平行な 2 成分のみをもつため、電流ベクトルポテンシャルは導体面に垂直な成分のみを用いれば (2.9) 式を満たすことができる。従って、ここではこの成分を単に T と書く。この場合、渦電流の誘導に寄与するのは磁束密度の法線成分のみであるから、(2.12) 式右辺と単位法線ベクトルの内積をとり、 ρ が一様な場合には (2.12) 式は次のようになる。

$$\rho \nabla^2 T = \frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}' T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS + \frac{\partial \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n}}{\partial t} \quad (2.13)$$

ここで、 h : 薄板導体の厚さ [m]、 \mathbf{n}' : 薄板表面の積分点の法線ベクトル、 \mathbf{n} : 薄板表面の計算点の法線ベクトル、 S : 薄板導体表面である。

(2.13) 式は T の最終的な支配方程式となり、右辺は有限要素法によって離散化され、右辺は外部からの強制項として扱われる。このときの境界条件は固定境界と自然境界である。固定境界条件では、電流の出入のない薄板の縁などの境界または対称面に一定の固定値を与える。その固定値は物理的な条件では決定されず、通常 $T = 0$ のように任意に与えられる。これは \mathbf{T} を一成分にすることにより、 $\nabla \cdot \mathbf{T} = 0$ となり、クーロンゲージ条

件は満たすものの、この条件だけでは T が定数分だけの不定性をもつためである [44]。また、自然境界条件は、ポテンシャル線が境界に垂直になる対称面に与えられる。 T が求められると、(2.9) 式より渦電流が求められる。

2.3 1次3角形要素に関する説明

後述の支配方程式の離散化や具体的な計算方法の説明のために、2次元有限要素法の1次3角形要素について説明する [45]。

図 2.5 に有限要素法の1次3角形要素を示す。要素 e 内の任意の点 P の座標を (x, y) とする。要素内のポテンシャル $T^{(e)}$ は次式のように座標 x, y の1次近似式で表せると仮定する。

$$T^{(e)} = \alpha_{1e} + \alpha_{2e}x + \alpha_{3e}y = \begin{Bmatrix} 1 & x & y \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{1e} \\ \alpha_{2e} \\ \alpha_{3e} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

ここで、 $\alpha_{1e}, \alpha_{2e}, \alpha_{3e}$ は要素ごとに異なる定数である。(2.14) 式に要素 e の各節点 $1e, 2e, 3e$ の座標とポテンシャルを代入すると次の連立方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ T_{3e} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{1e} \\ \alpha_{2e} \\ \alpha_{3e} \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

上式を逆行列を用いて解くことにより、 $\alpha_{1e}, \alpha_{2e}, \alpha_{3e}$ は次式のように求まる。

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{1e} \\ \alpha_{2e} \\ \alpha_{3e} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ T_{3e} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

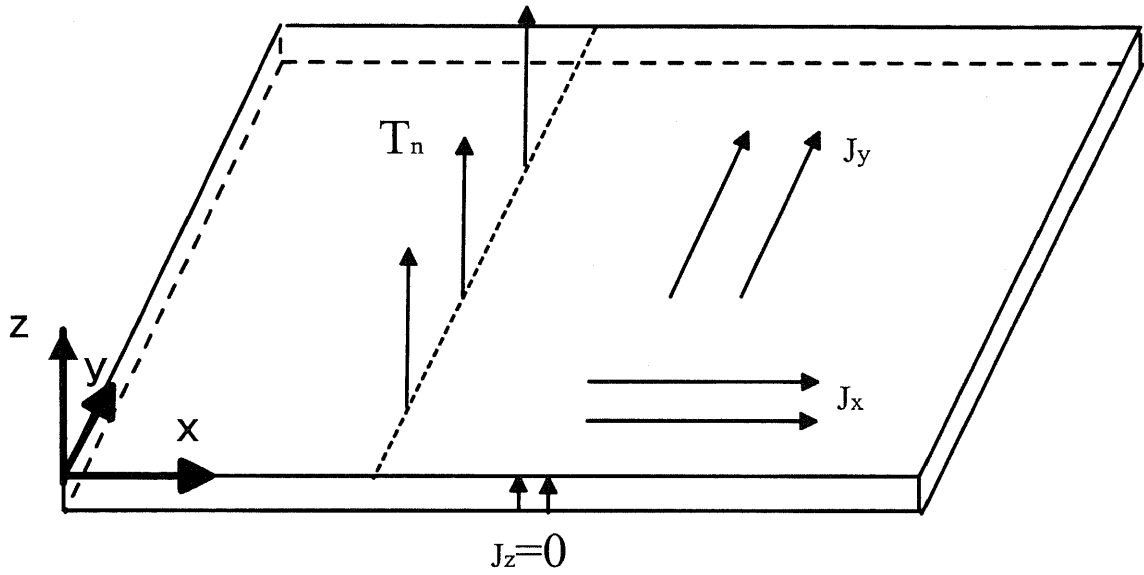


図 2.4 薄板近似を適用した電流ベクトルポテンシャル法

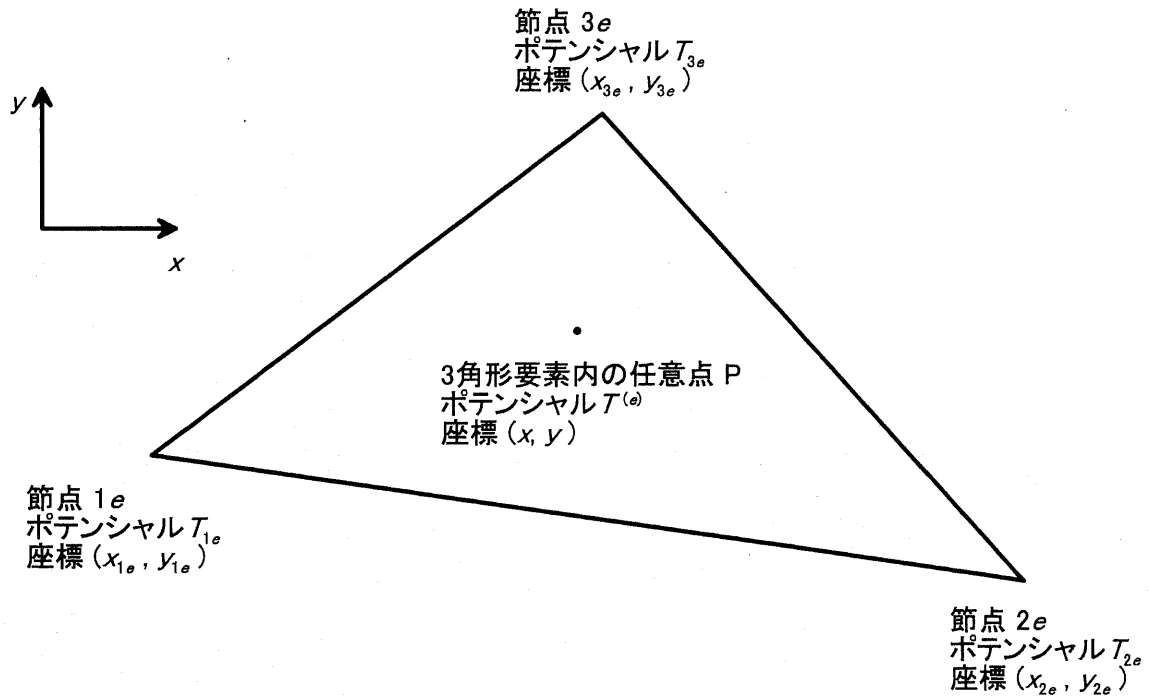


図 2.5 1次3三角形要素

従って、各節点のポテンシャル T_{1e} , T_{2e} , T_{3e} が定まれば、要素 e 内の任意点のポテンシャル $T^{(e)}$ は (2.14) 式に (2.16) 式を代入することにより、次式のように求まる。

$$T^{(e)} = \left\{ \begin{matrix} 1 & x & y \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ T_{3e} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

さらに上式を計算しやすいように変形していく。(2.17) 式を次式のように書き替える。

$$T^{(e)} = \frac{1}{2\Delta^{(e)}} \left\{ \begin{matrix} 1 & x & y \end{matrix} \right\} \begin{bmatrix} b_{1e} & b_{2e} & b_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ d_{1e} & d_{2e} & d_{3e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{1e} \\ T_{2e} \\ T_{3e} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

ここで

$$\begin{bmatrix} b_{1e} & b_{2e} & b_{3e} \\ c_{1e} & c_{2e} & c_{3e} \\ d_{1e} & d_{2e} & d_{3e} \end{bmatrix} = 2\Delta^{(e)} \begin{bmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.19)$$

$$\Delta^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{vmatrix} \quad (2.20)$$

であり、 Δ_e は要素 e の面積である。

(2.19) 式を b_{1e} , c_{1e} , d_{1e} 等を具体的に計算すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} b_{ie} &= x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je} \\ c_{ie} &= y_{je} - y_{ke} \\ d_{ie} &= x_{ke} - x_{je} \end{aligned} \quad (2.21)$$

ただし, ie, je, ke は循環する添字であり, 次の3つの組み合わせがある.

$$\begin{aligned} i = 1, j = 2, k = 3 \\ i = 2, j = 3, k = 1 \\ i = 3, j = 1, k = 2 \end{aligned} \tag{2.22}$$

ここで次式で与えられる補間関数 N_{ie} を導入する.

$$\begin{aligned} N_{1e} &= \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_{1e} + c_{1e}x + d_{1e}y) \\ N_{2e} &= \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_{2e} + c_{2e}x + d_{2e}y) \\ N_{3e} &= \frac{1}{2\Delta^{(e)}} (b_{3e} + c_{3e}x + d_{3e}y) \end{aligned} \tag{2.23}$$

(2.23) 式を用いて (2.18) 式を変形すると要素中のポテンシャル $T^{(e)}$ は次式のように表される:

$$T^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_{ie} T_{ie} = N_{1e} T_{1e} + N_{2e} T_{2e} + N_{3e} T_{3e} \tag{2.24}$$

また, 1次3角形要素においては, 要素 e 内の任意の点 P の座標 (x, y) と面積座標 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ の間には次式の関係がある.

$$\begin{aligned} x &= \zeta_1 x_1 + \zeta_2 x_2 + \zeta_3 x_3 \\ y &= \zeta_1 y_1 + \zeta_2 y_2 + \zeta_3 y_3 \end{aligned} \tag{2.25}$$

ここで, 1次3角要素の補間関数は, 面積座標を用いて次式のように簡単に表されることが知られている [46].

$$\begin{aligned}
N_1 &= \zeta_1 \\
N_2 &= \zeta_2 \\
N_3 &= \zeta_3
\end{aligned}
\tag{2.26}$$

従って、補間関数においても、次式の面積座標に関する積分公式より、積分が極めて容易に行える。

$$\iint \zeta_1^a \zeta_2^b \zeta_3^c dx dy = 2\Delta^{(e)} \frac{a! b! c!}{(a+b+c+2)!}
\tag{2.27}$$

ここで、 a, b, c , は $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ にかかる指数である。

2.4 電磁界解析の支配方程式の離散化

(2.13) 式で表される電磁界解析の支配方程式から重み付きつき残差法を用いて、有限要素法の全体節点方程式を導く。

(2.13) 式を支配方程式とする解析では、シェル(殻)状の構造であれば任意の3次元形状を取り扱うことが原理的に可能であるが、本論文では単一の超電導薄膜限流素子の解析を行うため、以後、単一の薄板解析の場合について説明する。この場合、Biot-Savartの法則を用いて磁束密度を計算するに際し、薄板導体面上の積分点と計算点が常に同一面上にある。従って、(2.13) 式において $\mathbf{n}' = \mathbf{n}$ が成り立ち、支配方程式は次式のようになる。

$$\rho \nabla^2 T = \frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS + \frac{\partial \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n}}{\partial t}
\tag{2.28}$$

重みつき残差法の概要と、重み付け残差法の一つであるガラーキン法について説明する。(2.28) 式を書き直すと、

$$\rho \nabla^2 T - \frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS - \frac{\partial \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n}}{\partial t} = 0 \quad (2.29)$$

ある一点におけるポテンシャル T の近似値 T' を上式に代入しても、一般に (2.29) 式は零とはならず、残差 R が残る。ここで、微分方程式を次式のようにおく。

$$f(T) = 0 \quad (2.30)$$

すると T' と R の関係は次式で表される。

$$f(T') = R \quad (2.31)$$

最良の解を得るには、残差 R の対象領域 S 全体にわたる積分が最小になるようにすればよい、と考えるのが重みつき残差法である。これを式で表すと次式のようになる。

$$\iint_S R \cdot dx dy \rightarrow \text{最小} \quad (2.32)$$

ここで、重み関数というものを導入すれば、領域全体で残差の重みつき積分を零にすることが可能である。重み関数を w とすると、重みつき残差法の一般式は次式で表される。

$$\iint_S R \cdot w dx dy = 0 \quad (2.33)$$

各種の重みつき残差法のうち、一般的には、関数 w を 2.3 節で説明した補間関数に等しくするガラーキン法が使われることが多い。節点 i の補間関数 N_i を重み関数として、残差を重みつき積分したものを G_i^* とすれば、(2.33) 式は次式となる。

$$G_i^* = \iint_S R \cdot N_i dx dy = 0 \quad (2.34)$$

(2.34) 式の残差 R に (2.29) の左辺を代入すると次式となる.

$$\begin{aligned}
 G_i^* &= \iint_S N_i (\rho \nabla^2 T) dx dy \\
 &- \iint_S N_i \left(\frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{v=1}^L \iint_{S'_v} \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS'_v \right) dx dy \\
 &- \iint_S N_i \left(\frac{\partial \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{n}}{\partial t} \right) dx dy
 \end{aligned} \quad (2.35)$$

ここで, S'_v は Biot-Savart の法則による積分領域であり, L は電流が流れる全要素数である.

(2.35) 式の右辺第 1 項に注目する. ラプラスアンを具体的に計算すると次式となる.

$$\iint_S N_i (\rho \nabla^2 T) dx dy = \rho \iint_S N_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy \quad (2.36)$$

さらに次式の関係を利用して具体的な計算を容易するため変形を続ける.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \\
 \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \quad (2.37)$$

上式を (2.36) 式の右辺に代入すると次式となる.

$$\begin{aligned}
 &\rho \iint_S N_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy \\
 &= \rho \iint_S \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy \\
 &\quad - \rho \iint_S \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy
 \end{aligned} \quad (2.38)$$

ここで (2.38) 式の右辺第 1 項にグリーンの定理を適用する [47].

$$\rho \iint_S \frac{\partial}{\partial x} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dy = \rho \oint_C N_i \left(\frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx \right) \quad (2.39)$$

ここで C は領域の境界に沿う閉路である。境界 C を自然境界として取り扱う場合には、(2.39) 式は零となる [46]。

従って、(2.35) 式は次式となる。

$$\begin{aligned} G_i = & \iint_S \rho \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ & + \iint_S N_i \left(\frac{\mu_0 h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{v=1}^L \iint_{S'_v} \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS' \right) dx dy \\ & + \iint_S N_i \left(\frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}}{\partial t} \right) dx dy \end{aligned} \quad (2.40)$$

ただし、ここでは $-G_i^*$ を改めて G_i と置いている。上式の積分は領域全体にわたる積分であり、 N_i も領域全体で定義されるが、実際に計算を行う際には、(2.24) 式のように各要素ごとに N_{ie} を定義し、各要素で積分したものを加え合わせる。また、 N_{ie} の値は節点 ie を共有する要素以外の領域では零であるため、(2.40) 式は節点 ie を含む領域 R_i についてのみ加算すればよく、次式となる。

$$\begin{aligned} G_i = & \sum_{R_i} \left[\iint_{S^{(e)}} \rho \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \right] \\ & + \sum_{R_i} \left[\iint_{S^{(e)}} N_i \left\{ \frac{\mu_0 h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{v=1}^L \iint_{S'_v} \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS' \right\} dx dy \right] \\ & + \sum_{R_i} \left[\iint_{S^{(e)}} N_i \left\{ \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}}{\partial t} \right\} dx dy \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

(2.41) 式を用いて、解析領域中の全節点について方程式を構築すると、それが全体節点方程式となる。

2.5 全体節点方程式

ここでは (2.40) 式の具体的な計算方法を各項ごとに説明していく。(2.40) 式の右辺第 1 項目に (2.24) 式を代入すると次式となる。

$$\iint_{S^{(e)}} \rho \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right\} T_{je} dx dy \quad (2.42)$$

ここで、以下の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial N_{ie}}{\partial x} = \frac{c_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \quad \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} = \frac{d_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \quad (2.43)$$

上式を (2.42) 式に代入すると、次式となる。

$$\iint_{S^{(e)}} \rho \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{c_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{c_{je}}{2\Delta^{(e)}} + \frac{d_{ie}}{2\Delta^{(e)}} \frac{d_{je}}{2\Delta^{(e)}} \right\} T_{je} dx dy \quad (2.44)$$

また、面積座標の積分公式より以下の関係が成立する。

$$\iint_{S^{(e)}} dx dy = \Delta^{(e)} \quad (2.45)$$

上式を (2.44) 式に代入すると、次式となる。

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\rho}{4\Delta^{(e)}} (c_{ie}c_{je} + d_{ie}d_{je}) T_{je} \quad (2.46)$$

(2.40) 式の右辺第 2 項については、2.6 節にて詳述するが、Biot-Savart の法則で計算すると結果的に次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{j=1}^n \iint_S N_i \alpha_j T_j dx dy \quad (2.47)$$

ここで、 α_j は幾何学的に決まる定数であり、 n は全節点数である。また、(2.45)式と(2.27)式の積分公式より、(2.47)式は次式となる。

$$\frac{1}{3}\Delta^{(e)}\frac{\partial}{\partial t}\sum_{j=1}^n\alpha_jT_j \quad (2.48)$$

(2.40)式の右辺第3項については、(2.45)式と(2.27)式の積分公式より次式となる。

$$\frac{1}{3}\Delta^{(e)}\left(\frac{\partial\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}}{\partial t}\right) \quad (2.49)$$

ここで $\left(\frac{\partial\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}}{\partial t}\right)$ は外部から印加される磁束密度の時間変化であり、2.9節で詳述する時間領域の後退差分法を用いて容易に求めることが可能である。

結果的に有限要素法で解くべき方程式は、係数マトリクスにより次式で表される。

$$[R]\{T\} + [M]\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} + \left\{\frac{\partial B_0}{\partial t}\right\} = 0 \quad (2.50)$$

ここで $[R]$ は、通常の2次元有限要素法の定式化から得られる。 $[M]$ は特異点を考慮したGaussの積分公式により得られる。 $[R]$ は対称疎行列であり、 $[M]$ は非対称密行列である。最終的な係数マトリクスは非対称密行列となるため、連立方程式の解法としてはGaussの消去法などを用いる。

2.6 3角形領域の面積積分

(2.40)式の右辺第2項では、磁束密度をBiot-Savartの法則により計算する際に3角形領域の面積積分が必要となる。この面積積分は解析的に求めることが難しいため、3角形領域に関するGaussの積分公式を用いて数値積分を行う。なお、Gaussの積分公式はGauss-Legendreの積分公式ともよばれる。

表 2.1 局所座標と重み

局所座標 L_1	局所座標 L_2	局所座標 L_3	重み W
0.333333	0.333333	0.333333	0.225000
0.797426	0.101286	0.101286	0.125929
0.101286	0.797426	0.101286	0.125929
0.101286	0.101286	0.797426	0.125929
0.059715	0.470142	0.470142	0.132394
0.470142	0.059715	0.470142	0.132394
0.470142	0.470142	0.059715	0.132394

3 角形領域の積分では、特異点を含む場合、すなわち、要素中を流れる電流が同一の要素の重心に作る磁束密度を計算する場合に工夫を要する。重心の極めて近傍では、(2.40) 式の右辺第 2 項の分母を構成している距離 r が極めて小さくなるために、項全体としては無限大となるためである。これは物理的に妥当でなく、この点を改善するために、幾何学的な特徴を利用した計算方法を考案する。本節では、特異点を含まない場合と、特異点を含む場合をそれぞれ説明する。

まず、3 角形領域の Gauss 積分の概要を説明する。図 2.6 に示すように計算点と積分点が離れている場合には局所座標 (L_1, L_2, L_3) と重み (W) で積分を行う。ここでは例として 7 点積分の局所座標と重みを表 2.1 に示す。他の積分についての詳細は付録を参照されたい。

それぞれの局所座標に対応する全体座標 (x_j, y_j) は、平面 3 角形要素では要素の各頂点の座標 (X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3) を用いて次式で求められる。

$$\begin{aligned} x_j &= X_1 L_1 + X_2 L_2 + X_3 L_3 \\ y_j &= Y_1 L_1 + Y_2 L_2 + Y_3 L_3 \end{aligned} \tag{2.51}$$

したがって、積分点から計算点に向かうベクトル r は次式で与えられる。なお、計算点とは要素の重心である。

$$\mathbf{r} = (x_i - x_j)\mathbf{i} + (y_i - y_j)\mathbf{j} = r_x\mathbf{i} + r_y\mathbf{j} \quad (2.52)$$

ここで、 x_i, y_i は積分点の座標であり、 \mathbf{i}, \mathbf{j} はそれぞれ x 軸方向、 y 軸方向の単位ベクトルである。また、 r_x, r_y は r の x 成分と y 成分である。

ある関数 $F(r)$ の3角形要素に関する積分値 I は次のように計算できる。

$$I = \sum_{i=1}^7 F(r_i) W_i S \quad (2.53)$$

ここで S は3角形要素の面積である。Gauss積分を行うために、(2.40)式の右辺第2項を整理していく。

$$\nabla \times (T\mathbf{n}) = \nabla \times (T\mathbf{k}) = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \mathbf{i} + \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \mathbf{j} = J_x \mathbf{i} + J_y \mathbf{j} \quad (2.54)$$

ここで、 \mathbf{k} は z 軸方向の単位ベクトルである。また、 J_x と J_y は(2.23)式、(2.24)式より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{2\Delta^{(e)'}} (d_{1e}T_{1e} + d_{2e}T_{2e} + d_{3e}T_{3e}) \\ J_y &= -\frac{1}{2\Delta^{(e)'}} (c_{1e}T_{1e} + c_{2e}T_{2e} + c_{3e}T_{3e}) \end{aligned} \quad (2.55)$$

ここで $\Delta^{(e)'}$ は積分点を含む要素の面積である。

(2.40)式の右辺第2項中の次式に注目する。

$$\frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{V=1}^L \int \int_{S_V} \frac{\{\nabla \times (T\mathbf{n})\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS' \quad (2.56)$$

上式に (2.54) 式, (2.55) 式を代入して整理すると次式となる.

$$\frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{V=1}^L \int \int_{S'_V} \frac{J_x r_y - J_y r_x}{r^3} dS' = \frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{V=1}^L \left(J_x \int \int_{S'_V} \frac{r_y}{r^3} dS' - J_y \int \int_{S'_V} \frac{r_x}{r^3} dS' \right) \quad (2.57)$$

(2.57) 式中の $\int \int_{S'_V} \frac{r_y}{r^3} dS'$, $\int \int_{S'_V} \frac{r_x}{r^3} dS'$ は Gauss 積分で求める必要がある. さらに, (2.55) 式を (2.57) 式に代入して整理すると次式となる.

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{V=1}^L \frac{\mu h}{8\pi \Delta(\epsilon)^V} \sum_{p=1}^3 \left(d_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{r_y}{r^3} dS' + c_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{x_x}{r^3} dS' \right) T_{pe} \quad (2.58)$$

従って, (2.40) 式の右辺第 2 項は (2.27) 式を考慮すると次式となる.

$$\frac{1}{3} \Delta(\epsilon) \frac{\partial}{\partial t} \sum_{V=1}^L \frac{\mu h}{8\pi \Delta(\epsilon)^V} \sum_{p=1}^3 \left(d_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{r_y}{r^3} dS' + c_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{x_x}{r^3} dS' \right) T_{pe} \quad (2.59)$$

また, (2.48) 式と (2.59) 式を比較すると次式となる.

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j T_j = \sum_{V=1}^L \frac{\mu h}{8\pi \Delta(\epsilon)^V} \sum_{p=1}^3 \left(d_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{r_y}{r^3} dS' + c_{pe} \int \int_{S'_V} \frac{x_x}{r^3} dS' \right) T_{pe} \quad (2.60)$$

計算点に積分点が近づくと特異性が大きくなるために計算精度が問題になる. そのため, 積分点数を大きくするか, 図 2.7 に示すように, 要素の再分割を行い, それぞれの 3 角形領域に対して Gauss 積分を行うことが必要である.

特異点を含む要素を計算する場合について説明する. 前述のように, 積分点と計算点が同一の要素にある場合には, 距離 r が小さくなるために積分値が非常に大きくなるために, 計算精度が著しく悪化する. そのため, メッシュの幾何学的な構造を利用して, 特異点の影響を除去する方法を説明する.

図 2.8 から図 2.15 に示すように, ここでは形状 1 から形状 4 までを想定する. 例として形状 1 について説明する.

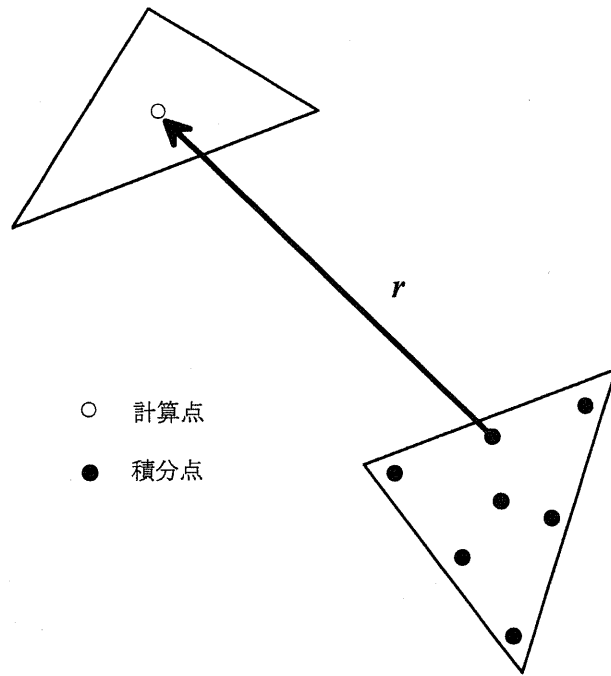


図 2.6 3 角形領域の数値積分

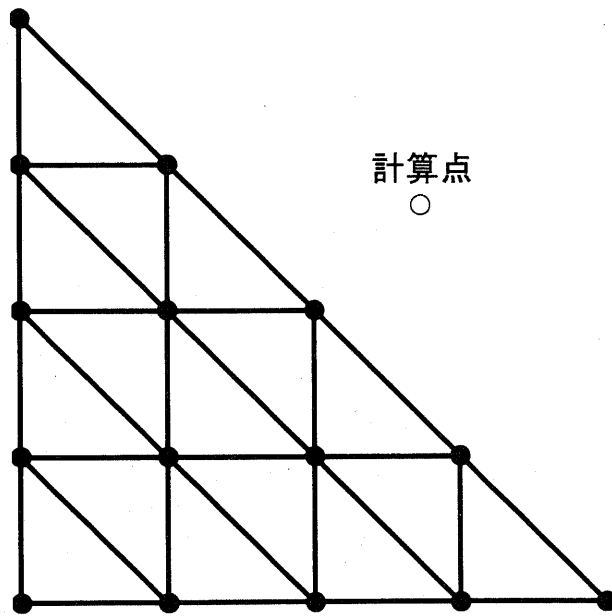


図 2.7 計算点に隣接する要素の再分割

磁束密度の計算において、透磁率が一定である場合には、重ね合わせの理が成立する。従って、電流を x 方向成分と y 方向成分に分離して、別々にその電流が作る磁束密度を計算し、その後それぞれを加算することを考える。

例えば、図 2.8 は x 方向成分の場合の計算方法である。重心を通り x 軸に平行な直線を考え、線対称の領域が存在する場合は無地であり、対称が存在しない場合は斜線が描かれている。重心を含む無地の領域を流れる x 軸方向の電流が重心に作る磁界は、お互いに打ち消し合うため零である。従って、斜線部分の 3 角形領域のみ Gauss 積分を行えばよい。図 2.9 のように y 軸方向の電流についても、同様な操作を行い特異点影響を除去することが可能である。図 2.8 から図 2.15 には、計算に必要な座標を示してある。また、メッシュが形状 1 から形状 4 のような構造でなくても、同様の手法によって特異点の影響を除去した Gauss 積分が可能である。

2.7 超電導体のモデル化

超電導特性のモデル化は重要な課題であり、現在までには複数のモデルが提案されている。ここでは交流損失の解析で実験結果と良く一致することが確認されている電圧-電流べき乗モデル (n 値モデル) を採用する。これは本来、直流で成立する関係ではあるが、交流でも成立すると近似する。

n 値モデルは次式で表される。

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (2.61)$$

ここで E は電界、 E_0 は基準電圧、 J は電流密度、 J_c は臨界電流密度、 n は n 値である。

(2.61) 式から超電導特性を表現するパラメータとして仮想的な抵抗率 (等価抵抗率) を次式のように定義する。

$$\rho_s = \frac{E}{J} = \frac{E_0}{J_c} \left(\frac{J}{J_c} \right)^{n-1} \quad (2.62)$$

