

学位請求論文

数値解析に基づく超電導薄膜限流素子の  
大容量化に関する研究

平成 18 年 12 月 15 日提出

指導教員 大崎 博之 教授

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
先端エネルギー工学専攻

一木 洋太

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 研究の背景	1
1.2 限流器の概要	4
1.3 超電導体の基礎特性	5
1.3.1 超電導状態	5
1.3.2 第二種超電導体	6
1.3.3 磁束フローと磁束ピンニング	6
1.3.4 臨界状態モデル	7
1.3.5 $n$ 値モデル	7
1.4 超電導限流器	9
1.5 高温超電導薄膜を用いた抵抗型限流器の特長と課題	15
1.6 高温超電導薄膜の開発現状	16
1.7 大容量化における課題と研究動向	22
1.8 超電導薄膜限流素子の解析技術	27
1.9 研究の目的	28
1.10 論文の構成	28
<b>第2章 有限要素法を用いた数値解析手法</b>	<b>31</b>
2.1 解析手法の特徴	31
2.2 電磁界解析の支配方程式	32
2.3 電磁界解析の支配方程式の離散化	33
2.4 超電導特性のモデル化	34
2.5 金属保護膜の取り扱い	35
2.6 ニュートン・ラプソン法を用いた非線形解析	36
2.7 電磁界解析の境界条件および電気回路解析	39
2.8 熱伝導解析の定式化	41
2.9 解析の流れ	42
2.10 本章のまとめ	43
<b>第3章 小型サンプルを用いた超電導薄膜の電磁特性および限流特性の測定</b>	<b>44</b>
3.1 電流分布の測定	44
3.2 電流-電圧特性の測定	49

3.3	限流試験および数値解析との比較	52
3.4	本章のまとめ	56
<b>第4章</b>	<b>数値解析による大容量限流素子の設計</b>	<b>57</b>
4.1	解析条件	58
4.2	金保護膜厚の最適化による大容量化の検討	59
4.2.1	直線状薄膜限流素子	59
4.2.2	ミアンダ型薄膜限流素子	67
4.3	金保護膜のパターニングによる大容量化の検討	72
4.4	メタルミアンダ型薄膜限流素子の設計および特性解析	74
4.5	本章のまとめ	85
<b>第5章</b>	<b>メタルミアンダ型薄膜限流素子の動作検証</b>	<b>86</b>
5.1	測定条件	86
5.2	試料1(熱共蒸着法)を用いた測定結果	88
5.3	試料2(MOD法)を用いた測定結果	91
5.4	本章のまとめ	96
<b>第6章</b>	<b>結論</b>	<b>97</b>
6.1	結論	97
6.2	今後の課題	99
	<b>参考文献</b>	<b>101</b>
	<b>謝辞</b>	<b>104</b>
	<b>発表文献</b>	<b>105</b>

# 図表一覧

## 第1章 序論

図 1.1	東京電力における分散型電源の系統連系実績	1
図 1.2	自然エネルギー分散型電源の連系実績（東京電力）	2
図 1.3	配電系統における限流器の適用例	3
図 1.4	超電導状態を保つための限界値	5
図 1.5	混合状態における第二種超電導体	6
図 1.7	臨界状態モデルによる $E$ - $J$ 特性	8
図 1.8	$n$ 値モデルによる $E$ - $J$ 特性	8
図 1.9	限流器モジュールの写真および限流試験結果	9
図 1.10	無誘導巻コイルおよび限流器モジュール	10
図 1.11	限流器を導入した電力系統および限流試験結果	10
図 1.12	YBCO 線材の構造	11
図 1.13	線材使用時のホットスポット対策	11
図 1.14	磁気遮蔽型限流器の動作原理 (a) 待機時, (b) 動作時	12
図 1.15	整流器型限流器の回路図	13
図 1.16	66 kV / 750 A マグネットの写真および模式図	14
図 1.17	限流試験回路	14
図 1.18	限流試験結果	14
図 1.19	超電導薄膜の基本構造	16
図 1.20	超電導体 $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7/\text{CeO}_2$ 中間層/サファイア ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) 基板の 結晶格子模式図	17
図 1.21	PLD 法 の 概念 図	18
図 1.22	2 次元 遥 動 PLD 法 による 成 膜 の 概念 図	18
図 1.23	熱共蒸着法 の 概念 図	19
図 1.24	大面積超電導膜の作製工程模式図	20
図 1.25	MOD 法 による 世界 最大 級 の 超 電 導 薄 膜 の 写 真 お よ び $J_c$ 分 布	21
図 1.26	1 kA 限流ユニット	22
図 1.27	エピタキシャルな金薄膜の抵抗率の温度依存性	23
図 1.28	高電圧限流素子	24
図 1.29	金銀合金を分流層とした限流素子	25
図 1.30	ミアンダ形薄膜限流素子	25
図 1.31	スパイラル形薄膜限流素子	26

図 1.32	バイスパイラル形薄膜限流素子	26
図 1.33	論文の構成	30

## 第 2 章 有限要素法を用いた数値解析手法

図 2.1	数値解析手法の概念図	31
図 2.2	電磁界解析モデル	33
図 2.3	超電導体の $E-J$ 特性	34
図 2.4	境界値の与え方	40
図 2.5	解析に用いる電気回路	40
図 2.6	液体窒素の沸騰曲線	42
図 2.7	解析のフローチャート	42

## 第 3 章 小型サンプルを用いた超電導薄膜の電磁特性および限流特性の測定

図 3.1	ピックアップコイルによる電流分布測定 of 概念図	45
図 3.2	測定に用いた YBCO 薄膜	46
表 3.1	超電導薄膜の仕様	46
図 3.3	定常状態における電流密度分布の時間変化	46
図 3.4	過電流を流したときのピックアップコイルの信号	48
図 3.5	過電流を流したときの電流密度分布の時間変化	48
図 3.6	測定に用いた YBCO 薄膜	49
表 3.2	超電導薄膜の仕様	49
図 3.7	$E-J$ 特性の測定結果および近似曲線	50
図 3.8	$n$ 値の近似曲線	51
図 3.9	$n$ 値による限流特性の違い	51
表 3.3	超電導薄膜の仕様	52
図 3.10	測定に用いた YBCO 薄膜	52
図 3.11	限流試験回路	53
表 3.4	使用した変圧器の仕様	53
図 3.12	解析に用いた $J_c$ 分布 (単位: $A/cm^2$ )	53
図 3.13	サンプル A の限流特性 (印加電圧 $9.86 V_{peak}$ )	55
図 3.14	サンプル B の限流特性 (印加電圧 $14.8 V_{peak}$ )	55

