

変位およびひずみの測定におけるモワレ法について

川 股 重 也

類似した細かい線束が重なり合って生じる干渉縞をモワレ (Moiré) 縞という。モワレ縞の現象を利用して変位やひずみを測定するのがモワレ法であり、工作機械の自動制御や応用力学における変形・応力の測定法として広い適用範囲をもつ。ここでは、モワレ法の原理と、その実験手段としての使われ方の概略を、文献に現われた例と筆者の経験により解説する。

1. は し が き

二つ折りにした“すだれ”に、曲線状の縞模様が現われるのはよく見かける現象である。これは、類似した線束が重なり合って生じる一種の干渉縞であり、一般にモワレ縞 (Moiré fringe) と呼ばれている。すだれの場合には、二組の格子の重なりぐあいによって、ちょうど隙間がふさがれて、光の通過が妨げられた線に沿って縞ができる。このような干渉のし方を機械的、あるいは幾何学的干渉といい、波動現象としての光の干渉と区別している。

二組の細かい平行格子を重ね合わせ、双方の間に移動、回転、あるいはひずみを生じると、これに応じたモワレ縞模様が現われる。このモワレ縞の現象を利用して、変位や変形の測定をするのがモワレ法である。

モワレ縞の現象に関する記述が初めて現われる文献は、Lord Rayleigh: On the manufacture and theory of diffraction gratings (1874) だそうで、これが計測の手段として注目されたのは、1945 年頃からである¹⁾。

光の干渉が長さまたは距離の厳密な測定に用いられるが、この場合、ものさしの目盛に相当するものは光の波長であり、大体 $1/2000 \text{ mm}$ のオーダーである。

これに対して、モワレ法における測定の最小目盛は、用いる格子のピッチであり、たとえば、ひずみ測定の実験に用いられているものは、1 インチ当たり 200 本～1000 本の線束よりなる格子であるから、ピッチは $1/10 \sim 1/50 \text{ mm}$ となる。つまり、モワレ法は光干渉による測定に比べて大体 50 倍～200 倍ほど大まかなものさしを使うことになる。

モワレ法の長所として

- 1) 原理が単純で、実験も特に高度な装置を必要とせず、極端にいうと、十分な細かさの格子と普通のカメラさえあれば、誰にでもできること。
- 2) ダイアルゲージやひずみゲージが点の変位、ひずみしか測定できないのに対して、2 次元的にひろがった変位、ひずみ場として、連続的なデータが得られること。
- 3) 光弾性実験では、内部応力を求めるのがむずかしいのに対して、モワレ法では縁ひずみも内部ひずみも

まったく同様に求められること。

- 4) 透明、不透明いずれの試験体にも適用できること。

- 5) 変位の情報が、モワレ縞の濃淡の形で得られるから、これを透過光あるいは反射光の強さの変化としてとらえれば、容易に電氣的な信号に変えることができること。

などがあげられる。

- 5) の長所は、たとえばマイクロメータの操作と比較すればわかるように、工作機械の変位の自動制御と結びついて重要な点である。

このような長所からモワレ法は、

- 1) 工作機械の分野での変位の自動計測。
- 2) 応用力学の実験における、変位、たわみ、ひずみ (間接的に応力) 等の測定。

の 2 点を中心として急速に発展してきた。

モワレ法の適用に当たっては、十分な線密度の正確な格子が必要であるが、格子の製作については、回折格子の製作に関して、英国の Sir T. Merton が National Physical Laboratory で開発した機械によって、インチ当たり 7 万本の線をガラス板上に野書いた実績があり、同様の方法による 100～1000 本/インチのガラス格子およびこれをネガにした写真複製が市販されている²⁾。

また、写真の印刷過程で行なわれる写真製版には、写真の濃淡を光点の大、小に分解するためのマンセングリッドと呼ばれる細かい十字格子が用いられるが、これはやはりガラス板上に機械的に線を野書いて、カーボンを付着させたもので、国内でも生産されている。これをもとにして写真的に複製すれば、割合安価に実験できる。

以下にモワレ法の原理的な説明と、文献に現われている例、および筆者の経験に基づいて、その使われ方の概説を試みる。

2. モワレ縞のでき方

写真 1 は、格子フィルムを用いて平行格子の重なり合いの代表的な形を作ったものである。その状態を図解したのが図 1 で、b と c の縞の様子を拡大して見たのが写真 2 である。

