UDC 536.242.08
532.546

熱伝達率の非定常測定法について

棚 沢 一 郎

小型熱交換器のマトリックスとか，粉・粒体の充てん層などのように，流体の通過する間隙がきわめて小さいものについて，固体と流体との間の熱伝達率を測定するには，非定常測定法を用いるのが最も効果的である．以下にその原理および実際の測定法を解説し，あわせて実用上の問題点についての検討を行なった．

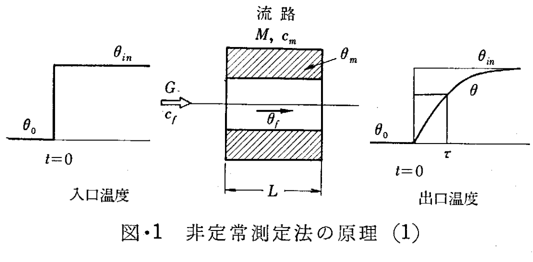
1. 序　論

熱交換器などの伝熱機器の設計や，その熱的な特性の解析にあたっては，その装置の熱伝達率がどのような値をとるかを知ることが最も重要な問題である．特に，最近になって開発の進んだ小型の蓄熱型熱交換器等においては，その熱力学的効率を増大させるために，作動流体が通過する流路の水力直径を極端に小さく（たとえば 0.5 mm 程度）する必要があるために，これまで熱伝達率の測定に用いられていた手段，すなわち，流路の壁温と流体温度との温度差を直接測定するという方法を応用することが困難になってきた．そこで考え出されたのがここで述べる非定常測定法であって，この方法は，伝熱流路を通過する流体の入口温度にステップ状の変化を与え，それに対する出口温度の過渡応答を観測し，その結果から流路の熱伝達率を推定しようというものである．

以下に，この方法の原理的な解説を行ない，あわせて，実際の測定に際して生ずる問題点などを検討してみることにする．

2. 非定常測定法の原理

図・1 のようなごく短い流路を考える．この流路の重量を M〔kg〕，流路壁の材料の比熱を c_m〔kcal/(kg・deg)〕，伝熱面積（図の場合，流路の内側の表面積）を A〔m²〕とする．



図・1　非定常測定法の原理 (1)

いま，この流路は外部に対しては断熱されており，壁の温度は場所的に一様で θ_m〔℃〕であるとする．この流路に，温度 θ_0〔℃〕（一定），比熱 c_f〔kcal/(kg・deg)〕，流量 G〔kg/h〕の流体を流しておけば，流路壁の温度 θ_m は θ_0 に等しくなるはずである．こうしておいて，ある瞬間 ($t=0$) に，θ_0 を θ_{in} というある一定の温度までステップ状に変化させた場合，出口の流体温度 θ が時間的にどのような変化を示すか考えてみよう．

まず，流路内を通過している流体の温度 θ_f は，近似的に，

$$\theta_f(t) \cong \frac{1}{2}\{\theta_{in}+\theta(t)\} \tag{1}$$

ただし　t: 時間，$\theta(0)=\theta_0$

で表わされると考える．

つぎに，流体と流路壁との間の熱伝達率を α〔kcal/(m²・h・deg)〕とすれば，出入口における流体温度差に相当する熱量が，熱伝達によって流路壁に与えられたことになるから，

$$c_f\{\theta_{in}-\theta(t)\}G=\alpha\{\theta_f(t)-\theta_m(t)\}A \tag{2}$$

一方，流路壁の温度上昇の速さと壁への熱伝達の割合とを等置して，

$$c_m M\frac{d\theta_m(t)}{dt}=c_f\{\theta_{in}-\theta(t)\}G \tag{3}$$

が得られる．

式（1），（2），（3）から $\theta_f(t)$，$\theta_m(t)$ などを消去して $\theta(t)$ を求めれば，

$$\theta(t)-\theta_0=(\theta_{in}-\theta_0)(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{4}$$

あるいは，

$$\frac{\theta_{in}-\theta(t)}{\theta_{in}-\theta_0}=e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{5}$$

が得られる．ただし，ここで

$$\tau=\frac{c_m M}{c_f G}\left(\frac{1}{2}+\frac{c_f G}{\alpha A}\right) \tag{6}$$

