研　究　速　報

UDC 627.152.12
551.482.212

# 移動床の形態の区分について
## ── 砂礫堆の形成限界 ──

On the Criteria of Bed Forms in Alluvial Channels
── Region of Alternating bar formation ──

鮭　川　　　登・井　口　昌　平
Noboru SUKEGAWA　　　Syôhei INOKUTI

### 1. まえがき

移動床水路に水が流れると，流水と水路床構成物質との間の相互作用により，水路床には流れの状態と水路床構成物質の特性に応じたある特定な形態が形成される．たとえば，実験水路で水深を一定に保ち，こう配を増加させていくと，移動床形態は plane bed (without motion)→ripples and dunes→transition(flat bed)→antidunes と変化する[1),2)]．これらの形態は2次元的であるが，水路幅に比べて水深が浅い場合には3次元形状の砂礫堆 (alternating bars) が形成される[3),4)]．このような移動床形態と流れの抵抗および流送土砂量とは密接な関係がある．特に，砂礫堆は流れの蛇行現象と密接な関係があり，合理的な河川計画あるいは河川の流れの解析にとって移動床形態に関する知識は重要である．従来の移動床の形態区分に関する研究はすべて2次元形状のものを対象としているが，一般的な形態区分法はまだ得られていない．この研究は流水と水路床構成物質の特性から砂礫堆を含めた移動床形態の一般的な区分方法を導くことを目的として行なわれた．

### 2. 次元解析

種々の移動床形態は流水と水路床構成物質との境界面の不安定性によって形成されると考えられるが，それについては満足するべき理論的解析はまだなされていない．そこで，ここでは次元解析によって移動床形態の形成に重要な影響をもつと考えられるパラメータを導く．

移動床水路における現象は流水と水路床構成物質の特性を表示する変数によって表わされる：

$$f_1(h, B, u, I, \sigma, d, w, \rho_s, \rho_f, \mu, g)=0 \qquad (1)$$

ここで，$h$ は水深；$B$ は水路幅；$u$ は流速；$I$ はこう配；$\sigma$, $d$, $w$, $\rho_s$ はそれぞれ水路床構成物質の粒度分布の標準偏差，代表粒径，沈降速度，密度；$\rho_f$ は流水の密度；$\mu$ は流水の粘性係数；$g$ は重力の加速度である．$h, u, \rho_f$ を反復変数として $\pi$ 定理を適用し，摩擦速度 $u_*=\sqrt{ghI}$ を導入すると，(1) 式は次のようになる．

$$f_2\left(\frac{h}{B},\ I,\ \frac{\sigma}{h},\ \frac{h}{d},\ \frac{u_*^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd},\ \frac{u_*d}{\nu},\ \frac{u}{\sqrt{gh}},\ \frac{u_*}{w}\right)=0 \qquad (2)$$

(2) 式の無次元量あるいはこれらの無次元量を組み合せてできる新しい無次元量の間の関数関係として，移動床水路における現象は表示されるものと考えられる．

(2) 式の無次元量のうちふたつをパラメータとして選び，これらにより移動床の形態区分を行なう方法がいくつか提案されている[5)~9)]．これらはすべて2次元の移動床形態を区分するものであるが，これらによっては規模が非常に異なる水路の移動床形態を統一的に区分することができない．これはこれらの区分方法が規模の異なるふたつの水路が幾何学的に相似な関係にあると考え，(2) 式の無次元量をそのままの型で用いているためである．

D. Simons および E. Richardson[10)] によると，移動床の形態区分を与えるフルード数 $F_r=u/\sqrt{gh}$ は水路の大きさによって異なる．たとえば，幅が 8 ft. の水路では dunes は $0.3<F_r<0.6$ の場合に形成されるが，河川では $F_r\ll 0.3$ の場合にも形成される．また O. Reynolds[11)] は「砂床上を流れる二つの河川が同一の河床形態である場合でも，小河川と大河川の垂直縮尺は歪まされていて，小河川は大河川よりこう配がきつく，河幅に比し水深が大きい」ことを指摘している．このように規模が異なる移動床水路の場合には(2) 式のフルード数 $u/\sqrt{gh}$ やこう配 $I$ は共通の無次元量ではなくなる．そこで (2) 式の無次元量を水路の規模について修正することが必要となる．すなわち，規模が異なるふたつの移動床水路が歪み模型の関係にあると考え，歪み模型の場合の無次元量を導く．