## 第 4 章 数値解析による大容量限流素子の設計

表 4.1	大面積超電導薄膜の基本的な仕様	58
図 4.1	解析に用いる回路	58

図 4.2	±20%の不均一性もった $J_c$ 分布 (単位: $A/cm^2$ ) および長さ方向に おける $I_c$ 分布	60
図 4.3	3 サイクル後における最高温度の金保護膜の厚さ依存性 ( $J_c$ の分布を変えた場合)	61
図 4.4	3 サイクル後における最高温度の金保護膜の厚さ依存性 (不均一の度合いを変えた場合)	61
図 4.5	印加可能電圧の金保護膜の厚さ依存性	62
図 4.6	直線状薄膜の限流特性の膜幅依存性	63
表 4.2	直線状薄膜限流素子の容量	64
図 4.7	幅 20 mm の直線状薄膜の常電導伝搬の様子 (単位: K)	65
図 4.8	幅 100 mm の直線状薄膜の常電導伝搬の様子 (単位: K)	66
図 4.9	ミアンダ型薄膜	67
図 4.10	ミアンダ型限流素子の 3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	67
図 4.11	臨界電流密度 $J_c$ の分布 (単位: $A/cm^2$ )	69
図 4.12	限流特性の金保護膜の厚さ依存性	70
図 4.13	3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	71
表 4.3	ミアンダ型薄膜限流素子の容量	72
図 4.14	金保護膜のパターニング例	73
図 4.15	金保護膜を短冊状 (横) にパターニングした素子の 3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	73
図 4.16	メタルミアンダ型薄膜限流素子の構造および限流動作の概念図	74
図 4.17	メタルミアンダ型限流素子のパラメータ	75
図 4.18	3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	76
図 4.19	3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	77
図 4.20	メタルミアンダ型薄膜限流素子の限流特性 (図 4.19 (b) のモデル)	78
図 4.21	温度分布の時間変化 (単位: K)	79
図 4.22	電流密度ベクトルの時間変化 (単位: $A/cm^2$ )	80
表 4.4	メタルミアンダ型薄膜限流素子の容量	81
図 4.23	±20%の不均一性を与えたときの解析結果	82
図 4.24	メタルミアンダ型限流素子モデル図	83
図 4.25	外側のエッチングなしの薄膜の $J_c$ 分布 (単位: $A/cm^2$ ) および 3 サイクル後の温度分布 (単位: K)	83
表 4.5	各限流素子の素子容量および限流抵抗の比較	84

## 第5章 メタルミアンダ型薄膜限流素子の動作検証

図 5.1	動作検証に用いるメタルミアンダ型薄膜限流素子の設計図（単位：mm）および写真	87
図 5.2	限流試験回路	88
表 5.1	使用した変圧器の仕様	88
表 5.2	試料 1 の仕様	89
図 5.3	限流試験時の試料 1	89
図 5.4	焼損後の試料 1	89
図 5.5	解析に用いた $J_c$ 分布（単位：A/cm <sup>2</sup> ）	90
図 5.6	限流直後の温度分布（単位：K）	90
表 5.3	試料 2 の仕様	91
図 5.7	限流試験時の試料 2	91
図 5.8	26V <sub>peak</sub> 印加時の測定結果	93
図 5.9	解析に用いた $J_c$ 分布（単位：A/cm <sup>2</sup> ）	94
図 5.10	26V <sub>peak</sub> 印加時の解析結果	94
図 5.11	温度分布の時間変化（単位：K）	95

# 第1章

## 序論

### 1.1 研究の背景

電力需要はその伸びとともに、供給信頼度の向上、高品質化の要求が高まってきている。電力会社では、大容量・高品質の電力を効率よく、安定に送電するため、電力系統の連系を強固にしてシステム全体の信頼性を確保するようにしている。しかし系統としては、並列回路を多く作ることになり、短絡故障時の事故電流は増加することになる。この事故電流が遮断器の容量を超えることになると、容量を格上げしたり、系統構成を変更したりする必要が出てくる。

また近年、自然エネルギー指向の高まりや、電力自由化の進展を背景に、電力系統への分散型電源系統連系に対する要望が高まっている。図 1.1 に、東京電力受け持ち区域内における分散型電源の普及状況の推移、また図 1.2 に自然エネルギー（太陽光、風力）を源とする分散型電源の普及状況の推移を示す[1]。このように分散型電源の系統連系件数は加速度的に増加しており、それによって短絡故障時の事故電流が増大し、遮断器の容量を超えてしまうことが懸念されている。

以上のように、短絡故障時の事故電流が遮断器の容量を超えてしまうような場合の対策として、期待されているのが限流器である。

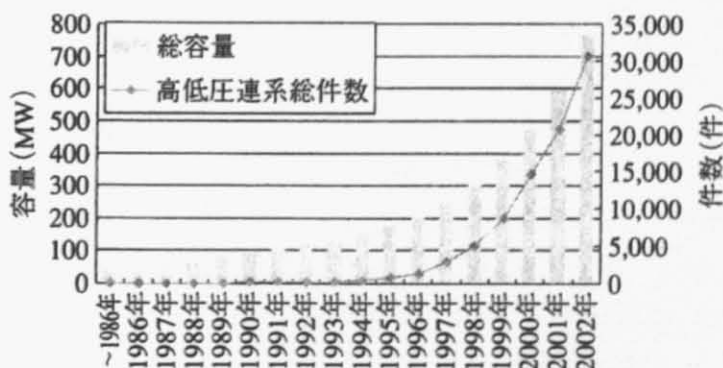


図 1.1 東京電力における分散型電源の系統連系実績



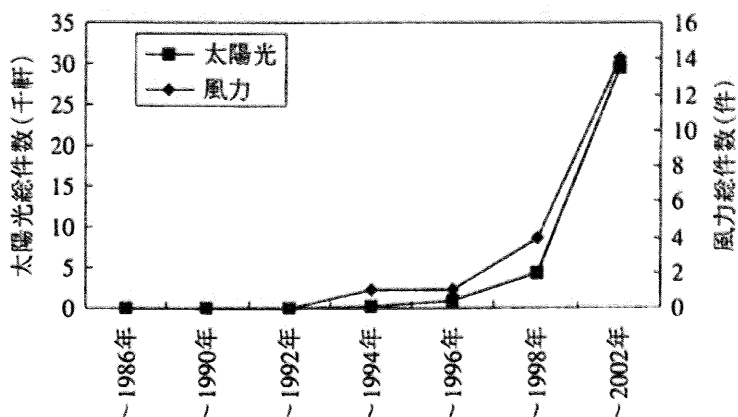


図 1.2 自然エネルギー分散型電源の連系実績 (東京電力)