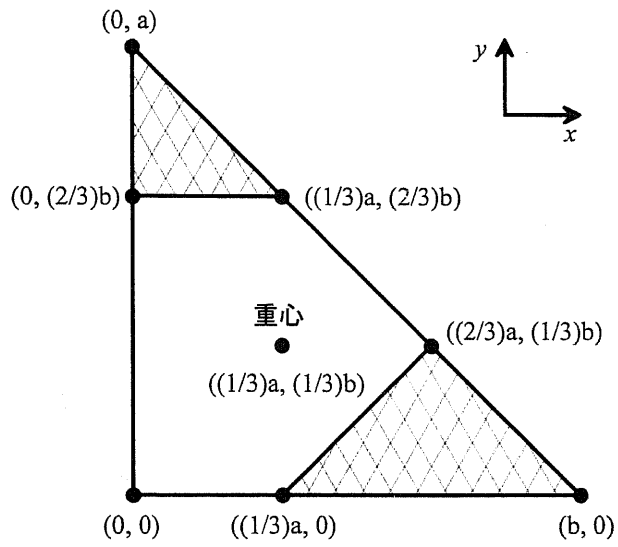


図 2.8 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 1 電流 x 軸方向成分

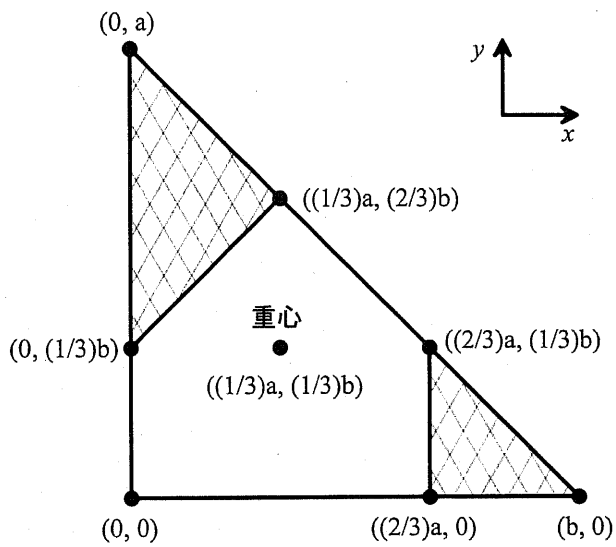


図 2.9 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 1 電流 y 軸方向成分

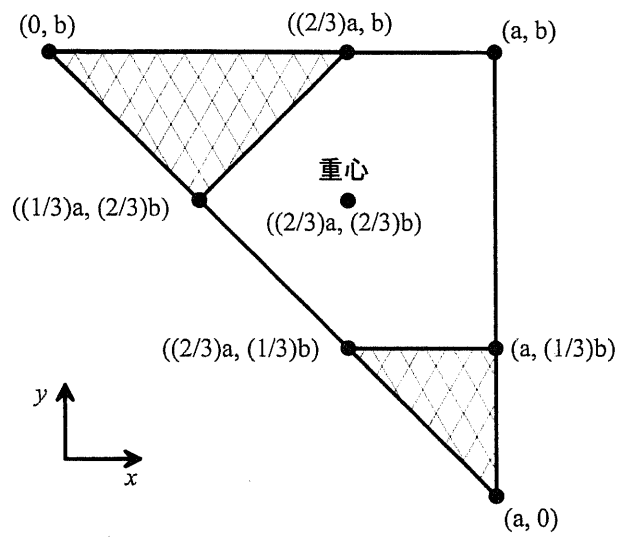


図 2.10 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 2 電流 x 軸方向成分

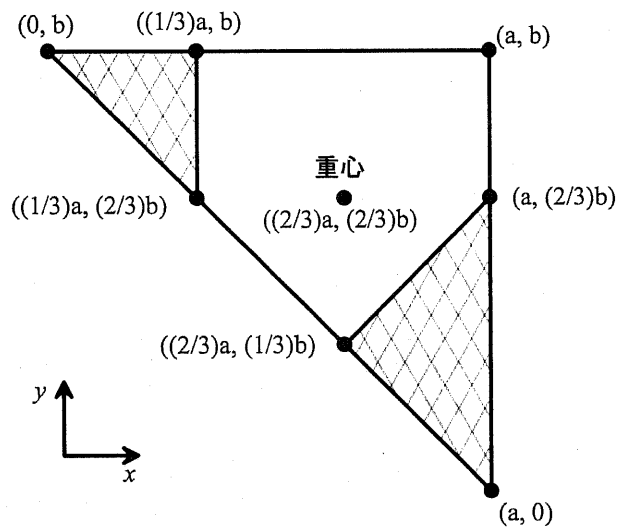


図 2.11 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 2 電流 y 軸方向成分

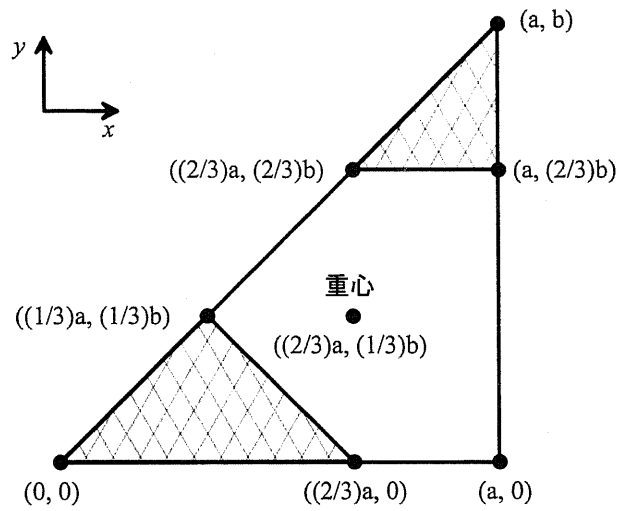


図 2.12 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 3 電流 x 軸方向成分

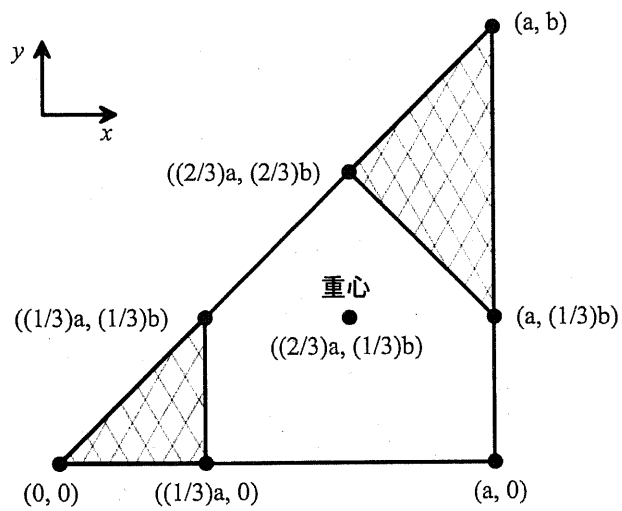


図 2.13 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 3 電流 y 軸方向成分

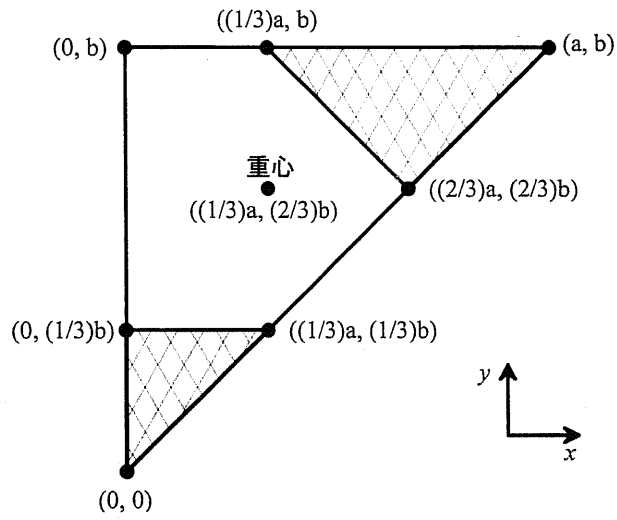


図 2.14 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 4 電流 x 軸方向成分

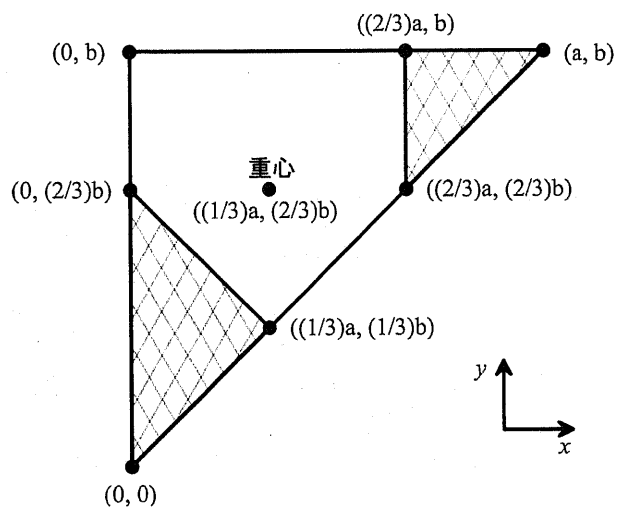


図 2.15 特異点を含む 3 角形領域の数値積分 形状 4 電流 y 軸方向成分

これを ρ の代わりに用いる。超電導の解析では抵抗率 ρ が電流密度に対して強い非線形であることが大きな特徴である。

また、臨界電流密度には温度依存性と磁界依存性があり、一般的には次式のように表される [48]。

$$J_c(B, T) = A \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]^m B^{\gamma-1} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^\delta \quad (2.63)$$

ここで、 A , γ , δ はピンニングパラメータであり、 B_{c2} は上部臨界磁束密度である。

臨界電流密度の磁界依存性を考慮しない場合には、次式のようなになる。

$$J_c(T) = A \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]^m \quad (2.64)$$

材料によって異なるが、一般的に m は 1.5~2.0 である。

限流素子の解析の場合、発生する磁界が小さく (10m~100mT 程度)、また YBCO 薄膜は液体窒素温度 (77.3K) でも外部磁界に対して良好な特性を保つため、臨界電流密度の磁界依存性を考慮する必要は殆ど無いと考えられる。

2.8 金属保護膜の取り扱い

限流特性解析では、金属保護膜が過電流のバイパス路となるため、その影響を考慮する必要がある。以下、解析における金属保護膜の取り扱い方法を説明する。

厚みの異なる超電導薄膜と金属保護膜が各要素で並列接続されていると考える。電気回路の理論より、全体の等価的な抵抗率 ρ_e は次式となる。

$$\rho_e = \frac{\rho_m \rho_s (t_m + t_s)}{\rho_m t_s + \rho_s t_m} \quad (2.65)$$

ここで、 ρ_m と ρ_s はそれぞれ金属保護膜と超電導薄膜の抵抗率であり、 t_m と t_s はそれぞれ金属保護膜と超電導薄膜の厚みである。

ここで、(2.62) 式に示したように、次式の関係が成立する。

$$\rho_s = \frac{E_0}{J_c} \left(\frac{J_s}{J_0} \right)^{n-1} \quad (2.66)$$

また、分流を考えると次式が成立する。

$$J_s = \frac{\rho_m (t_m + t_s)}{\rho_m t_s + \rho_s t_m} J_e \quad (2.67)$$

ここで、 J_e は抵抗率 ρ_e を使用した場合の電流密度である。

従って、(2.66) 式と (2.67) 式を考慮すると、 ρ_s に関して次の方程式が成立する。

$$\rho_s = \frac{E_0}{J_c} \left(\frac{J_e}{J_0} \cdot \frac{\rho_m (t_m + t_s)}{\rho_m t_s + \rho_s t_m} \right)^{n-1} \quad (2.68)$$

(2.68) 式の方程式を解析的に解き、(2.65) 式に代入して合成抵抗を計算する。

ここで、(2.64) 式で示したように、超電導特性と金属保護膜の物性値には温度依存性があり、解析中に考慮する必要がある。有限要素法の途中で、全時間ステップで、全要素について、以上のような計算を行うと、計算時間が著しく長い。そこで、時間過渡解析を開始する前に、例えば、液体窒素温度の 77.3 K から 90.0 K まで、0.1 K 刻みの金属保護膜を考慮した n 値モデル特性曲線を計算しておき、メモリにデータセットとして格納しておく。時間過渡解析中は、要素の温度によって、使用する曲線を選択し、3 次のスプライン補間によって合成抵抗率を計算する [49]。

図 2.16 に金属保護膜がない場合 (a)、金属保護膜がある場合 (b) の $E - J$ 特性の違いを示す。金属保護膜がない場合には、電流の増加にしたがって、電界が指数関数的に増大する。一方、金属保護膜がある場合には、電界の上昇は抑制され飽和する。

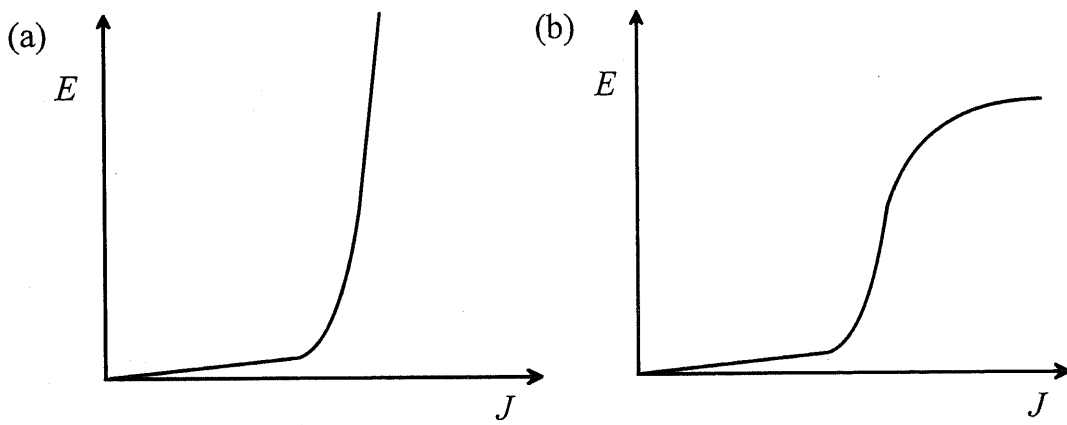


図 2.16 $E - J$ 特性の違いの概念図 (a) 金属保護膜なし (b) 金属保護膜あり

2.9 時間微分項の取り扱い

$\frac{\partial T}{\partial t}$ などを時間微分項とよぶ。有限要素法では時間微分項の取り扱いとして、差分近似法の一つである後退差分法が用いられる。

差分近似法は、解析しようとする期間を微小時間幅 Δt で小さきみに区切り、その区間内では現象が直線的に変化すると仮定して、微分方程式を離散化し、時間を追って計算する手法である。この直線の勾配をどのように仮定するかによって、前進、後退、中央差分法など種々の名前がつけられている。差分近似法では、 Δt ごとの時間刻みでポテンシャルを計算するので、定常解はもちろんのこと、過渡解を求めることも可能である時間幅を Δt を大きくとれば誤差が大きくなり、また小さくとれば計算時間が長くなる。

後退差分法は図 2.17でポテンシャルの近似直線の勾配を次式のように時刻 t における微分数 $\frac{\partial T}{\partial t}$ とみなす方法である。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_t^* - T_{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (2.69)$$

従って、時間微分項の計算では、 $T_t = T_t^*$ と近似する。

(2.50) 式の方程式の時間微分項を後退差分法で近似して、既知数と未知数を分離すると次式となる。

$$\left[[R] + \frac{1}{\Delta t} [M] \right] \{T\}_k = \frac{1}{\Delta t} [M] \{T\}_{k-1} - \left\{ \frac{\partial B_0}{\partial t} \right\}_k \quad (2.70)$$

ここで、 k は時間ステップである。(2.70)式が T について解くべき方程式となる。

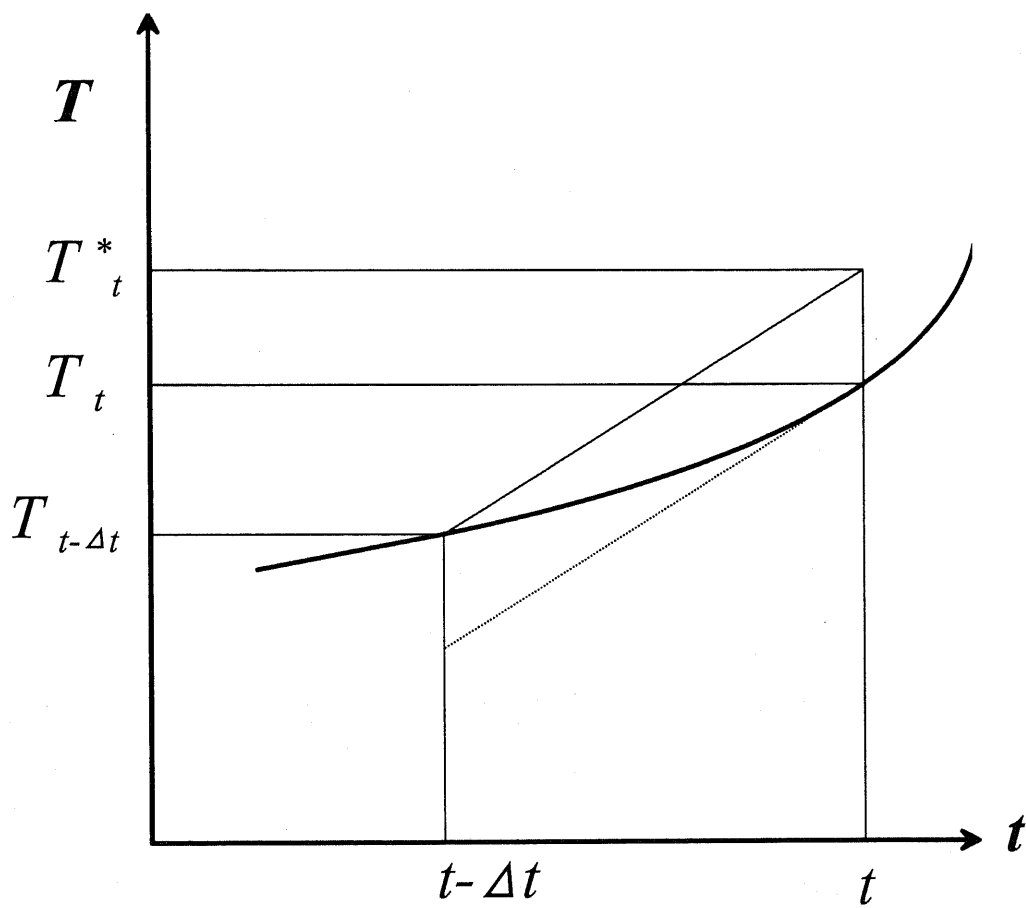


図 2.17 後退差分法の概念図

2.10 非線形問題の解析法

(2.62) 式に示すように、超電導体の特性は非線形であるため、非線形問題となる。電磁界の非線形解析法としては、非線形方程式を線形化して解く方法が一般に知られている。すなわち、まず、各要素に適当な抵抗率を仮定して、電流密度を線形計算する。その結果得られた各要素の電流密度に応じて、抵抗率の修正を行い、電流密度を再計算する。これを収束するまで繰り返すが、1回の計算時間を短縮したり、反復回数を少なくするために、種々の方法が提案されている。

代表的な非線形反復手法である、過小緩和法とニュートンラプソン法について説明する。

2.10.1 過小緩和法

過小緩和法は、 $k+1$ 回目の反復時に使用する抵抗率 ρ を次式によって決定する方法である。

$$\rho^{(k+1)} = \rho^{(k)} + f_{\rho} (\rho^{(k)'} - \rho^{(k)}) \quad (2.71)$$

ここで、 $\rho^{(k)'}$ は k 回目に求めた電流密度を用いて計算した抵抗率、 f_{ρ} は減速係数である。この方法はすべての非線形問題に適用することが可能で、プログラム作成が簡単という長所を有するが、 f_{ρ} の値によっては解が発散したり、収束が著しく遅い場合がある。 f_{ρ} の最適値を決定するには経験が必要である。非線形反復時の収束判定には、一般には次式が用いられる。

$$\left| \frac{T^{k-1} - T^k}{T^k} \right| < \varepsilon \quad (2.72)$$

ここで、 T^k 、 T^{k-1} はそれぞれ、 k および $k-1$ のポテンシャルであり、 ε は収束判定値である。また、収束判定にはポテンシャルではなく、抵抗率 ρ を用いても良い。

収束判定方法としては、上式が全節点において満足されているかどうか判定する方法や、誤差の絶対値の全節点についての総和で判定する方法などがある。

2.10.2 ニュートン・ラブソン法

超電導特性は、非線形性が強いため 2.10.1 で説明した過小緩和法では収束が困難である。本節では、早い収束計算が可能であるニュートン・ラブソン法を説明する [50]。

まず (2.70) 式から

$$\{\varphi\} = \left[[R] + \frac{1}{\Delta t} [M] \right] \{T\} - \frac{1}{\Delta t} [M] \{T^*\} + \left\{ \frac{\partial B_0}{\partial t} \right\} \quad (2.73)$$

と置く。これは任意の $\{T\}$ に対して一般的に零にはならない。ここで $\{T\}$ は求めるべき時間 t のポテンシャルベクトルで、*は1つ前の時間ステップ (時刻 $t - \Delta t$) での値である。

$$\left[\frac{\partial \{\varphi\}}{\partial \{T\}} \right] \{\delta T\} = -\{\varphi\} \quad (2.74)$$

を解き、求められたポテンシャルベクトルの増分 $\{\delta T\}$ を用いて $\{T\}^{(i)}$ を補正する。すなわち

$$\{T\}^{(i+1)} = \{T\}^{(i)} + \{\delta T\} \quad (2.75)$$

解が収束するまで (2.74) 式と (2.75) 式を繰り返せば、時刻 t のポテンシャルベクトル $\{T\}$ が求められる。ただし、上付添字 i は反復回数を示す。

係数行列 $[R]$ が $\{T\}$ の関数であるから次式のようなになる。

$$\left[\frac{\partial \{\varphi\}}{\partial \{T\}} \right] = [R] + \left[\frac{\partial [R]}{\partial \{T\}} \{T\} \right] + \frac{1}{\Delta t} [M] \quad (2.76)$$

ニュートン・ラプソン法による非線形方程式を解くためには、有限要素法のベクトル $\{\varphi\}$ と感度行列を求めておく必要がある。ここで、2つの列ベクトル

$$\{\varphi\} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varphi_n \end{bmatrix}, \quad \{T\} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ T_n \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

によって定義される感度行列は次式で定義される。

$$\left[\frac{\partial \{\varphi\}}{\partial \{T\}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial T_1} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial T_1} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial T_1} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \varphi_n}{\partial T_1} \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial T_2} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial T_2} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial T_2} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \varphi_n}{\partial T_2} \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial T_3} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial T_3} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial T_3} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \varphi_n}{\partial T_3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial T_n} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial T_n} & \frac{\partial \varphi_3}{\partial T_n} & \cdot & \cdot & \frac{\partial \varphi_n}{\partial T_n} \end{bmatrix} = \left[\left\{ \frac{\partial}{\partial \{T\}} \right\} \{\varphi\}^T \right] \quad (2.78)$$

ここで (2.76) 式の右辺第 2 項について説明する。 $[R] \{T\}$ という列ベクトルを、 $\{T\}$ という列ベクトルによって偏微分することから次式が得られる。

$$\left[\frac{\partial [R]}{\partial \{T\}} \{T\} \right]_e = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[\frac{\rho}{4\Delta_e} (\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \right]^T \\ = \frac{1}{4\Delta_e} \frac{\partial \rho}{\partial \{T\}} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \right]^T \quad (2.79)$$

$$= \frac{1}{4\Delta_e} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} \frac{\partial J^2}{\partial \{T\}} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \right]^T \quad (2.80)$$

$$(2.81)$$

(2.80) 式中の $\frac{\partial J^2}{\partial \{T\}}$ について数式を追っていく.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J^2}{\partial \{T\}} &= \frac{\partial}{\partial \{T\}} [J_x^2 + J_y^2] \\
 &= \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[\left(\frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \{T\}_e \right)^2 + \left(-\frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \{T\}_e \right)^2 \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[\left(\frac{1}{2\Delta_e} \{d\}_e^T \{T\}_e \right)^2 + \left(-\frac{1}{2\Delta_e} \{c\}_e^T \{T\}_e \right)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{4\Delta_e^2} \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[(\{d\}_e^T \{T\}_e)^2 + (\{c\}_e^T \{T\}_e)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{4\Delta_e^2} \frac{\partial}{\partial \{T\}} \left[(\{d\}_e^T \{T\}_e) (\{d\}_e \{T\}_e) + (\{c\}_e^T \{T\}_e) (\{c\}_e \{T\}_e) \right] \\
 &= \frac{1}{4\Delta_e^2} 2 \left[\{d\}_e \{d\}_e^T \{T\}_e + \{c\}_e \{c\}_e^T \{T\}_e \right] \\
 &= \frac{1}{2\Delta_e^2} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right] \tag{2.82}
 \end{aligned}$$

上式を (2.80) 式に代入すると, 次式が導かれる.

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{\partial [R]}{\partial \{T\}} \{T\} \right] &= \frac{1}{4\Delta_e} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} \frac{\partial J^2}{\partial \{T\}} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right]^T \\
 &= \frac{1}{4\Delta_e} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} \frac{1}{2\Delta_e^2} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right] \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right]^T \\
 &= \frac{1}{8\Delta_e^3} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right] \left[(\{c\}_e \{c\}_e^T + \{d\}_e \{d\}_e^T) \{T\}_e \right]^T \tag{2.83}
 \end{aligned}$$

2.11 電磁界解析の境界条件

電磁界解析と電気回路解析の連成方法について説明する.

通電電流 I は電流ベクトルポテンシャルで次式で表される.

$$\begin{aligned}
I &= \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS = \int_S (\nabla \times \mathbf{T}) \cdot \mathbf{n} dS \\
&= \oint_{Boundary} \mathbf{T} \cdot d\mathbf{s}
\end{aligned}
\tag{2.84}$$

図 2.18 に電磁界解析における境界条件の与え方を示す。矢印は電流の通電方向を示している。端部の一方に $T = 0$ を与えると、もう一方の端部のポテンシャル T_0 は (2.84) 式より次式で与えられる。

$$T_0 = \frac{I}{h} \tag{2.85}$$

電流の流入線である図 2.18 の左右端には、自由境界または固定境界を与える。自由境界は無限長の素子を解析していることに相当する。固定境界は、電流の流入分布を固定することに相当する。

解析の際には、過小緩和法を用いた場合には、上下端部の節点に上記の境界値を直接に設定すればよい。ニュートン・ラプソン法では、連立方程式の解は ΔT であり、電気回路を考慮した工夫が必要である。

図 2.19 に電気回路の構成を示す。電気回路は交流電源、外部抵抗、外部インダクタンス、限流素子から構成される。限流素子のリアクタンス分は、外部インダクタンスと比較して非常に小さいために、通電電流に影響を及ぼさないため、考慮していない。

回路方程式は次式である。

$$V_1 = R_s I + R_1 I + L_1 \frac{dI}{dt} \tag{2.86}$$

ここで V_1 は交流電源、 R_s は限流素子抵抗、 R_1 は外部回路抵抗、 L_1 は外部インダクタンス、 t は時間である。時間微分項を後退差分法で近似する。

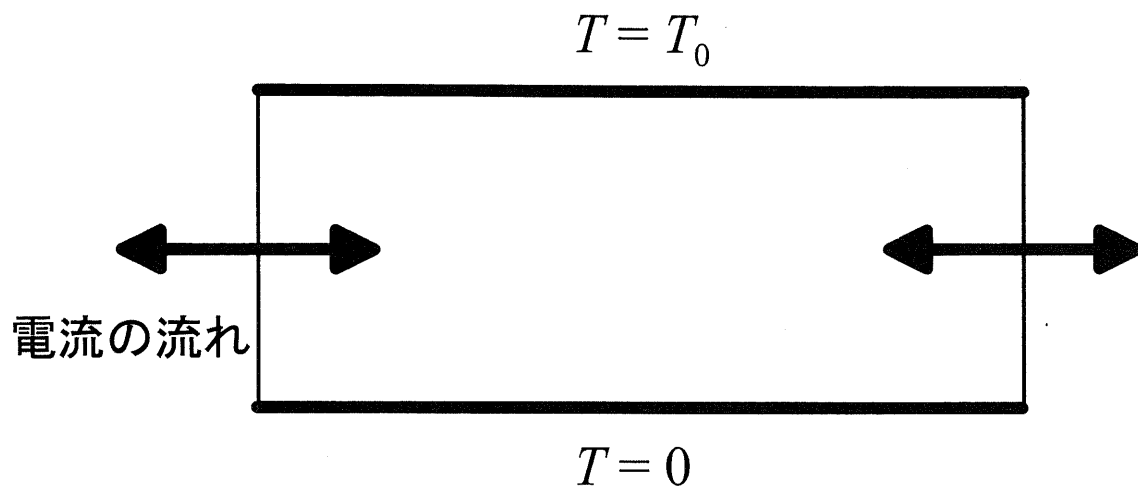


図 2.18 通電電流を考慮した境界条件の与え方

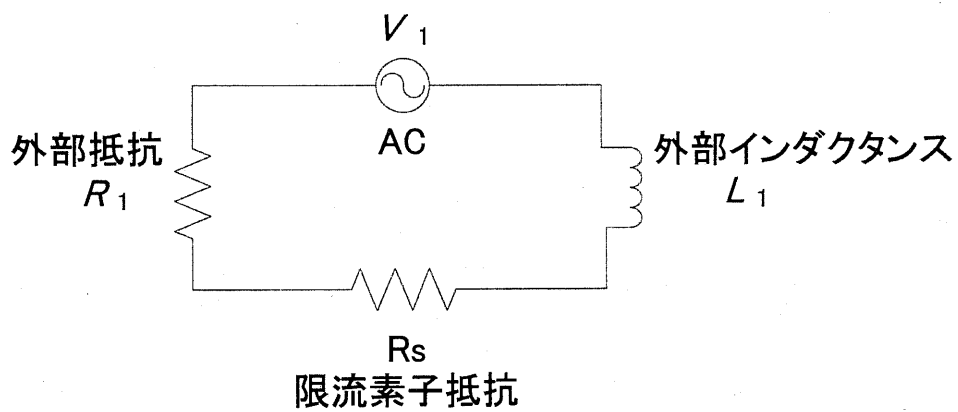


図 2.19 電気回路連成解析

$$V_1 = \left(R_1 + R_s + \frac{L_1}{\Delta t} \right) I - \frac{L_1 I_0}{\Delta t} \quad (2.87)$$