### 3. 移動床の形態区分

(2) 式の無次元量のうち，フルード数 $F_r=u/\sqrt{gh}$ は移動床の現象のように重力の作用による現象の場合に重要となる無次元量であり，$\tau_*=u_*^2\Big/\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd$ は流水の掃流力と水路床構成物質の抵抗力との比を表わす無次元量であって，限界掃流力や掃流土砂量を表示するパラメータである．移動床形態の形成にはこれら二つの無次元量が重要な影響を及ぼすものと考えられる．そこで，これら二つの無次元量を水路の規模について修正し，移動床の形態を区分することを試みる．

移動床の模型実験の場合は $\tau_*$ を模型と原型とで共通にする．いま，小水路が大水路の模型になっていると考え，水平縮尺を $1:x$, 鉛直縮尺を $1:y$ として，そのようにすれば，

研究速報

$$\frac{u_*{}^2{}_1}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}gd_1}\Bigg/\frac{u_*{}^2{}_2}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}gd_2}$$

$$=\frac{h_1}{h_2}\frac{I_1}{I_2}\frac{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}d_2}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}d_1}=\frac{x}{y^2}\frac{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}d_2}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}d_1}$$

$$=1 \tag{3}$$

したがって

$$y^2=\frac{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}d_2}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}d_1}x \tag{4}$$

とすることになる．ここで，添字1は小水路，添字2は大水路における量を表わす．フルード数は次のように変形することができる．

$$F_r=\frac{u}{u_*}\sqrt{I}=\sqrt{\frac{8I}{f}} \tag{5}$$

ここで，$f$ は河床の流れに対する抵抗係数である．したがって，フルード数の縮尺は

$$\frac{F_{r_1}}{F_{r_2}}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^{1/2}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^{1/2}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^{1/2}\left(\frac{x}{y}\right)^{1/2} \tag{6}$$

となる．抵抗係数 $f$ は流れおよび水路床形態の関数であるが，その関数形はまだ与えられていない．しかし，$\tau_*$ が等しく，水路床の形態が同じ区分に属する場合は $f_1=f_2$ であると仮定すると，(6) 式は次のようになる．

$$\frac{F_{r_1}}{F_{r_2}}=\left(\frac{x}{y}\right)^{1/2}=\left[\frac{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}d_1}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}d_2}x\right]^{1/4} \tag{7}$$

$x=B_2/B_1$ として (7) 式を書き換えると，

$$\frac{F_{r_1}}{\left[\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}\frac{d_1}{B_1}\right]^{1/4}}=\frac{F_{r_2}}{\left[\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}\frac{d_2}{B_2}\right]^{1/4}}=F_r{}^* \tag{8}$$

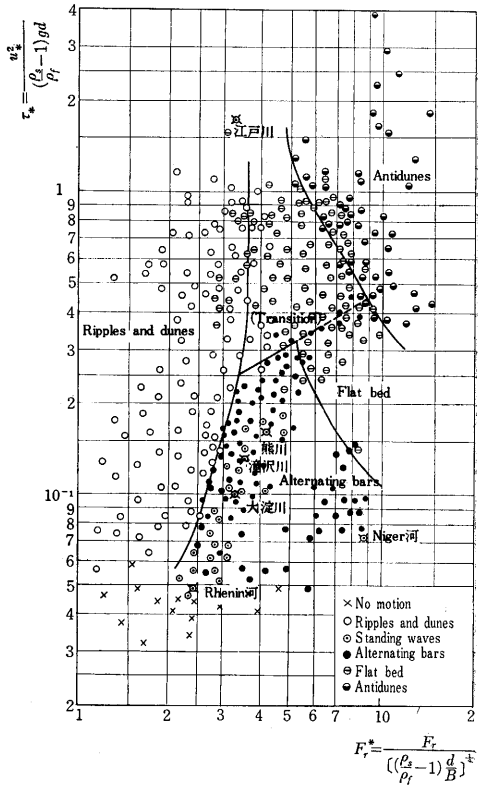
(8) 式で与えられる $F_r{}^*=F_r\Big/\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/4}$ を水路の規模について修正されたフルード数であると考える．$F_r$ の代りに $F_r{}^*$ を用い，$\tau_*$ と $F_r{}^*$ との関係を実験データを用いてプロットすると図・1のようになる．