限流器とは、電力系統に直列に接続され、短絡故障時にインピーダンスを発生して、事故電流を遮断器の容量以下に抑制する電力機器である。これまでに、実際に電力系統に導入されて実運用に至ったものはないが、国内外で盛んに研究開発が行われている。

ここで、77 kV/6.6 kV の配電用変電所に分散電源が導入された際の限流器の適用例を示す[3]。図 1.3 は都市部の配電用変電所の代表的な構成例である。この例において 6.6 kV の A 母線に新たに G2 で示す PPS (特定規模電気事業者) 所有の分散電源が新設される系統を考える。この配電線の A 母線の遮断器 CB1 につながるフィーダに落雷が生じた場合、このフィーダには、77 kV 系統からと IPP (独立系発電事業者) の分散電源から故障点に向かって大きな故障電流が流れこれを CB1 で遮断しなければならない。もしこの事故電流を遮断できないと、結合する変圧器、発電機、送電線、配電線に安全電流を越える大電流が流れ機器を損傷して大停電事故に繋がる。このため遮断器は送電線や配電線が故障したときの最大電流を遮断できるようになっていなければならない。この最大故障電流を短絡容量といい、母線や送電線に結合する発電機が多くなるほど短絡容量は増加する。本例で IPP の既設電源 G1 が結合した状態の A 母線の短絡容量は 600 A 以下であったとすると、それに結合する遮断器 CB1 も最大遮断容量が 12.5kA (600A)用で十分といえる。ところが自由化に伴い PPS 所有の発電機 G2 が A 母線に結合され、その短絡容量が 600A を超えたとすると、次の遮断器の定格である 20kA (1200A)用に取り替える必要がある。この結果、A 母線に結合する遮断器 6 個とこれに結合する 5 本の配電線すべてを定格 20kA (1200A)用に取り替えなければならない。このときの総工費は、新遮断器+配電線取り替え費用+工事費となる。この配電系統が、各フィーダとも 4 km で 80 区間であると仮定すると、その総工費は遮断器の 5~10 台分の取り替え費用相当が必要となる。これに対して図中に示すように 1 台の限流器 (FCL1) を A 母線と変圧器の間に設置することで遮断器と配電線の取り替え工事を節約できる。すなわちこのケースの場合の限流器 1 台は、現用遮断器一台取り替え費用の 5~10 倍の費用対効果があるといえる。もうひとつの対策として PPS の出口遮断器に直列結合して限流器 (FCL2)

を設置する方法が考えられるが、これも同じ費用対効果となる。電力自由化が始まったばかりで、分散電源が普及しどのように送電線に結合してくるかを全国大で算定することは難しいが、配電用変電所に結合する分散電源は今後増加すると考えられる。このような分散電源の結合に対して限流器を導入し短絡容量対策を効果的に実施することが出来れば、その費用対効果は極めて大きいことが予想できる。

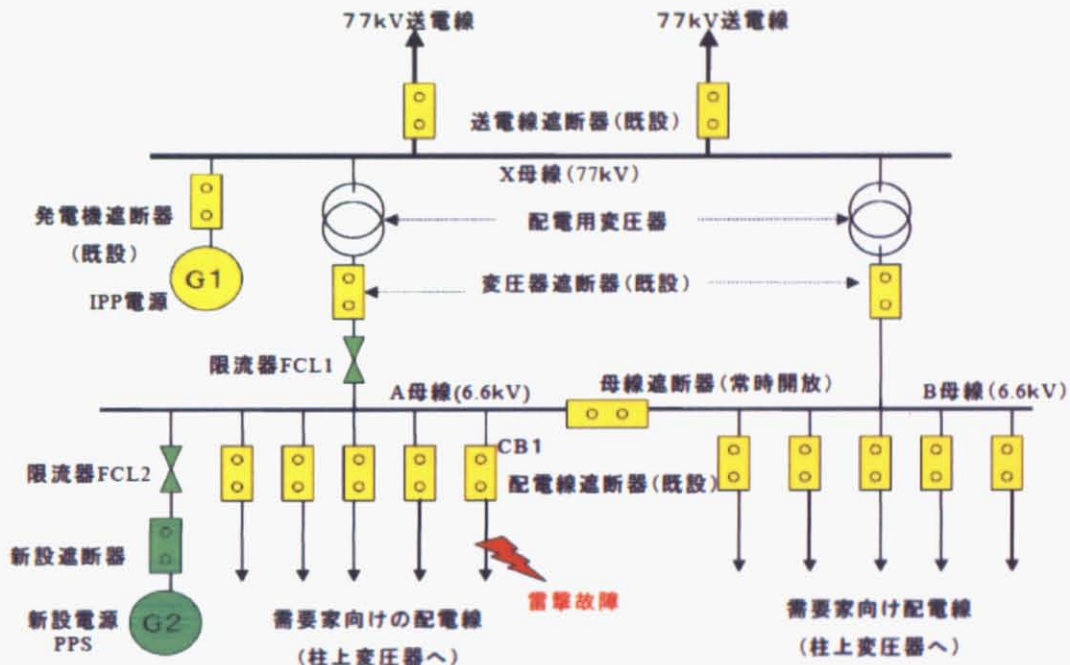


図 1.3 配電系統における限流器の適用例

## 1.2 限流器の概要

限流技術は、これまでに、コージェネレーションシステムなどの電源を有する需要家設備や電気鉄道き電システムおよび核融合装置などにおいて実用化されている。しかしながら、電力システムへの適用となると、実システムにおけるフィールド試験を実施した事例はあるものの、実運用までは至っていないのが現状であり、さらなる検討が求められている[4]。

限流器には以下のような項目が要求される。

- ・ 待機時の損失が小さい
- ・ 待機時のインピーダンスが小さく、限流インピーダンスが大きい
- ・ 事故時の動作速度が速い
- ・ 指定の電流（動作開始電流）で確実に動作する
- ・ 待機状態への復帰が早い
- ・ 繰り返し動作が可能である