ここで、 I_0 は前時間ステップでの電流、 Δt は時間ステップ幅である。
 ΔT は以下の関係を満たす。

$$\Delta T = T_0 - T'_0 \quad (2.88)$$

ここで T'_0 は前反復計算のポテンシャルである。

従って、 ΔT が満たすべき方程式は次式となる。

$$h \left(R_1 + R_s + \frac{L_1}{\Delta t} \right) \Delta T = V_1 + \frac{L_1 I_0}{\Delta t} - h \left(R_1 + R_s + \frac{L_1}{\Delta t} \right) T'_0 \quad (2.89)$$

2.12 3次元熱伝導解析

限流特性解析では、基板の温度分布を考慮するために、3次元の熱伝導解析との連成解析を行う [51][52]。ここでは有限要素法解析の詳細を説明する [53]。

静止している個体の熱伝導問題の支配方程式は熱伝導率の直交異方性を考慮した場合には式 2.90のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = dc \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.90)$$

ここで変数は以下の通りである。

T : 温度, K

K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} : x 方向, y 方向, z 方向の熱伝導率, W/m·K

Q : 内部発熱率, W/m³

d : 密度, kg/m^3

c : 比熱, $\text{J/kg}\cdot\text{K}$

t : 時間, sec

熱伝導問題の境界条件は, 熱流束を q , 境界上での外向きの法線ベクトルを \mathbf{n} とするとフーリエの法則より (2.91) 式で与えられる.

$$q = -[K] \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = -[K] (\mathbf{n} \cdot \nabla T) = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} n_x \\ \frac{\partial T}{\partial y} n_y \\ \frac{\partial T}{\partial z} n_z \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

熱伝導問題の方程式と境界条件が与えられたので, 支配方程式をガラーキン法によって離散化する. ここで, 重み関数は $\{N\}$ とする. ガラーキン法を適用したものを (2.92) 式に示す.

$$\iiint_V \{N\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q - dc \frac{\partial T}{\partial t} \right\} dV = 0 \quad (2.92)$$

ここで (2.92) 式を 3 つの項に分けて考える. それぞれを (2.93) 式, (2.94) 式および (2.95) 式に示す.

$$\iiint_V \{N\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} dV \quad (2.93)$$

$$\iiint_V \{N\} Q dV \quad (2.94)$$

$$\iiint_V \{N\} dc \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (2.95)$$

ここで(2.93)式は2階微分項を含むので(2.96)式の部分積分公式を適用して弱定式化する。

$$\iiint_V N \nabla^2 A \, dV = \iint_S N \nabla A \cdot \mathbf{n} \, dS - \iiint_V \nabla N \cdot \nabla A \, dV \quad (2.96)$$

(2.96)式を(2.93)式に適用すると(2.97)式を得る。

$$\begin{aligned} & \iiint_V \{N\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} dV \\ &= \iint_S \{N\} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} n_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} n_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) dS \\ &- \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} dV \end{aligned} \quad (2.97)$$

要素内で任意点での温度 T は、内挿関数 $\{N\}$ と節点温度 $\{T\}_e$ を用いて(2.98)式のよ
うに近似される。

$$T = \{N\}^T \{T\}_e \quad (2.98)$$

ここで上つき添字 T は転置を表す。(2.98)式を(2.97)式に代入して離散化を続ける。こ
こで、節点温度は空間関数ではないため積分の外へ出されることに注意する。

$$\begin{aligned} & \iiint_V \{N\} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} dV \\ &= \iint_S \{N\} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} n_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} n_y + K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) dS \\ &- \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} dV \\ &= \iint_S \{N\} [K] \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \, dS \\ &- \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right) \right\} dV \{T\}_e \end{aligned} \quad (2.99)$$

(2.99) 式の右辺第 1 項は (2.91) 式を適用すると次式のように変形できる。

$$\iint_S \{N\} [K] \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} dS = - \iint_S q \{N\} dS \quad (2.100)$$

以上より、支配方程式にガラーキン法を適用した離散化方程式が得られ、整理して (2.101) 式に示す。

$$\begin{aligned} & \iint_S q \{N\} dS \\ + & \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right) \right\} dV \{T\}_e \\ - & \iiint_V Q \{N\} dV + \iiint_V dc \{N\} \{N\}^T dV \frac{\partial \{T\}_e}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (2.101)$$

ここから離散化式に境界条件の影響を評価する項を導入する。一般に熱伝導問題の境界条件に関しては、温度固定条件、熱流束条件、熱伝達条件、熱放射の 4 つを考える。

固定温度境界条件は、有限要素法では Dirichlet 境界条件 (固定境界条件) に相当するものである。境界 S_1 上において

$$T = \bar{T} \quad (2.102)$$

ここで \bar{T} は固定温度である。

熱流束境界条件とは、境界 S_2 上で熱流束 q_0 が流出入するという境界条件で次のように与えられる。

$$q = q_0 \quad (2.103)$$

したがって、境界積分項は次のように変換される。

$$\iint_{S_2} q \{N\} dS = \iint_{S_2} q_0 \{N\} dS \quad (2.104)$$

熱伝達境界条件とは、境界 S_3 上で固体と周囲を流れる流体との間で熱伝達が行われる条件で、熱伝達率を α 、周囲流体温度を T_{fluid} とすると次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \iint_{S_3} q \{N\} dS &= \iint_{S_3} \alpha (T - T_{fluid}) \{N\} dS \\ &= \iint_{S_3} \alpha \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e - \iint_{S_3} \alpha T_{fluid} \{N\} dS \end{aligned} \quad (2.105)$$

熱放射境界条件とは、固体の境界 S_4 上で周囲環境に対して熱放射が行われるという境界条件で、熱放射率を h 、周囲環境温度を T_{out} として次のように与えられる。

$$q = h (T - T_{out}) \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} \iint_{S_4} q \{N\} dS &= \iint_{S_4} h (T - T_{out}) \{N\} dS \\ &= \iint_{S_4} h \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e - \iint_{S_4} h T_{out} \{N\} dS \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$[S] \{T\} + [C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} = \{F\} \quad (2.108)$$

ただし、

以上を熱伝導問題の離散化式に導入すると、境界条件を含めた熱伝導問題の有限要素法式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} [S] &= \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right) \right\} dV \\ &+ \iint_{S_3} \alpha \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e + \iint_{S_4} h \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e \end{aligned} \quad (2.109)$$

$$[C] = \iiint_V dc \{N\} \{N\}^T dV \quad (2.110)$$

$$\begin{aligned} \{F\} = & \iiint_V Q \{N\} dV - \iint_{S_2} q_0 \{N\} dS \\ & + \iint_{S_3} \alpha T_{fluid} \{N\} dS + \iint_{S_4} h T_{out} \{N\} dS \end{aligned} \quad (2.111)$$

である。[S] は熱伝導マトリクス，[C] は熱容量マトリクス，{F} は熱流束ベクトルである。以上で有限要素法式が得られたが，有限要素法の具体的な成分は使用する要素により内挿関数 {N} が異なるので使用する要素に応じて定式化を行う必要がある。ここでは，6面体1次要素の離散化過程の説明を進めていく。

3次元解析では，局所座標系で積分計算を行い，それを全体座標系に写像変換を行うプロセスを採用するため，局所座標系 (p-q-r) における定式化の手順を述べる。まず規格化された局所座標系での要素内の任意点における温度 T はスカラー補間関数 {N} を用いてそれぞれ次のように表される。

$$T(p, q, r) = \{N\}^T \{T\}_e \quad (2.112)$$

ここで，補間関数 {N} 局所座標系で次式で定義される。

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + pp_i) (1 + qq_i) (1 + rr_i) \quad (2.113)$$

ただし， $-1 \leq p, q, r \leq 1$ である。

図 2.20 に 6面体1次要素を示す。(a) が全体座標系であり (b) が局所座標系である。

6面体1次要素では，局所座標系における補間関数の節点は8つであるので，8成分が必要になり，次のようになる。

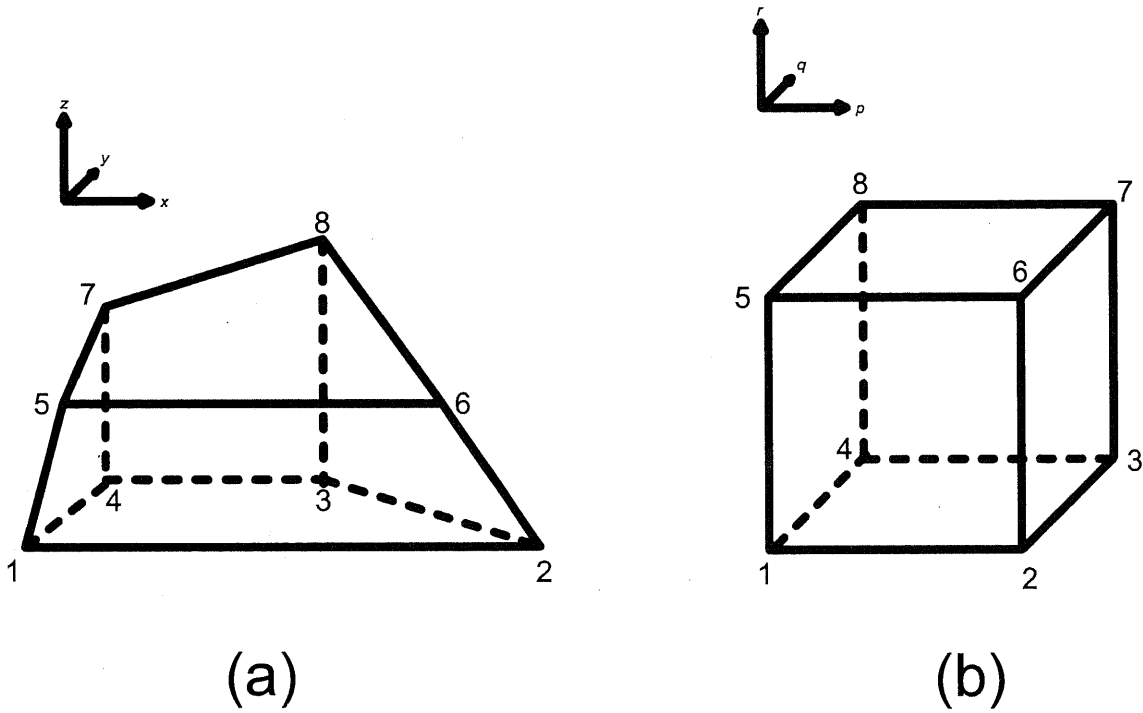


图 2.20 6 面体 1 次要素 (a) 全体座標系 (b) 局所座標系

$$\{N\} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} (1-p)(1-q)(1-r) \\ (1+p)(1-q)(1-r) \\ (1-p)(1+q)(1-r) \\ (1+p)(1+q)(1-r) \\ (1-p)(1-q)(1+r) \\ (1+p)(1-q)(1+r) \\ (1+p)(1+q)(1+r) \\ (1-p)(1+q)(1+r) \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

次に補間関数の局所座標系における偏微分を求める。

p による偏微分

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial p} &= -\frac{1}{8}(1-q)(1-r) \\ \frac{\partial N_2}{\partial p} &= \frac{1}{8}(1-q)(1-r) \\ \frac{\partial N_3}{\partial p} &= \frac{1}{8}(1+q)(1-r) \\ \frac{\partial N_4}{\partial p} &= -\frac{1}{8}(1+q)(1-r) \\ \frac{\partial N_5}{\partial p} &= -\frac{1}{8}(1-q)(1+r) \\ \frac{\partial N_6}{\partial p} &= \frac{1}{8}(1-q)(1+r) \\ \frac{\partial N_7}{\partial p} &= \frac{1}{8}(1+q)(1+r) \\ \frac{\partial N_8}{\partial p} &= -\frac{1}{8}(1+q)(1+r) \end{aligned} \quad (2.115)$$

q による偏微分

$$\frac{\partial N_1}{\partial q} = -\frac{1}{8}(1-p)(1-r)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_2}{\partial q} &= -\frac{1}{8}(1+p)(1-r) \\
\frac{\partial N_3}{\partial q} &= \frac{1}{8}(1+p)(1-r) \\
\frac{\partial N_4}{\partial q} &= \frac{1}{8}(1-p)(1-r) \\
\frac{\partial N_5}{\partial q} &= -\frac{1}{8}(1-p)(1+r) \\
\frac{\partial N_6}{\partial q} &= -\frac{1}{8}(1+p)(1+r) \\
\frac{\partial N_7}{\partial q} &= \frac{1}{8}(1+p)(1+r) \\
\frac{\partial N_8}{\partial q} &= \frac{1}{8}(1-p)(1+r)
\end{aligned} \tag{2.116}$$

r による偏微分

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1}{\partial r} &= -\frac{1}{8}(1-p)(1-q) \\
\frac{\partial N_2}{\partial r} &= -\frac{1}{8}(1+p)(1-q) \\
\frac{\partial N_3}{\partial r} &= -\frac{1}{8}(1+p)(1+q) \\
\frac{\partial N_4}{\partial r} &= -\frac{1}{8}(1-p)(1+q) \\
\frac{\partial N_5}{\partial r} &= \frac{1}{8}(1-p)(1-q) \\
\frac{\partial N_6}{\partial r} &= \frac{1}{8}(1+p)(1-q) \\
\frac{\partial N_7}{\partial r} &= \frac{1}{8}(1+p)(1+q) \\
\frac{\partial N_8}{\partial r} &= \frac{1}{8}(1-p)(1+q)
\end{aligned} \tag{2.117}$$

6面体1次アイソパラメトリック要素では、全体座標と局所座標は補間関数 $\{N\}$ と要素の節点座標 (xyz 座標系) $\{x\}_e, \{y\}_e, \{z\}_e$ を用いて次式のように補間される。節点座標ベクトル $\{x\}, \{y\}, \{z\}$ は、節点座標であるから要素分割時に定義されているため既知ベクトルである。左辺の座標 x, y, z が補間関数 $\{N\}$ という p, q, r を変数にもつ関数によって表されていることから、 x, y, z は p, q, r の関数であるといえる。

$$\begin{aligned}
x(p, q, r) &= \{N\}^T \{x\}_e \\
y(p, q, r) &= \{N\}^T \{y\}_e \\
z(p, q, r) &= \{N\}^T \{z\}_e
\end{aligned}
\tag{2.118}$$

直交座標系での偏微分と局所座標系での偏微分は次の式で関係付けられる.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \{N\}}{\partial p} &= \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial p} + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p} \\
\frac{\partial \{N\}}{\partial q} &= \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial q} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial q} + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial q} \\
\frac{\partial \{N\}}{\partial r} &= \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r}
\end{aligned}
\tag{2.119}$$

これをマトリクス表示すると次のようになる.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial p} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial q} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial p} \\ \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial y}{\partial q} & \frac{\partial z}{\partial q} \\ \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \end{bmatrix}
\tag{2.120}$$

なお, $[J]$ はヤコビ行列であり, ヤコビ行列は次のマトリクスである.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial p} \\ \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial y}{\partial q} & \frac{\partial z}{\partial q} \\ \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial p} \{x\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial p} \{y\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial p} \{z\}_e \\ \frac{\partial \{N\}^T}{\partial q} \{x\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial q} \{y\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial q} \{z\}_e \\ \frac{\partial \{N\}^T}{\partial r} \{x\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial r} \{y\}_e & \frac{\partial \{N\}^T}{\partial r} \{z\}_e \end{bmatrix}
\tag{2.121}$$

離散化過程で必要であるのは, (2.120) 式の右辺の全体座標系における補間関数の偏微分である. ここで, 補間関数の偏微分に関して全体座標系と局所座標系での変換は次式で行われる.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial p} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial q} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

(2.122) 式より、全体座標系での補間関数の偏微分を求めるためにはヤコビ行列の逆行列が必要である。ヤコビ行列の逆行列は次のようになる。

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\det |J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} \\ \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

ここで

$$\det |J| = \frac{\partial x}{\partial p} \left(\frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} \right) + \frac{\partial y}{\partial p} \left(\frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} \right) + \frac{\partial z}{\partial p} \left(\frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} \right) \quad (2.124)$$

である。

(2.123) 式を (2.122) 式に代入すると次式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det |J|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} \\ \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} \end{bmatrix} \quad (2.125)$$

したがって全体座標系における偏微分は次の3式で評価される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} &= \frac{1}{\det |J|} \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial q} + \left(\frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \right\} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} &= \frac{1}{\det |J|} \left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial p} + \left(\frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial q} + \left(\frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \right\} \\ \frac{\partial \{N\}}{\partial z} &= \frac{1}{\det |J|} \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial x}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial p} + \left(\frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial r} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial q} + \left(\frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} \right) \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (2.126)$$

また積分の体積変化係数は次の式で表される。これは、局所座標系で求められた物理量を全体座標系での値に変換するために必要となる。

$$dx dy dz = \det |J| dp dq dr \quad (2.127)$$

$p = \pm 1$ のとき

$$dS = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial q} \frac{\partial y}{\partial r}\right)^2} dq dr \quad (2.128)$$

$q = \pm 1$ のとき

$$dS = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial p} - \frac{\partial z}{\partial r} \frac{\partial y}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial r} \frac{\partial x}{\partial p} - \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial p}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial y}{\partial p} - \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial x}{\partial p}\right)^2} dr dp \quad (2.129)$$

$r = \pm 1$ のとき

$$dS = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q} - \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q} - \frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial q}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial p} \frac{\partial y}{\partial q} - \frac{\partial y}{\partial p} \frac{\partial x}{\partial q}\right)^2} dp dq \quad (2.130)$$

以上より、熱伝導マトリクス $[S]$ 、熱容量マトリクス $[C]$ 、および熱流束ベクトル $\{F\}$ の変換は次のようになる。

$$\begin{aligned} [S] &= \iiint_V \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right) \right\} dV \\ &\quad + \iint_{S_3} \alpha \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e + \iint_{S_4} h \{N\} \{N\}^T dS \{T\}_e \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) + \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right) \right\} \det |J| dp dq dr \\ &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \alpha \{N\} \{N\}^T Adp dq + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h \{N\} \{N\}^T Adp dq \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$[C] = \int \int \int_V dc \{N\} \{N\}^T dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dc \{N\} \{N\}^T \det |J| dpdqdr \quad (2.132)$$

$$\begin{aligned} \{F\} &= \int \int \int_V Q \{N\} dV - \int \int_{S_2} q_0 \{N\} dS + \int \int_{S_3} \alpha T_{fluid} \{N\} dS + \int \int_{S_4} h T_{out} \{N\} dS \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 Q \{N\} \det |J| dpdqdr - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 q_0 \{N\} Adpdq \\ &\quad + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \alpha T_0 \{N\} Adpdq + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h T_0 \{N\} Adpdq \end{aligned} \quad (2.133)$$

ここで、面積積分における積分係数の $Adpdq$ は、境界面に応じて前述のように3つに場合分けされるものとする。以上より各マトリクス及びベクトルの被積分関数の変換式が示されたため、数値積分が可能となった。数値積分については付録で詳述するが、被積分関数を $f(p, q, r)$ 、局所座標系における分点座標を (p_i, q_j, r_k) 、分点における重みを (W_i, W_j, W_k) として分点の数を n とすると、体積積分及び面積積分は次のようになる。

体積積分

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p, q, r) dpdqdr = \sum_i^n \sum_j^n \sum_k^n W_i W_j W_k f(p_i, q_j, r_k) \quad (2.134)$$

面積積分

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p, q) dpdqdr = \sum_i^n \sum_j^n W_i W_j f(p_i, q_j) \quad (2.135)$$

非定常解析における時間微分項については、一階の後退差分で近似すると有限要素法は次のようになる。

$$[S] \{T\}^n + [C] \frac{\{T\}^n - \{T\}^{n-1}}{\Delta t} = \{f\} \quad (2.136)$$

温度の肩の添え字は時間指標で、 $n-1$ は一つ前のタイムステップを表す。時刻 $n-1$ における節点温度 $\{T\}_{n-1}$ は一つ前の時刻で計算されているので既知量である。また Δt は時間ステップ幅である。したがって、未知温度と既知量を分離すると次の式が得られる。

$$\left([S] + \frac{1}{\Delta t} [C]\right) \{T\}^n = \{f\} + \frac{1}{\Delta t} [C] \{T\}^{n-1} \quad (2.137)$$

最終的に $\{T\}^n$ についての連立1次方程式を解く。熱伝導解析では、係数行列が対称疎行列になるため、連立方程式の解法としてはバンドマトリクス法やICCG法が有効である [54]。

2.13 液体窒素冷却の取り扱い

ここでは、限流素子が液体窒素中で冷却されていることを想定する。沸騰曲線は、熱流束境界と熱伝達境界を組み合わせることにより、次式のように表わせる [55]。

$$q = \begin{cases} h_1 (T - T_b) & (T - T_b \leq \theta_1) \\ h_1 \theta_1 - h_2 (T - T_b - \theta_1) & (\theta_1 < T - T_b \leq \theta_2) \\ h_3 (T - T_b) + q_0 & (\theta_2 < T - T_b) \end{cases} \quad (2.138)$$

ここで、 T は超電導体の温度、 T_b は液体窒素温度である。 $h_1, h_2, h_3, \theta_1, \theta_2, q_0$ は沸騰曲線によって決まる定数である。沸騰曲線は限流素子の表面状態によって変化する [56]。また核沸騰と膜沸騰の遷移領域は、一義的に決定することは容易ではない。ここでは、一例として、限流特性解析に用いた定数を記しておく。

$$T_b = 77.3 \text{ K}, h_1 = 10,000 \text{ W/m}^2\text{K}, h_2 = 27,500/7 \text{ W/m}^2\text{K}, h_3 = 200 \text{ W/m}^2\text{K}, \theta_1 = 12 \text{ K}, \\ \theta_2 = 40 \text{ K}, q_0 = 2,000 \text{ W/m}^2$$

この場合の沸騰曲線は図 2.21 になる。

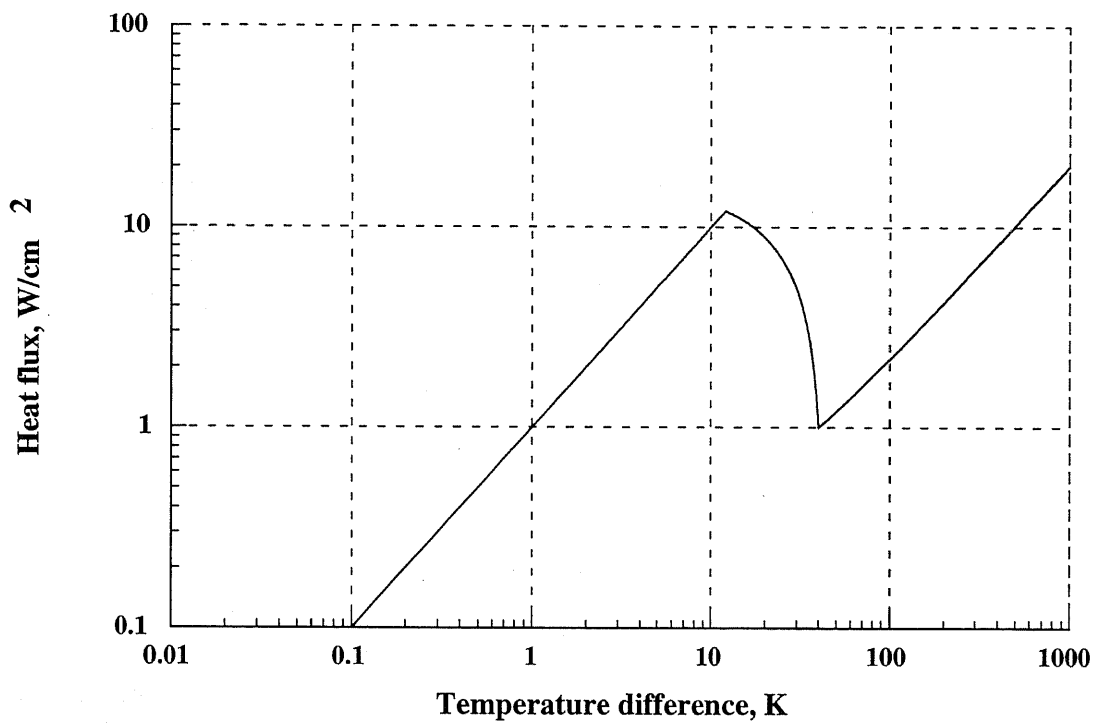


図 2.21 液体窒素の沸騰曲線

2.14 その他

限流特性解析でのアルゴリズムについて、注意すべき点を説明する。

- 超電導の SN 転移の判断は基板表面の温度で行う。SN 転移後の抵抗率は、常電導体（セラミック）と金属保護膜の並列接続と考える。
- 電磁界解析において、各要素の超電導薄膜と金属保護膜での発熱率 Q [W/m^3] は以下の式で与えられる。

$$Q = \rho J^2 \quad (2.139)$$

膜厚と面積から発熱量を計算し、熱伝導解析には基板表面への熱流束として与える。電磁界解析では 1 次 3 角形要素であり、熱伝導解析は 1 次 6 面体要素であるため、メッシュ切りに応じたデータ変換が必要になる。

- 限流素子全体の抵抗値 R は、以下の式で表される。

$$R = \frac{P}{I^2} \quad (2.140)$$

ここで、 P は限流素子全体の発熱 [W]、 I は通電電流である。抵抗値の計算では、抵抗値 R と通電電流 I の整合性をとるために、抵抗値 R に関して過小緩和法を用いて反復計算を行う。

- 抵抗発生過程は変化が急激であり、いわばスイッチング解析である。解析精度向上のため、素子の温度状態に応じて、時間ステップ幅を適応的に変化させる。通常時と抵抗発生時の限流特性解析の流れを図 2.22 と図 2.23 にそれぞれ示す。電磁界解析と熱伝導解析は交互に解くため、電磁界の計算中には、温度は固定されている。変化が急激な場合には、解析誤差が大きくなる可能性がある。そこで、まず予備的に電磁界解析と熱伝導解析を行い、その結果と現在の温度の平均値をとって温度を補正して、再び解析を行う（図 2.23 の (5)）。

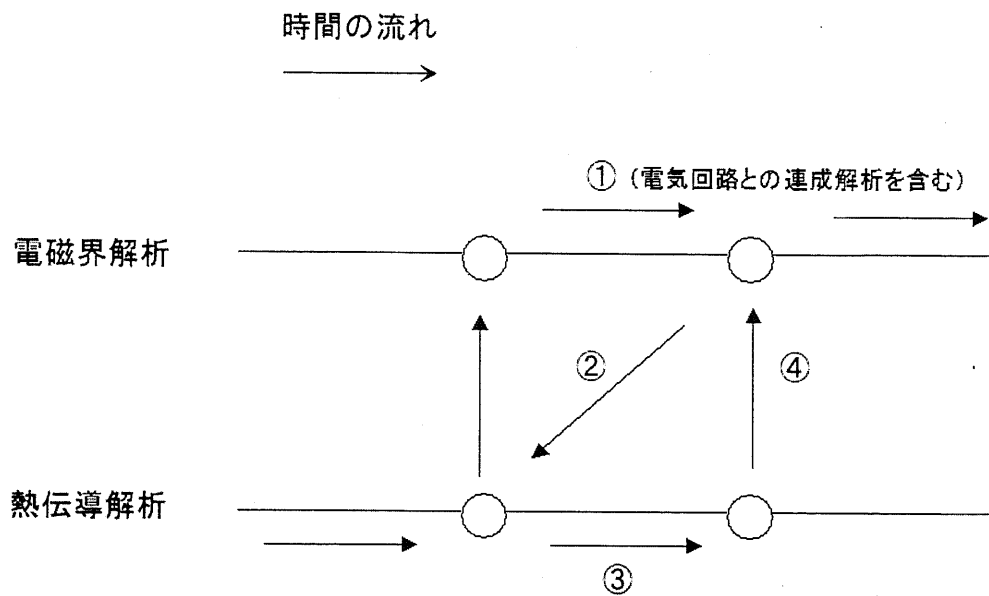


図 2.22 通常時の限流特性解析の流れ

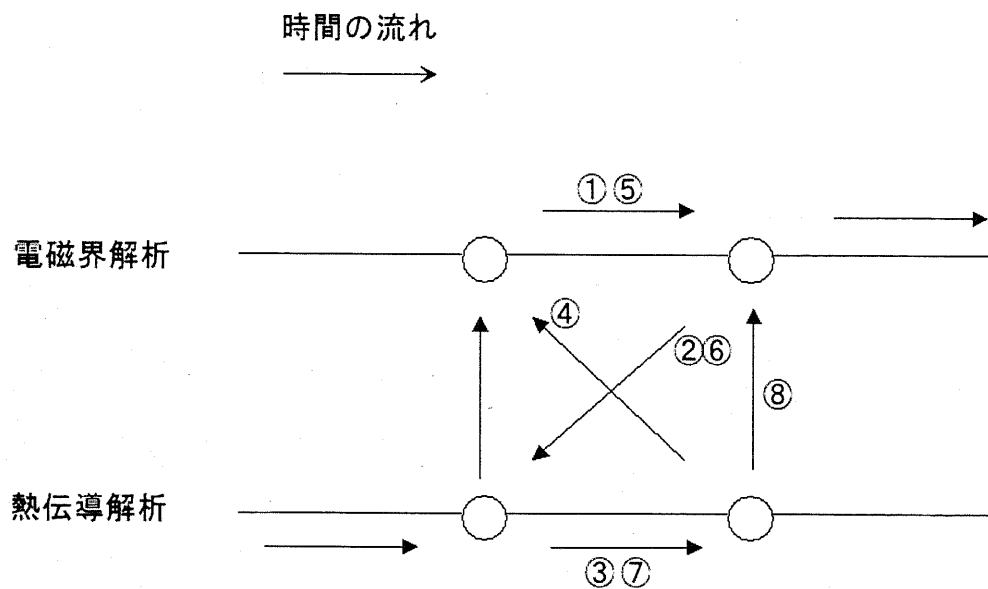


図 2.23 抵抗発生時の限流特性解析の流れ

2.15 本章のまとめ

本章では，超電導薄膜の解析に適した手法を提案すると共に，その手法の詳細を説明した．以降の章で，本解析手法の妥当性の検討や，物理現象の詳細な把握を行っていく．本解析手法の特徴を以下に整理する．