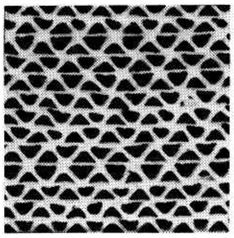
である．

式（5）を見ると，τ が流路の出入口温度差の緩和時間（あるいは 1/e-時間）であることがわかる．したがって，実験によって，流路前後における流体の温度差が初期値の 36.8% になるまでの時間を測定し，これを τ とすれば，

$$\alpha=\frac{1}{A}\cdot\frac{c_m M}{\tau-\dfrac{c_m M}{2c_f G}} \tag{7}$$

の関係から α を求めることができる．

ところで，上の説明では，流路壁の温度が場所的には一様であることを仮定した．この仮定は，流路の長さ L が短い場合にのみ成立するものであって，実際の熱交換器のマトリックス（蓄熱型熱交換器等において，蓄熱体と伝熱面との役目を同時にはたす，概して非常に細かい流路の組合せからなるブロック状のものをマトリックスと呼んでいる．名称の由来は，網目のようにびっしりと並んだ流路の外観によるものと思われる．図・2 参照）などではこの仮定は成り立たないから，このような場合には θ_m を流れに沿った位置の関数と考えなければならない．



図・2　熱交換器用マトリックス

このマトリックスの材料はセラミックスである．上の写真は一辺が 1 cm の正方形の部分を拡大したもの．

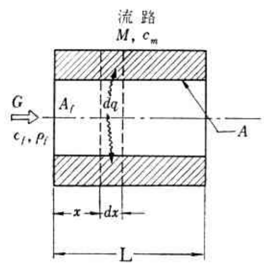
そこでつぎに，図・3 のようなモデルについて熱のバランスを考えてみる．計算に先立ってまず以下の仮定を置く．

1) マトリックス材料の熱伝導率は，流体が流れる方向にはゼロで，これに垂直な方向には無限大と考える．

2) 流体およびマトリックスの比熱は，温度によらず一定とする．

3) 熱伝達率は流れに沿って一定であるとする．

4) 入口流体温度は一様かつ一定（ステップ状変化を与えた後）とする．



図・3　非定常測定法の原理 (2)

第一の仮定は，マトリックスが銅とかアルミニウムのような熱伝導率の大きい物質でできており，しかも流れ方向の伝熱断面積が大きいような場合を除いてほぼ成立すると考えてよい．第二の仮定は，出入口の流体温度の差が小さい場合には問題なく成り立つ．(つまり，実験の際には，温度変化をこの仮定が破られない程度にとどめる必要がある.) 第三の仮定にはやや問題があるが，流れに沿った平均の熱伝達率を考えれば，測定によって求まるのも，また機器の設計に用いられるものも，やはりこの平均値であろうから，実用上さしつかえなさそうである．第四の仮定が成立するかどうかは実験技術の方の問題であって，ここでは一応認めておくが，これに関連したことについて後で検討を加えることにする．

さて，図・3 に示すように流れ方向に x 軸をとり，微小幅 dx の部分でのエネルギの出入を考えれば，

$$\frac{dq}{dx}=\frac{Mc_m}{L}\frac{\partial\theta_m}{\partial t} \tag{8}$$

$$\frac{dq}{dx}=-\left(Gc_f\frac{\partial\theta}{\partial x}+\rho_fA_fc_f\frac{\partial\theta}{\partial t}\right) \tag{9}$$

ただし，A_f: 流路の断面積，ρ_f: 流体の密度

また，熱伝達の関係式は，

$$dq=\alpha\frac{A}{L}(\theta-\theta_m)dx \tag{10}$$

式 (8)，(9)，(10) から dq を消去すれば，

$$Gc_f\frac{\partial\theta}{\partial x}+\rho_fA_fc_f\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\frac{Mc_m}{L}\frac{\partial\theta_m}{\partial t}$$

$$=-\frac{\alpha A}{L}(\theta-\theta_m) \tag{11}$$

となる．境界条件としては，

$$x=0\ (t>0)\ \text{で}\ \theta=\theta_{in}=\text{const} \tag{12}$$

初期条件としては，

$$t=0\ \text{で}\ \theta_m=0 \tag{13}$$

とする．(前の場合と違って，入口温度にステップ状変化を与える前のマトリックス温度を基準にとる．こうしても一般性は失われない.)