現在までに、考案されている限流器の方式を以下に示す。

### ① アーク・抵抗方式

回路にアークなどの抵抗要素を挿入することで限流する方式であり、実規模レベルの限流器がいくつか開発されている。

### ② 半導体方式

整流回路と直流リアクトルとで構成され、直流リアクトルの電流変化抑制作用により限流を行う。ただし、直流リアクトルに超電導コイルを用いる場合には超電導方式に分類される。

### ③ 超電導方式

国内外において、現在最も盛んに研究されているのがこの方式であり、国のプロジェクトで研究・開発が進められているケースも多い。1.4 節で述べるが超電導方式にも様々なタイプが考案されている。超電導体を利用する方式は、動作が迅速であること、外部の回路が必要ないことなど優れた特徴を持っており、その他の方式に比べて信頼性・動作特性の点で優位に立つと期待される。

### 1.3 超電導体の基礎特性

#### 1.3.1 超電導状態

超電導体はある温度以下に冷却されると超電導状態になり、抵抗ゼロで電流を流すことができる。その温度を臨界温度  $T_c$  という。また超電導状態を維持するためには、温度だけではなく電流や磁界についても限界値が存在する。それぞれを臨界電流密度  $J_c$ 、臨界磁界  $H_c$  といい、図 1.4 に示すようにその臨界面の内側において超電導状態を維持することができる。

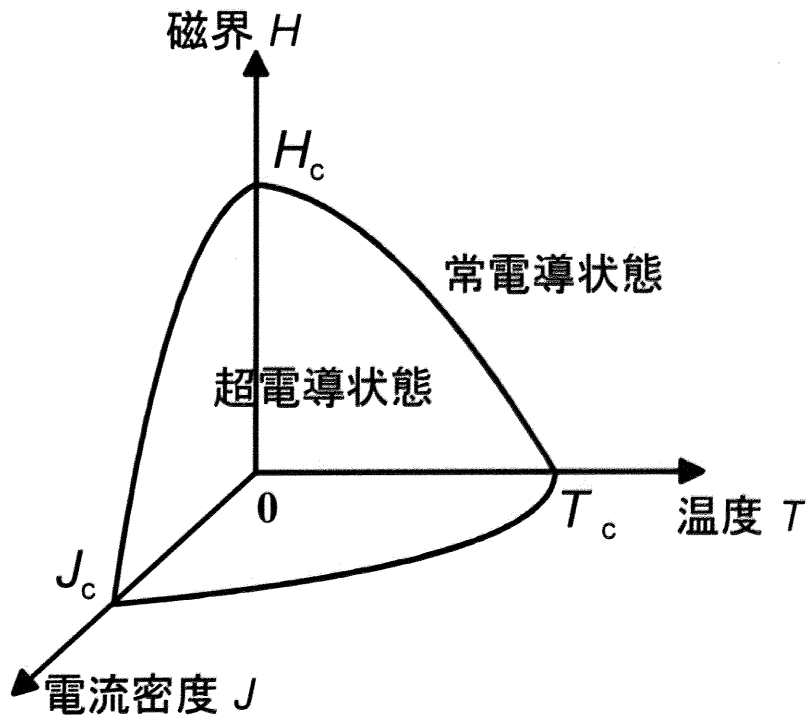


図 1.4 超電導状態を保つための限界値

### 1.3.2 第二種超電導体

超電導機器に使用される超電導体のほとんどは第二種超電導体である。第二種超電導体は、下部臨界磁界までマイスナー効果（完全反磁性）を示すが、下部臨界磁界を超え上部臨界磁界までは混合状態となり、超電導領域と常電導領域が混合した状態となる。そして、上部臨界磁界を超えると常電導状態に転移する。混合状態では、磁束は量子化されており、次式で表される磁束量子 $\phi_0$ を最小単位とする[6]。

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.068 \times 10^{-15} [\text{Wb}] \quad (1.1)$$

図 1.5 は超電導体に磁束が侵入し、混合状態になったときの様子を模式的に示している。

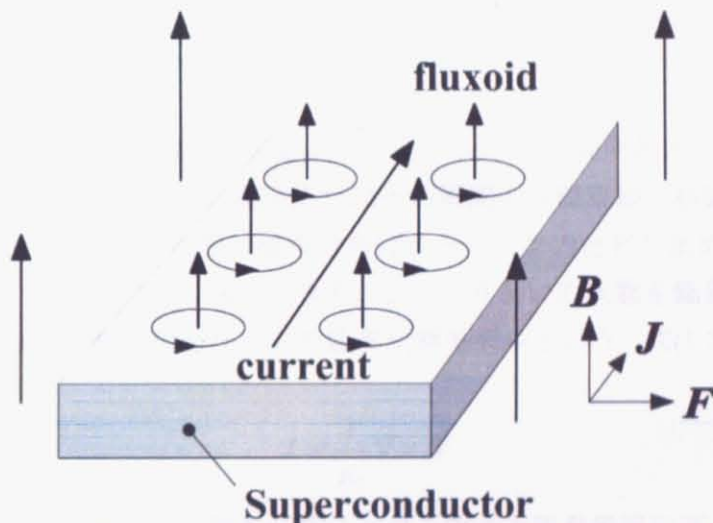


図 1.5 混合状態における第二種超電導体

### 1.3.3 磁束フローと磁束ピンニング

混合状態にある第二種超電導体内では、量子化された磁束線は磁束量子線間の相互作用のために三角格子状に配列している。磁束線が規則正しい配列をしている場合には、各磁束線の渦電流は互いに打ち消しあって、全体として巨視的な電流は流れない状態にある。このような超電導体に外部から電流を印加すると、磁束密度の巨視的な値  $B$  は、印加電流の巨視的な値  $J$  に対して

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1.2)$$

を満たすように空間的に変化する。電流  $J$  が存在するので、各磁束線の渦電流を形成している超電導電子には磁束線単位長さあたり

$$\mathbf{F}_L = \phi_0 \mathbf{J} \times \mathbf{e}_z \quad (1.3)$$

なるローレンツ力が働く。ただし  $\mathbf{e}_z$  は磁束線の方の単位ベクトルである。この力によ

り全磁束線は  $J \times B$  の方向に動き出す。この磁束線の運動する現象は磁束フローと呼ばれる。

磁束フローが起こると、磁束量子線の中心の常電導領域に電界が誘起され、そこで損失が生じてしまう。

しかし実際の超電導体では、種々の析出物や空孔、格子欠陥などがピンニングセンターとして作用し、磁束の動きを拘束する。これを磁束ピンニングという。磁束ピンニングの強さと密度は、超電導体の材質、加工度、熱処理に強く依存し、臨界電流を決める要因となる。この磁束ピンニングが存在することにより、超電導体が大電流が流れたり、強磁界が印加されたりしても、磁束フローが起こらず、それによる熱の発生もないため超電導状態を維持することができる。一方で、磁束ピンニングは磁気ヒステリシスの原因となり、交流磁界の印加や交流電流の通電によりヒステリシス損失を生じる。