- (1) 2次元電磁界解析，3次元熱伝導解析，および電気回路の3連成解析である．
- (2) 超電導薄膜の電磁界解析では，薄板近似を適用した電流ベクトルポテンシャル法を用いている．
- (3) 超電導特性として n 値モデルを用いている． n 値モデルから導出される等価的な抵抗率を用いて解析を行っている．原理的に任意の超電導特性モデルでの解析も可能である．
- (4) 超電導薄膜上の金属保護膜の影響を考慮することが可能である．
- (5) 各物性値の温度依存性を考慮することが可能である．
- (6) 限流特性解析で解析精度を高めるための工夫が施されている．

第3章

偏流特性解析

3.1 はじめに

本章では、本論文で提案する解析手法の妥当性の検証を行う。最初に、超電導薄膜に生じる偏流現象の概要を説明する。次に、解析結果と実験結果を比較を行い、偏流現象の特徴を明らかにする。最後に本章で得られた成果を整理する。

3.2 偏流現象の概要

図3.1に単一の素子中に生じる偏流現象の概念図を示す。超電導薄膜に交流を通電すると、磁束密度が大きい素子端部に電流が集中すると考えられる。また、図3.2に空間的に分布する複数の素子間の偏流現象の概念図を示す。空間的に分布する素子間では、磁束密度が大きくなる外側の素子に電流が集中する可能性がある。偏流は、通常時の交流損失特性に影響を与えるだけでなく、限流動作時に非同時のSN転移を生じさせる可能性も指摘されている。そのため、偏流を定量的に把握しておくことは、基礎研究として重要であり、実験の代替となる解析手法の確立が求められている。

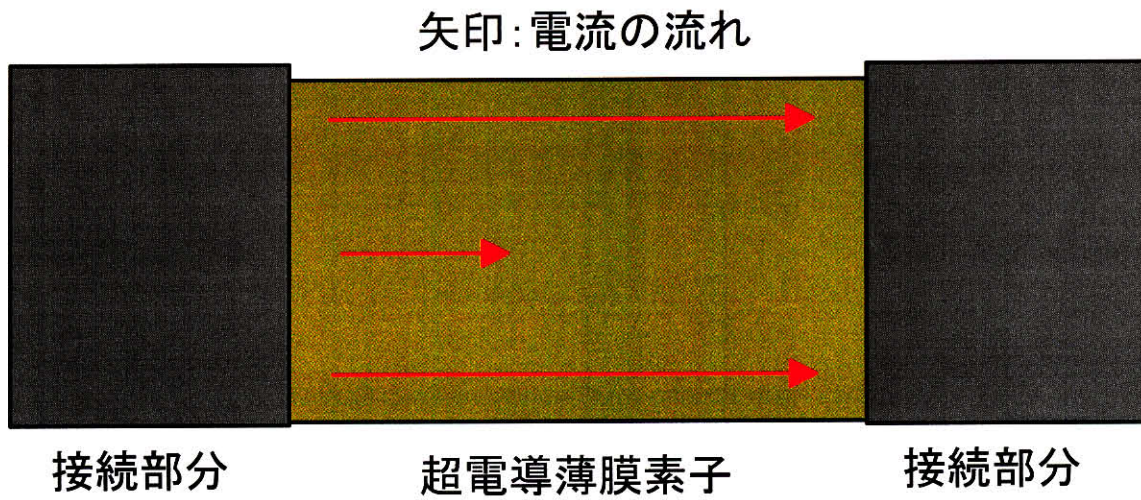


図 3.1 単一素子中の偏流現象の概念図

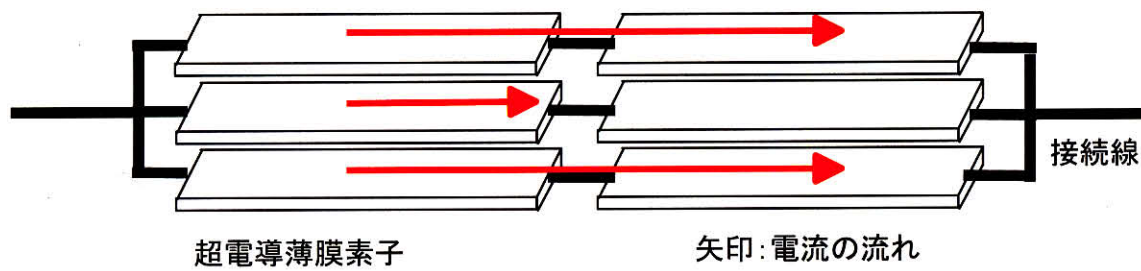


図 3.2 空間的に分布する素子間の偏流現象の概念図

3.3 偏流特性

3.3.1 ホール素子による電流分布測定

本解析手法による偏流解析の妥当性を検証するために、交流機器基盤プロジェクトの中で三菱電機の研究グループが行った測定結果を引用する [57]。ここでは、三菱電機の研究グループが行った電流分布測定方法の概要を述べておく。

表 3.1 に電流分布測定を行った超電導薄膜の仕様を示す。幅 20mm、長さ 60mm のイットリウム系超電導薄膜の表面に金を蒸着している。両端に電流供給の接続端子を設けており、接続部を除く有効長は 42mm である。また、電流分布測定と同様に、直流 4 端子法により測定した $1\mu\text{V}/\text{cm}$ 基準での I_c は 167A、 n 値は 20 である。

図 3.3 に電流分布測定の様式図を示す。YBCO 薄膜の長さ方向の中央に、ホール素子を幅方向 2mm 間隔で 10 個設置する。ホール素子のパッケージサイズは幅 1.5mm、長さ 1.7mm、厚み 0.6mm である。磁界の検出領域は 0.3mm 角であり、パッケージのほぼ中央部にある。超電導薄膜に交流を通電し、表面の磁束分布をトランジェントレコーダで測定する。測定は液体窒素中で行い、通電毎に昇温することにより、超電導内に捕捉された電流を減衰させ、初期状態から測定する。測定した 10 箇所の磁場に対し、対応する幅 2mm の電流ストリップをそれぞれ想定する。各ストリップの電流と得られた磁束分布には、(3.1) 式の関係がある。

$$\begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_9 \\ a_{-1} & a_0 & & & \\ a_{-2} & & & & \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ a_{-9} & & & & a_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1(t) \\ I_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ I_{10}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ B_{10}(t) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

ここで、 $I_i(t)$ はストリップ i での電流、 $B_j(t)$ はホール素子 j での磁界、 a_{i-j} はストリップ

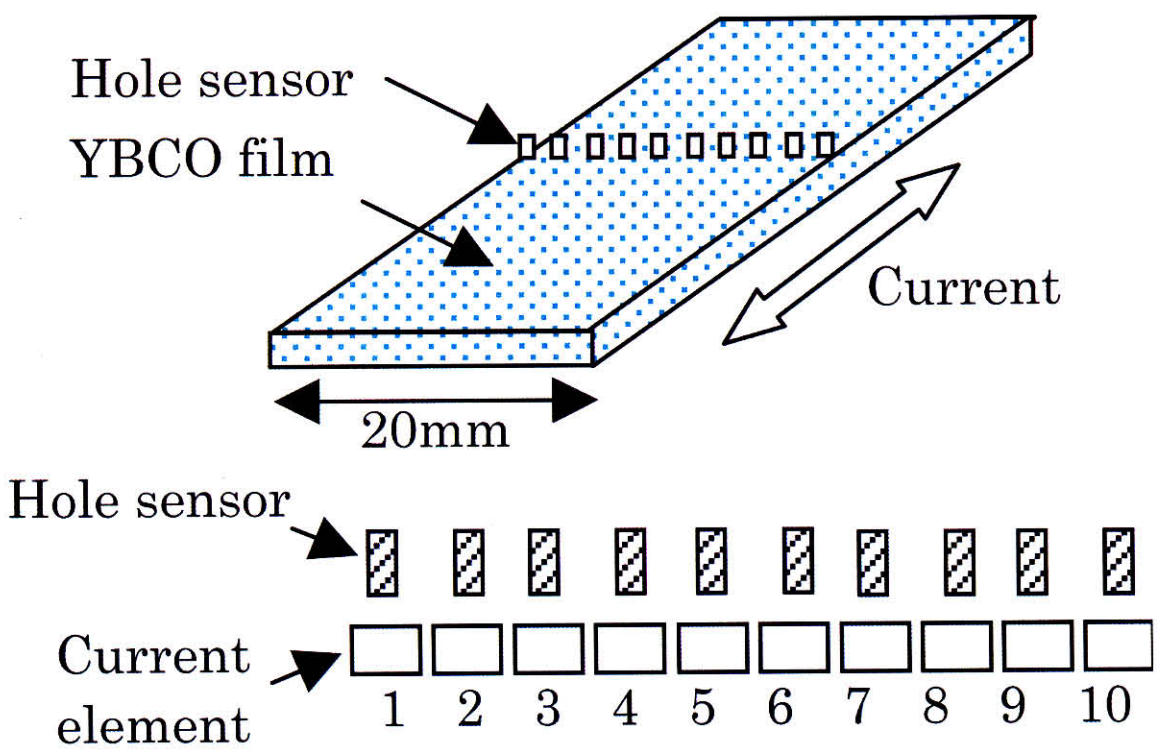


図 3.3 電流分布測定の様式図
出典 [57]

表 3.1 電流分布測定に用いた YBCO 薄膜の仕様

幅	20mm
長さ	60mm
金属保護膜 (金)	50nm
有効長	42mm
$I_c(1\mu V/cm)$	167 A
n 値	20

表 3.2 解析に用いた超電導薄膜の仕様

幅	20mm
長さ	42mm
金属保護膜 (金)	50nm
YBCO 厚	0.35 μm
I_c ($1\mu\text{V}/\text{cm}$ 基準)	167 A
臨界電流密度	$2.385 \times 10^{10} \text{ A}/\text{m}^2$
n 値	20

プロ i の電流が作るホール素子 j 位置での磁界係数である。 a_{i-j} は、磁界計算で求めることができる。この関係式を逆変換することにより、電流分布の時間変化を求める。

3.3.2 有限要素法解析による偏流解析

解析に用いた超電導薄膜の仕様を表 3.2 に示す。表 3.1 に示したイットリウム系超電導薄膜と合わせてある。図 3.4 に解析する超電導薄膜素子を示す。図中の矢印は通電電流を示している。以後、中央部の点線上の電流分布を示していく。図 3.5 にメッシュ構造を示す。素子端部のメッシュが細かくなっているのは、端部の電流変化が急激であり、メッシュが粗いと計算が収束しないためである。節点数は 2091、要素数は 4000 である。また、周波数は 60Hz、時間ステップ幅は、 4.63×10^{-5} 秒である。なお、測定で用いた超電導薄膜素子は、超電導特性のバラツキを有する可能性があるが、解析では均一の超電導特性を仮定している。

最初に、ピーク値で 130A の交流を通電した場合の測定結果と解析結果を、図 3.6 と図 3.7 にそれぞれ示す。電流位相が -90 度から 90 度に変化する時の、図 3.4 の点線部の電流分布である。130A は臨界電流の 78% に相当する。全体的に測定結果と解析結果の良い一致が確認でき、交流通電時には著しい偏流が生じることが確認される。測定結果と解析結果で最端部の電流分布に違いが見られるが、これは図 3.3 に示すように測定ではホー

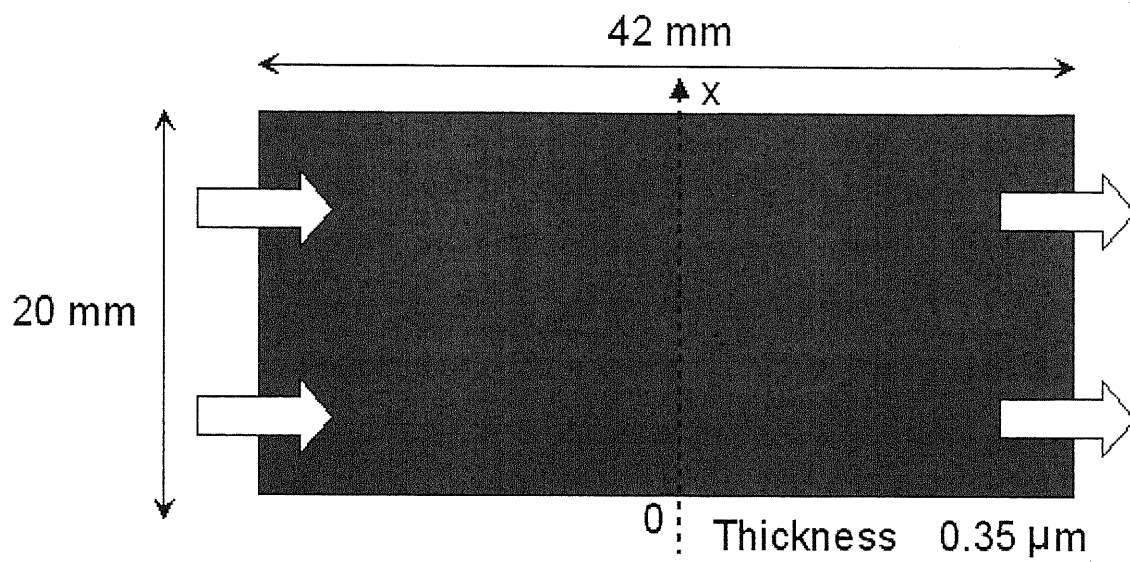


図 3.4 解析する超電導薄膜素子

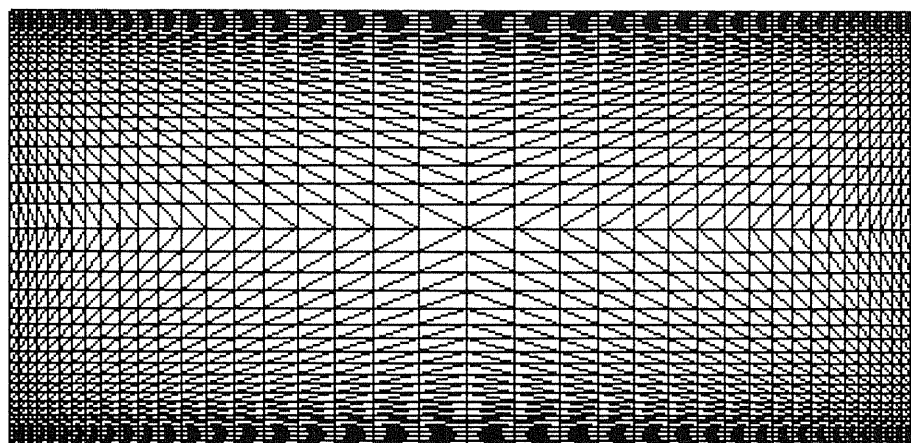


図 3.5 解析に用いるメッシュ構造

ルセンサを用いているために、値が平均化されている可能性がある。端部から電流密度が急上昇して、その後に中央部の電流が遅れて追従していく。また、臨界電流以下の通電でも、端部では臨界電流密度以上の電流が流れることが分かる。ここで、超電導膜を抵抗率 $1.67 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ の銅膜に置き換えて、他はすべて同じ条件で解析したところ、この程度の電流量では偏流現象はほとんど確認されなかった。したがって、この偏流現象電導体の性質、すなわち磁束ピンニングに起因していることを確認している。

次に、ピーク値で 170A の交流を通電した場合の測定結果と解析結果を、図 3.8 と図 3.9 にそれぞれ示す。170A は臨界電流の 102% に相当する。ほぼ臨界電流に相当する電流の通電時の電流分布である。この通電量でも偏流が確認される。すなわち、超電導薄膜においては、 $1 \mu V/cm$ 基準の臨界電流密度と、Bean モデル（臨界状態モデル）で定義される臨界電流密度は異なることを示している。物理的には、 $1 \mu V/cm$ 基準の臨界電流密度では、Bean モデルで想定している強い磁束フローが生じていないことを意味する。

続いて、ピーク値で 210A の交流を通電した場合の測定結果と解析結果を、図 3.10 と図 3.11 にそれぞれ示す。210A は臨界電流の 125% に相当する。ピーク値が大きくなると、電流分布が均一に近づくことが分かる。解析ではほぼ均一になっているのに対して、測定はまだ均一には至っていない。実際の測定素子の n 値は通電電流の関数であるのに対して、解析では一定値としていることに起因していると考えられる。

最後に、ピーク値で 230A の交流を通電した場合の測定結果と解析結果を、図 3.12 と図 3.13 にそれぞれ示す。230A は臨界電流の 138% に相当する。測定結果と解析結果ともに、ピーク値で電流分布が均一になることが分かる。

さらに通電電流を大きくしても電流分布は均一であることを確認している。限流動作開始は臨界電流の約 2 倍程度であるから、限流動作時の電流分布は均一であると考えられる。つまり、通常時においては、著しい偏流が生じているが、限流動作には偏流は生じていない。

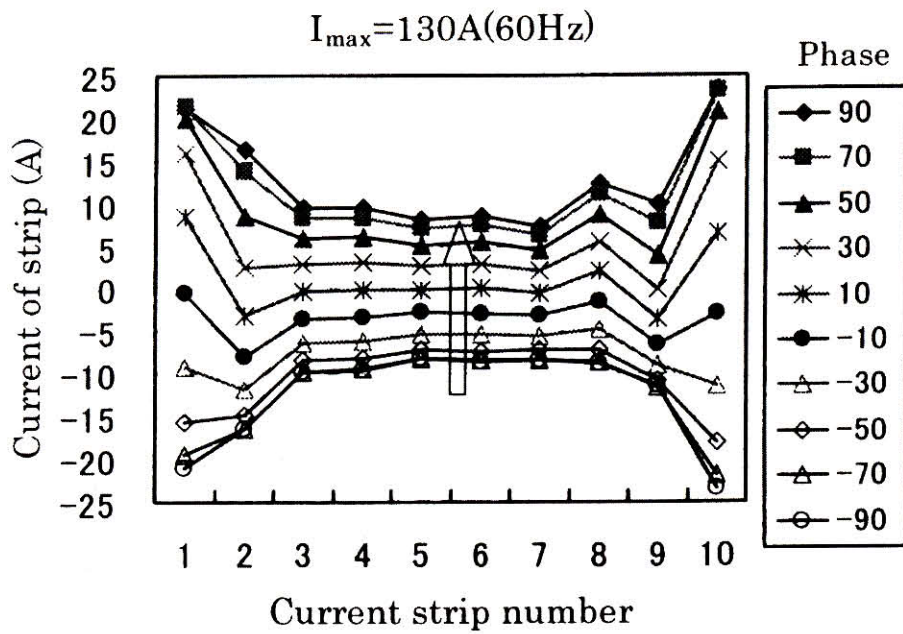


図 3.6 130A 通電時の測定結果

出典 [57]

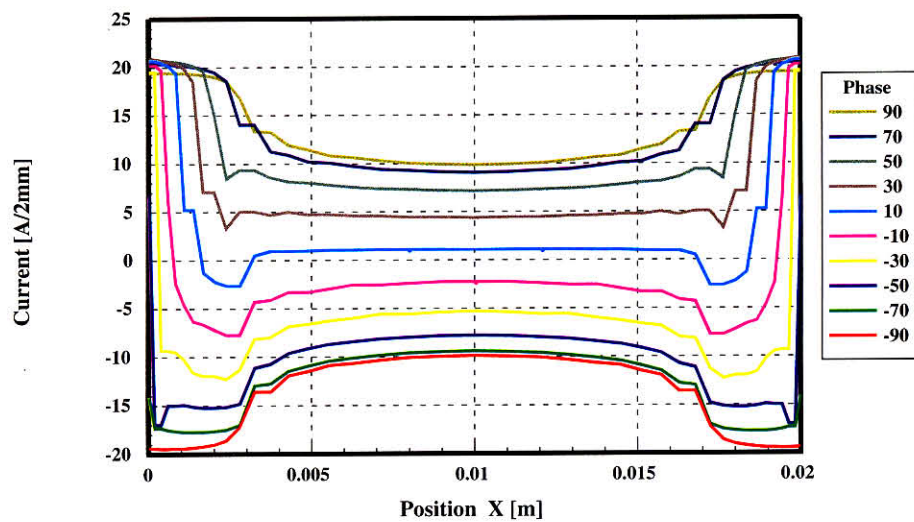


図 3.7 130A 通電時の偏流解析結果

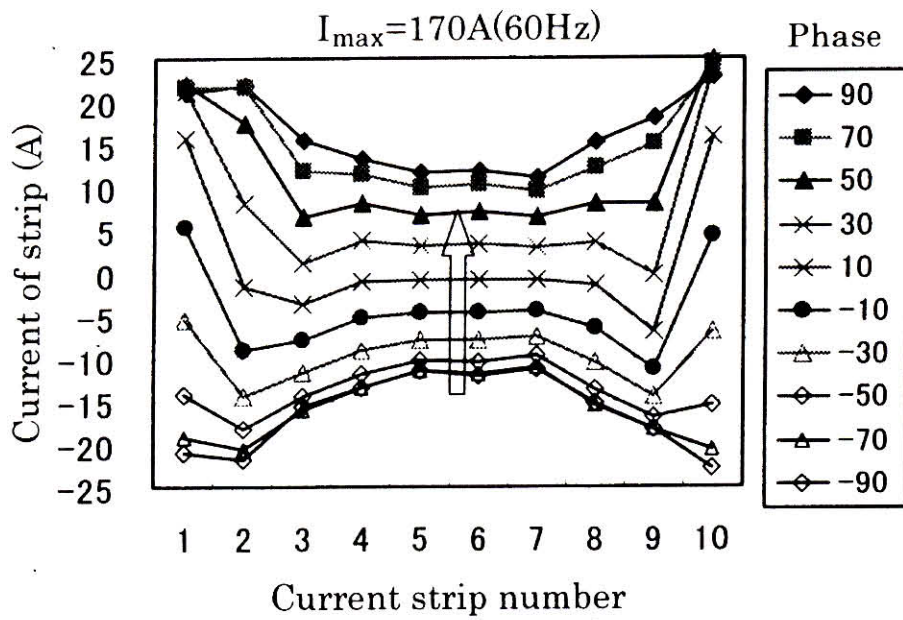


図 3.8 170A 通電時の測定結果

出典 [57]

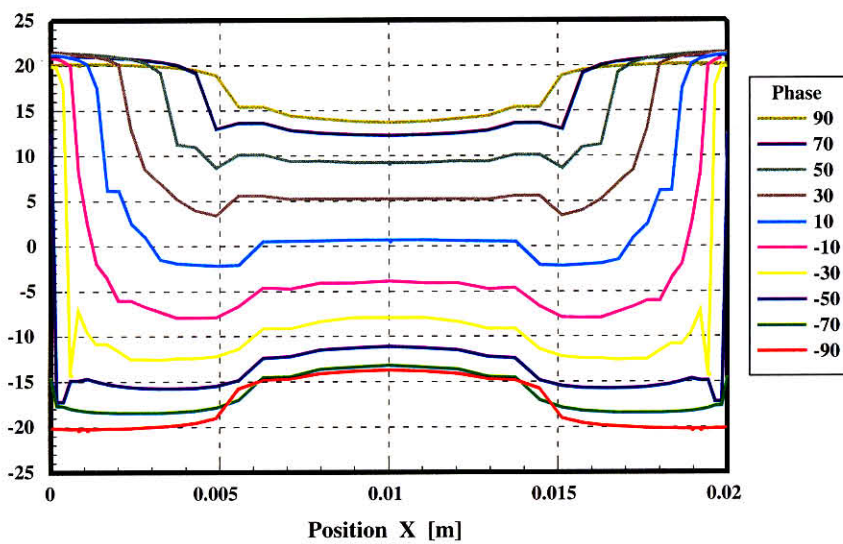


図 3.9 170A 通電時の偏流解析結果

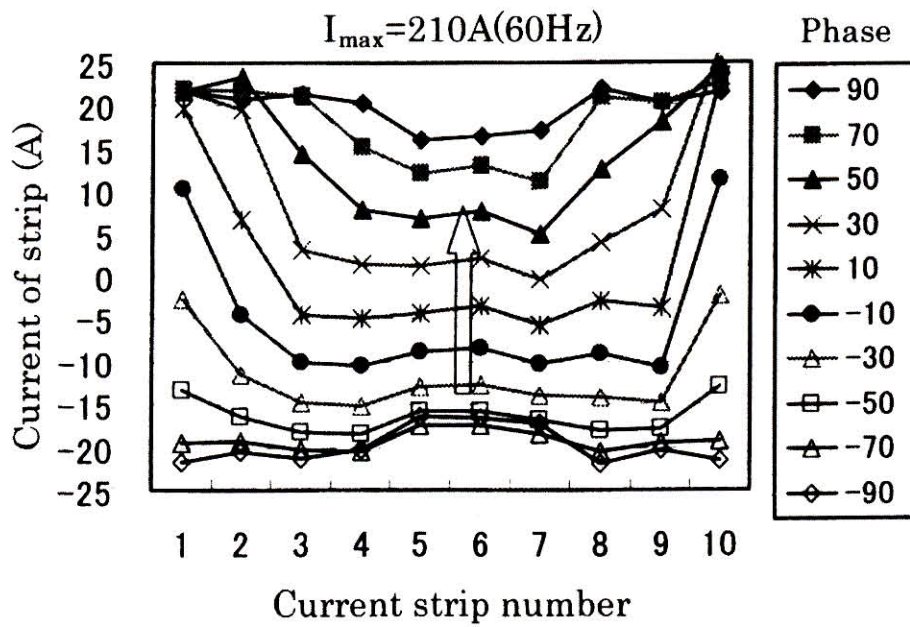


図 3.10 210A 通電時の測定結果

出典 [57]

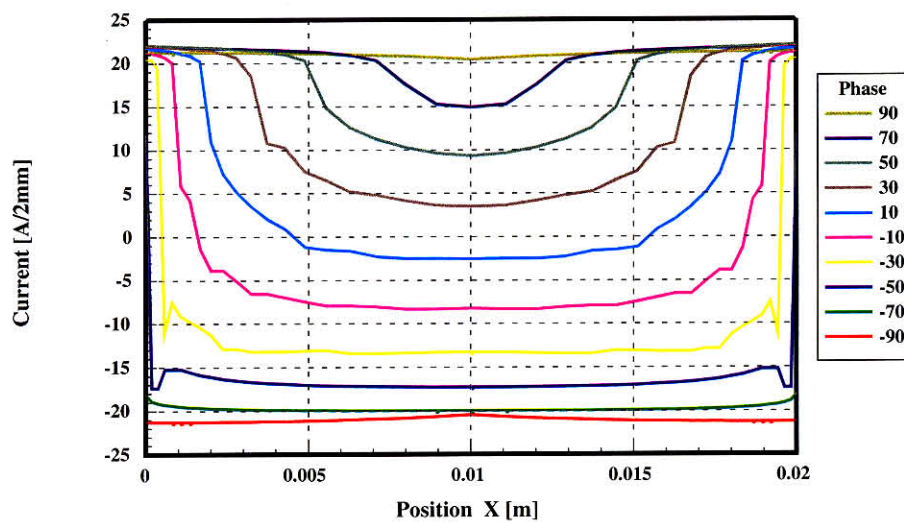


図 3.11 210A 通電時の偏流解析結果

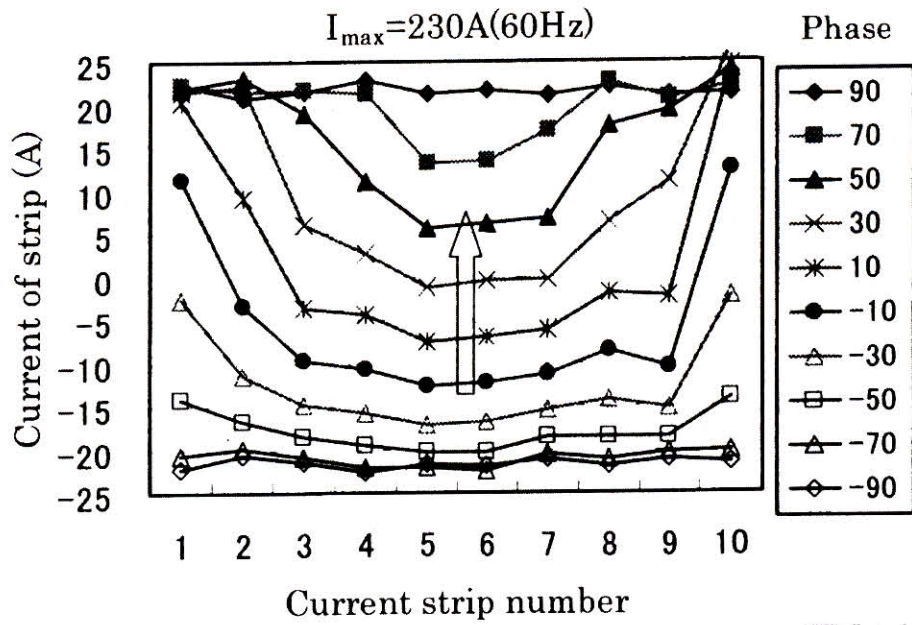


図 3.12 230A 通電時の測定結果

出典 [57]

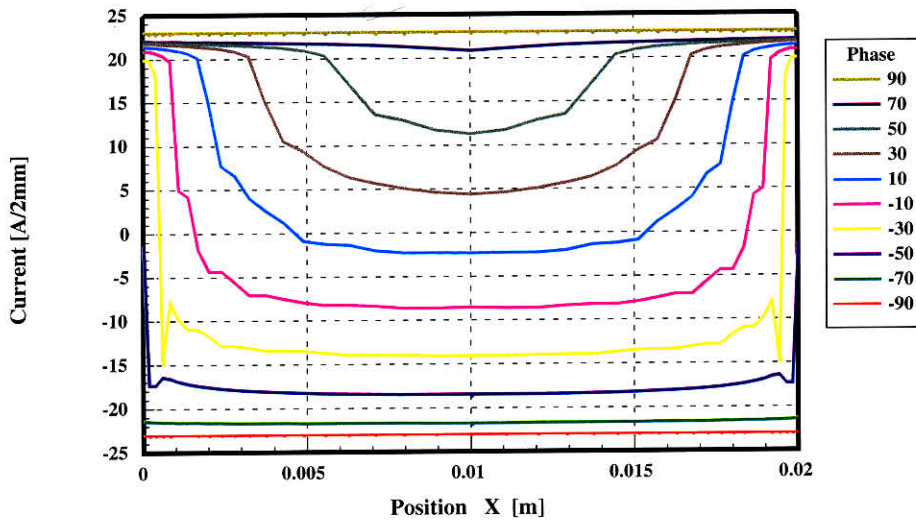


図 3.13 230A 通電時の偏流解析結果

また、例として図 3.14, 図 3.15, 図 3.16にそれぞれ、電流位相 50 度の場合の全体の電流密度分布, 超電導の磁束密度の分布, 発熱率の分布を示す. 本解析手法を用いれば, 任意時間での電流密度分布, 磁束分布, 超電導の等価抵抗率の分布, および超電導膜中での発熱分布を同時に把握することが可能である.