式 (11) が，マトリックスならびに流体の温度分布を定める微分方程式であって，これを (12)，(13) の条件下で解いて $\theta(x, t)$ を求め，特に $x=L$ とすれば出口温度の時間変化がえられることになるが，一般の場合についてそれを行なうことは困難である．(式 (11) 中に表われるパラメータが特別の値をとる場合については，いくつか解析的に解が求められている[1)2)]．また ラプラス変換を用いて解く方法も提案されているが[3)]，実用上は欠陥が多い．)

そこで，ここでは伝熱の問題によく用いられる数値解法を応用して式(11) を解くことを試みることにする[4)]．

そのために，まず式 (11) を次のような差分方程式の形に直してみる．すなわち，式 (11) を書きかえて，

$$(\theta-\theta_m)\alpha\cdot\Delta t=\frac{Gc_f}{\Delta x}\frac{L}{A}\cdot\Delta t\cdot(\Delta\theta)_x$$

$$+\rho_fA_fc_f\frac{L}{A}\cdot(\Delta\theta)_t \tag{14}$$

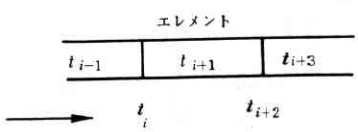
$$(\theta-\theta_m)\alpha\cdot\Delta t=\frac{Mc_m}{A}\cdot(\Delta\theta_m)_t \tag{15}$$

ただし，$(\Delta\theta)_x$: 温度の場所的な変化

$(\Delta\theta)_t$: 温度の時間的な変化

とする．

つぎにマトリックスを x 方向に n 等分し（図・4），その一つのエレメントについて式 (14)，(15) を適用すると



図・4　差分方程式による計算

$$\left(\frac{t_i+t_{i+2}}{2}-t_{i+1}\right)\alpha\frac{A}{n}\Delta t$$

$$=(t_i-t_{i+2})Gc_f\,\Delta t+(t_{i+2}-t'_{i+2})\times\rho_f A_f c_f\frac{L}{n} \tag{16}$$

$$\left(\frac{t_i+t_{i+2}}{2}-t_{i+1}\right)\alpha\frac{A}{n}\Delta t=(t'_{i+1}-t_{i+1})\frac{Mc_m}{n} \tag{17}$$

が得られる．上式中に肩符(′)をつけたものは，t の Δt 秒後の変化を表わす．いま，式 (16) の右辺第 2 項をみると，流体として気体を用いた場合，係数 $\rho_f A_f c_f(L/n)$ は第 1 項の係数にくらべて非常に小さいのが普通であるから，これを省略することにする．そうすると，式(16)から，

$$t_{i+2}=\frac{2B_2-B_1}{2B_2+B_1}t_i+\frac{2B_1}{2B_2+B_1}t_{i+1} \tag{18}$$

式 (17) から，

$$t'_{i+1}=\frac{B_1\Delta t}{2B_3}t_i+\left(1-\frac{B_1\Delta t}{B_3}\right)t_{i+1}+\frac{B_1\Delta t}{2B_3}t_{i+2} \tag{19}$$

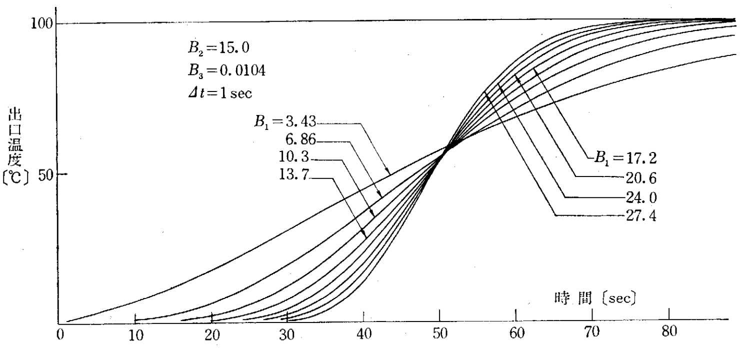
ただし，

$$B_1=\alpha\frac{A}{n}\ ,\quad B_2=Gc_f\ ,\quad B_3=\frac{Mc_m}{n}$$

が得られる．ところで，式 (18)，(19) の差分方程式を逐次計算して行く際，これが収束するためには，それぞれの方程式の右辺の各項の係数が負であってはならない．したがって，

$$B_1\leqq 2B_2 \tag{20}$$

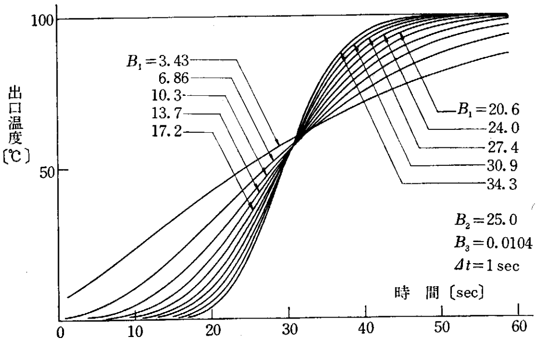
$$\Delta t\leqq\frac{B_3}{B_1} \tag{21}$$