(a) …同じピッチの格子が平行に重なり合った場合全

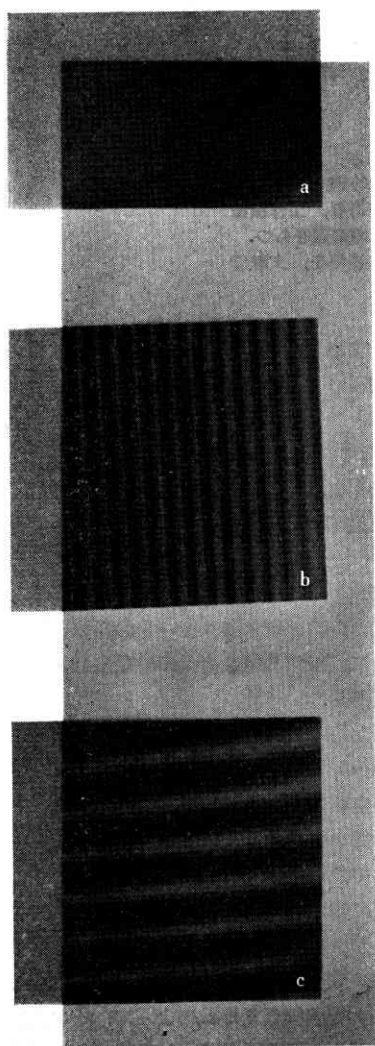


写真 1

面が一致した場所では明るい縞が生じる。二つの格子の位相のずれが、明暗の縞として現われるのは、格子が

面が明るくなる場合と、全面が暗くなる両極端が存在する。モワレ縞は生じない。

(b)…同じピッチの格子でも微小な傾斜をもって交わる時は、格子と直角方向へ伸びるモワレ縞が生じる。

(c)…わずかにピッチの異なる格子が平行に重なる場合、格子と平行なモワレ縞が現われる。

ことがわかる。

また図1と写真2よりわかるように、二つの格子の位相がずれて、不透明な部分で空間を埋めている場所に暗い縞ができ、反対に両格子の位

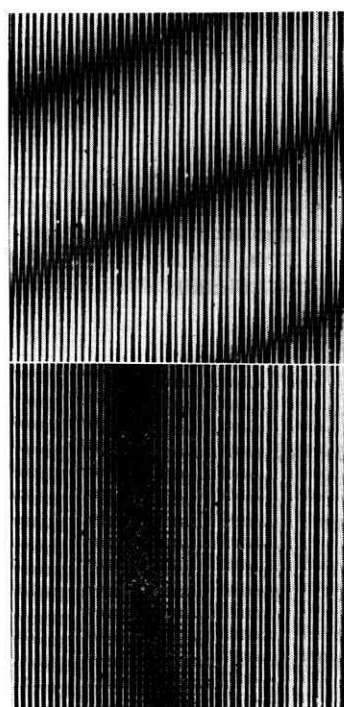


写真 2 モワレ縞の拡大写真

みが感じられる場合に相当する。

図2は、重なり合う格子の横断面である。(a)は同じピッチの格子の重ね合わせを示す。図より両格子が1ピッチだけ相対的に変位するとともに1回の暗い状態が生じることがわかる。(b)は1インチ当たり N 本の格子と N' 本の格子の重なり合いを示す。この場合は、一方の格子が他方の格子を1ピッチだけ追い抜くごとに暗い状態と明るい状態が交番し、一つの縞を形成する。はじめに二つの格子が同じピッチであったのが、一方の格子に伸び、または縮みが生じて異なったピッチになったと考えると、この伸縮によって、格子と直角方向に1ピッチの相対変位が生じるとに縞が現われることになる。

1インチの間で一方が他方を追い抜く回数は

$$f = |N - N'|$$

だから、インチ当たりの線数の差だけの縞が幅1インチに生じる。この場合の縞の間隔 δ を格子のピッチ P, P' で表現すると、 $N = 1/P, N' = 1/P'$ を用いて、

$$\delta = \frac{1}{f} = \frac{1}{|N - N'|} = \frac{PP'}{|P - P'|}$$

となる。(b)の状態よりピッチの小さい方の格子を移動した場合の状況が(b'), (b'')である。格子の移動によりモワレ縞が格子の移動する向きに動く。(b'')のように移動格

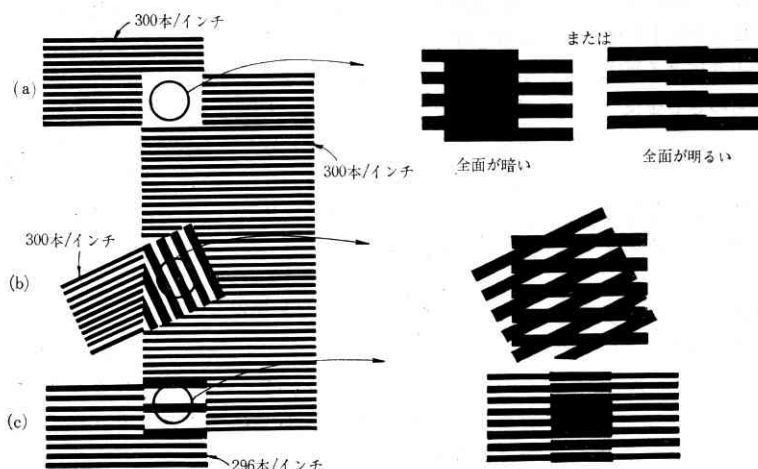


図 1

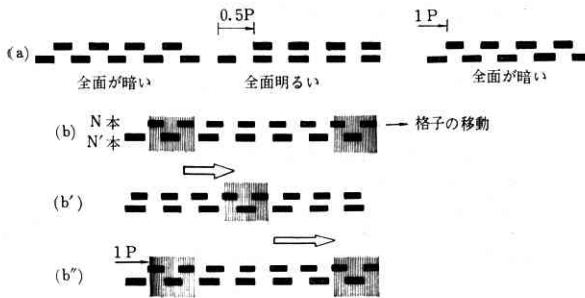


図 2

子が1ピッチだけ移動すると、前と同じ状態になるから、モアレ縞は(b)状態で右隣にあった縞の位置まで移行する。この縞の動き方は、移動格子の動きを拡大したものになる。拡大率は、1ピッチの動きが、1縞間隔に拡大されるから、

$$m = \frac{1}{\frac{|N-N'|}{N}} = \frac{N}{|N-N'|}$$

である。たとえば、300本/インチの格子と297本/インチの格子によってモアレ縞を生じさせ、300本/インチの格子を移動させると、モアレ縞の動きは格子の変位を100倍に拡大したものになる。今、ピッチの大きい方(N')を右方へ移動する場合を考えると、二つの格子の相対関係はピッチの小さい方(N)を左へ移動した場合に等しいから、縞は左方へ動く。すなわち、ピッチの大きい格子を移動すると、縞の動きは、逆方向に拡大した動きを示すことになる。

