

# 多段バッチ・プロセスの最適化

Optimum Control of Multi-Stage Batch Processes

森 政 弘・植 屋 治 紀

Masahiro MORI・Haruki TSUCHIYA

## 1. ま え が き

システム工学のねらいのひとつに、複雑な生産システムをある目的関数のもとに設計し運転することがあげられる。

筆者は、いくつかのバッチ・プロセスから構成される生産システムを研究した。手順は次のとおり。まず、ひとつのバッチ・プロセスをとりあげ、これをブラック・ボックスと考え、入力-出力関係のみに着目して数式モデルをつくる。つぎに、複数個のバッチ・プロセスについて、その関連をあらわす数式モデルをつくる。つぎに、この数式モデルについて、ある目的関数を最小にするように、各バッチ・プロセスの入力-出力の状態を決定する——すなわち最適化を行なう。

とりあげたバッチ・プロセスは砂糖を結晶させるプロセスで、結晶缶と遠心分離機をひとつの数式モデルであらわした。いわゆる蜜まわしと呼ばれる操作をシステム工学的にとらえたものである。

## 2. システムの特性

結晶缶と遠心分離機をひとつのシステムと考えると、その入力-出力関係はつぎようになる。<sup>1)</sup>

$$y_{out} = k_1 \cdot y_{in}$$

$$y_s = k_2 \cdot y_{in}$$

$$q_{out} = q_{in}/k_1 - q_s \cdot k_2/k_1$$

$$C_{out} = (c_{in} + \alpha)/k_1 - c_s \cdot k_2/k_1$$

$$k_1 + k_2 \leq 1$$

ただし  $y$ : 重量,  $q$ : 純糖率,  $c$ : 色価,  $k_1$ : 振蜜比,  $k_2$ : 製品化,  $\alpha$ : 付加色価

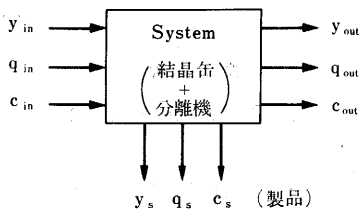


図 1 Black Box の入出力

## 3. 多段バッチ・プロセス

上記のバッチ・プロセスがいくつかあり、たがいに結

合している場合を考える。線形の混合が成立するものとする。ひとつの原糖タンク,  $M$  種の製品について、つぎの式がなりたつ。

$$q_0 \phi_i + \sum_j^M y_j \phi_{ji} q_j = y_i (q_i + q_s \cdot k_{2i}/k_{1i}) \quad (1)$$

$$c_0 \phi_i + \sum_j^M y_j \phi_{ji} c_j = y_i (c_i + c_s \cdot k_{2i}/k_{1i} - \alpha_i/k_{1i}) \quad (2)$$

$$\phi_i + \sum_j^M y_j \phi_{ji} = y_i/k_{1i} \quad (3)$$

$$L_i + \sum_j^M \phi_{ji} = 1 \quad (4)$$

( $i=1, 2, \dots, M$ )

ただし  $q_i$ :  $i$  番目のシステムの出口での純糖率。

$c_i$ :  $i$  番目のシステムの出口での色価。

$\phi_i$ :  $i$  番目のシステムへ供給する原糖の重量。

$L_i$ :  $i$  番目のシステムからでた蜜を捨てる割合。

$\phi_{ij}$ :  $i$  番目のシステムからでた蜜を  $j$  番目のシステムに供給する割合。

$q_0$ : 原糖の純糖率,  $c_0$ : 原糖の色価。

目的関数は原料の総和で、これを最小にする。これは廃蜜を最小にすることと一致する。

$$f = \sum_i^M \phi_i = \sum_i^M y_i \left( L_i + \frac{1}{k_{1i}} - 1 \right) \rightarrow \min$$

## 4. 最適化

$y_i, k_{1i}, k_{2i}$  は与えられている。最適化の数学的手法としては、非線形計画法が考えられるが<sup>2)</sup>、 $4M$  元の連立方程式であるので、計算は困難である。筆者は、純度が各段ごとに低下していくことを予想して、多段階形式化を行なった。すなわち  $\phi_{ij}$  のうちからいくつかをゼロとして離散形最大原理<sup>3)</sup>で定式化を行ない、各  $q_i$  を決定する。この  $q_i$  をもちいて、(1), (3), (4) により LP 演算を行ない、他の  $\phi_{ij}$  が生じるかを確かめる。これが生じる場合には、多段階形式化を修正し、各  $q_i$  を再決定し、再度 LP 演算を行ない、その後新しい  $\phi_{ij}$  の生ずる可能性のないことを確かめる。そして(2)により  $c_i$  を決定する。