#### 1.3.4 臨界状態モデル

ある定常状態から磁界や電流が変動してローレンツ力が局所的あるいは瞬間的にピン止め力を越える場合には、その場所またはその瞬間のみ磁束線が移動し、新しい定常分布に落ち着く。このとき、内部の磁束分布はローレンツ力とピン止め力が常につりあい状態にあるという条件により決定できる。このつりあいの状態を臨界状態といい、これを満たす磁束分布を数式化したものを臨界状態モデルという。式(1.2)より、超電導体内部では、

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} \quad (1.4)$$

なる電流  $\mathbf{J}$  が存在するが、この臨界状態における電流を臨界電流密度  $J_c$  という。また、ローレンツ力  $F_L$  とピン止め力  $F_p$  のつりあいの式は

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{F}_p = \mathbf{J}_c \times \mathbf{B} \quad (1.5)$$

で表される。

臨界状態モデルには臨界電流密度  $J_c$  の与え方によって、様々なものがある。最も単純な Bean モデルでは式(1.6)に示すように、 $J_c$  が磁束密度によらずゼロまたは一定値をとるとしている。 $J_{c0}$ ,  $B_0$  はいずれも定数である。

$$J_c = J_{c0} \quad (1.6)$$

#### 1.3.5 $n$ 値モデル

臨界状態モデルでは、超電導体内を流れる電流密度はゼロか臨界電流密度  $J_c$  しかとらず、 $E$ - $J$  特性 ( $E$ : 電界,  $J$ : 電流密度) は図 1.7 のように表される。しかし実際の超電導体は、図 1.8 に示すような  $E$ - $J$  特性を示す。この特性を表現するモデルとして、次式のようなべき乗則を用いて近似する  $n$  値モデルがよく用いられる。

$$E = E_c \left( \frac{J}{J_c} \right)^n \quad (1.7)$$

ここで、 $E_c$ は臨界電流密度  $J_c$ を規定する基準電界である。 $n$ は常電導転移の鋭さを示す指数であり、臨界状態モデルは  $n$ が無無限大のときに相当する。

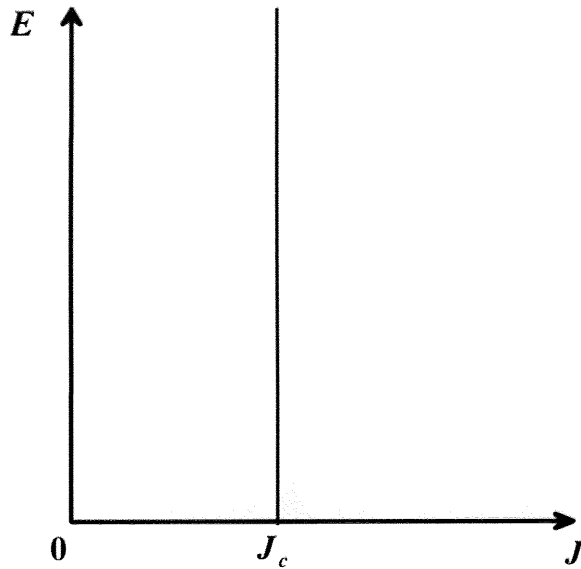


図 1.7 臨界状態モデルによる  $E$ - $J$  特性

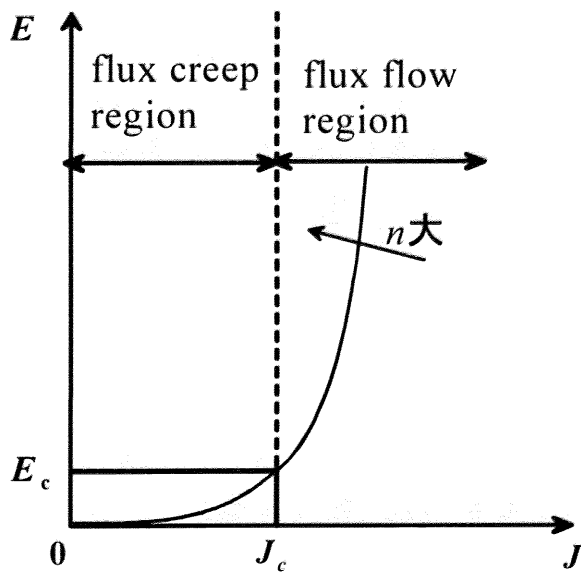


図 1.8  $n$  値モデルによる  $E$ - $J$  特性

## 1.4 超電導限流器

超電導体を利用した限流器は、事故電流を検出するためのセンサや制御回路が基本的に不要であり、また機械的な動作もないため、限流器で非常に重要な要素である高信頼性が期待できる。これまでに、実に様々な方式の限流器が研究されてきているが、以下に代表的な3つのタイプを挙げておく。大きく分けてSN転移（超電導・常電導転移）を利用したもの①、②と、SN転移を伴わないもの③の二つに分けられる。

### ① 抵抗型

事故電流が超電導体を通ることによるSN転移によって高インピーダンスを発生させ、瞬時に事故電流を抑制する。この方式の特徴としては、構造が簡易であること、インピーダンス発生が速いこと、小型化が可能であることが挙げられる。しかし、系統電流が超電導体に流入することから、動作時のジュール発熱に起因する素子の急激な温度上昇による焼損、または熱応力による破壊、発熱の処理が課題となる。用いる超電導体の形態としては、バルク、薄膜、線材が挙げられる。

薄膜を用いた抵抗型限流器に関しては、第1.7節で詳しく述べるとして、ここでは、バルクおよび線材を用いた限流器について紹介しておく。

スイスのABB社では、 $30 \times 40 \text{ cm}^2$ のBi2212バルクのプレートをミアンダ形状に加工し、6.4 MVA（8 kV，800 A）の限流器を開発した。その写真および限流試験結果を図1.9に示す[7]。