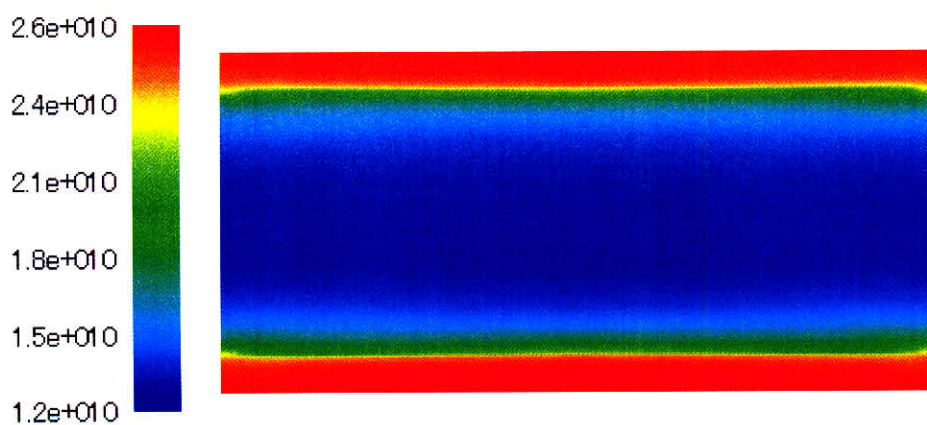


図 3.14 位相 50 度の際の電流密度分布 (A/m^2)

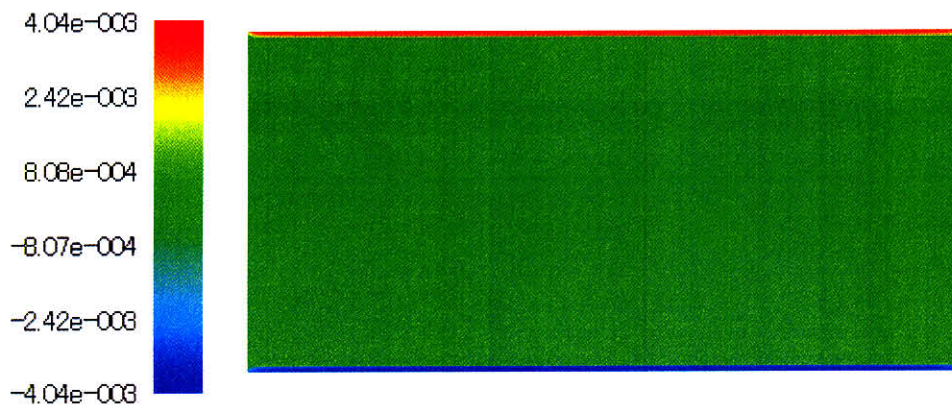


図 3.15 位相 50 度の際の磁束密度分布 (T)

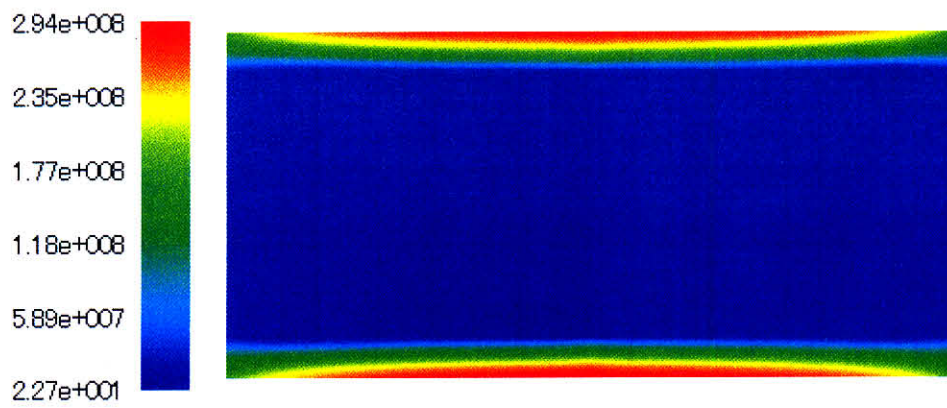


図 3.16 位相 50 度の際の発熱率分布 (W/m^3)

3.4 本章のまとめ

最初に、超電導薄膜に生じる偏流現象の概要について説明した。次に、本解析手法の妥当性を検証を行い、偏流現象を明確にした。本章にて得られた成果を以下に整理する。

- (1) 解析結果とホール素子を使った測定結果を比較して両者の良い一致を確認した。
- (2) 交流の通電時には、著しい偏流が生じていることが分かった。電流は薄膜端部から急激に変化して、徐々に内部が追隨していくことが明らかになった。物理的には、薄膜端部で強い磁束流が発生し、それによって磁束フロー抵抗が生じていることを意味する。
- (3) 臨界電流以下の通電でも、薄膜端部では $1\mu\text{V}/\text{cm}$ 基準の臨界電流密度以上の電流が流れていることが分かった。
- (4) 超電導薄膜においては、 $1\mu\text{V}/\text{cm}$ 基準で定義される臨界電流密度は、Bean モデル（臨界状態モデル）で定義される臨界電流密度とは異なることが分かった。物理的には、 $1\mu\text{V}/\text{cm}$ 基準の臨界電流密度では、Bean モデルで想定している強い磁束フローが生じていないことを意味する。
- (5) 臨界電流の 1.3 倍程度から電流分布が均一となることが分かった。限流動作開始電流は臨界電流の 2 倍程度であるため、限流動作時には電流分布は均一である。

本解析手法は、移動する磁束量子に働くローレンツ力、ピンニング力、および粘性力の影響による磁束流と磁束フロー抵抗を模擬することが可能である。従って、解析的に超電導薄膜の電流分布を把握することが可能である。

第4章

限流特性解析

4.1 はじめに

本章では、最初に限流特性解析の概要を説明する。次に、本論文で提案する解析手法を用いて、実験では把握の難しい限流動作時の抵抗発生過程の解明や、超電導特性のバラツキが限流特性に与える影響など調べる。また、解析結果より SN 転移伝播速度を算出し、実験結果との比較を行うことにより、解析手法の妥当性について検討する。最後に、本章にて得られた成果を整理する。

4.2 限流特性解析の概要

限流素子は、サファイア基板、超電導薄膜、金属保護膜で構成される。通常時には、超電導薄膜中にのみ電流が流れ、ほぼ無抵抗の状態である。超電導薄膜は SN 転移し、その抵抗分で過電流を抑制する。サファイア基板は、抵抗での発熱を速やかに拡散する役割を果たし、素子の温度上昇を抑えて焼損を防ぐ。また金属保護膜は、超電導薄膜中で局所的な温度上昇が生じた際に電流バイパス路となり、非同時の SN 転移を防ぐ。

超電導限流素子には、所望の限流比で過電流を抑制するだけでなく、限流動作開始電流の正確さも要求される。また素子の設計では、素子の焼損を防止するために、許容温

度上昇も考慮する必要がある。サファイヤ基板、超電導薄膜、および金属保護膜の寸法などを総合的に判断する必要がある。単結晶サファイヤは高価であるため、基板面積と基板厚はできる限り小さいほうが望ましい。また、金属保護膜厚が大きいほど電流バイパスとしての性能は高まるが、素子全体の抵抗が小さくなるため、過電流の限流比が小さくなる。その結果、素子での発熱が大きくなり焼損に至る。現状では、完全に超電導特性が均一な超電導薄膜を作成することは困難であるため、バラツキの位置と程度を考慮する必要がある。さらに、超電導特性が強い非線形性を有するだけでなく、各物性値の温度依存性を考慮する必要がある。これらの理由から詳細な物理現象を把握することが難しく、実験的な試行錯誤により限流特性を調べざるを得ないのが現状である。

そこで、抵抗発生過程などの物理現象を明確し、実験の代替となる限流特性解析手法の確立が求められている。

4.3 限流動作に至るまでの電流分布

本節では、限流動作に至るまでの電流分布が時間的にどのように変化するかを調べる。超電導特性が素子全体で均一の場合と部分的にバラツキがある場合を比較する。

表 4.1 に限流特性解析に用いた回路および限流素子の諸元を示す。限流素子はサファイヤ基板、超電導膜、金属保護膜からなる。ここで超電導体の物性値は一般的な値を用いた。

図 4.1 に回路構成の概念図を示す。周波数は 60Hz であり、電圧は 200 V(rms)、外部抵抗は 1.349 Ω である。これは位相 90 度において臨界電流値の 3 倍が流れる設定である。時刻 0 sec、電圧位相 0 度にて短絡が発生し、半周期 ($t=0.833$ sec) で遮断される。真上からみた解析モデルを図 4.2 に示す。超電導特性のバラツキを領域 (a) と領域 (b) に与える。

節点数は 2091、要素数は 4000 である。時間ステップ幅は、基本的に 4.63×10^{-5} 秒が、限流動作時には適応的に時間ステップ幅を短くしている。

最初に、超電導特性を均一とした場合の電流分布を調べる。ここでの電流波形は後述する図 4.8 の金属膜厚が 50nm の場合に相当する。電流が 14.6 A から 98.6 A まで変化

表 4.1 限流解析に用いた回路および限流素子の仕様

電圧	200 V rms
外部抵抗	1.349 Ω
素子長	42 mm
素子幅	10 mm
臨界電流	70 A
臨界電流密度	2.00×10^{10} A/m ²
n 値	20
基板材料	サファイヤ
基板厚	0.55 mm
金属膜 (金)	50 nm
超電導薄膜厚	0.35 μ m

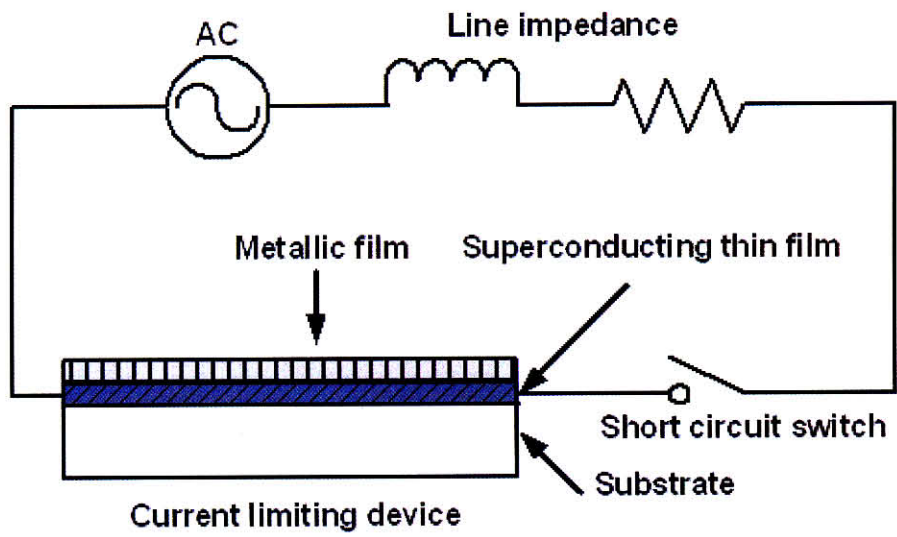


図 4.1 回路構成の概念図

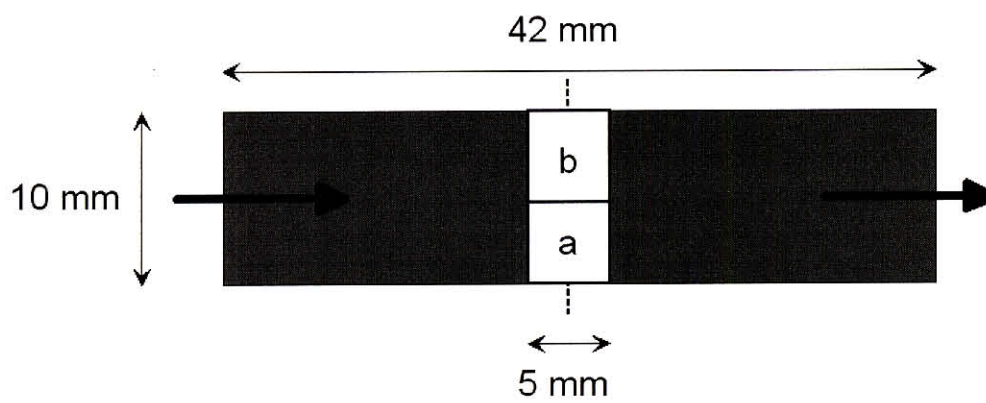


図 4.2 真上から見た解析モデル

する場合の、図 4.2 の点線上における電流密度分布を図 4.3 に示す。最初に端部の電流が 2.2×10^{10} A/m² 付近まで上昇している。電流が増すにつれて、徐々に中央部が追隨していく様子が分かる。通電電流が 90A 付近になったとき、すべての部分の電流密度が均一になる。これは臨界電流の約 1.3 倍に相当する。通電電流が臨界電流 70A 以下の場合でも、端部の電流密度臨界電流密度以上となる。また 90A 付近以上では電流密度が均一となるため、限流動作時には均一の電流分布となることが分かる。これは第 3 章の偏流解析の結果と傾向が同じである。

次に領域 (a) にのみに臨界電流密度が 20% 小さい 1.6×10^{10} A/m² を与えて、超電導特性のバラツキの影響を調べる。通電電流を 14.6 A から 98.6A まで変化させた場合の結果を図 4.4 に示す。一例として、78.7A 通電時における、超電導特性が均一の場合と領域 (a) が不均一の場合の電流密度をコンターで図 4.5 と図 4.6 にそれぞれ示す。また、図 4.6 のベクトルを図 4.7 に示す。領域 (a) の臨界電流密度は小さく、抵抗率が大きいため、電流が領域 (a) を迂回している様子が分かる。

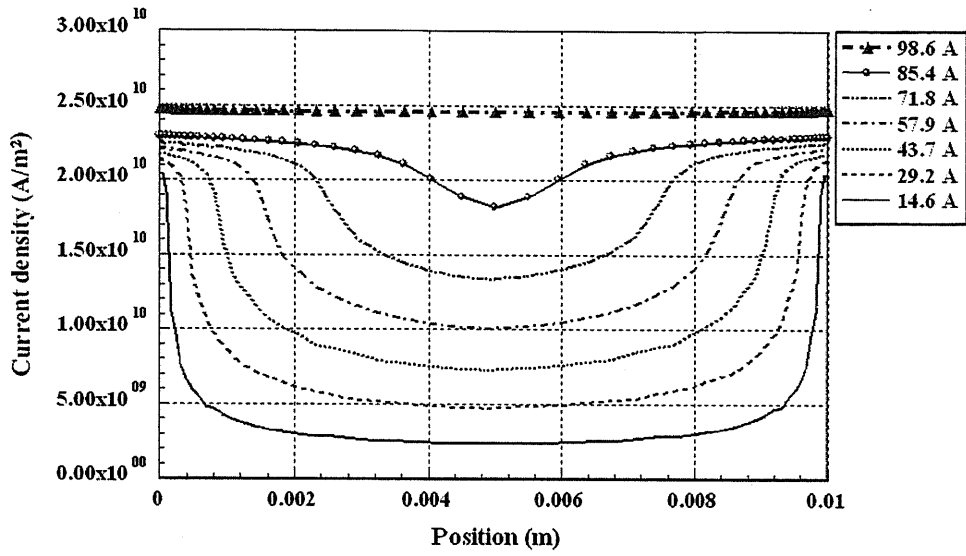


図 4.3 超電導特性均一の場合の偏流

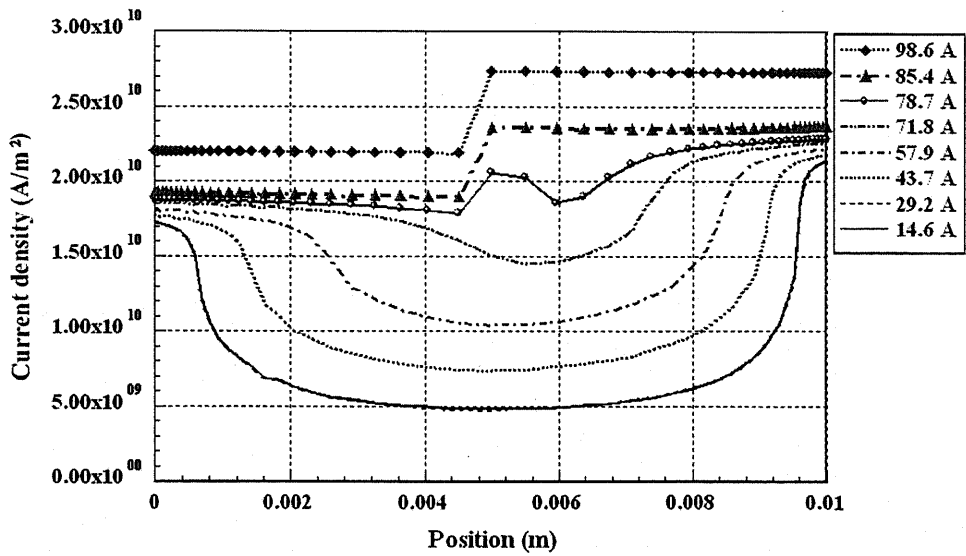


図 4.4 領域 a にバラツキを与えた場合の偏流

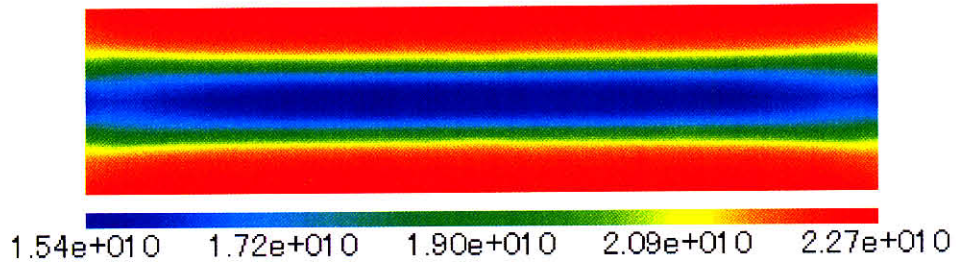


図 4.5 超電導特性均一の場合の 78.7A 通電時の電流密度分布 (コンター) 単位 [A/m²]

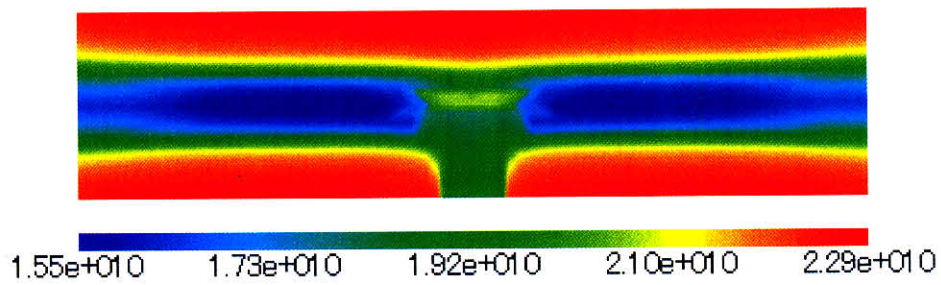


図 4.6 領域 a にバラツキを与えた場合の 78.7A 通電時の電流密度分布 (コンター) 単位 [A/m²]

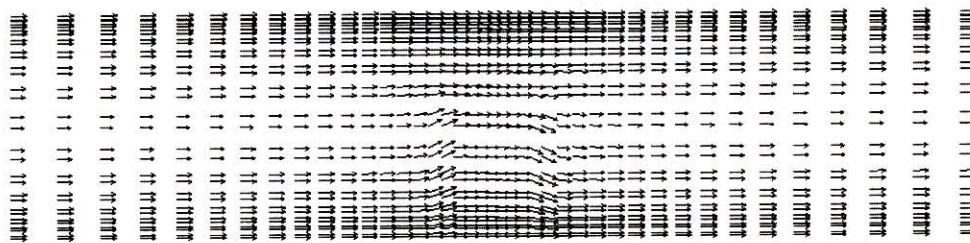


図 4.7 領域 a にバラツキを与えた場合の 78.7A 通電時の電流ベクトル

4.4 金属保護膜厚が限流特性に与える影響

金属膜厚が限流特性に与える影響を調べるために、金属膜厚を 10nm から 110nm に変化させる。結果を図 4.8 に示す。金属膜厚は限流動作開始電流には、ほぼ影響を与えないが、金属膜厚が大きいと素子全体の抵抗が小さくなるために、限流効果が小さいことが分かる。また図 4.9 にそのときの温度特性を示す。最大温度が 250K から 300K 付近に達していることが分かる。金属膜厚が大きいと発生する抵抗が小さいが、限流初期において系統インピーダンスが支配的である場合には、抵抗が小さいほど発熱が小さく有利となる。回路構成などの諸条件を考慮しなければならない。また、限流開始電流は約 130A であり、これは臨界電流の約 2 倍に相当する。三菱の研究グループが行った実験でも、限流開始電流は臨界電流の約 2 倍であることが報告されており、解析結果と実験結果の良い一致が確認できる [57]。

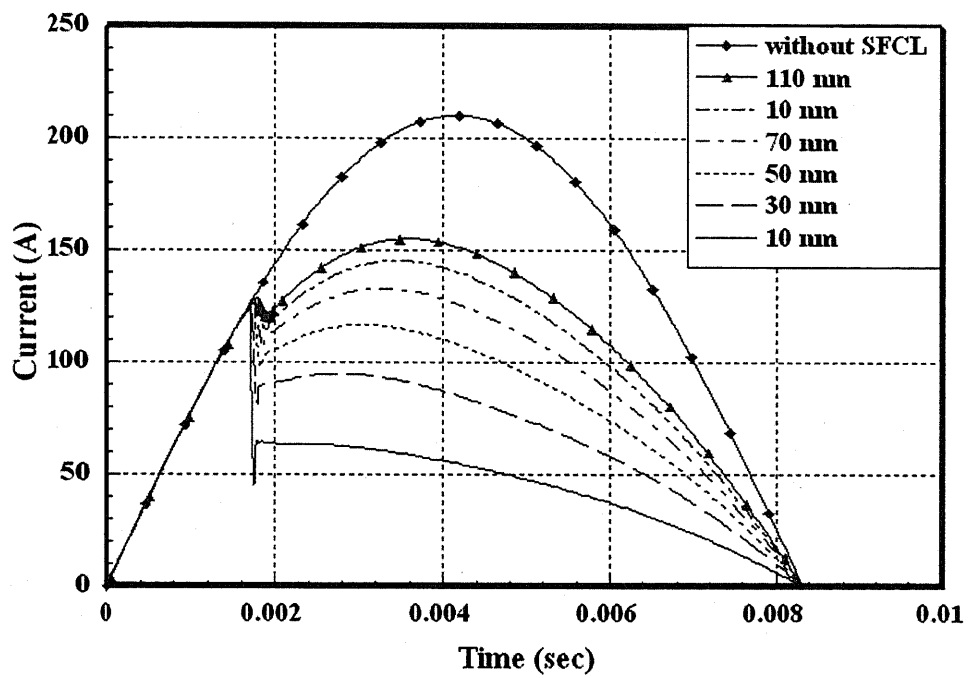


図 4.8 金属膜厚を変化させた場合の限流特性

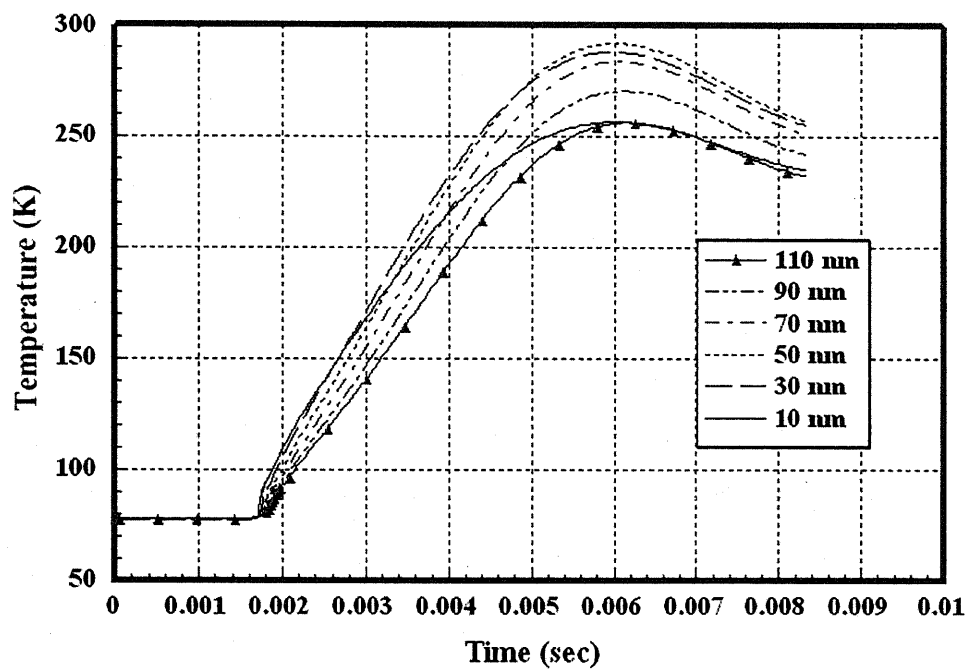


図 4.9 金属膜厚を変化させた場合の温度特性

4.5 超電導特性の不均一が限流特性に与える影響

超電導特性のバラツキが限流特性に与える影響を調べた。まず領域 a と領域 b の両方にそれぞれ臨界電流が-5%, -10%, -15%, -20% -25%相当の 1.9×10^{10} A/m², 1.8×10^{10} A/m², 1.7×10^{10} A/m², 1.6×10^{10} A/m², 1.5×10^{10} A/m²を与えた。このようにバラツキ与えると通電時に電流が迂回することはない。図 4.10に電流密度の解析結果を示す。バラツキ部分の臨界電流密度が小さいほど、限流開始時刻が早いことが分かる。また、バラツキ部分の臨界電流密度分布が小さいほど、素子全体の SN 転移に時間を要することが分かる。これは最初に SN 転移した部分が限流を開始するため、通電電流が小さくなるからである。図 4.11にバラツキ部分の温度特性を示す。バラツキの度合いが大きいほど温度の上昇が早いことが分かる。

図 4.12に領域 a にのみバラツキを与えた場合の限流特性を示す。図 4.8と比べて、同じバラツキ度合いでも限流の開始が遅いことが分かる。これは電流がバラツキ部分を迂回するからである。

超電導限流器の設計・最適化で超電導特性のバラツキの影響を考える場合、バラツキの度合いのみだけでなく、バラツキの位置を考慮することが重要であることを示している。

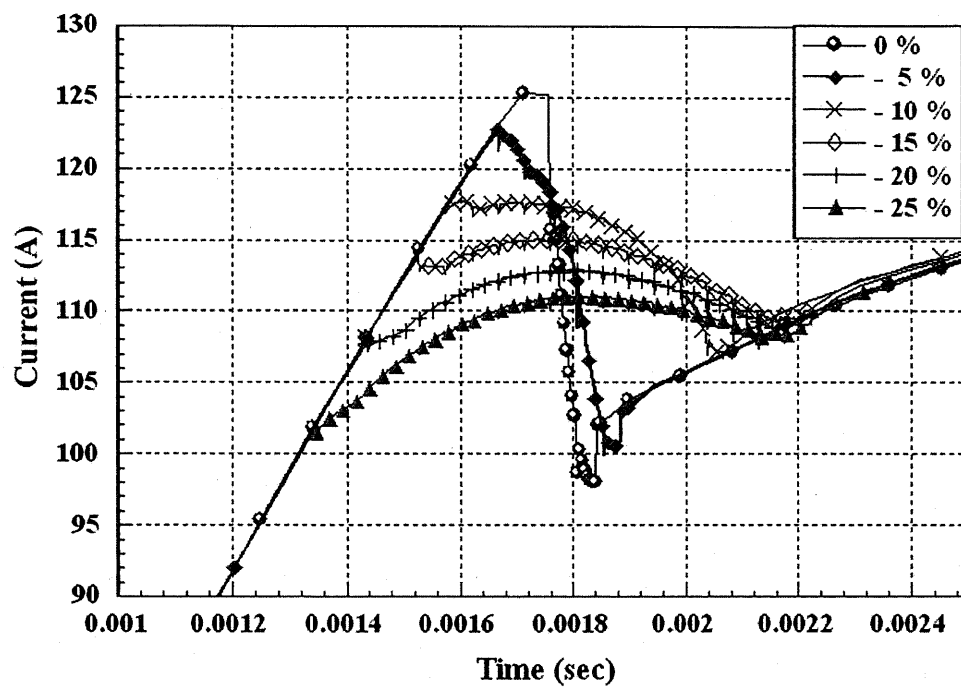


図 4.10 領域 a と領域 b の両方にバラツキを与えた場合の限流特性 (限流初期)