図3(a)は同じピッチ P をもつ格子が微小角 θ で交差した状態を示す。両格子の交点を結んだ線が明るい縞となるから、縞は θ の2等分線に直角な方向に生じることがわかる。また θ が微小だから、 $P = \delta\theta$ 、したがって縞間隔 δ は、 $\delta = P/\theta$ となる。回転によって格子と直角な方向に移動するから、この場合も格子と直角方向に $1P$ だけの変位を生じるとに縞が生じると考えてよい。…図3(b)

ピッチの異なった格子が交差する場合にも、モアレ縞が生じるが、縞の方向が交角

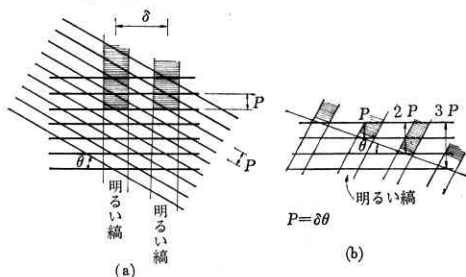


図 3

の2等分線に直角な方向よりずれる。格子のピッチおよび交角と縞の傾斜および間隔の関係が幾何学的に定まる。…(後出)

3. モアレ法の適用

1) 一方向変位の測定

一方向の変位を測定する方法は、格子と直角方向に格子のピッチだけ相対変位が生ずるごとにモアレ縞が現われることから、おのずから明らかである。たとえば、ある物体が一方方向に移動するとき、この物体に移動方向と直交する格子を取りつけておき、その前に同ピッチの固定した格子をおく。物体が格子の1ピッチだけ移動するごとに暗い状態と明るい状態が生じるから、光の強さを測定して、その交番数を数えれば物体の変位は、格子ピッチを単位とするデジタル量として計測されることになる。

物体の位置によって異なる一方向の変位を測った例として、純曲げを受けるはりの、たわみの例を写真3に示す。透明なプラスチックのはり試験体に水平方向格子を貼布し、同じピッチの水平格子を試験体の前面に固定する。はりに曲げモーメントをかけ、たわみによって生じるモアレ縞を透過光によって観察した。この場合両側の支点が不動点であるから、この点より内側へモアレ縞が1本生じるとに、たわみは格子のピッチ P だけ増加していることになる。このように格子と直角方向の変位分布を簡単にとらえることができる。

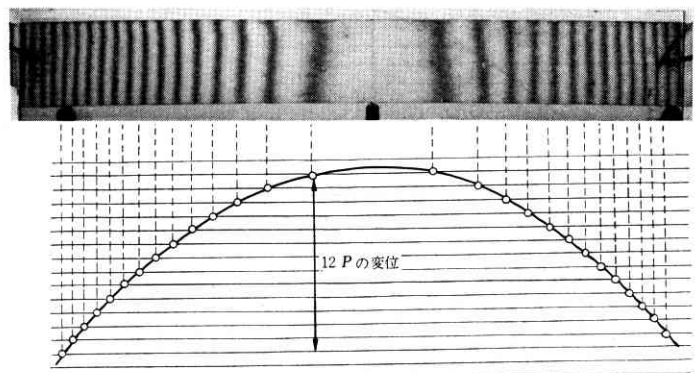


写真 3 はりのたわみ

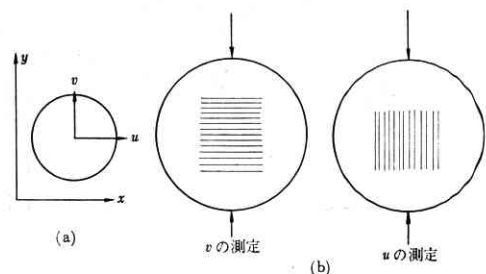


図 4

2) 2 次元ひずみの測定

次に 2 次元的に分布するひずみの計測法を考える。モワレ縞は上述したことからわかるように、格子と直交方向の変位に対する等変位曲線を表わす。したがって、同じ変位場に対して、タテ、ヨコ 2 方向の格子を適用すれば、領域の変位場をとらえることができ、2 次元ひずみの測定が可能になる。

今、図 4 (a) のように x, y 方向の変位をそれぞれ u, v とする。まず試験体にタテ方向の格子を適用して u の測定を行ない、次に同じ試験体についてヨコ方向の格子を用いて v の測定を行なう。

2 次元ひずみは

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

で表わされる。この微分過程は、はりの場合と同様に作図した変位曲線の、接線こう配を求めることで行なわれる。すなわち、図 5 のように、タテ格子を用いた試験体のモワレ縞を x 方向に走査することにより $\partial u / \partial x = \epsilon_x$ が、 y 方向に走査することにより $\partial u / \partial y$ が求められる。ヨコ格子によるモワレ縞を同様に 2 方向に走査することにより、 $\partial v / \partial y = \epsilon_y$ と $\partial v / \partial x$ が求められるから、すべてのひずみ成分が得られる。2 方向の走査を行なう代わりにタテ、ヨコ、ナナメ方向の 3 種の格子によるモワレ縞より 3 方向のひずみをとらえてもよいことはストレインゲージの場合と同様である。