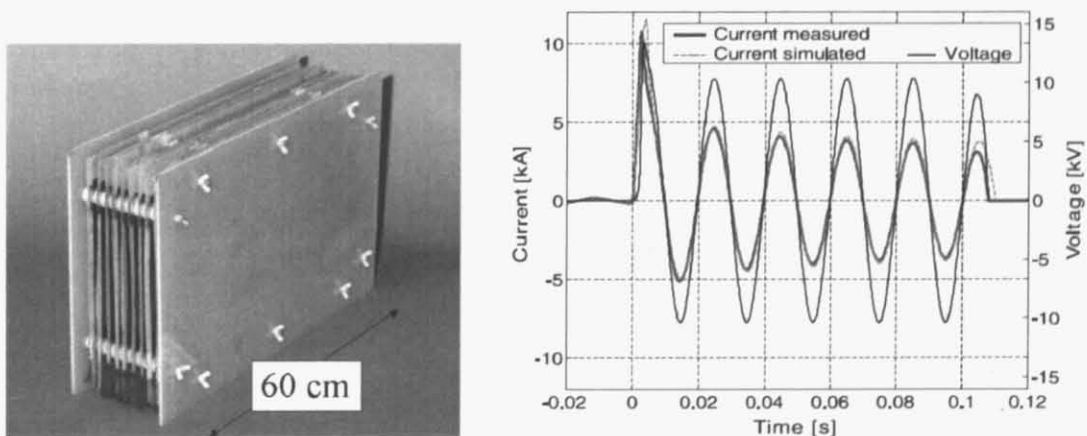


図 1.9 限流器モジュールの写真および限流試験結果



また、ドイツの Nexans 社では図 1.10 に示す Bi2212 パルクで作製した無誘導巻コイルを用いて、定格電圧 10 kV、定格容量 10 MVA の限流器が開発されている。2004 年 4 月からは図 1.11 に示すように、REWNet 管内（Netphen 市）にある変電所の母線連系点に設置され、フィールド試験が行われている[8,9]。

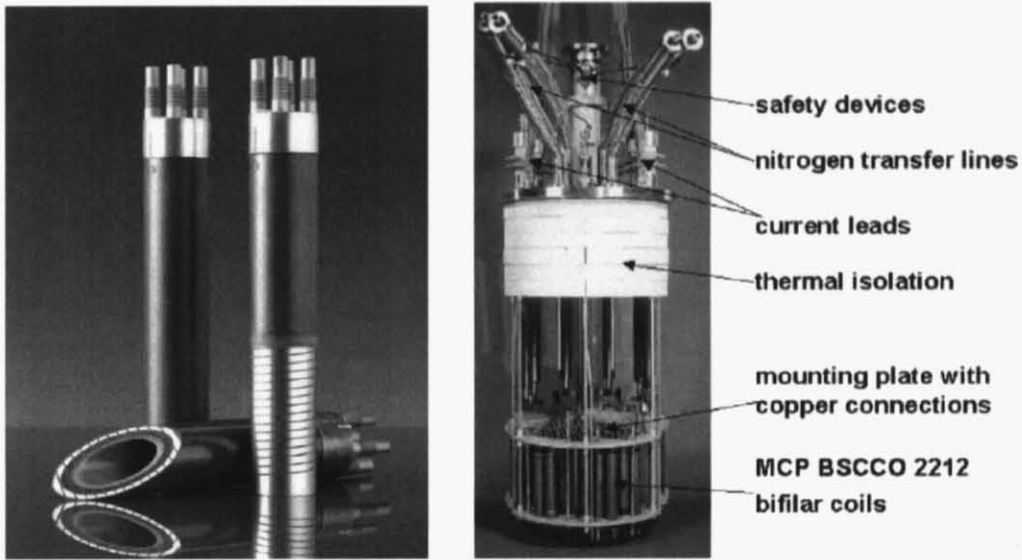


図 1.10 無誘導巻コイルおよび限流器モジュール

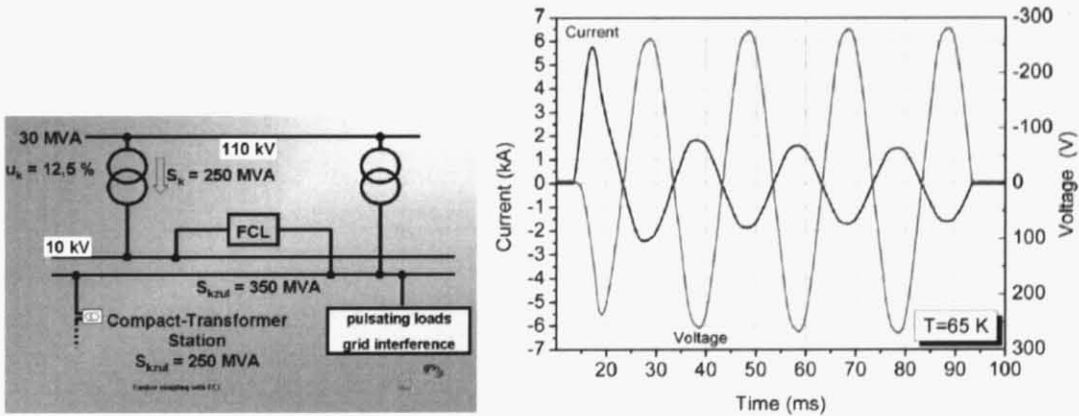


図 1.11 限流器を導入した電力系統および限流試験結果

近年特に開発が進んでいるのが、YBCO 線材を用いた抵抗型限流器である。YBCO 線材はこれまで、十分長い線材が手に入らなかったため、ほとんど検討されてこなかったが、近年の著しい進歩によって道が開けてきている。YBCO 線材は図 1.12 に示す構造をしており、代表的な製法は IBAD (Ion Beam Assisted Deposition) 法によって、金属基板上に中間層を作り、その上に PLD (Pulsed Laser Deposition) 法や CVD (Chemical Vapor Deposition) 法によって YBCO の超電導層を作製するというものである。これまでに最長で、米国の SuperPower 社によって、 $I_c = 191 \text{ A}$ 、長さ 427 m が達成されている[10]。

ただし、YBCO 線材を限流器に応用するためには、解決しなければならない問題がある。YBCO 線材は Hastelloy などの金属基板を用いているため、熱伝導率がサファイアに比べてはるかに小さく、局所的に常電導転移した部分が焼損してしまうホットスポットの問題が深刻になることである。これを防ぐためには、銀などの低抵抗な安定化層を比較的厚くしなければならないが、そうすると単位長さ当たりの許容電界が小さくなってしまい必要な線材長が長くなってしまうため、何らかの工夫が必要である。