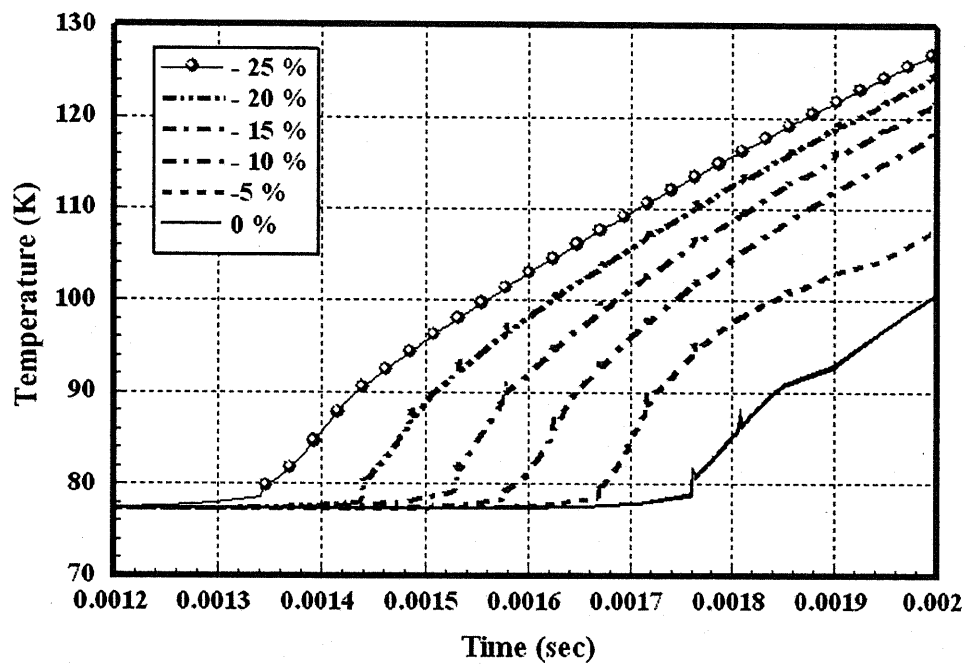


図 4.11 領域 a と領域 b の両方にバラツキを与えた場合のバラツキ部分の温度特性（限流初期）

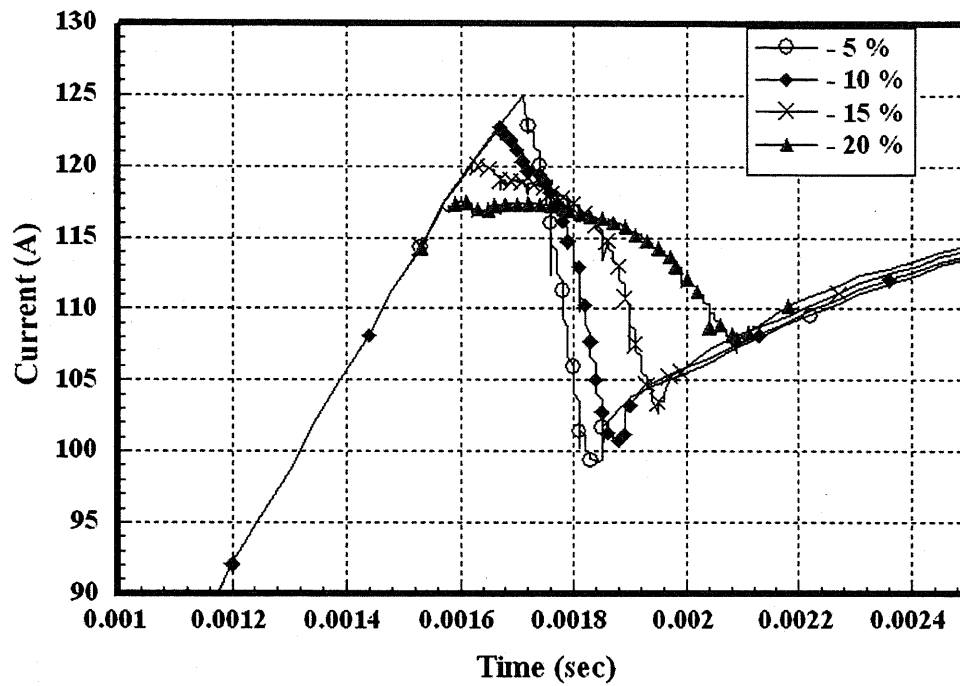


図 4.12 領域 a にのみバラツキを与えた場合の限流特性（限流初期）

4.6 SN 転移伝播速度

抵抗発生過程を明確にするために、SN 転移伝播速度を算出を行い、解析手法の妥当性を検討する。SN 転移伝播速度は図 4.10 から算出することが可能である。例えば、バラツキが-25%の場合、転移開始が時刻 0.00135 秒であり、転移終了が 0.00215 秒であると判断できる。転移は中心部より両側に伝わるため、 $(0.00215 - 0.00135) = 0.8 \mu$ 秒の間に素子長 (4.2cm) の半分 (2.1cm) を伝播したものと考えられる。よって伝播速度は $(2.1 \text{ cm} / 0.8 \mu) = 26.25 \text{ m/s}$ である。超電導特性の不均一の度合いに対する SN 転移伝播速度を図 4.13 に示す。SN 転移伝播速度は 10% 程度までは大きいですが、その後は徐々に小さくなり、20 m/s に漸近する。したがって、この解析結果からは、高速な SN 転移を実現するためには、約 10% 程度の不均一性まで許容されることが分かる。なお、文献 [58] における SN 転移伝播速度の測定では、20~100m/s が報告されており、本解析結果と良い一致を示している。

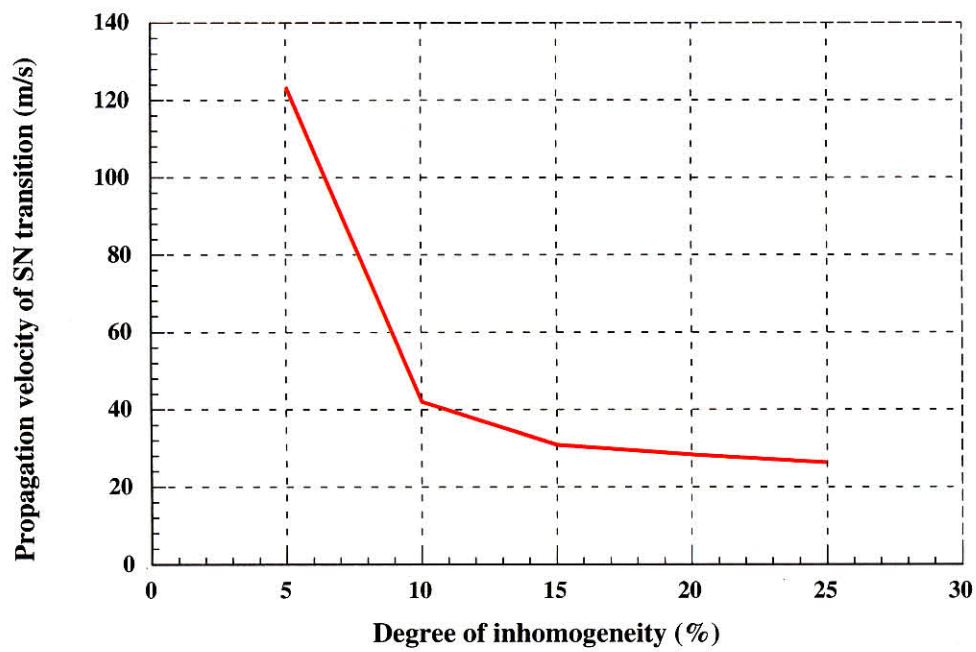


図 4.13 超電導特性の不均一の度合いに対する SN 転移伝播速度

4.7 本章のまとめ

本章では、最初に限流特性解析の概要を説明した。次に、限流特性解析を進めて、実験では把握の難しい限流動作時の抵抗発生過程の解明や、超電導特性のバラツキが限流特性に与える影響を調べた。本章にて得られた成果を以下に整理する。

- (1) 超電導特性が均一である場合、金属保護膜厚は限流開始には影響を与えないこと、素子温度の上昇履歴を確認した。
- (2) 限流開始電流は臨界電流の2倍程度であり、解析結果と実験結果と良い一致を確認した。
- (4) 超電導特性にバラツキがある場合の限流特性を調べ、その違いを明らかにした。また限流素子の超電導特性にバラツキがある場合の限流特性を示し、臨界電流密度の低い部分を電流が迂回して流れることを示した。物理的には、磁束フロー抵抗が大きい部分を電流が迂回することを意味する。
- (5) 解析結果からSN転移伝播速度を算出し、実験結果との良い一致を確認した。

限流器の製造・最適化には、超電導特性のバラツキの許容値、バラツキを抑えるため金属膜の厚み、動作開始電流、必要な基板厚み等の情報が必要である。これらを決定するには所望の限流比、外部回路条件、素子物性値などを総合的に考慮しなければならない。従来からの一般的な限流特性解析は、超電導薄膜での電流分布と超電導特性を均一と仮定し、集中定数回路を用いた簡易的手法により行われている。また熱連成解析では、基板中の温度分布を考慮しない無次元的な取り扱いがされている。これらの手法では超電導特性のバラツキ等の影響を考慮することができず、正確な限流特性の解析は困難である。そのため抵抗発生過程などの物理現象の把握が可能であり、実験と代替となる解析手法の確立が求められていた。本研究の成果により、限流素子設計に必要な特性解析が可能となった。将来的には、開発・製造設計に用いる一般的手法として、本解析手法が使用されることを期待する。

第5章

復帰特性解析

5.1 はじめに

本章では、最初に、復帰特性の概要を説明する。次に、限流動作後の超電導状態への復帰特性を有限要素法を用いて調べる。最後に、本章で得られた成果を整理する。

5.2 復帰特性の概要

限流素子は限流動作後、系統の再閉路までに超電導状態に復帰していることが必要である。我が国での電力系統の高速再閉路の無電圧時間を表5.1に示す。

抵抗形限流方式では、過電流を限流素子自体で限流するため、蓄えた熱の処理が重要な課題である。そのため、解析的な見積りを行っておくことは重要である。

5.3 復帰特性解析

自作の3次元の過渡熱伝導解析コードを用いて1次元的な解析を行う。常電導状態の解析であり、超電導解析とは無関係の過渡熱伝導解析である。基板側面は面積が小さいため、その部分での冷却効果は考慮しない。6面体要素、節点数404、要素数100の1メッシュライン構造である。この解析では要素は立方体になっている。時間ステップ幅

は0.0001秒である。時間ステップ幅についてはさらに小さくして解析を行ったが誤差がなかったのでこの値を採用する。初期温度として全体に均一な温度を与えて、液体窒素中での冷却特性を調べる。調べる基板厚は1 mm, 0.8 mm, 0.5 mm, 0.3 mm, 0.1 mm であり、それぞれ500 K, 400 K, 300 K, 200 K, 100 K の初期値を与える。なお、単結晶サファイア基板の物性値の温度依存性を考慮する。また液体窒素の核沸騰・遷移沸騰・膜沸騰を考慮する。

想定した沸騰曲線は5本であり、その様子を図5.1に示す。Cooling condition として冷却特性の悪い方から順番に1から5まで定める。全体として基板厚5通り×初期温度5通り×沸騰曲線5通りの125通りの解析を行う。

例として、初期温度300K、基板厚0.5mmの場合の解析から得られる復帰特性を図5.2示す。Cooling condition 1の状態が最も復帰に時間を要して約5秒、最も状態の良いCooling condition 5では約0.2秒で復帰することが分かる。

5.4 復帰特性の基板厚み依存性

基板厚を固定して、解析結果を横軸-初期温度、縦軸-復帰時間で整理した結果を図5.3, 図5.4, 図5.5, 図5.6および図5.7に示す。Cooling condition 4, および5の場合は、良好な復帰特性を示すことが分かる。また、復帰時間は厚みに比例していることが分かる。例えば基板厚1mmと基板厚0.1mmを比較すると、基板厚0.1mmの復帰時間は、ほぼ1/10になっている。これは、サファイアの熱拡散速度が大きいために、ほぼ基板内の温度は均一であるため、また、初期状態で基板内に蓄えているエネルギーが1/10であるからである。1mm以下の基板厚みであると、サファイア基板の復帰時間は単純に膜厚に比例する。

表 5.1 電力系統の高速再閉路の無電圧時間

系統	時間
500 kV	0.7~1.3 秒
187~275 kV	0.33~1.0 秒
110~154 kV	0.4~1.5 秒
66~77kV	1.0~1.5 秒
(ただし、ほとんどは低速再閉路)	
配電系統	低速再閉路 数十秒

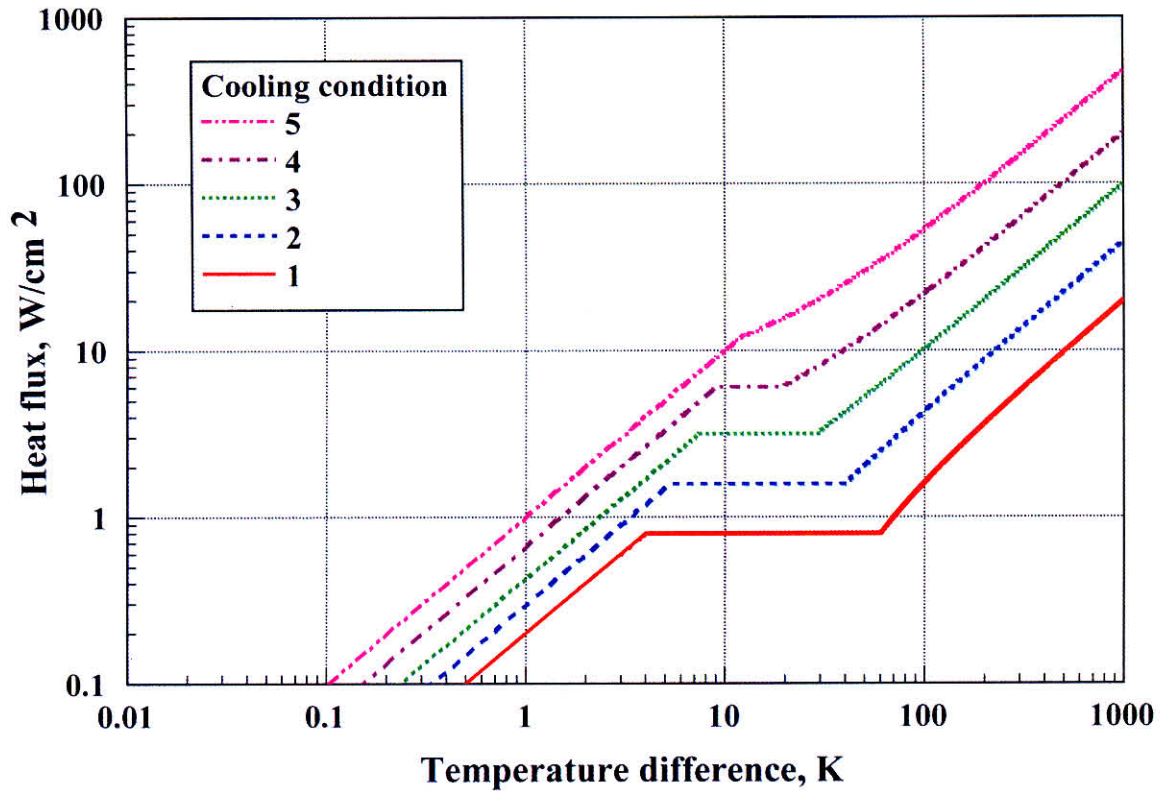


図 5.1 解析で用いた液体窒素の沸騰曲線

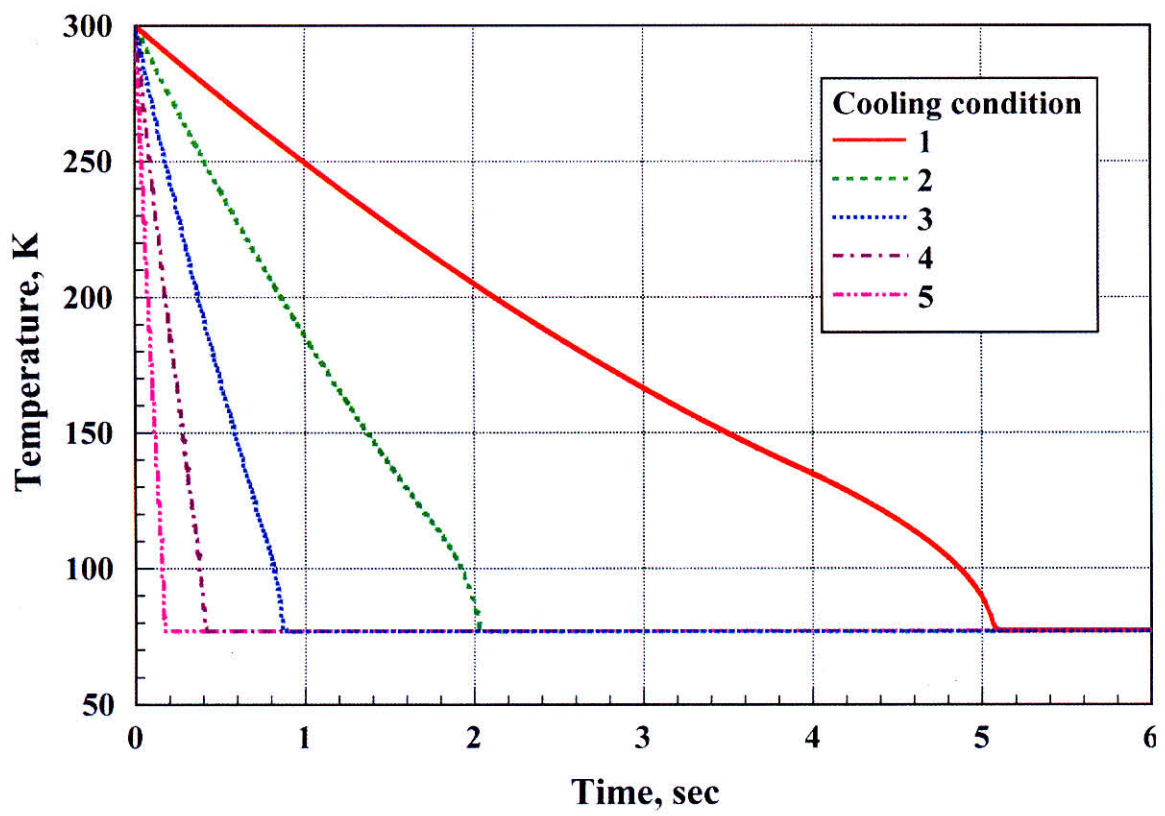


図 5.2 冷却特性の解析結果の一例

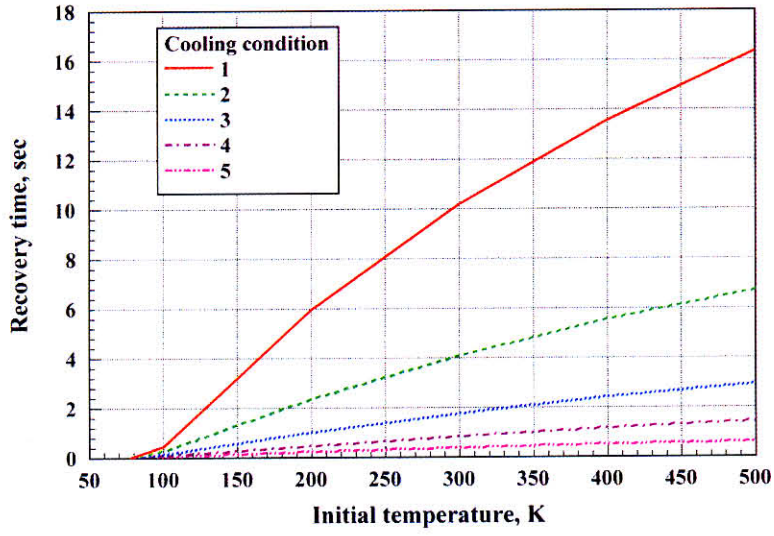


図 5.3 基板厚 1mm の場合の復帰特性

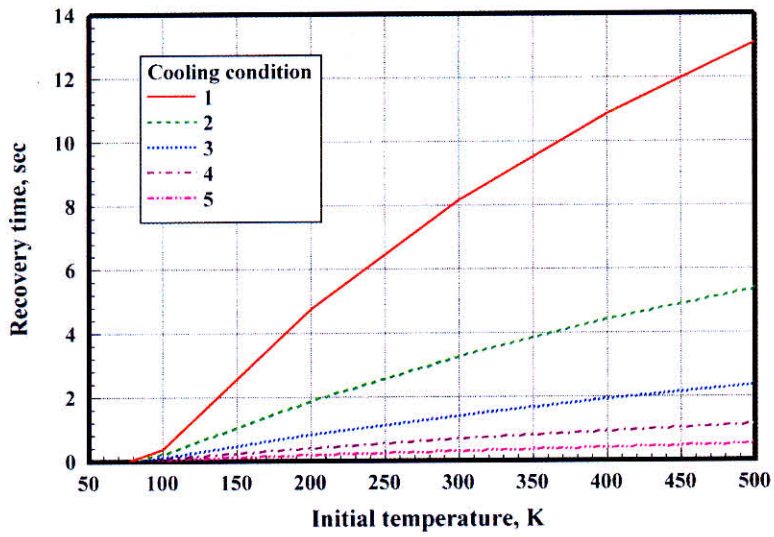


図 5.4 基板厚 0.8mm の場合の復帰特性

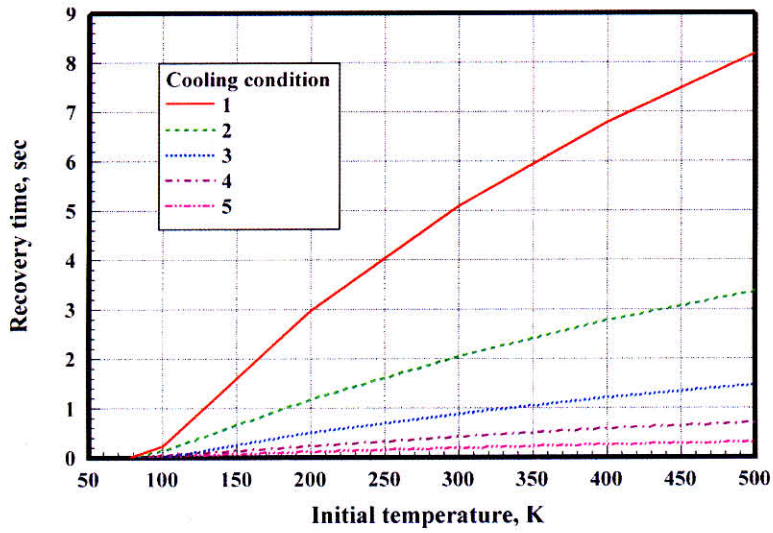


図 5.5 基板厚 0.5mm の場合の復帰特性

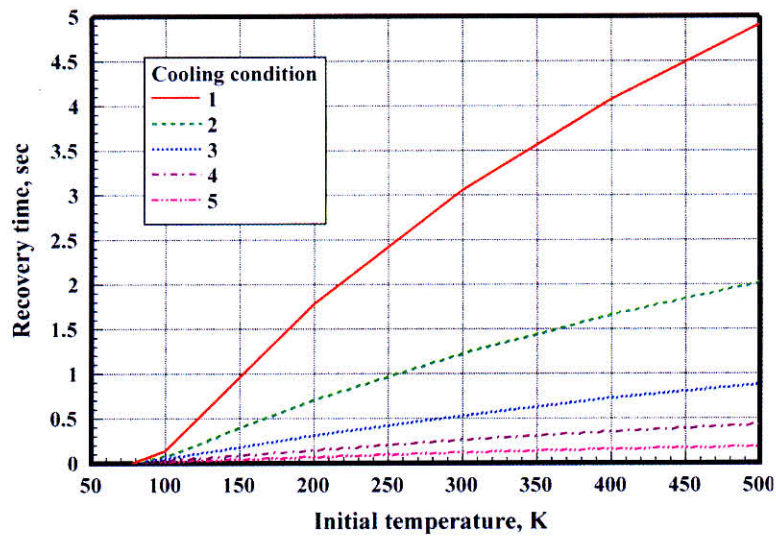


図 5.6 基板厚 0.3mm の場合の復帰特性

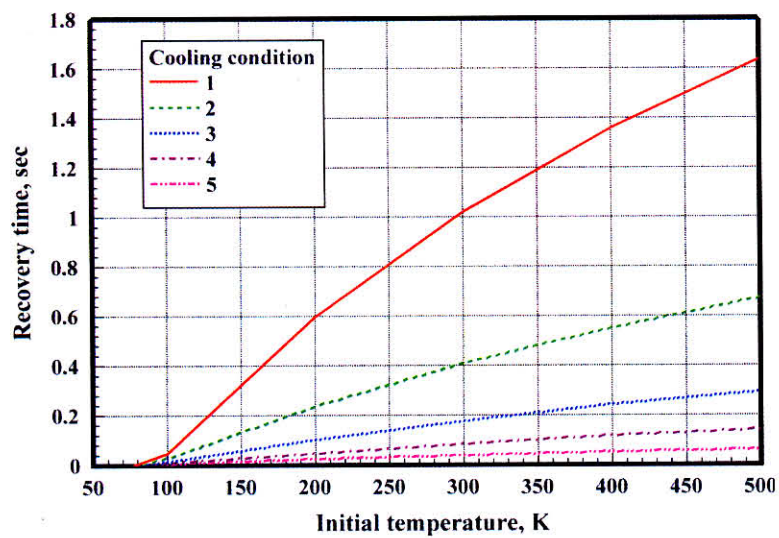


図 5.7 基板厚 0.1mm の場合の復帰特性

5.5 復帰特性の初期温度依存性

初期温度を固定して、解析結果を横軸-初期温度、縦軸-復帰時間で整理した結果を図 5.8, 図 5.9, 図 5.10, 図 5.11 および 図 5.12 に示す。液体窒素での冷却特性が良好である場合には、1 秒以内で復帰する可能性があることを示している。しかし、金属片の実験による目視によると、0.5 mm, 300 K で復帰に約 5 秒の時間を要しており、これは Cooling condition 1 に相当する。1 秒以内で復帰するためには、気泡が離脱しやすい装置構造・限流素子構造を考案して冷却特性の向上を図るか、外部抵抗への転流を行うことにより限流素子の温度上昇を抑えるか、あるいはその両者を組み合わせるなどの工夫が必要であると考えられる。