フルード数の代りに，フルード数と (5) 式によって関係づけられるこう配をパラメータとして用いると次のようになる．こう配の縮尺は次式で与えられる．

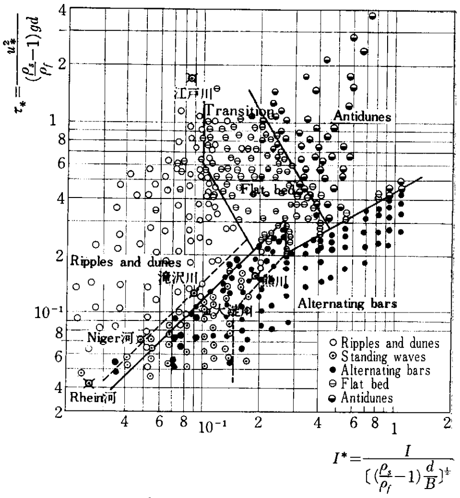
$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{x}{y}=\left[\frac{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}d_1}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}d_2}x\right]^{1/2} \tag{9}$$

$x=\mathrm{B}_2/\mathrm{B}_1$ として (9) 式を書き換えると，

$$\frac{I_1}{\left[\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_1-1\right\}\frac{d_1}{B_1}\right]^{1/2}}=\frac{I_2}{\left[\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}\right)_2-1\right\}\frac{d_2}{B_2}\right]^{1/2}}=I^* \tag{10}$$




図・1 $\frac{u_*{}^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd}$ — $\frac{Fr}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/4}}$ Criterion




図・2 $\frac{u_*{}^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd}$ — $\frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}}$ Criterion

(10) 式で与えられる $I^*=I\Big/\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}$ を水路の規模について修正されたこう配であると考え，$\tau_*$ と $I^*$ との関係を実験データを用いてプロットとすると図・2のようになる．

図・1, 図・2 にプロットした実験データは幅 13.2〜380 cm の水路で行なわれたもので, 石炭粒 ($\rho_s=1.45$) による実験結果も含んでいる. 図・1, 図・2 によると, $\tau_*-F_r{}^*$ criterion および $\tau_*-I^*$ criterion によって, これら種々の幅の水路および比重の異なる物質による実験結果が統一されて整理されていることがわかる.

3 次元形状の砂礫堆の形成限界に関する実験データは幅 13.2 cm というごく小規模の水路における木下博士の詳細な実験があるだけである[12]. この実験データを従来の criterion にプロットすると, こう配・フルード数がきわめて大きいところ, 水深がきわめて小さいところにプロットされ, 従来の 2 次元形状の水路床形態と砂礫堆の形成限界を共通の場で比較することができなかった. 図・1 あるいは図・2 によると, 2 次元形状の移動床形態と砂礫堆とが共通の場にプロットされ, 2 次元形状の形態と関連して 3 次元形状の砂礫堆の形成限界が明らかにされている. $\tau_*-I^*$ criterion によると, 砂礫堆は掃流力が小さい場合に形成される. すなわち, 同一こう配の場合, 水深が小さく掃流力が小さいときは砂礫堆が形成されるが, 水深が大きくなり掃流力が増すと, こう配に応じて ripples and dunes, flat bed, antidunes が形成される.