ドイツの THEVA 社のグループでは、図 1.12 に示すように安定化銀層と Hastelloy 基板を周期的に接続するという方法を提案し、500~800 nm という薄い銀保護膜を用いて  $2.7 \text{ V}_{\text{peak}} / \text{cm}$  という高い許容電界を得ている[11]。

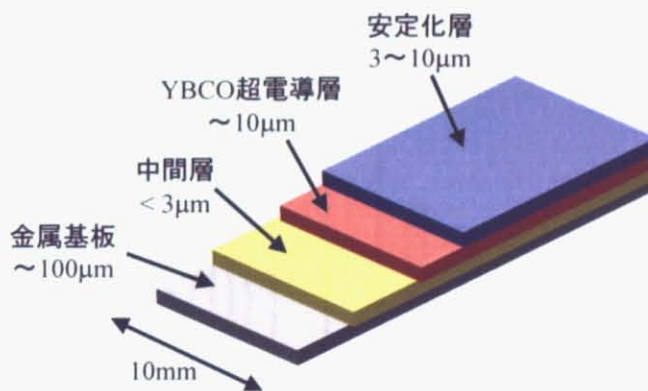


図 1.12 YBCO 線材の構造

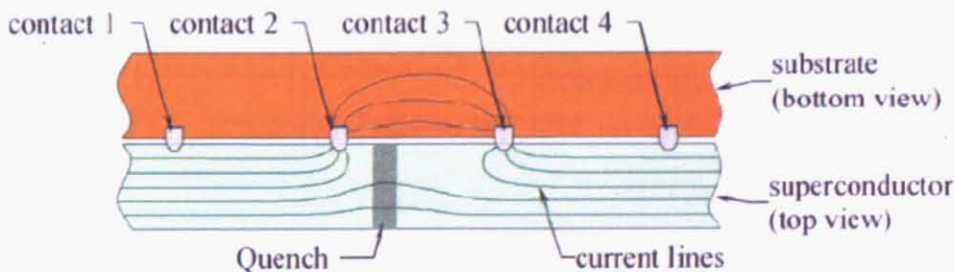


図 1.13 線材使用時のホットスポット対策

## ② 磁気遮蔽型

磁気遮蔽型の動作原理を図 1.14 に示す。系統電流が流れるコイルの内側に円筒状の超電導体を用いており、また一般にはさらにその内側に鉄心が挿入される。待機時には、磁束は超電導体によって遮蔽されるが、事故電流が流れると超電導体がクエンチし、磁束が侵入する。それによって、インダクタンスが発生し、事故電流を抑制する。特徴として、系統電流が超電導体に流れないため、信頼性が高いことが挙げられるが、鉄心が必要なため重くなってしまうことやシステムが大型化してしまうことが問題となる。

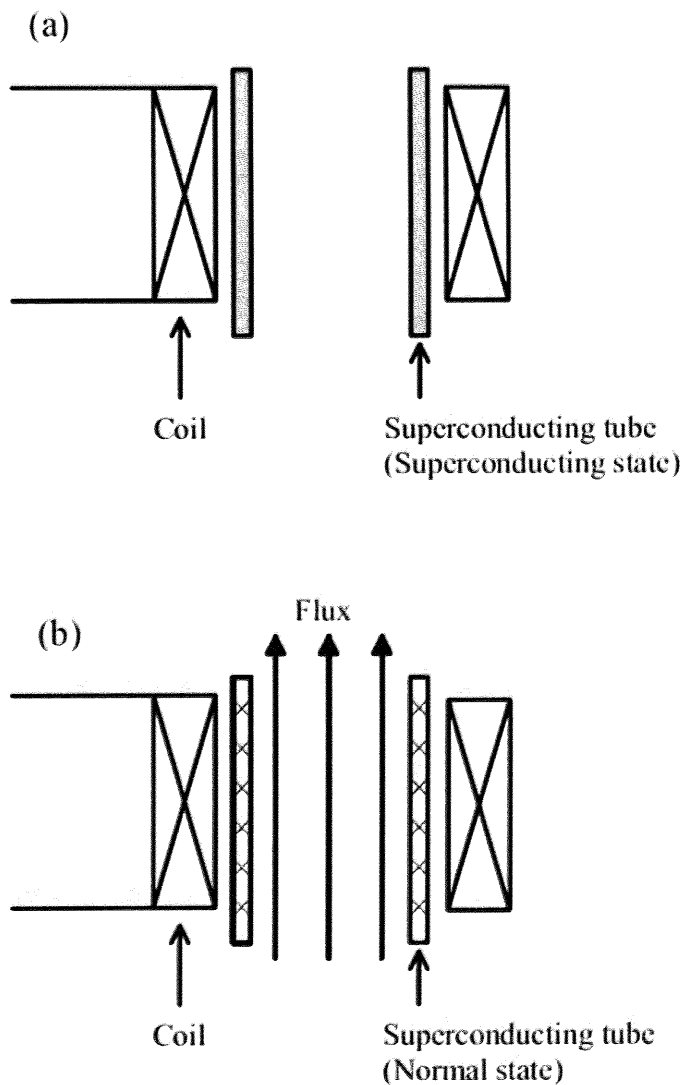


図 1.14 磁気遮蔽型限流器の動作原理 (a) 待機時, (b)動作時

### ③ 整流器型

整流器型限流器の回路を図 1.15 に示す。この回路において常時、直流電源によるバイアス電流をダイオード順方向に流しておく。このとき、バイアス電流以下の電流は自由にダイオードブリッジを通過できるが、バイアス電流の大きさを越えた分は超電導コイルに流れる。このため、事故などにより交流電流の波高値がバイアス電流の値を越えた場合、超電導コイルにより限流が行なわれる。この方式には、SN 転移することなく限流する、超電導コイルの交流損失がないという長所がある。一方、システムが大型化してしまうこと、ブリッジ回路が必要なためコストが高いこと、待機時におけるダイオードでの損失、直流電源が必要であることが課題である。直流電源を用いない方式も提案されているが、この場合は動作開始電流値を設定できない。