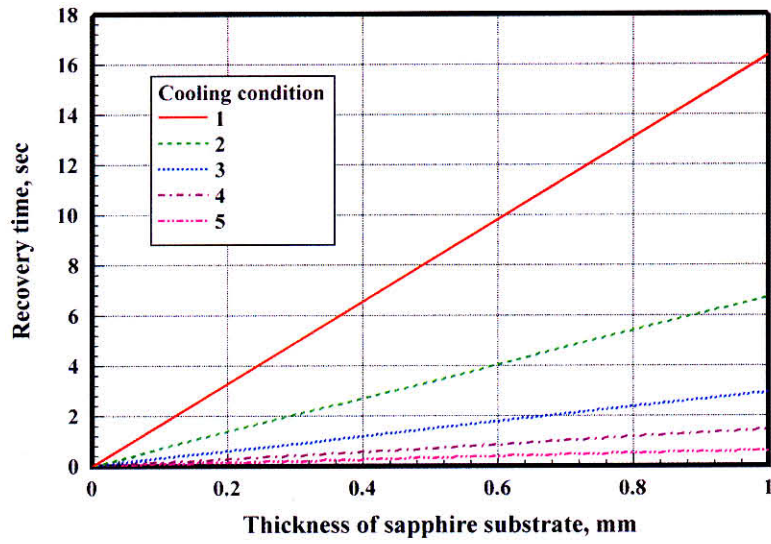


図 5.8 初期温度 500 K の場合の復帰特性

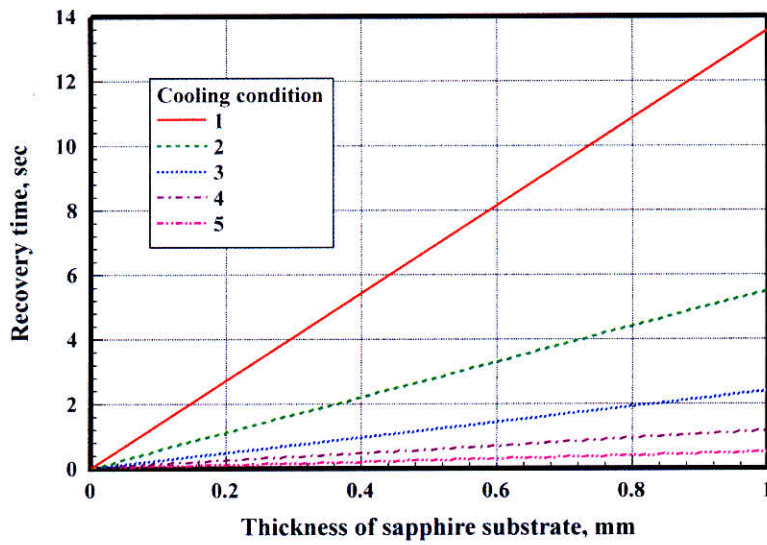


図 5.9 初期温度 400 K の場合の復帰特性

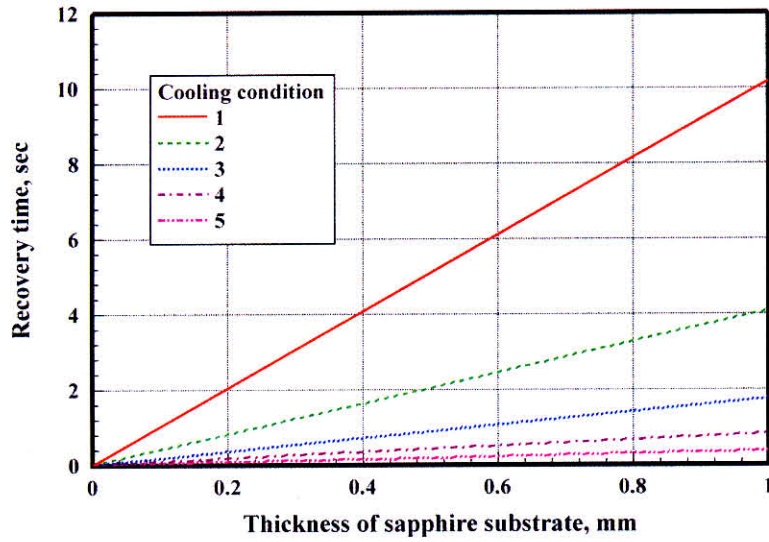


図 5.10 初期温度 300 K の場合の復帰特性

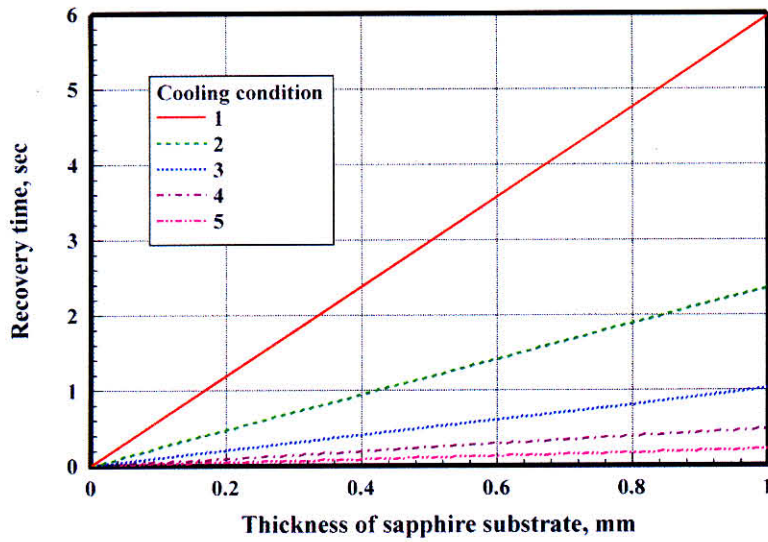


図 5.11 初期温度 200 K の場合の復帰特性

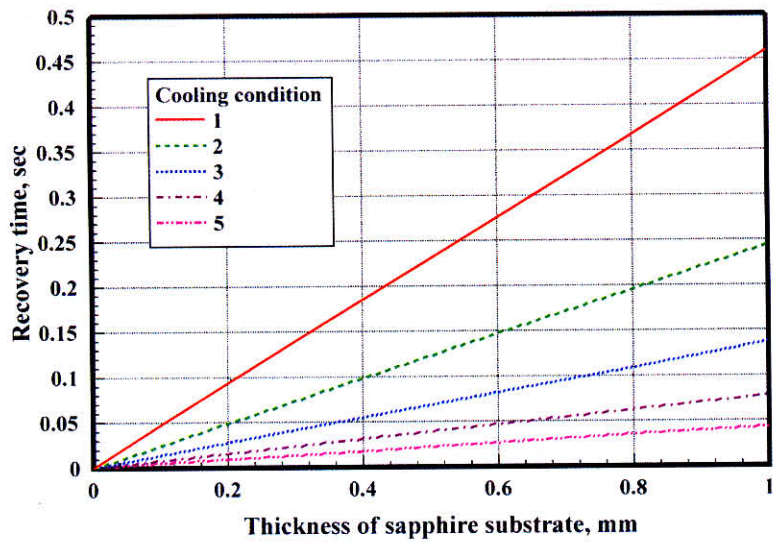


図 5.12 初期温度 100 K の場合の復帰特性

5.6 本章のまとめ

本章では、最初に、復帰特性の概要を説明した。次に、限流動作後の超電導状態への復帰特性を有限要素法を用いて調べた。最後に、本章で得られた成果は以下の通りである。

- (1) 液体窒素の冷却特性、基板厚および初期温度が異なる場合の、超電導状態への復帰特性の解析データを示した。
- (2) 復帰特性は、素子の表面温度状態や液体窒素の冷却特性により、大きく異なるが、冷却特性が良好である場合には、1秒以内で超電導状態に復帰する可能性があることを示した。

抵抗形限流方式では、過電流を限流素子自体で限流するため、蓄えた熱の処理が重要な課題である。限流素子は限流動作後、システムの再開路までに超電導状態に復帰していることが必要である。液体窒素の冷却特性は、素子表面の状態によって異なるため、一義的に決定することが難しい。ここでは、複数の液体窒素の冷却特性を想定し、初期温度と基板厚が異なる場合の復帰特性について、解析的な見積りを行った。

第 6 章

交流損失特性解析

6.1 はじめに

最初に超電導薄膜の交流損失の概要を説明する。次に、本論文で提案する解析手法を用いて、交流損失特性の解析を行う。経験的に良い一致が確認されている Norris の解析式と比較することにより、解析手法の妥当性を検討する。最後に、本章にて得られた成果を整理する。

6.2 交流損失の概要

電気機器に高温超電導体を用いる際、多くの場合、交流で用いられることになる。超電導体といえども、交流で用いると損失を生じることが知られている。物理的に交流損失とは、ピン止め力と粘性抵抗に抗して動くための損失である。低損失・大電流密度という超電導体のメリットを生かすためには、この交流損失の低減が重要であり、応用超電導の分野における重要な研究テーマである [30]。Y 系の線材については、近年になって、ようやく交流損失測定の対象となるような線材が供給されるようになり、いくつかの研究グループでその交流損失特性が実験的に調べられている。

交流損失の見積りでは、測定結果と良く一致するとされる、Bean モデルを仮定した

Norris の解析式が知られている [59]. Norris の解析式は、以下に示す楕円形状とストリップ状のテープを仮定した 2 種類がある.

楕円形状の解析式

$$W_e = \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} \left((1 - F) \ln(1 - F) + \frac{(2 - F) F}{2} \right) \quad (6.1)$$

ストリップ形状の解析式

$$W_s = \frac{I_c^2 \mu_0}{\pi} \left((1 - F) \ln(1 - F) + (1 + F) \ln(1 + F) - F^2 \right) \quad (6.2)$$

ここで、 I は、注入ピーク電流、 F は注入ピーク電流と臨界電流の比 I/I_c である.

スパイラルループ法とよばれる電気的方法で測定された交流損失の測定例を図 6.1 と図 6.2 に示す [60][61]. これらの結果を見ると、実験値は、ある試料ではストリップ形状に基づく理論値に近く、ある試料では Norris の楕円形状に基づく理論値に近くなっている. このような交流損失特性の差異の原因について検討がなされ、臨界電流密度が高い良質な線材ではストリップ線材に近づく、臨界電流密度が一樣でないことがストリップの理論値からの実験値のずれの原因である、といった見解も発表されている.

6.3 交流損失解析

本論文で提案する解析手法は、原理的に超電導薄膜の任意の場所と時間の交流損失を計算することが可能である. 1 サイクル当たりの交流損失 L_c は、次式で計算される.

$$L_c = \int_{\text{cycle}} \int_{\text{volume}} Q dV dt \quad (6.3)$$

ここで、 Q 、 V はそれぞれ超電導薄膜中の発熱率と超電導薄膜の体積である.

例として、第 3 章の偏流特性解析で用いた解析モデルにおける、ピーク電流値が 170A の場合で、位相が 0 度から 1080 度まで変化する場合の交流損失の履歴を図 6.3 に示す.

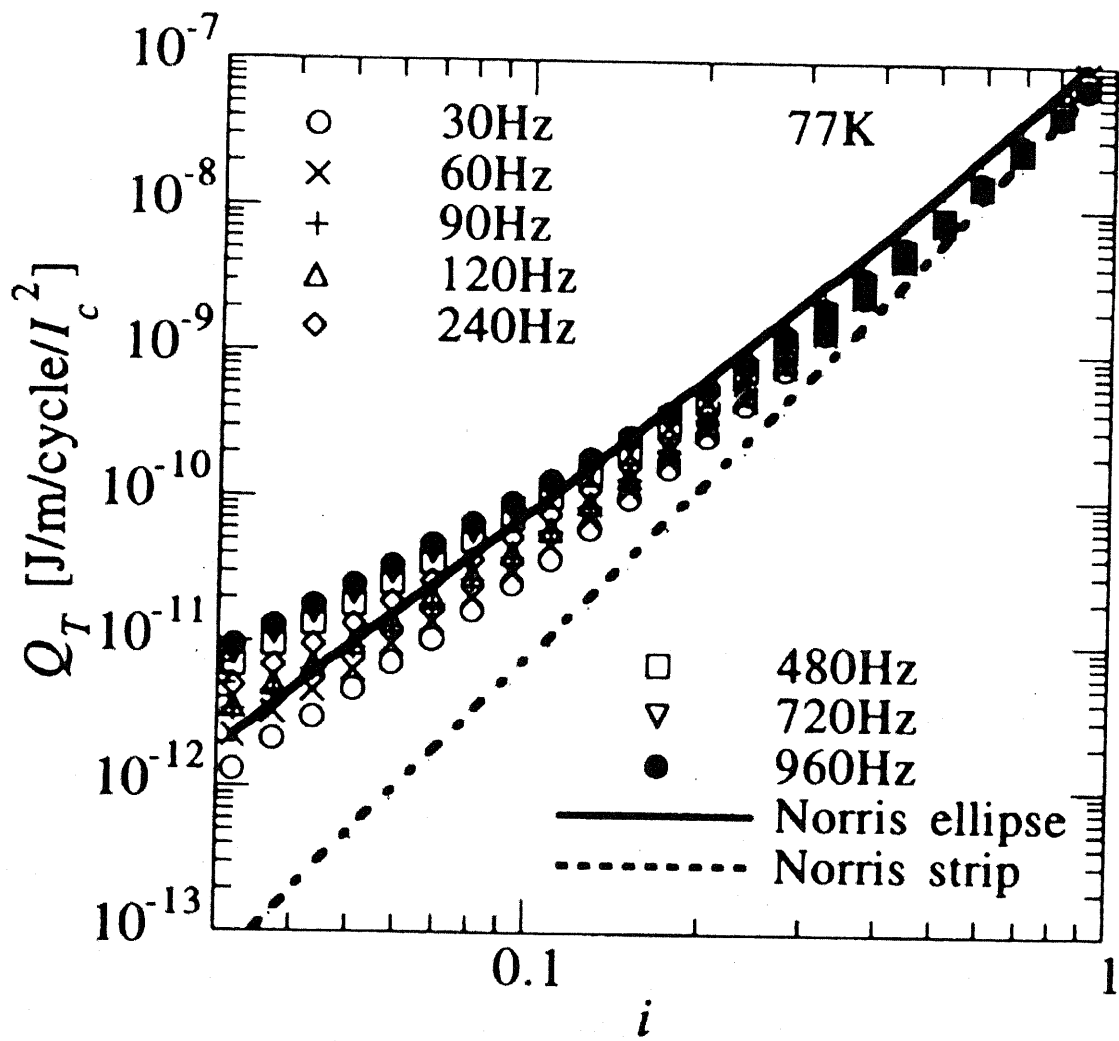


図 6.1 交流損失特性の測定例 1

出典 [60]

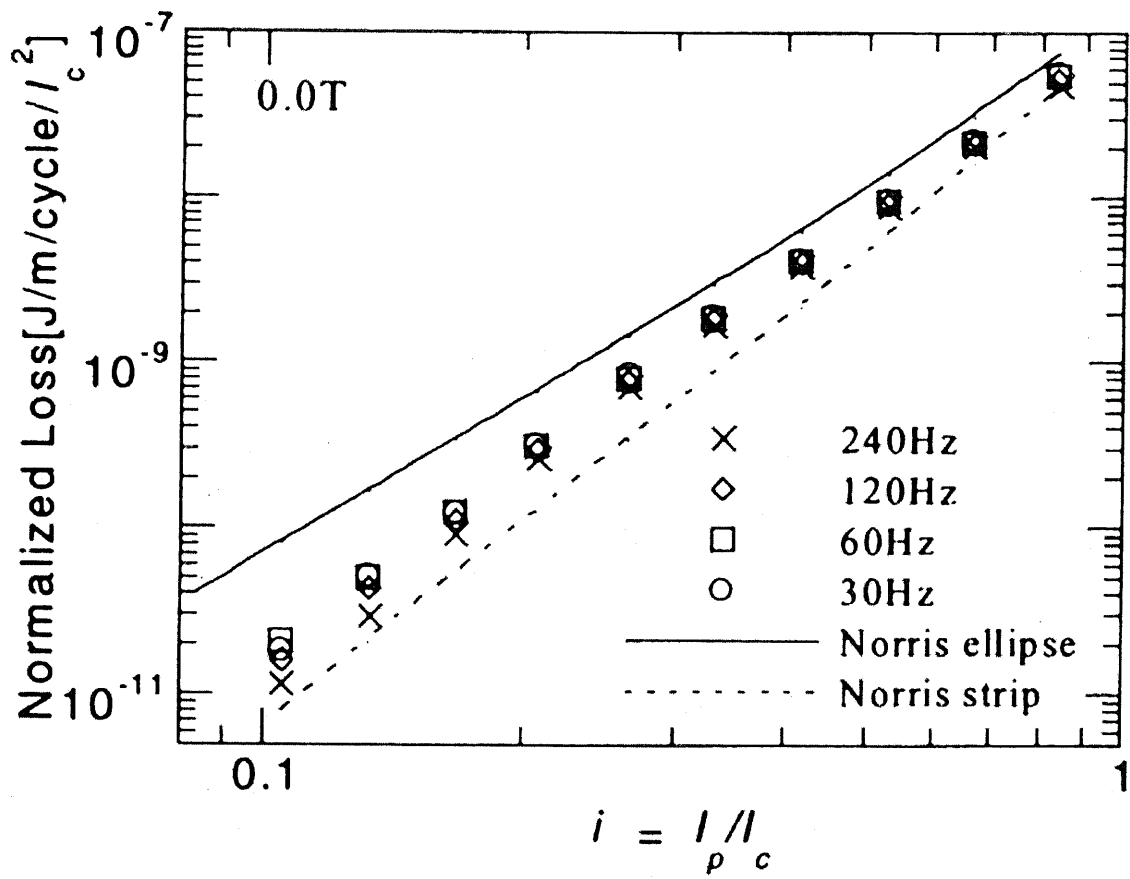


図 6.2 交流損失特性の測定例 2

出典 [61]

第1波で波高値が小さいのは，超電導体中の磁束と電流分布の初期状態からの履歴の影響である．本論文中で指摘したように，超電導薄膜には通電量が小さい場合でも偏流が顕著であり，超電導薄膜の端部で交流損失が発生する．物理的には，薄膜端部で強い磁束流が発生し，それによって磁束フロー抵抗が生じていることを意味する．

周波数 60Hz における，1周期あたりの交流損失の解析結果を図 6.4に示す．ここで交流損失は Norris の解析式から得られる交流損失と比較するために臨界電流の2乗 (I_c^2) で正規化している．ここで臨界電流は 1×10^{-4} V/m の電界基準で決定された臨界電流ではなく，本解析手法で得られた 210A を用いている．この電流値は，位相±90度における電流分布が Bean モデルのように均一になる場合に相当する．

本解析手法で得られた交流損失曲線は，ストリップ形状と楕円形状の中間的な性質を示す．電流が大きくなるにつれて Norris の解析式から乖離してより大きな損失となる．この結果は，解析手法の妥当性を示していると考えられる．物理的には，Norris が想定した臨界状態モデルのように，磁束フローが生じる部分と生じない部分が不連続に存在するのではないこと，さらに磁束フローが生じる部分での磁束フロー抵抗は一様ではないことを意味する．

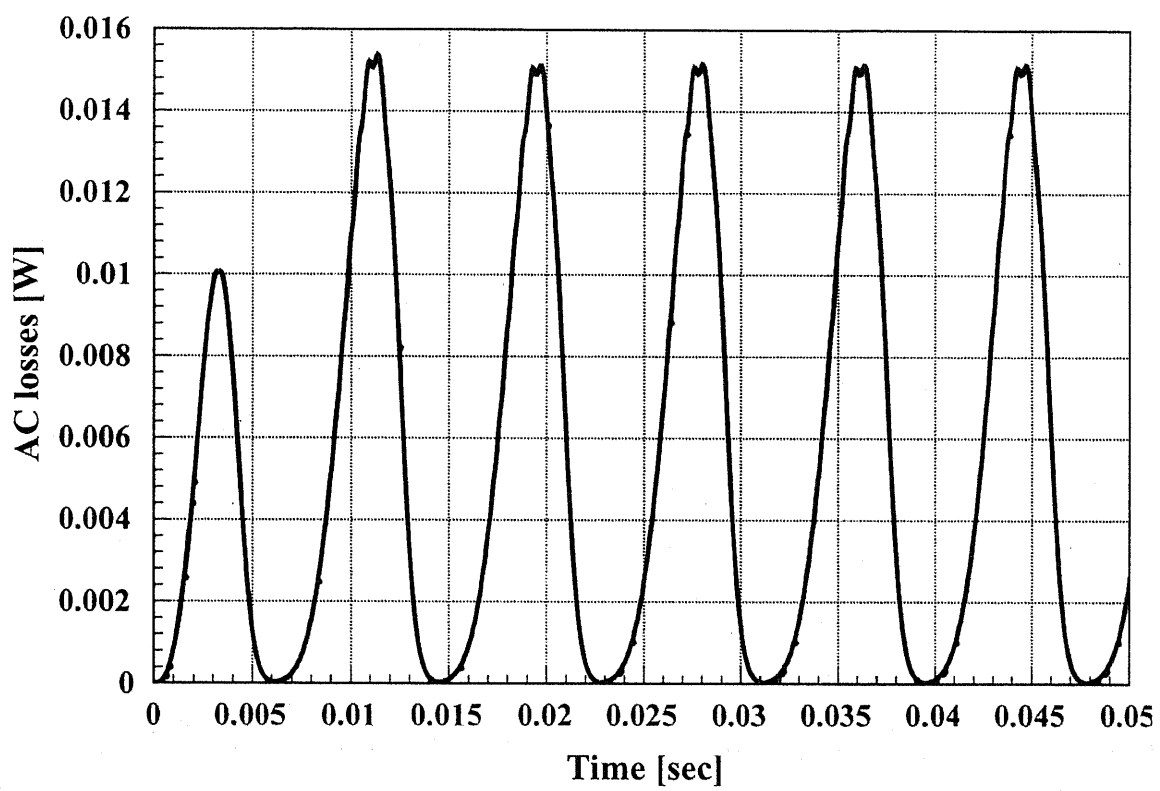


図 6.3 交流損失の時間履歴

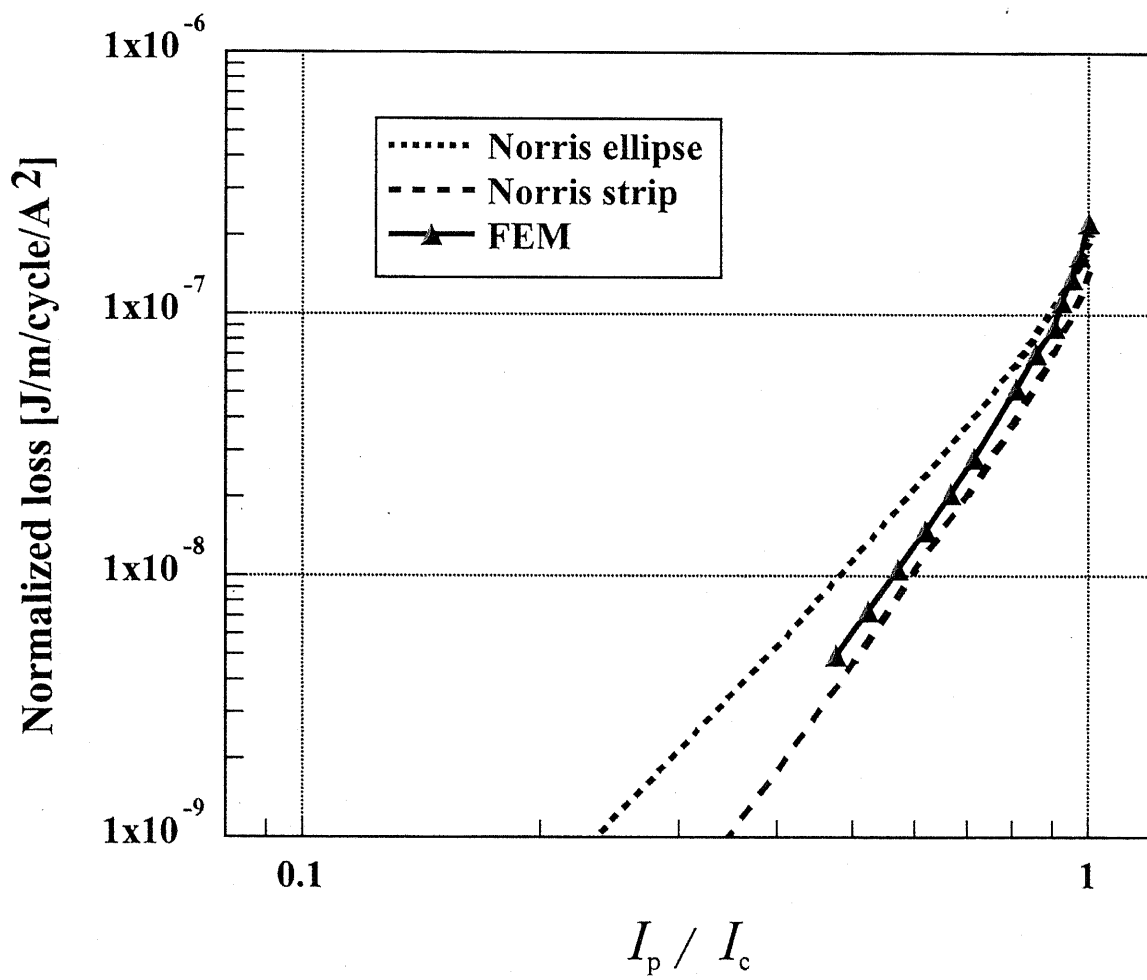


図 6.4 交流損失特性の解析結果

6.4 周波数依存性

数 kHz までの交流損失は超電導体での磁束ピン止めに起因するヒステリシスが支配的であるため、超電導薄膜の交流損失の周波数依存性は殆どないと考えられる。本解析手法を用いて交流損失の周波数依存性について確認を行う。

ピーク電流値が 170A、周波数が 180Hz において、位相が-90 度から 90 度に変化するときの電流密度分布を図 6.5 に示す。また、比較のために第 3 章で示した周波数 60Hz における電流分布を図 6.6 に改めて示す。

図 6.6 と図 6.5 において、端部付近の電流密度に違いがある。180Hz の場合の端部の電流密度は、60Hz の場合よりも僅かに大きい。60Hz、120Hz および 180Hz の交流損失それぞれ $9.65 \times 10^{-5} \text{J}$ 、 $8.61 \times 10^{-5} \text{J}$ および $8.10 \times 10^{-5} \text{J}$ である。周波数の上昇によりわずかに 1 周期あたりの交流損失は減少するものの、周波数依存性は殆どない。超電導体での交流損失は磁束ピンニングによるヒステリシスが支配的であることを解析的に確認した。

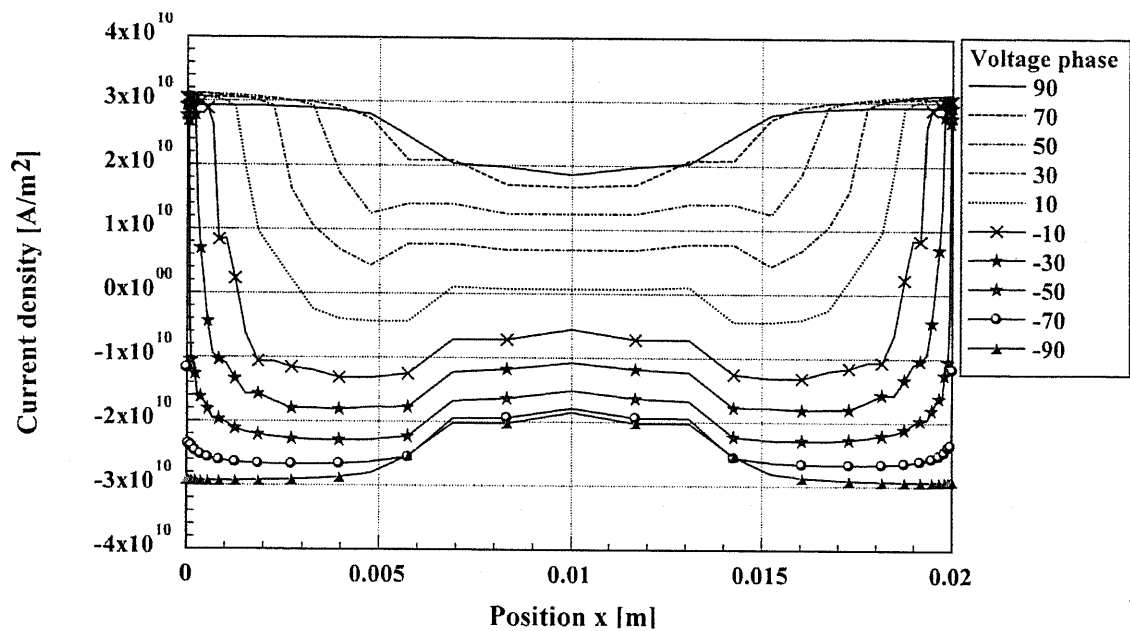


図 6.5 電流密度分布 ピーク電流 170A 周波数 180Hz

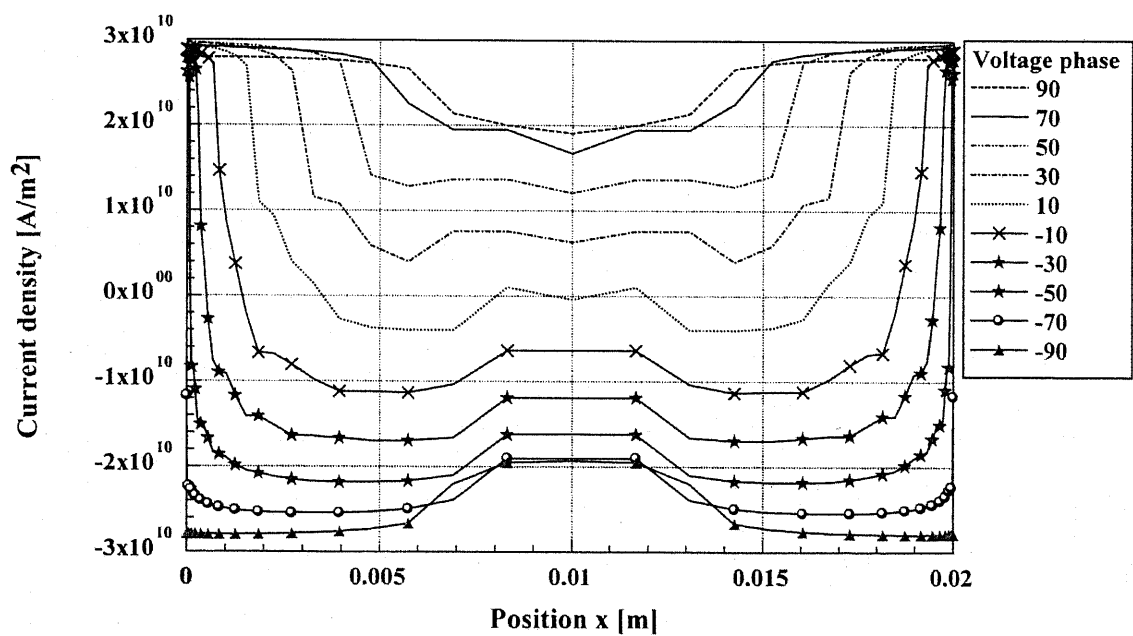


図 6.6 電流密度分布 ピーク電流 170A 周波数 60Hz

6.5 本章のまとめ

本章では、最初に、超電導薄膜の交流損失の概要を説明した。次に、本論文で提案する解析手法を用いて、交流損失特性の解析を行った。本章で得られた成果を整理する。

- (1) 本論文で手案する解析手法から得られた結果は、Norris の解析式の良い一致を示し、解析手法の妥当性を確認した。
- (2) 本解析手法で得られた交流損失曲線は、ストリップ形状と楕円形状の間であり、電流が大きくなるにつれて Norris の解析式から乖離してより大きな損失となることを示した。この結果は Norris が想定した臨界状態モデルのように、磁束フローが生じる部分と生じない部分が不連続に存在するのではないこと、さらに磁束フローが生じる部分での磁束フロー抵抗は一樣ではないことに起因すると考えられる。
- (3) 解析結果では交流損失特性の周波数依存性は確認されず、磁束ピンニングによるヒステリシスが支配的であることを示した。

電気機器に高温超電導体を用いる際、多くの場合、交流で用いられることになる。超電導体といえども、交流で用いると損失を生じることが知られている。物理的に交流損失とは、ピン止め力と粘性抵抗に抗して動くための損失である。低損失・大電流密度という超電導体のメリットを生かすためには、この交流損失の低減が重要であり、応用超電導の分野における重要な研究テーマである。次世代超電導線材として期待される YBCO テープ線材については、近年になって、ようやく交流損失測定の対象となるような線材が供給されるようになり、いくつかの研究グループでその交流損失特性が実験的に調べられている。本研究では、先駆的に、この交流損失特性を解析的に把握する手法を開発した。将来的に、YBCO テープ線材の製造前の性能評価の一般的手法として、本解析手法が使用されることを期待する。