なお, 河床形態がわかっている河川の観測データも図・1 および 図・2 にプロットしてあるが, 実際の河床形態と $\tau_*-F_r{}^*$ criterion および $\tau_*-I^*$ criterion によって区分された形態とは, 図・2 の Rhein 河の場合以外はすべて一致している.

## 4. 砂礫堆の形成限界

$\tau_*-F_r{}^*$ criterion および $\tau_*-I^*$ criterion によって, ripples, dunes, flat bed, antidunes など 2 次元形状の移動床形態と関連して 3 次元形状の砂礫堆 (alternating bars) の形成領域が明らかにされた.

砂礫堆は流れが常流の場合にも射流の場合にも形成される. 流れが常流の場合は $\tau_*-I^*$ criterion によると, 砂礫堆の形成限界は図・2の実線で与えられる. すなわち,

$I\Big/\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}<0.27$ のとき

$$\frac{u_*{}^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd}<(1.15\sim1.50)\frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}} \qquad (11)$$

あるいは
$$\frac{h}{B}<(1.15\sim1.50)\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2} \qquad (12)$$

$I\Big/\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}>0.27$ のとき

$$\frac{u_*{}^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd}<0.54\left(\frac{I}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}}\right)^{2/3} \qquad (13)$$

あるいは
$$\frac{h}{B}<0.54\,I^{-1/3}\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/3} \qquad (14)$$

流れが射流の場合には standing waves (木下博士の線状・帯状跳水をさす) が形成される. standing waves と砂礫堆との境界は図・2 の点線で与えられる. すなわち,

$$\frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}}>0.15 \qquad (15)$$

および
$$\frac{u_*{}^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)gd}<\frac{2}{3}\frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}} \qquad (16)$$

あるいは
$$\frac{h}{B}<\frac{2}{3}\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2} \qquad (17)$$

砂礫堆は掃流力が小さい領域で形成され, 砂礫堆と ripples and dunes あるいは standing waves との境界は (12) 式あるいは (17) 式のように $h/B$ の値で規定される. 木下博士は幅が 13.2, 19.5, 30 cm の実験水路における実験結果から砂礫堆の形成限界を与える criteria の一つとして, $h/B<1/10$ を与えている[13]. (12) 式および (17) 式で, $B=19.5$ cm, $d=1.5$ mm, $\rho_s/\rho_f=2.65$ とすると, それぞれ $h/B<1/10\sim1/8$, $h/B<1/13$ となり, 木下博士の 1/10 とほぼ一致する. $h/B-$criterion は (12) 式, (17) 式とそれぞれ同値の (11) 式, (16) 式をみればわかるように, 掃流力 $\tau_*$ とこう配 $I^*$ との関係を示すものである.

(12) 式あるいは (17) 式によると, 河床土砂の粒径が大きいほど砂礫堆は形成されやすい. 実際河川においても, 砂礫堆は粒径の大きい砂礫河川で多くみられる河床形態であって, (12) 式, (17) 式はこの傾向を示している. なお, 実際河川の場合について $h/B$ の値を計算すると表・1 のようになり, 熊川・滝沢川・大淀川・Niger 河では砂礫堆が, 江戸川, Rhein 河では dunes が形成されることが予想されるが, Rhein 河以外は観測結果と一致している.

表・1 河川における水深-河幅比

| 河川名 | $h$(m) | $B$(m) | $h/B$ | $1.50\times\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}$ | $\frac{I}{\left[\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}-1\right)\frac{d}{B}\right]^{1/2}}$ | 河床形態 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 熊　川 | 0.56 | 10 | 1/18 | 1/10 | 0.190 | 砂礫堆 |
| 滝沢川 | 0.50 | 7 | 1/14 | 1/14 | 0.090 | 砂礫堆 |
| 大淀川 | 3.12 | 214 | 1/68 | 1/44 | 0.105 | 砂礫堆 |
| 江戸川 | 4.60 | 80 | 1/17 | 1/232 | 0.087 | dunes |
| Rhein河 | 7.55 | 227 | 1/33 | 1/40 | 0.024 | 砂礫堆 |
| Niger河 | 10.7 | 230 | 1/22 | 1/22 | 0.049 | 砂礫堆 |