以上の方法は、原理的には最も簡単なひずみの算出法

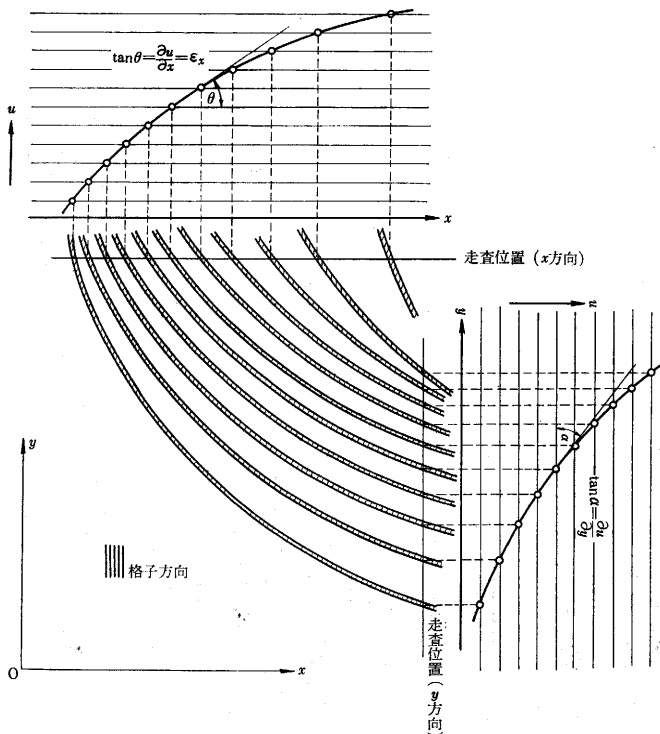


図 5 モワレ縞の走査

であるが、多くの走査線について、変位曲線を求めることはかなりの労力を必要とする。

変位曲線を用いないで、任意点におけるモワレ縞の間隔と傾斜角より、その点のひずみと回転角を直接求めるのが、Morse, Durelli, Sciammarella の提案した方法³⁾である。この方法は、ピッチの異なる平行格子が微小角で交わるときの幾何学的関係に基づいた方法で、図 6 のように定義したモワレ縞の間隔 δ と傾斜角 ϕ を測定すれば、試験体の格子方向よりの回転角 θ が

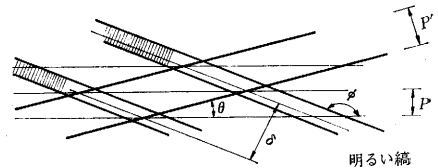


図 6

$$\tan \theta = \frac{\sin \phi}{\frac{\delta}{P} + \cos \phi}$$

また、格子と直角方向のひずみは、

$$\epsilon = \frac{P' - P}{P} = 1 - \sqrt{\left(\frac{P}{\delta}\right)^2 + 2\left(\frac{P}{\delta}\right)\cos \phi + 1}$$

で与えられる。 y 方向格子によるモワレ縞と x 方向格子によるモワレ縞について ϵ と θ を求めれば $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy} = \theta_x + \theta_y$ が得られる。なお文献³⁾では、上の 2 式を ϕ と P/δ をパラメータとしてグラフ化しており、簡単なデータ処理を可能にしている。

弾性範囲における平面応力の場合、ひずみが求まれば

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \\ \tau &= \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} \end{aligned} \right\}$$

の関係より、応力をうることができる。

Morse, Durelli, Sciammarella の行なった集中荷重を受ける円板の実験で得られたモワレ縞を図 7 に示す。300 本/インチの平行格子を使用し、試験体には十分な縞数をうために比較的ヤング率の低いウレタンゴムを用いた。格子は感光剤を用いて試験体に焼きつけ、固定格子を用いずカメラをとおしてフィルムに二重露出することによりモワレ縞を得ている。このモワレ縞を縞間隔と縞傾斜角の方法により解析して得られた結果が図 8 のグラフで、中心をとる水平軸上のタテ、ヨコ方向の応力を理論値と比較したものである。理論値と比べて中央のタテ応力が小さいのは、実験では完全な集中荷重ではなく、平らな鉄片

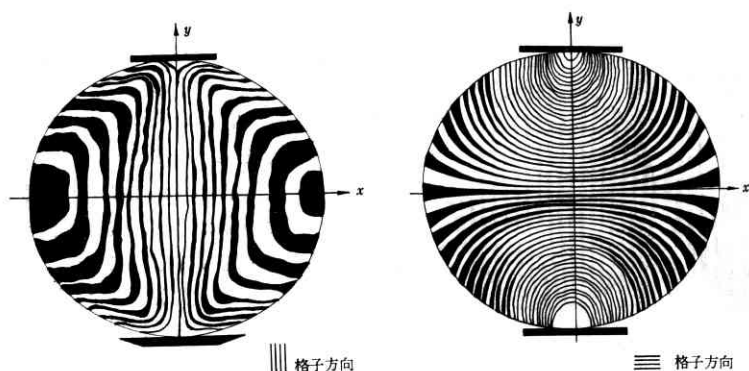


図 7 Morse らの実験, 集中荷重を受ける円板

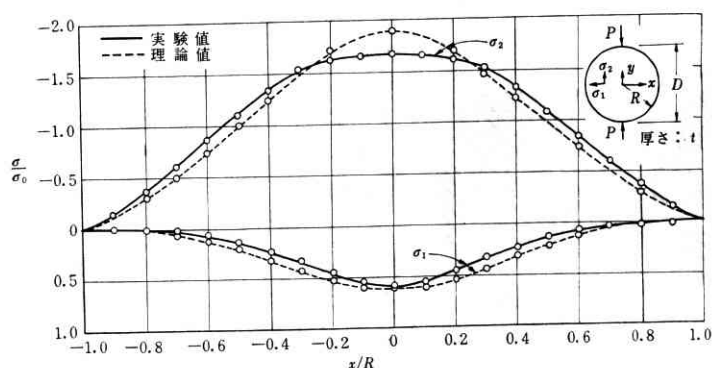
 σ_2 曲線の下側の面積は 1.01 以下 ($\sigma_0 = P/Dt$)

図 8 円板応力のグラフ (Morse らの実験)

との接触によって荷重領域がある幅に広がった結果である。

4. 精度を上げる方法

これまで述べた方法では、変位を走査する場合、走査線がモアレ縞を横切る点ごとに変位がプロットされる。したがって、モアレ縞が数多く出るほど、変位曲線の精度が上がる。ところが比較的安価に入手できて、扱いやすい300本/インチ程度の格子を用いる場合、特にやわらかい材質の試験体を用いない限り十分な縞数が得られない場合が多く、変位曲線の interpolation がむずかしくなる。この点を解決しようとしたのが、Fu-Pen Chiang の提案した不整合 (mismatch) の格子を用いる方法⁴⁾である。試験体の格子として、固定スクリーンの格子とごくわずかにピッチの異なった不整合格子を平行に用いると、無荷重状態で格子と平行な縞が現われる。この状態は試験体格子の方がわずかにピッチが小さければ、一様な疑似的圧縮ひずみを受けた状態に相当する。