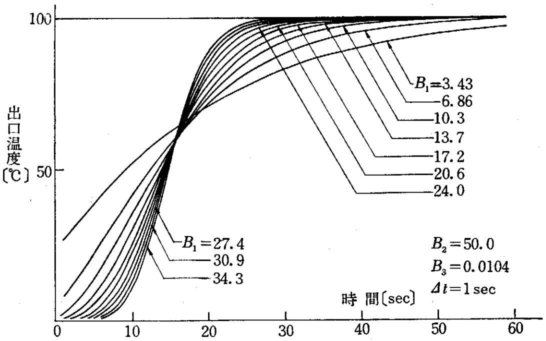
図・5　計算結果 (1a)

が成立しなければならない．条件 (20) からは，マトリックスをエレメントに分割する際の等分数 n の最小値が，また (21) からは，逐次計算でとりうる時間間隔 Δt の最大値が決まることになる．

式 (18)，(19) を計算することは，前に述べた微分方程式 (11) を解くことと同値であるから，同一の初期条件，境界条件の下で計算を行なえばよい．パラメータ B_1, B_2, B_3 に適当な数値を与え，大型電子計算機を使って実際に計算を行なった結果の代表例を図・5～図・7 に



図・6　計算結果 (2a)



図・7　計算結果 (3a)

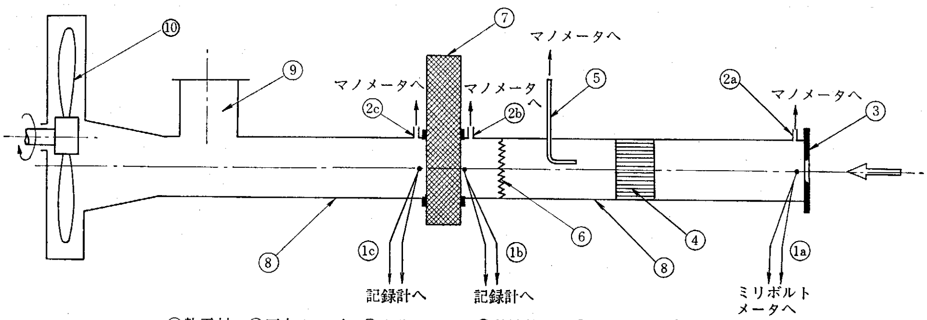
示す．（一般に使用できるようなチャートの形にまとめることを考える場合には，式 (18)，(19) に現われる諸量を無次元化しそれに対して計算を行なっておくのがよいが，ここでは筆者らの実験室で現在実験中のマトリックスに諸パラメータを合わせて計算したものを示した．）

これらの図は，マトリックスの入口流体温度のステップ変化の大きさを 100℃ とした場合の出口流体温度の時間変化を表わしている．式 (18)，(19) からわかるように，これらの曲線の形はパラメータ B_1, B_2, B_3 の値によって変わるが，その中で B_1 が熱伝達率 α を含んでいるから，B_1 の値をある範囲内でいろいろに変えたときの線図を作っておけば，実験から得られた温度変化曲線との比較によって，逆に α を知ることができるわけである．

3. 測　定　法

図・8 は，筆者らの実験室で現在使っている熱伝達率非定常測定装置の概略図である．

⑦がこの装置で熱伝達率を測定しようとするマトリックスで，管路⑧のほぼ中央に配置されている．図の左端にあるターボ式送風機⑩をまわせば，オリフィス③を通して空気が吸い込まれるが，このとき入口で生ずる差圧を圧力タップ㉔で取り出しマノメータに入れて読みと

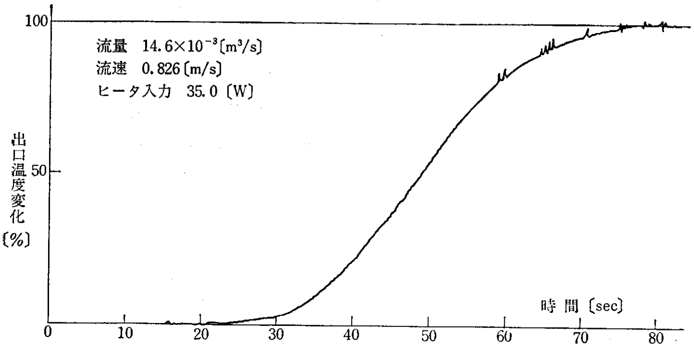


図・8　熱伝達率非定常測定装置

り，空気の流量を求める.（オリフィスの検定は，ピトー管⑤を用いてあらかじめ行なってある.）オリフィスから吸い込まれた空気は，整流格子④，金網状ヒータ⑥を通過してからマトリックスに入るが，その流量は，送風機の回転数を変えることと，バイパス⑨の入口の開閉によってかなり広範囲に変えることができる.