第7章

結論

7.1 結論

本研究では、高温超電導薄膜の超電導-常電導転移 (SN 転移) に基づく抵抗形限流素子に注目して、詳細な限流動作や交流損失の把握が可能なシミュレーション技術の確立を行った。有限要素法に基づく電磁界、熱伝導、および電気回路の連成解析コードを開発した。限流器の製造・最適化には、超電導特性のバラツキの許容値、バラツキを抑えるため金属膜の厚み、動作開始電流、必要な基板厚み等の情報が必要である。これらを決定するには所望の限流比、外部回路条件、素子物性値などを総合的に考慮しなければならない。従来からの一般的な限流特性解析は、超電導薄膜での電流分布と超電導特性を均一と仮定し、集中定数回路を用いた簡易的手法により行われている。また熱連成解析では、基板中の温度分布を考慮しない無次元的な取り扱いがされている。これらの手法では超電導特性のバラツキ等の影響を考慮することができず、正確な限流特性の解析は困難である。そのため抵抗発生過程などの物理現象の把握が可能であり、実験と代替となる解析手法の確立が求められていた。本研究の成果により、限流素子設計に必要な特性解析が可能となった。将来的には、開発・製造設計に用いる一般的手法として、本解析手法が使用されることを期待する。

電気機器に高温超電導体を用いる際、多くの場合、交流で用いられることになる。超

電導体といえども、交流で用いると損失を生じることが知られている。低損失・大電流密度という超電導体のメリットを生かすためには、この交流損失の低減が重要であり、応用超電導の分野における重要な研究テーマである。次世代超電導線材として期待される YBCO テープ線材については、近年になって、ようやく交流損失測定の対象となるような線材が供給されるようになり、いくつかの研究グループでその交流損失特性が実験的に調べられている。本研究では、先駆的に、この交流損失特性を解析的に把握する手法を開発した。将来的に、YBCO テープ線材の製造前の性能評価の一般的手法として、本解析手法が使用されることを期待する。

以降、各章の結論を示す。

第 1 章は「序論」であり、まず本研究の背景を説明した。次に本論文の理解の基礎となる超電導体の一般的性質を説明した。超電導限流器と超電導薄膜線材の研究開発動向などの概要を説明した。これまでに行われている超電導限流器の限流特性解析について述べた。以上を踏まえて本研究の目的を明確にした。最後に本論文の構成を述べた。

第 2 章は「有限要素法による解析手法」と題し、超電導薄膜の解析に適した有限要素法解析手法を提案すると共に、その手法の詳細を説明した。本解析手法は電磁界解析、熱伝導解析および電気回路の 3 連成解析である。電磁界解析では、超電導薄膜の構造に注目して、薄板近似を適用した電流ベクトルポテンシャル法を採用する。これにより 3 次元の電磁現象を 2 次元として解析することが可能となり、通常の 3 次元有限要素法と比較して計算コストの大幅な軽減を図ることが可能である。有限要素法は最終的に大規模連立一次方程式を解くことに帰結する。マトリクスを構成する際に必要となる特異点を含むガウス - ルジャンドル積分について説明した。外部回路との関係で決まる通電電流は解析領域に適切な境界条件を与えることにより考慮することが可能であり、その境界条件を導いた。本解析は過渡解析であり、時間方向の離散化について説明した。超電導体のモデル化とそれを有限要素法に導入するための手法を述べた。超電導体の電圧 - 電流特性は著しい非線形性を示すことを説明して、有限要素法の非線形計算について述べた。限流素子の YBCO 薄膜の上には、限流動作時の局所的な温度上昇による素子の焼損

を防止するために金属保護膜が蒸着により成膜されている。解析にはこの金属保護膜を考慮する必要があり、導入方法を説明した。超電導特性には温度依存性があるため、限流動作時の限流素子の温度変化を考慮する必要がある。限流素子の基板に着目した3次元過渡熱伝導解析について説明した。限流素子は液体窒素で冷却されており、熱解析には液体窒素冷却特性を考慮する必要がある。液体窒素冷却特性のモデル化について説明した。連成解析の際に各解析を相互に関連付けるための手法を説明した。限流動作時のスイッチング解析の精度を高めるための工夫を説明した。

第3章は「偏流特性解析」と題し、本解析手法の妥当性を示した。超電導薄膜に生じる偏流現象について説明した。解析結果と実験結果を比較して両者の良い一致を確認した。実験結果は超電導薄膜表面に配置したホール素子で磁界分布を測定し、これから電流分布を計算する方法により得られたものを文献から引用した。交流通電時には、電流分布は薄膜端部から急激に変化して、徐々に内部が追隨していく様子を示した。また臨界電流以下の通電でも、薄膜端部では臨界電流密度以上の電流が流れていることを指摘した。物理的には、薄膜端部で強い磁束流が発生し、それによって磁束フロー抵抗が生じていることを意味する。

第4章は「限流特性解析」と題し、超電導薄膜の限流特性を明らかにした。限流開始電流の金属保護膜厚依存性と限流素子の温度変化を示した。また限流素子の超電導特性にバラツキがある場合の限流特性を示し、臨界電流密度の低い部分を電流が迂回して流れることを示した。物理的には、磁束フロー抵抗が大きい部分を電流が迂回することを意味する。また限流素子の抵抗発生過程を示した。SN転移の伝播速度について考察して、実験結果との比較を行い、良い一致を確認した。

第5章は「復帰特性解析」と題し、限流動作後の超電導状態への復帰特性を明らかにした。ここでは有限要素法を用いた熱伝導解析を行った。復帰時間は単結晶サファイア基板と液体窒素冷却によって決定される。複数の液体窒素冷却特性を仮定して、異なる基板厚と初期温度の場合の復帰特性を示した。液体窒素と基板における熱伝達が良好である場合には、1秒以内に超電導状態に復帰することを示した。

第6章は「交流損失特性解析」と題し、超電導薄膜の交流損失特性を明確にした。超電導薄膜の交流損失特性の測定結果は、Norrisの解析式に良く一致することが報告されている。本解析手法で得られた結果とNorris解析式を比較することにより、両者が良く一致することを示すと共に、本解析手法の妥当性を確認した。実際の交流損失がNorrisの解析式のストリップモデルと楕円モデルのどちらに良く一致するのかという長年の議論がある。解析結果は超電導特性が均一である場合、電流が小さい領域ではストリップモデルと楕円モデルの間隔的な性質を示し、電流が大きくなるにつれて徐々に楕円モデルに近づき、さらに大きくなると楕円モデルからも乖離することを示した。この結果はNorrisが想定した臨界状態モデルのように、磁束フローが生じる部分と生じない部分が不連続に存在するのではないこと、さらに磁束フローが生じる部分での磁束フロー抵抗は一樣ではないことに起因すると考えられる。

7.2 今後の課題

本研究では、抵抗形限流素子の数値解析手法を提案し、物理現象の詳細を明らかにしてきた。本解析手法は解析条件の設定で自由度が高く、今後の更なる発展が期待される。今後の課題と改善点を以下に列記する。

(1) 超電導特性のバラツキ位置

本論文では、超電導特性のバラツキを限流素子中央部にのみ与えて解析を進めた。今後は、限流素子面内で正規分布またはランダムに超電導特性のバラツキ与える解析が考えられる。

(2) 超電導特性のバラツキ表現

本論文では、超電導特性のバラツキを臨界電流密度 J_c を変化させることによって与えた。今後は臨界電流密度だけでなく n 値も変化させた解析が考えられる。

(3) 超電導特性のモデル化

本論文では、超電導特性の n 値は一定値とした。実際には n 値は温度や電流値で

変化するため、測定値に一致するように n 値と臨界電流密度 J_c を考慮することが望ましい。また、 $E - J$ 特性の測定は直流で行われているため、その $E - J$ 特性を交流解析に適用可能であるのは、磁束量子に加わるピン止め力とローレンツ力と比べて、粘性力の影響がほぼ無視できる場合に限られる。粘性力が大きい数 kHz 以上の高い周波数の場合には、粘性力を考慮した $E - J$ 特性 (n 値モデル) を用いる必要があると考えられる。すなわち、 $E - J$ 特性の周波数依存性を考慮すべきである。

(4) 限流素子の直並列接続時の解析について

本論文では、単一の限流素子の場合について解析を進めた。今後は、直並列接続時の解析が考えられる。

(5) 限流素子の接続端子の取り扱いについて

本論文では、限流素子の接続端子部分は考慮していない。今後は、接触抵抗や接続端子の形状を考慮する解析が考えられる。

(6) 交流損失特性解析について

交流損失特性解析では、テープ幅、周波数、および超電導特性依存性について、解析を進めることが考えられる。

超電導体には、他の技術では真似のできない優れた性質がある。一方で、冷却の必要性や材料開発の難しさがあり、世界各国の研究者が総力を挙げて技術の高度化に挑んでいる。今後、YBCO 線材の km オーダーの長尺化の成功や、高温超電導バルク体の高性能化などの材料面での大きな前進があれば、超電導技術は未来科学を一翼を担う重要な存在になると考えられる。最後に、今後の超電導技術の発展と未来科学の夜明けを願い、本論文を結ぶ。

謝辞

博士課程在学中、常に熱心なご指導を賜りました東京大学大学院 新領域創成科学研究科 助教授 工学博士 大崎博之先生に心より深く感謝申し上げます。研究に関する専門知識、研究の進め方、論文の執筆方法、研究発表の方法などの学術的な知識のみならず、研究に対する姿勢や考え方などの研究哲学を教えて頂きました。また国際会議や国内学会にて、外国の研究者、大学の先生、および企業の研究者の方々と意見交換や議論を行うという貴重な経験をさせて頂きました。さらに研究活動におけるリーダーシップについても先生の姿から多くを学ばせて頂きました。

研究室の環境に気を遣い、快適で集中しやすい研究環境を提供して頂きました大崎研究室助手 田村穰氏には深く感謝申し上げます。研究室が整備されて清潔であったため、研究室の志気の高い状態が維持されたと思います。

博士課程の土屋貢俊氏には、私が大崎研究室に来た当初、右も左も分からない状況の中、ソフトウェアの使い方や研究室の日常生活について親切に教えて頂きました。坪井雄一氏には、充実したコンピューター環境の整備のみならず、超電導機器や実験に関する様々なことを教えて頂きました。杜剣氏には、研究分野が同じ電磁界解析ということもあり、電磁気学に関する議論に付き合ってくれました。修士課程の阿部祥知氏には、機械工学的な考え方や知識を教えて頂きました。水野尊文氏は、物理的な考え方や超電導体の物性について教えて頂きました。一木洋太氏には、超電導体の電磁界解析についての意見交換を行って頂きました。大谷陽介氏、学部生の寺村直之氏、中井敏幸氏には資料の整理や事務的な諸手続きなどを手伝って頂きました。研究室の卒業生を含む皆様に

深く感謝申し上げます。

大学院の講義や輪講などをご指導を賜りました電気系教官の方々，研究活動や日常生活で様々なご支援を頂きました電気系事務室，電気系図書室，工作室，および清掃員の方々に深く感謝申し上げます。

博士課程進学前に，超電導の分野に全く縁の無かった私にとって，研究室と研究テーマを一新して博士号の取得を目指すことは挑戦的な課題でした。精神的に厳しい試練ではありましたが，研究活動を通じて知り合った多くの方々からのご指導とご支援のおかげで，充実した3年間を過ごすことができました。皆様に心より感謝申し上げます。

最後に，私の向学心を尊重して，長い学生生活の最後まで暖かく応援してくれた家族に感謝の意を表したいと思います。

杉田 晋哉 記

平成14年12月16日

参考文献

- [1] 正田英介, “超電導技術の電力システムへの最新応用動向—電力システムへの最新応用動向—”, OHM, Vol. 86, No. 6, pp. 22-25, 1999
- [2] 仁田旦三, “「電力・エネルギー分野における超電導技術」特集号によせて”, 電学論 B, Vol. 121, No. 10, pp. 1249, 2001
- [3] 植田清隆, 中司徹, “電力・エネルギー分野における超電導技術の開発動向”, 電学論 B, Vol. 122, No. 11, pp. 1140-1144, 2002
- [4] B. Gromoll, G. Ries, W. Schmidt, H.-P. Kraemer, B. Seebacher, B. Utz, R. Nies, H.-W. Neumueller, E. Baltzer, S. Fischer, B. Heismann, “Resistive fault current limiters with YBCO films - 100 kVA functional model”, *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*, vol 9, no. 2, pp. 656-659, Jun. 1999
- [5] H. Kubota, Y. K. Arai, M. Yamazaki, H. Yoshino, “A new model of fault current limiter using YBCO thin film, ”, *IEEE Trans. Appl. Superconduct.*”, vol. 9, no. 2, pp. 1365-1368, Jun. 1999
- [6] K. Shimohata, S. Yokoyama, T. Inaguchi, S. Nakamura, Y. Ozawa, “Design of a large current-type fault current limiter with YBCO films”, *Physica C*, vol. 372-376, pp. 1643-1648, 2002

- [7] 久保田宏, 工藤由紀, 芳野久士, 和智良裕, “YBCO 薄膜の I_c ばらつきと限流素子直列化”, B3-3, 2001 年度秋季 低温工学・超電導学会
- [8] 村上雅人, 『高温超伝導の材料科学』, 内田老鶴圃, 1999
- [9] 『超電導工学 (改訂版)』, 電気学会, 1988
- [10] 大崎博之, “超電導体中の電磁現象のシミュレーション”, 日本 AEM 学会, Vol. 9, No. 3, pp. 314-21, 2001
- [11] 松下照男, 『磁束ピンニングと電磁現象』, 産業図書, 1994
- [12] 雨宮尚之, “高温超電導線材の交流損失”, 日本 AEM 学会, Vol. 7, No. 2, pp. 124-133, 1999
- [13] 宮建三, 吉田義勝, 『超電導の数理と応用』, 養賢堂, 1997
- [14] 大熊武, 本庄昇一, 小林直樹, 岩田良浩, 徳田憲昭, 松原克夫, 浅野正邦, “整流型限流器の 500kV 系統への適用検討”, 電学論 B, Vol. 119, No. 4, pp. 474-481, 1999
- [15] 浦田昌身, “超電導限流器の開発と動向 (特集 超電導技術の電力システムへの最新応用動向)”, OHM, Vol. 86, No. 6, pp. 50-55, 1999
- [16] 市川路晴, 葛間泰邦, 門裕之, “20kV 級アーク駆動式限流器の開発——要素モデル器による限流性能評価と 22kV 用三相アーク駆動式限流器の概念設計”, 電力中央研究所 研究報告 W00033, 2001
- [17] 和田勇一, 浜野末信, 森貞次郎, “ナトリウム (Na) 限流素子の自己復旧特性と低圧配電回路応用における過電流協調”, 電学論 B, Vol. 114, No. 7/8, pp. 814-820, 1994
- [18] 磯崎優, 中村光一, 森田公, “電力用半導体を用いた無誘導解消型限流器に関する実験的検討”, 電学論 B, Vol. 118, No. 4, pp. 420-427, 1998

- [19] P. Tixador, et al, "Quench in bulk HTS materials - application to the fault current limiter", *Supercond. Sci. Technol.* vol. 13, pp. 493-497, 2000
- [20] 八太啓行, 仁田旦三, 白井康之, 藤川一洋, "動作開始電流調整可能な超電導限流器の限流動作中の特性とその設計に関する考察", *電学論 B*, Vol. 121, No. 10, pp. 1310-1317, 2001
- [21] 清水洋隆, 加藤清隆, 横水康伸, 松村年郎, 村山宣光, "限流器への適用を考慮した Bi2223 高温超電導バルク素子の限流特性解析", *電学論 B*, Vol. 121, No. 10, pp. 1263-1269, 2001
- [22] 大崎博之, "海外の各種プロジェクトと開発動向"(特集 超電導技術の電力システムへの最新応用動向)", *OHM*, Vol. 86, No. 6, pp. 73-77, 1999
- [23] 母倉修司, 大松一也, 武井廣見, 小沢保夫, "2次元揺動 PLD 法によるサファイヤ単結晶上 HoBCO 膜", 第 65 回 2001 年度秋季低温工学・超電導学会予稿 19, 2001
- [24] 大松一也, 母倉修司, 村中康二, 武井廣見, 小沢保夫, "回転成膜 PLD 法によるサファイヤ単結晶上 HoBCO 膜", 第 65 回 2001 年度秋季低温工学・超電導学会予稿 20, 2001
- [25] 母倉修司, 大松一也, 村中康二, 武井廣見, 小沢保夫, "SN 転移型限流素子用 HoBCO 膜の開発", *電気学会研究会資料 ASC-02-8, LD-02-8*
- [26] A. Heinrich, et al, "Fault current limiting properties of YBCO-Films on sapphire substrates", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 9, no. 2, pp. 660-663, 1999
- [27] THEVA Technical Product Information, <http://www.theva.com/>

- [28] M. Lorenz, et al, "High-quality Y-Ba-Cu-O Thin Films by PLD-Ready for Market Applications", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 11, No. 1, pp. 3209-3212, 2001
- [29] B. Schey, et al, "Large area pulsed laser deposition of YBCO thin films", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 9, no. 2, pp. 2359-2362, 1999
- [30] 高温超電導線材の動向調査専門委員会, 『最近の高温超電導線材の開発状況』, 電気学会技術報告 880 号, 電気学会, 2002
- [31] Y. Tokunaga, T. Izumi, Y. Shiohara, "All Japan efforts on fundamental materials technology developments for HTS applications focusing on R&D of coated conductors", *Cryogenics*, vol. 43, pp. 393-398, 2002
- [32] K. Kakimoto, Y. Iijima, T. Saitoh, "Development of Y-123 coated conductors by ion-beam-assisted deposition", *Physica C*, vol. 378-381, pp. 937-943, 2002
- [33] 柿本一臣, 飯島康裕, 齋藤隆, "レーザー蒸着法による IBAD テープ基板材を用いた 30m 長 Y 系線材の作成", 2002 年度春季低温工学・超電導学会 予稿集 A1-14, 2002
- [34] S. Kobayashi, T. Kaneko, et al, "Development of Bi-2223 superconducting wires", *Physica C*, vol.357-360, pp.1115-1118, August 2001
- [35] 長村光造, 『超伝導線材』, 米田出版, 2000
- [36] Superconductivity communicatoin, vol.11, no.2, April 2002,
<http://www.chem.t.u-tokyo.ac.jp/appchem/labs/kitazawa/SUPERCOM/index1.html>
- [37] J. O. Willis, et al, "Advances in YBCO-coated conductor technology", *Physica C*, vol. 335, pp. 73-77, 2000

- [38] J. Dzick, et al, "Ion-beam-assisted texturing of YSZ layers", *Physica C*, 2002 (to be published)
- [39] J. R. Groves, et al, "Recent progress in continuously processed IBAD MgO template meters for HTS applications", *Physica C*, 2002 (to be published)
- [40] T. Uchimoto, K. Miya, Y. Yoshida, "Reduction of toroidal ripple by using high T_c superconductors", *Fusion Engineering and Design*, vol. 27, pp. 528-535, 1995
- [41] 坪井始, 須江健一, 国末克巳, "ソース電流を考慮した薄板導体の渦電流解析", 電学論 A, 110 巻, 9 号, pp. 591-597, 平成 2 年
- [42] 山田直平, 『電気磁気学』, オーム社, 1979
- [43] 桂井誠, 『基礎電磁気学』, オーム社, 2000
- [44] 宮健三, 『解析電磁気学と電磁構造』, 養賢堂, 1997
- [45] 坪井始, 内藤督, 『実践数値電磁界解析法』, 養賢堂, 1995
- [46] 中田高義, 高橋則雄, 『電気工学の有限要素法 (第 2 版)』, 森北出版株式会社, 1986
- [47] 内藤喜之, 『電気・電子基礎数学』, オーム社, 1980
- [48] T. Matsushita, H. Wada, T. Kiss, M. Inoue, Y. Iijima, K. Kakimoto, T. Saitoh, Y. Shiohara, "Critical current properties in superconducting Y-123 tapes", *Physica C*, Vol. 378-381, pp. 1102-1107, 2002
- [49] 戸川隼人, 『数値計算』, 岩波書店, 1991
- [50] 加川幸雄, 山淵龍夫, 村井忠邦, 土屋隆生, 『FEM プログラム選 2 : 磁界・電磁波』, 森北出版株式会社, 1997
- [51] 萩三二, 『熱伝導の基礎と演習』, 東海大学出版会, 1993

- [52] 一色尚次, 北山直方, 『伝熱工学』, 森北出版株式会社, 1984
- [53] 矢川元基, 『流れと熱伝導の有限要素法入門』, 培風館, 1983
- [54] 森正武, 『FORTRAN77 数値計算プログラミング (増補版)』, 岩波書店, 1988
- [55] T. Onishi, K. Sasaki, R. Akimoto, “A proposal of fast self-acting and recovering magnetic shield type superconducting fault current limiter and the analyses of their characteristics”, *Cryogenics*, Vol. 41, pp. 239-243, 2001
- [56] 低温工学協会, 『超伝導・低温工学ハンドブック』, オーム社, 1993
- [57] 下畑賢司, 横山彰一, 稲口隆, 中村史朗, 小沢保夫, “イットリウム系高温超電導薄膜限流素子の電流分布測定”, 低温工学, Vol. 37, No. 8, pp. 44-49, 2002
- [58] M. Decroux, L. Antognazza, N. Musolino, E. de Chambrier, S. Reymond, J.-M. Triscone, Ø. Fischer, W. Paul, M. Chen, “Properties of YBCO Films at High Current Densities: Fault Current Limiter Implications”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 11, No. 1, pp. 2046-2049, 2001
- [59] W. T. Norris, “Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac: isolated conductors and edges of thin sheets”, *Journal of Physics D*, Vol. 3, pp. 489-507, 1970
- [60] O. Tsukamoto, D. Miyagi, “Study on relation between AC characteristics and critical current distribution in YBCO tape”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 10, No. 1, pp. 1208-1211, 2001
- [61] D. Miyagi, O. Tsukamoto, M. Ciszek, “Study of frequency dependence of AC transport current losses in HTS conductors subject to DC background field”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 11, No. 1, pp. 2449-2452, 2001

発表文献

学術雑誌

1. S. Sugita, H. Ohsaki, "FEM analysis of resistive superconducting fault current limiter using superconducting thin films by current vector potential method", *Physica C: Superconductivity*, Vol. 378-381, Part 2, pp. 1196-1201, 2002.
2. S. Sugita, H. Ohsaki, "FEM analysis of current limiting characteristics of a superconducting thin film current limiting device by the current vector potential method", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity* (accepted).
3. S. Sugita, H. Ohsaki, "Numerical analysis of AC losses in REBCO thin film for coated conductor and fault current limiter", *Physica C: Superconductivity* (submitted).

国際会議 (口頭発表)

1. S. Sugita, H. Ohsaki, "FEM analysis of resistive superconducting fault current limiter using superconducting thin films by current vector potential method", *14th international symposium on superconductivity*, September 2001.
2. S. Sugita, H. Ohsaki, "FEM analysis of current limiting characteristics of a superconducting thin film current limiting device by the current vector potential

method”, *Applied Superconductivity Conference*, August 2002.

3. S. Sugita, H. Ohsaki, “ Numerical analysis of AC losses in REBCO thin film for tape wire and fault current limiter”, *15th international symposium on superconductivity*, November 2002.

シンポジウム・研究会・大会等発表

1. 杉田晋哉, 大崎博之, “抵抗型超電導膜限流素子の有限要素法解析”, 2001 年度春季 低温工学・超電導学会, No. E2-19, 2001.
2. 杉田晋哉, 大崎博之, “電流ベクトルポテンシャル法を用いた抵抗型超電導膜限流素子の数値解析”, 平成 13 年電気学会 B 部門大会, No. 343, 2001.
3. 杉田晋哉, 大崎博之, “電流ベクトルポテンシャル法による抵抗型超電導限流素子の有限要素法解析”, 2001 年度秋季 低温工学・超電導学会, No. E1-21, 2001.
4. 杉田晋哉, 大崎博之, “電流ベクトルポテンシャル法による抵抗型超電導膜限流素子の限流特性解析”, 平成 14 年電気学会全国大会, No. 5-014, 2001.
5. 杉田晋哉, 大崎博之, “有限要素法による抵抗型超電導膜限流素子の限流特性解析”, 2002 年度春季 低温工学・超電導学会, No. E1-18, 2002.
6. 杉田晋哉, 大崎博之, “有限要素法による超電導薄膜の交流損失解析”, 2002 年度秋季 低温工学・超電導学会, No. 1E-p29, 2002.
7. 野澤尚之, 杉田晋哉, 大崎博之, “リング状バルク超電導体のパルス着磁特性の有限要素法解析”, 2001 年度春季 低温工学・超電導学会, No. E1-17, 2001.
8. 一木洋太, 杉田晋哉, 大崎博之, “バルク超電導体のパルス着磁特性の数値解析”, 2002 年度春季 低温工学・超電導学会, No. E2-18, 2002.

9. 一木洋太, 杉田晋哉, 大崎博之, “エポキシ含浸したバルク超電導体のパルス着磁特性解析”, 2002 年度春季 低温工学・超電導学会, No. 2E-p38, 2002.

その他

1. 坪井雄一, 杉田晋哉, 阿部祥知, “伝統芸術の継承に IT が一役”, 電気学会論文誌, Vol. 122, No. 10, 2002.

修士論文に関する発表 (宇宙科学研究所)

1. 杉田晋哉, 山本善一, 大島勉, 廣澤春任, “ロケットの噴煙による通信波の電波減衰の検討”, 電子情報通信学会 技術研究報, SANE 99-37, 1999.

付録 A

数值積分公式

A.1 三角形数值積分公式

積分点数 N	精度	積分点面積座標			重み係数 w_i	重複度
		α_i	β_i	γ_i		
1	1	0.33333333	0.33333333	0.33333333	1.0	1
3	2	0.66666667	0.16666667	0.16666667	0.33333333	3
3	2	0.5	0.5	0.0	0.33333333	3
4	3	0.33333333	0.33333333	0.33333333	-0.5625	1
		0.6	0.2	0.2	0.52083333	3
6	4	0.81684757	0.09157621	0.09157621	0.10995174	3
		0.44594849	0.44594849	0.10810302	0.22338159	3
7	5	0.33333333	0.33333333	0.33333333	0.225	1
		0.79742699	0.10128651	0.10128651	0.12593918	3
		0.47014206	0.47014206	0.05971587	0.13239415	3
12	6	0.87382197	0.06308901	0.06308901	0.05084491	3
		0.50142651	0.24928675	0.24928675	0.11678628	3
		0.63650250	0.31035245	0.05314505	0.08285108	6

積分点数 N	精度	積分点面積座標			重み係数 w_i	重複度
		α_i	β_i	γ_i		
13	7	0.33333333	0.33333333	0.33333333	-0.14957004	1
		0.47930807	0.26034597	0.26034867	0.17561526	3
		0.86973979	0.06513010	0.06513010	0.05334724	3
		0.63844419	0.31286550	0.04869032	0.07711376	6
16	8	0.33333333	0.33333333	0.33333333	0.14431561	1
		0.89890554	0.05054723	0.05054723	0.03245850	3
		0.65886138	0.17056931	0.17056931	0.10321737	3
		0.45929259	0.45929259	0.08141482	0.09509163	3
		0.72849239	0.26311283	0.00839478	0.02723031	6
16	8	0.33333333	0.33333333	0.33333333	-0.28341839	1
		0.93245631	0.03377184	0.03377184	0.01709091	3
		0.45930422	0.27034789	0.27034789	0.21882988	3
		0.47666544	0.47666544	0.04666912	0.06990696	3
		0.74582949	0.20270617	0.05146434	0.06098919	6
19	8	0.33333333	0.33333333	0.33333333	0.09713580	1
		0.91054097	0.04472951	0.04472951	0.02557768	3
		0.62359293	0.18820354	0.18820354	0.07964774	3
		0.43708959	0.43708959	0.12582082	0.07782754	3
		0.48968252	0.48968252	0.02063496	0.03133470	3
		0.74119860	0.22196299	0.03683841	0.04328354	6

A.2 長方形・直方体の数値積分公式

長方形

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p, q) dpdq = \sum_i^n \sum_j^n H_i H_j f(p_i, q_j) \quad (\text{A.1})$$

直方体

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(p, q, r) dpdqdr = \sum_i^n \sum_j^n \sum_k^n H_i H_j H_k f(p_i, q_j, r_k) \quad (\text{A.2})$$

積分点数	積分点座標	重み係数
N	$\pm a$	H
2	0.577350269189626	1.0
3	0.774596669241483	0.555555555555556
	0.0	0.888888888888889
4	0.861136311594053	0.347854845137454
	0.339981043584856	0.652145154862546
5	0.906179845938664	0.236926885056189
	0.538469310105683	0.478628670499366
	0.0	0.568888888888889
6	0.932469514203152	0.171324492379170
	0.661209386466265	0.360761573048139
	0.238619186083197	0.467913934572691
7	0.949107912342759	0.129484966168870
	0.741531185599394	0.279705391489277
	0.405845151377397	0.381830050505119
	0.0	0.417959183673469

積分点数	積分点座標	重み係数
N	$\pm a$	H
8	0.960289856497536	0.101228536290376
	0.796666477413627	0.222381034453374
	0.525532409916329	0.313706645877887
	0.183434642495650	0.362683783378362
9	0.968160239507626	0.081274388361574
	0.836031107326636	0.180648160694857
	0.613371432700590	0.260610696402935
	0.324253423403809	0.312347077040003
	0.0	0.330239355001260
10	0.973906528517172	0.066671344308688
	0.865063366688985	0.149451349150581
	0.679409568299024	0.219086362515982
	0.433395394129247	0.269266719309996
	0.148874338981631	0.295524224714753