写真4で、ピッチの等しい整合格子を使った場合のモアレ縞が (a) である。この場合、タテ方向の変位をタテの中心線に沿

って走査した場合6個の変位データしか得られず、また、幅が広いために縞間隔、縞方向も定めにくい。(c)は水平の不整合格子を用いた場合の無荷重状態 (疑似的な圧縮ひずみ状態)で、これに (a) と同じ荷重を加えて生じたモアレ縞が (b) である。この場合、(c) の縞数にさらに (a) で生じている縞の数が加わった形となり、十分に多くの変位のデータが得られることになる。ひずみの解析としては、(b) の縞を走査して得られたひずみから、無荷重状態の (c) で存在した疑似的な圧縮ひずみを差し引いて残ったものが真のひずみである。このようにピッチのわずかに異なる二つの格子を平行に重ねて用いる方法を線型不整合 (linear mismatch) の方法と名づけている。

ところが、(a) 図と (b) 図を横に走査する場合を考えると、(b) 図では縞の数はふえていても水平縞が横切る縞の数はふえていないことに気がつく。したがって、この線型不整合では、 $\partial v/\partial y$ の精度は上がるが、 $\partial u/\partial x$

の精度は上がらないことになる。

同ピッチの平行格子を微小角 θ で交差させると、 θ の2等分線と直角方向にモアレ縞が現われることは、初めに述べた。写真5の (c) は、同ピッチのヨコ格子を用い、固定格子をわずかに回転させて生じたタテ縞である。これに荷重を加えると縞は (b) のように変化する。ヨコに走査すると横切る縞の数が多くなっているから、 $\partial v/\partial x$ の精度が上がるのがわかる。この方法を回転不整合 (rotational mismatch) と呼んでいる。(a)、(b) のタテ線上の走査を考えるとわかるように、回転不整合では逆に $\partial v/\partial y$ の精度は上がらない。

直角2方向の走査の精度を上げるには、線型と回転の

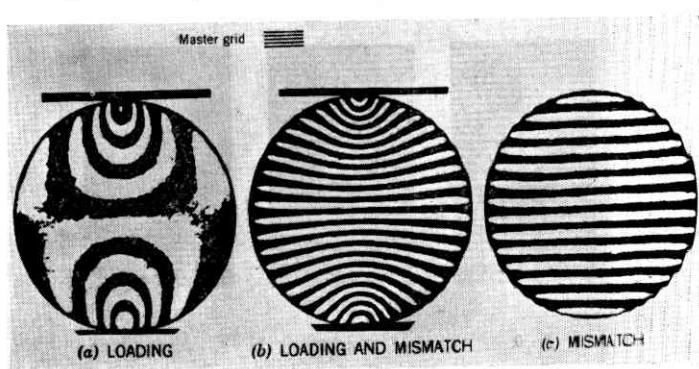


写真 4 (F. P. Chiang の実験)

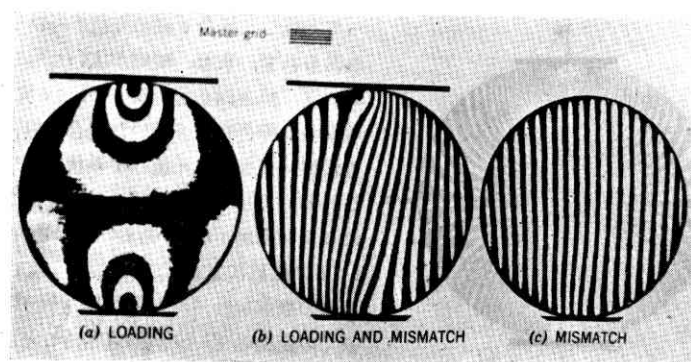


写真 5 (F. P. Chiang の実験)

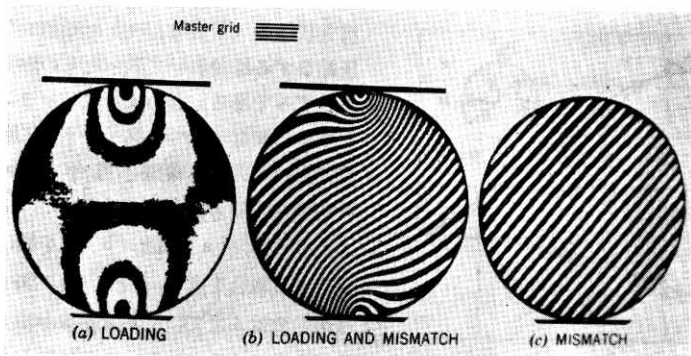


写真 6 (F. P. Chiang の実験)