マトリックスを流れる空気にステップ状の温度変化を与えるには，ヒータ⑥に急に電流を通してやればよい．このヒータは，自体の熱容量をできるだけ小さくするように，細いニクロム線を金網状に張ってつくったものである．これにあらかじめ一定電流を流して定常状態を実現させておき，瞬間的に電流を切ることによっても，空気にステップ状の温度変化を与えることができる.

マトリックスの入口および出口の温度を測定するために2組の銅-コンスタンタン熱電対⑪⑫が挿入されている．この熱電対の発生起電力の時間的な変化を記録するためには，ガルバノメータ型の高感度記録計を用いた．熱伝達率を求めるのに必要なのはマトリックス出口の空気温度の変化だけであるから，熱電対⑪は不要なようで



図・9　測定結果

あるが，実際には，後で述べるように入口温度がきれいなステップ形とならないことが多いので，それのチェックのためにこの熱電対を用いている.

図・9 に，この装置で測定した温度変化の記録の一例を示す.

4.　熱伝達率を求める際の問題点

まず図・9 を例にとって，熱伝達率の求め方を示すことにしよう．この測定結果は流量 14.6×10^{-3}〔m^3/sec〕，すなわちこのときの空気温度 17.5〔℃〕を考慮すれば 62.0〔kg/h〕のものであり，また測定したマトリックスは，伝熱面積 3.43〔m^2〕，重量 1.05〔kg〕，比熱 0.20〔kcal/(kg・deg)〕であるので，これらの数値からパラメータを計算すれば，$B_2=14.9$ となる．さて，$B_2=14.9\cong15$ であるから，前に示した図・5 の理論曲線が使えることになる．そこで図・9 の実験曲線を図・5 の曲線群に重ね合わせてみると，$B_1=27.4$ の曲線とほぼ一致する．定義により $B_1=\alpha A/n$ であり，このマトリックスでは $A/n=0.172$ であることから $\alpha\cong160$〔kcal/(m^2・h・deg)〕が得られる.

上の例からわかるように，実験曲線から熱伝達率を求めるには，つぎの手順に従えばよい.

①まず測定の際の流量から B_2 を計算する.

②パラメータ B_2 が①で計算した B_2 と同じ値をもつ理論曲線群を探す.（上例のようにちょうどよいものが見つからない場合には，新たに理論曲線を計算するか，あるいはすでに求めてある結果に適当に内挿する.）

③②で見つけた曲線群と実測曲線とを比較し，最もよく合うものを探す.

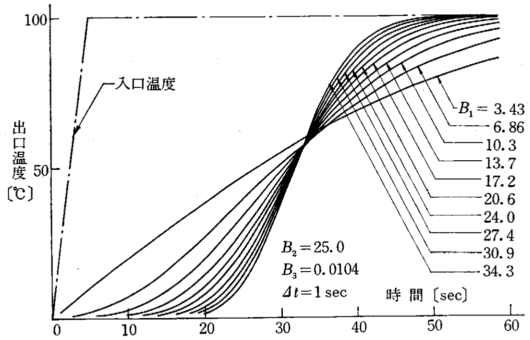
④見つけた曲線のパラメータ B_1 から α を計算する.

以上の手続きの中で最も重要なのは③であるが，理論的にはいちいち曲線全体を合わせてみないでも，ある特定点だけで比べてみれば十分なはずである．たとえば，出口温度の変化が入口温度ステップの何パーセントかになるまでの時間で比較すればよい．あるいは，出口温度曲線の勾配が最大になる点を比較してもよい．（時間と温度との座標目盛にそれぞれ適当な係数を掛けて伸縮してやれば，最大傾斜点のところで各曲線間の間隔を最大にすること