離散形最大原理による定式化

$$\phi_{ij} = 0 (j \neq i, j \neq i+1, j \neq i+2) \text{ とする。}$$

$$\phi_{ii} = \mu_i, \phi_{i, j+2} = \lambda_i, \phi_{i, j+1} = 1 - \mu_i - \lambda_i$$

$$\mu_i = \{ 2y_i - y_{i-1}(1 - \mu_{i-1} - \lambda_{i-1}) - y_{i-2} \lambda_{i-2} \} / y_i$$

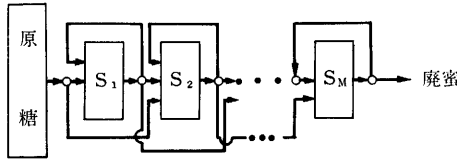


図 2 Multi-Stage Process 2-Feedforward, 1-Feedback

$$q_i = \{-y_i q_{i+1} + q_{i-1} y_{i-1} (1 - \mu_{i-1} - \lambda_{i-1}) + q_{i-2} y_{i-2} \lambda_{i-2}\} / \{-y_i + y_{i-1} (1 - \mu_{i-1} - \lambda_{i-1}) + y_{i-2} \lambda_{i-2}\}$$

$$q_1 = q_0, q_M = q_F \text{ (両端固定)}, \mu_M \rightarrow \text{Max}$$

$y_i$  の与え方によって、最適解のパターンが変化することが明らかになった。

5. 全システムの動的最適化

以上で、全システムの定常値が決定されたわけであるが、これを始動するとき、何回で定常値へ落ち着かせるか、またその場合の操作はどのようにすればよいかを解析的にとらえた。図 3 は、 $M=2$  の場合の各システムの純糖率の遷移領域をあらわしている。

$$X^n = q_1^n y_1^n + q_2^n y_2^n, y_1^n + y_2^n = S \text{ (一定)}$$

$$X^n = X^{n-1} - S(q_s - q_0) + L_2 y_2^{n-1} (q_0 - q_2^{n-1})$$

廃蜜をゼロにすると、早く定常値に到達する。このとき、 $X^n = X^{n-1} - S(q_s - q_0)$  となり、 $-y_1^n/y_2^n$  なる傾きの直線上に  $(q_1^n, q_2^n)$  がのる。定常値  $P$  点に到達するには、 $y_1/y_2=5$  なら 3 回で、 $y_1/y_2=1$  なら 4 回で、 $y_1/y_2=1/5$  なら 5 回で到達することがわかる。その途中では、もっとも定常値に近い値をとるようにする。このように

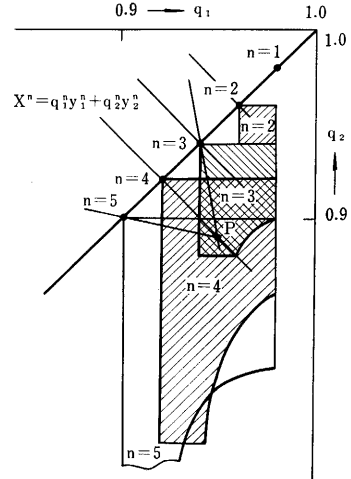


図 3  $M=2$  の場合のシステムの動特性  
考えることによって、多次元の場合も操作が決定できる。

6. 結 論

従来、経験的なシステム設計を行なってきた精糖工程を統一的には握する方法を示した。糖蜜の状態は、多くの要素の影響を受けるもので、これはその第一近似と言えよう。また最適化により、現在より廃蜜を減少できることを示した。さらに、動的状態の解析により、オン・ライン・コントロールへのアプローチを示した。

(1967 年 2 月 10 日受理)

文 献

- 1) P. Honig; Principles of Sugar Technology
- 2) Saaty & Bram; Nonlinear Mathematics
- 3) Fan & Wang; The Discrete Maximum Principle

東京大学生産技術研究所報告刊行

第 17 卷 第 7 号

平尾 収・菊地 英一・山田 尚之著

(英 文)

IMPROVEMENT OF HANDLING CHARACTERISTICS OF THE VEHICLE AS A MAN-MACHINE SYSTEM

人間機械系として考えた場合の自動車の操舵特性の改善

走行中の自動車には必ず人間が乗って運転しているわけであるが、その姿勢角は操舵角の積分にはほぼ比例し、横変位はまた姿勢角の積分にはほぼ比例する。すなわち操舵によって自動車を制御する場合に制御量を路上における横変位と考えれば 2 階の積分系を制御することになる。このような系を安定に制御するためには操舵に当たって微分操作が必要なことは周知のとおりであるが、人間は練習によってこのような微分操作を身につけて自動車を運転するわけである。しかし高速の場合や緊急の場合にはこの微分項が不足して自動車の進路が発散することがある。そこでこのように人間の負担において行なわれている微分操作を操舵系自身に行なわせるようにした場合の一人一自動車系の特性について検討を加えた。

(1967 年 5 月 発行)