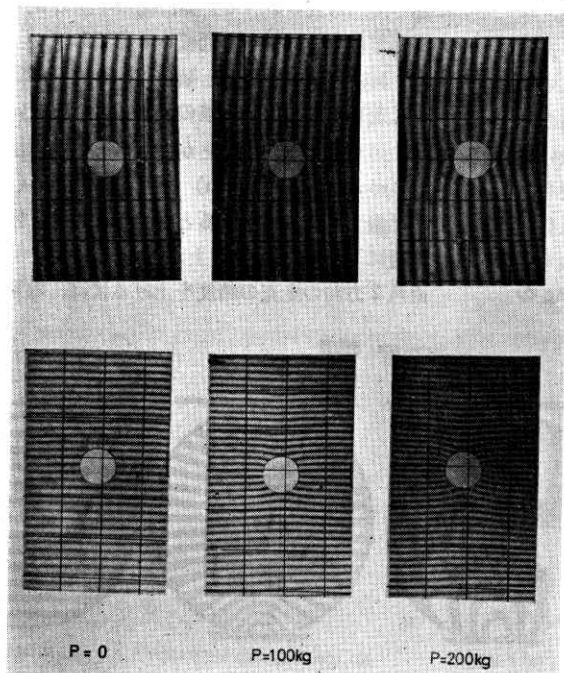
不整合を組み合わせたもので、わずかにピッチの異なる格子を用い、かつ固定スクリーンを微小角回転させて、はじめに 45° 方向のモアレ縞を形成する。一写真 6 (c)、しかる後に荷重を加えれば、(b) 図のように縞が変化

する。ここでは明らかに、タテ、ヨコの両方向に縞数が増加している。この方法を横方向格子、タテ方向格子の双方について行なえば、 ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} のすべてについて測定の精度を改善することができる。

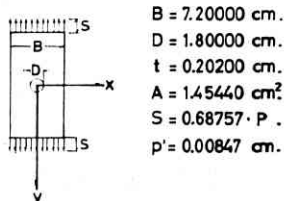
不整合の方法は、わずかにピッチの異なる格子を必要とするだけで、他の測定法は普通の方法と変わらず、卓抜なアイディアといえる。なお、不整合格子のピッチの差が大きいほど、初めに現われる縞が多くなるが、反面荷重を加えた時の縞の動きが鈍くなる（追加されるひずみによって増加または減少する縞数が一定だから）から注意を要する。普通インチ当たりの線数の差が 1%（たとえば 300 本/インチと 297 本/インチの組合せ）前後が適当とされている。

円孔のある板の引張に線型不整合を適用した例⁵⁾を写真 7 に示す。

これまでに述べたモアレ縞の解析法は、縞写真の濃度分布のピークの位置で変位をプロットする考え方に基いているが、C. A. Sciammarella⁶⁾ は二つの格子が重なり合い一方が移動する場合の、変位量と透過光の明るさとの連続的な関係を、透過関数の Fourier 変換という手法で、一般的に導いた。この方法を用いるとモアレ縞に表われる明るさのピークの点のみならず、中間の部分でも明るさの分布に応じて、変位データが連続的に得られ



grid direction
compressive mismatch.
master pitch=0.00858cm.



grid direction
tensile mismatch.
master pitch=0.00836cm.

写真 7 (阿部 優の実験)

ることになる。photo cell と X-Y レコーダを用いて走査線上の明るさの分布曲線を描き、ピーク値とピーク値の間の任意点の変位を分布曲線の形にしたがって補間する方法をとっている。

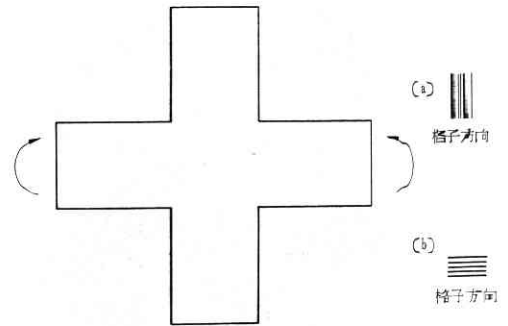
5. 壁式ラーメンの変形性状

筆者らは、壁式ラーメンの変形特性を調べる目的で、アクリル樹脂模型による弾性実験にモワレ法を適用した⁷⁾。

壁式ラーメンは、鉄筋コンクリートのアパートによく用いられるもので、窓などの開口のある壁板がそのまま構造体になるもので、一般のラーメンに比べて柱幅、はり幅が広いのが特徴である。一般ラーメンでは、1 個の点と見なしているはり柱の交差部が、壁式ラーメンの場合、相当の面積をもち、柱、はりより伝えられる力により、複雑な変形を示し、この部分の変形特性がラーメン全体の応力分布に大きな影響をもつ。

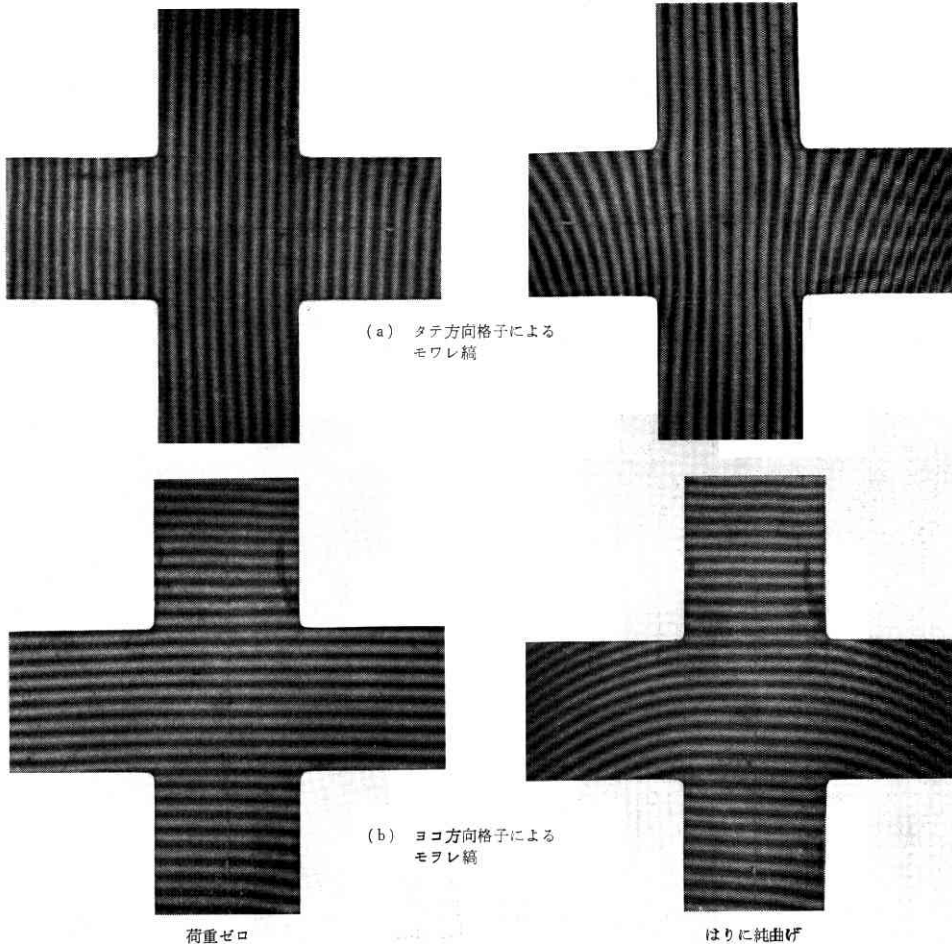
写真 8 は、はり一柱の交差部分を取り出し、はりに純曲げを加えた場合 (図 9) の、線型不整合によるモワレ縞である。(a) はタテ格子により水平変位を (b) はヨ