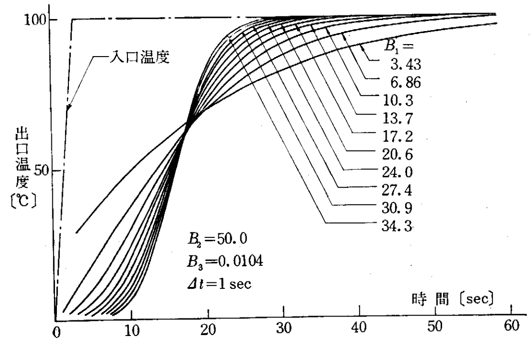
ができる．このような比較法を「最大傾斜法」という[5)6)]．）

しかし，このようにある特定の1点だけで合わせる方法は，簡便ではあるが大きな間違いの原因となりやすい．前に示した図・5〜図・7 をみればわかるように，B_1 をパラメータとする曲線群はかなり密集しているから，少しのずれがかなりの差をもたらすことになる．とくに実験の不手際によって，曲線全体の位置が変わってしまっているときに1点だけに注目すれば，実際とはまったく違った結果を得る可能性が大きい．

たとえば，ヒータ自体の熱容量，またヒータからマトリックス入口までの間で生ずる熱損失のために，入口の空気温度が正しいステップ状変化を示さず，ある遅れを伴ってだらだらと変化することがある．このような仮定からのずれが，どのように出口温度に影響するかを調べるには，このずれに合わせて境界条件を変え，式 (18), (19) を計算してみればよい．



図・10　計算結果 (2b)



図・11　計算結果 (3b)

図・10, 図・11 がその計算結果の例であって，これらは入口温度が図中に鎖線で示したような形で上昇するものと仮定した場合である．これらの図を，パラメータ B_2 が同じ値をもつ図・6, 図・7 とそれぞれ比較してみると，図中の曲線群全体が，ほとんどその形を変えずに右方に平行移動していることがわかる．（その移動量は，大体，入口温度が 100℃ に達するまでに要する時間の半分に等しい．）したがって，このような遅れのある装置で測定した結果を，1点だけで理論値と比較すれば大きな間違いを起こすことになる．全体の形で比較していれば，この相違にすぐ気がついてそれを避けることができる．

5. 結　び

これまでに述べたことからわかるように，非定常法によって熱伝達率を求めるにあたっての困難は2種類に大別される．すなわち理論曲線を計算する際の困難と，実際の測定に関連した困難とである．前者については，たとえ流路の形状とか境界条件とかが相当に複雑であっても，大型電子計算機が自由に使用できる現在ではあまり問題にはならないように思われるが，計算自体がどれほど容易になっても，計算に使う諸数値（たとえば，流体やマトリックスの比熱・密度，マトリックスの水力直径・伝熱面積など）にあいまいさが残っていては正確な結果は期待できないから，十分の注意が必要である．後者は，とりもなおさず，理論計算に用いた仮定が実験においてどの程度忠実に実現されているかということであって，前節で論じた熱容量・熱損失による温度上昇の遅れなどは最もふつうに起こりがちなことであるが，このほかに，温度記録計の精度や応答速度の問題とか，流速分布の不均一またヒータによる加熱の不均一なども結果に大きく影響する．これらをすべて取り除くには，測定装置の設計および実験技術に細心の注意が必要であるが，ある程度の仮定からのずれは，理論曲線の修正によって十分補うことができる．

以上，熱伝達率の非定常測定法についての概略を述べた．その原理から明らかなように，この測定法は，熱伝達と類似の輸送現象には広く応用できるはずのものである．筆者らの研究室においても，対流的な物質伝達の係数を測定するのにこの方法を応用しようと考えている．

(1966年8月10日受理)

参考文献

1) Hausen, H.: On the Theory of Heat Exchanger in Regenerators, ZAMM, vol. 9 (1929)
2) Coppage, J. E., A. L. London: The Periodic-Flow Regenerator——A Summary of Design Theory, Trans. ASME, vol. 75 (1953)
3) Izumi, R.: On Some Applications of Laplace-Transformation to the Heat Transfer Problem (Report 4), Bulletin of the Yamagata University (Engineering) vol. 6, No. 1 (1956)
4) Dusinberre, G. M.: "Heat Transfer Calculations by Finite Differences" International Textbooks Co. (1961)
5) Locke, G. L.: Heat Transfer and Flow Friction Characteristics of Porous Solid, TR. No. 10, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford University (1950)
6) Theoclitus, G., T. L. Eckrich: An Experimental Technique for Determining the Effectiveness of Extended Surfaces, Symposium for Air-Cooled Heat Exchangers, ASME Order Dept. (1964)