(1966 年 8 月 10 日受理)

### 文　献

1) Gilbert, G. K.: U. S. Geological Survey, Prof. Paper 86, (1914)
2) Simons, D., Richardson, E.: Proc. ASCE, Hy Division, Vol. 87, (1961. 5)

(p.12 へつづく)

り，プラーグシンポジウムでの論文発表をかねてウィーンのシンポジウムにも参加する予定で準備をしている．

このように国際的にも放射性追跡法が重視され，水資源の有効な利用，公害などの環境調査への利用をはじめとして，各種の工程解析に今後ますます応用面が開拓されていくものと期待される．　(1966 年 8 月 10 日受理)

## 文　献


1) Proc. of IAEA Conf. on the Use of Radioisotopes in Hydrology, IAEA, (1963)
2) 河添邦太朗，ほか；生産研究 **14** 5 p. 27〜33 (1962)
3) 加藤正夫，ほか；生産研究 **14** 1 p. 11〜18 (1962)
4) 加藤正夫，ほか；Radioisotopes **11** 4 p. 363〜372 (1962)
5) R. P. Gardner, et al.; Int. J. App. Rad. & Isotopes **16** 2 p. 75〜80 (1965)
6) 佐藤乙丸；原子力工業 **11** 7 p. 27〜29 (1965)
7) 加藤正夫，ほか；Radioisotopes **15** 5 (1966) 印刷中
8) 加藤正夫，ほか；第 7 回日本 RI 会議報文集 B/④—4 (1966) 印刷中
9) Masao KATO, et al.; IAEA Symp. on Radioisotope Tracers in Industry and Geophysics (1966. 11)


(p.23 よりつづく)


3) 木下良作：科学技術庁資源局資料，第 36 号，(1962. 12)
4) 井口昌平：生研報告，**14** 5，(1965. 10)
5) Albertson, M. et al.: Proc. ACSE, Hy Division, Vol. 84, (1958. 4)
6) Bogardi, J.: Jr. of Geophysical Research, Vol. 66, Oct., 1961.
7) Garde R., Albertson, M.: Proc. IAHR, Montreal, Vol. 4, (1959.)
8) 杉尾捨三郎：土木学会論文集，**71**，(1960・10)
9) Garde, R., Ranga Raju: Proc. ASCE, Hy Division, Vol. 89, Nov., 1963.
10) 文献 2)
11) Allen, J.: "Scale Models in Hydraulic Engineering", Longmans, Green and Co., (1946.)
12) 文献 3)
13) 文献 3)


## 次　号　予　告 (11月号)



## 正　誤　表 (9 月号)

| 頁 | 段 | 行 | 種　別 | 正 | 誤 |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 右 | 30 | 式 (8) | $i(X)=A(X)t(X)$ | $i(X)=A(x)t(x)$ |
| 5 | 左 | 1 | 〃 (12-2) | $\hat{i}_3(X)-=\frac{r}{2}o^*(X)\otimes G(X)$ | $i_3(X)-=\frac{r}{2}o^*(X)\otimes G(\hat{X})$ |
| 6 | 左 | | 表・1 | パナトミックX | パナトミック |
| | | | 〃 | (20°C) | (20°) |
| 7 | 右 | 下1 | 本　文 | 表紙写真を参照されたい | 表紙写真を参照さたい |
| 13 | 右 | 5 | 〃 | 4)…… | 5)…… |
| 14 | 左 | 4 | 〃 | 5)…… | 6)…… |
| 〃 | 右 | 15 | 〃 | 6)…… | 7)…… |
| 17 | 左 | | 図・29 | "0" 連続読取波形 10mv/div | 最下位波形の説明句 |
| 19 | 右 | 5 | 本　文 | そのほか | のほか |
| 〃 | 〃 | 〃 | 〃 | あるいは | あるいそは |
| | | | 筆者紹介 | 渡辺　勝……理博 | 渡辺　勝……工博 |