コ格子により鉛直変位を見たもの。柱部分の拘束 (a) によって、はり中央のたわみが抑制される状況 (b) がわかる。このように線型不整合は、実際の変位を縞の動きとして拡大する性質があるので、変形の特性を視覚的にとらえるのに都合がよい。ただし、拡大率は均一ではなく (この場合引張側で大きく圧縮側で小さくなっている) 縞の形がそのまま変位曲線とはならない。正確な変



はりに純曲げを与える

図 9



(a) タテ方向格子によるモワレ縞

(b) ヨコ方向格子によるモワレ縞

荷重ゼロ

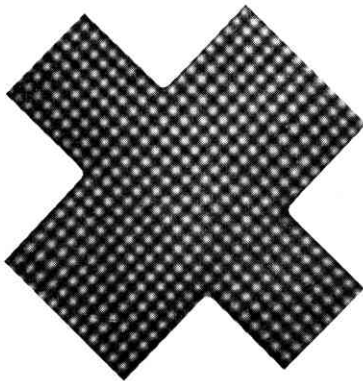
はりに純曲げ

写真 8

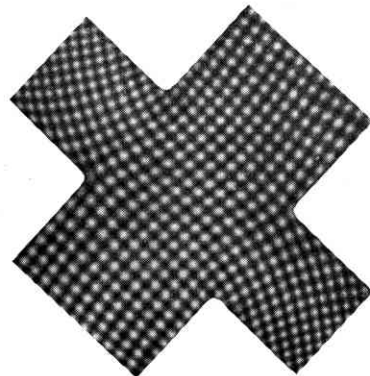
位曲線をうるには、すでに述べた方法により走査する必要がある。この実験では、試験体には 300 本/インチ、固定スクリーンには 296 本/インチの格子を用いたので、縞の動きの実際の動きに対する拡大率は、ひずみが 0 の点で $296/4=74$ 倍である。

同様の試験体に図 10 のような加力により、はり、柱に曲げとせん断を与えた場合のモワレ縞を写真 9 に示

す。この場合は直角 2 方向の格子を同時に、線型不整合で用いたので、両方向の変位が表われている。逆対称型の曲げモーメントの作用によって発生するせん断応力が大きいために、柱、はりの根元に作用しているせん断力とは逆向きのせん断変形を生じるという注目すべき傾向が見られる。これは、ラーメンが地震による水平力に抵抗する場合に重要な性質である。これらの部材が実際の



荷重ゼロ



荷重時

写真 9

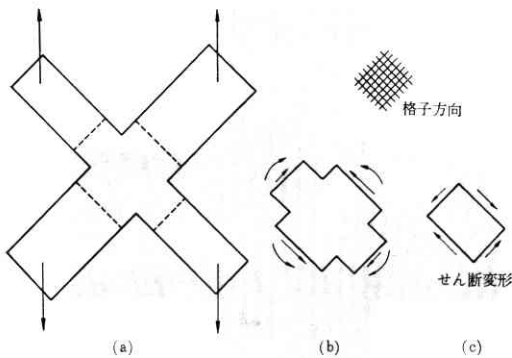


図 10

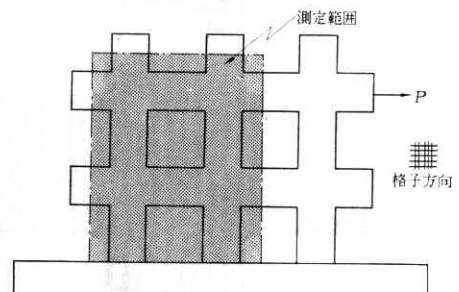
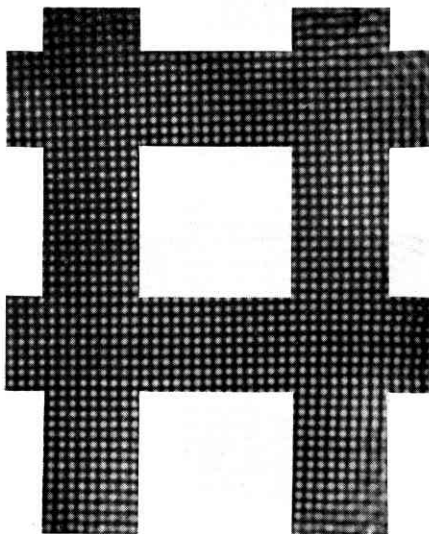


図 11 ラーメンの水平引張実験



格子方向

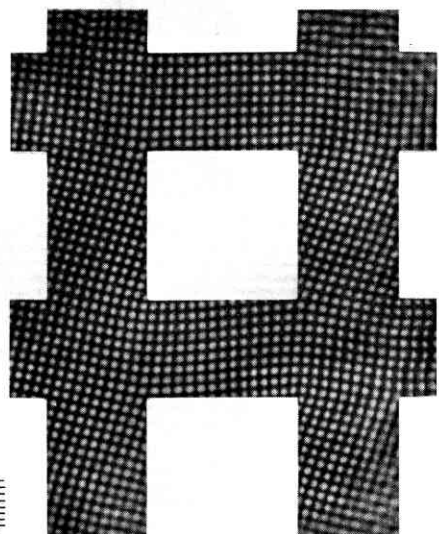


写真 10 ラーメンの引張試験のモワレ縞

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

の関係より、板の曲げモーメントが求められる。

この実験では、辺の長さ、14 cm～25 cm 程度の試験体に対し、格子間隔が 2.27 cm と 2 次元ひずみに比べて、あらい格子を用いて好結果を得ている。これは、カメラによって鏡像を縮小して写していることと、像の動きが鏡面の回転によって拡大されて非常に大きく出ることによって起因すると思われる。

2) 2 次元応力における Isopachic line の測定

光弾性実験では、等色線が主応力差 $\sigma_1 - \sigma_2$ が一定の線を表わすので、主応力差は容易に求められる。領域内部の主応力 σ_1 , σ_2 を分離するには、主応力の和 $\sigma_1 + \sigma_2$ の値を知る必要がある。主応力の和が一定の点の軌跡を isopachic line という。

主応力の和により面と直角方向のひずみ ε_z を生じ

$$\varepsilon_z = \frac{\delta}{t} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

なる関係がある。ここで t は 2 次元試験片の厚みで、 δ は厚みの変化である。したがって、載荷前後における試験片の厚みの変化を計れば、主応力の和が求まることになるが、一般に厚みの変化はごく僅かであり、機械的に測ることはきわめて困難である。

P. S. Theocaris は厚みの変化を、モアレ縞によって求めている⁹⁾。図 13 はその原理を示すもので、まず平面試験体に平行に固定格子を当て、これに斜め方向から平行

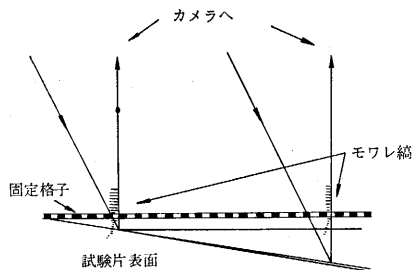


図 13 Isopachic line の測定原理

光線を当て、試験体表面に固定格子の影を作り、面と垂直方向よりカメラで観測する。荷重によって試験片の厚みが増加すると、格子と試験体の距離が増加するから、試験片表面の影が増加し、これを垂直方向から見た場合、前面の固定格子との間にモアレ縞を生じる。この場合影の移動が格子と試験片表面との距離の変化すなわち、厚みの変化に比例するから、生じたモアレ縞は、主応力と一定の isopachic line を表わすことになる。

この方法で有利なことは、載荷前の試験体平面が、必

ずしも完全平面でなくてもよいことで、はじめに凹凸があればモアレ縞が現われるが、この初めの状態と載荷後の状態の引き算を行えばよいことになる。

7. あとがき

モアレ法は、原理が簡単で広い適用範囲をもつ。それだけに問題に適した方法（材料、格子の種類とピッチ、干渉縞を発生させる方法、結果の解析法など）は、その都度工夫して見いだす必要がある。

筆者の浅い経験からいうと、変位をとらえるところまでは容易であるが、ひずみ度の分布まで正確にとらえるには、相当の熟練を要する。誤差の原因としては、使用格子の精度不十分、試験体と固定格子の密着度の問題（試験中に両者の距離が変化すると、カメラの視差によって誤差の原因となる）、縮小写真の走査法等が考えられる。

おわりに、モアレ法の実験にご援助いただいた日本住宅公団、技術的なご教示、ご協力をいただいた機械試験所、小西六写真・化学研究所、富士フィルム・技術サービスセンター、三浦印刷 K. K. の担当者の方々に心より謝意を表する。

(1966 年 12 月 16 日受理)

引用文献

- 1) P. S. Theocaris: Moiré Fringes: A Powerful Measuring Device, Applied Mechanics Review, Vol. 15, No. 5, May (1962).
- 2) J. P. Duncan: Grid and Moiré Methods of Stress Analysis, Stress Analysis, edit. O. C. Zienkiewicz-G. S. Holister, John Wiley and Sons Ltd., (1965).
- 3) S. Morse, A. J. Durelli, C. A. Sciammarella: Geometry of Moiré Fringes in Strain Analysis, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 86 No. EM 4, Aug. (1960).
- 4) Fu-Pen Chiang: A Method to Increase the Accuracy of Moiré Method, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 91, No. EM 1, Feb. (1965).
- 5) 阿部 優: モアレ法による二次元応力解析について、日本建築学会関東支部第 37 回学術研究発表会, (1966).
- 6) C. A. Sciammarella: Basic Optical Law in the Interpretation of Moiré Patterns Applied to the Analysis of Strains, Proc. of the Society for Experimental Stress Analysis, Jun. (1965).
- 7) 坪井善勝・川股重也: モアレ法による壁式ラーメン弾性変形の実験的研究, 日本建築学会論文報告集, 号外 (1966.10).
- 8) F. K. Ligtenberg: The Moiré Method-A New Experimental Method for the Determination of Moments in Small Slab Models, Proc. of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. XII, No. 2, (1955).
- 9) P. S. Theocaris: Isopachic Patterns by the Moiré Method, Proc. of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. XXI, No. 1, (1964).