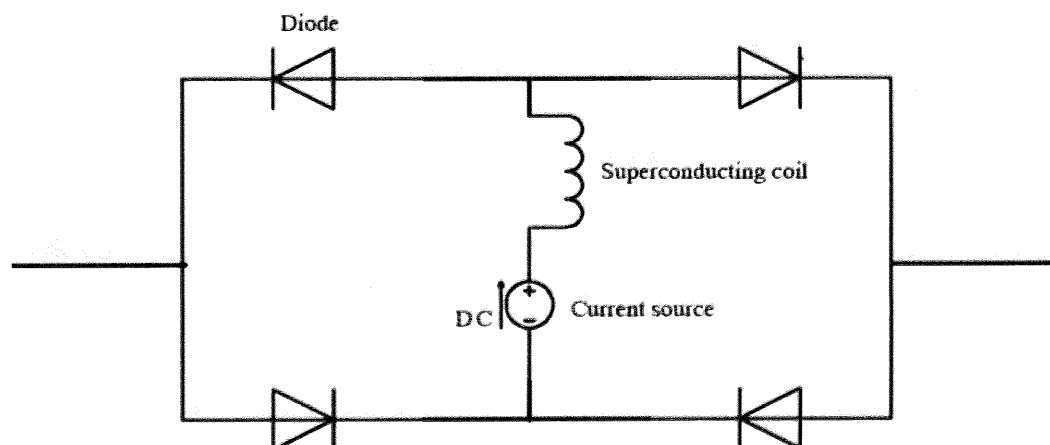


図 1.15 整流器型限流器の回路図

これまでに東芝によって、図 1.16 に示す 66kV 級整流器型限流器用リアクトルが開発されており、図 1.17 の試験回路によって、限流試験が行われた。図 1.18 に示すように事故電流第 1 波の立ち上がりから、2.8 kA の事故電流を 1.4 kA に抑制することに成功している[12]。

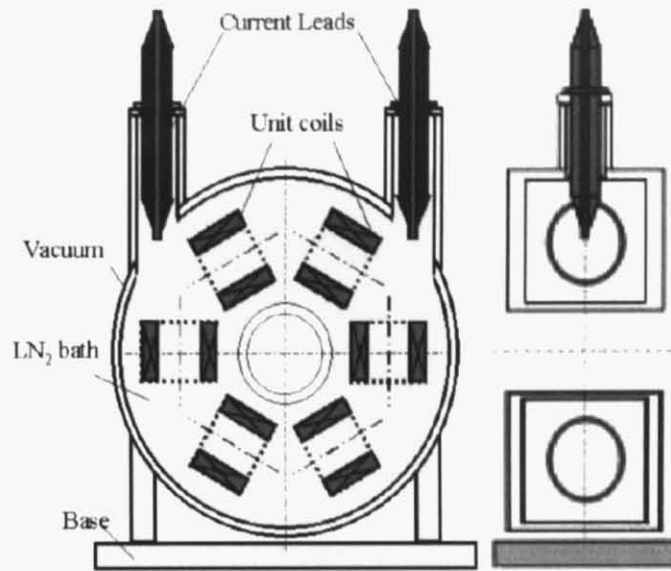


図 1.16 66 kV / 750 A マグネットの写真および模式図

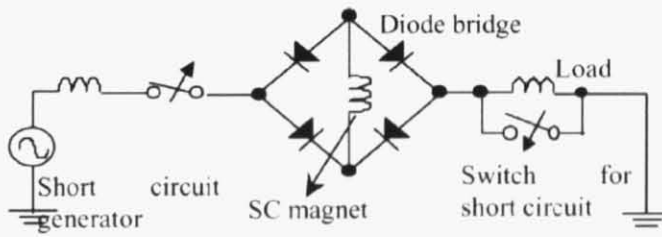


図 1.17 限流試験回路

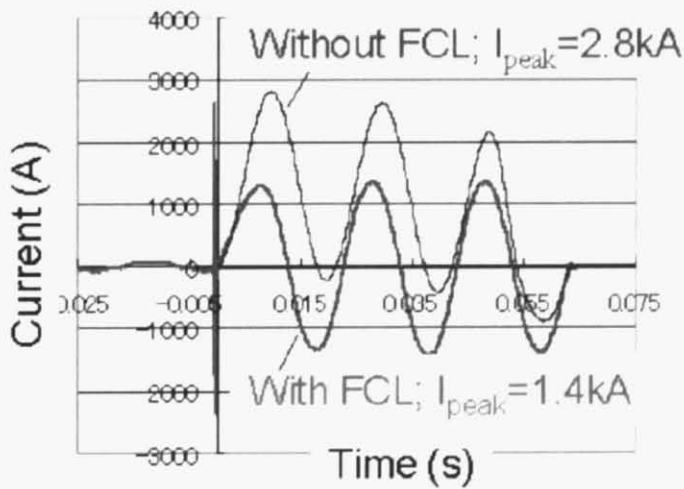


図 1.18 限流試験結果

ここで、それぞれの超電導限流器における課題をまとめておく。

- ・ **抵抗型**

Bi2212 バルクを用いる場合、77 K では十分な臨界電流密度を得られない、 $n$  値が 10 程度と小さいため、限流開始電流値が事故電流の増加速度に大きく依存する、限流時の抵抗を大きくできないという問題がある。

YBCO 線材を用いる場合については、まだ研究が始まったばかりであるため、これから抵抗および許容電界をどこまで高めることができるか、そして YBCO 線材をどこまで低コスト化できるかによると考えられる。

- ・ **磁気遮蔽型**

システムの大型化やインダクタンスを高めるために鉄心を利用するため、大容量化の際に鉄の重量が問題となる。

- ・ **整流器型**

システムが大型化してしまうこと、ブリッジ回路が必要なためコストが高いこと、待機時におけるダイオードでの損失、直流電流源が必要であることが課題である。

## 1.5 高温超電導薄膜を用いた抵抗型限流器の特長と課題

以上、様々な方式がある中で、本研究では高温超電導薄膜を用いた抵抗型限流器を対象とする。これは流れる電流が臨界電流を超えた際に超電導薄膜が SN 転移することによって、事故電流を抑制する方式である。超電導薄膜は、 $n$  値が 30~50 と高いため事故電流に対する応答が速く、またシンプルかつ軽量・コンパクトなシステムが可能である。配電システムに導入する場合、設置場所は限られてくるため、軽量・コンパクトという特長は非常に大きなメリットであると考えられる。技術的な課題としては、1 素子当たりの容量が小さいため、たくさんの素子を直並列に接続しなければならないことである。たくさんの素子が必要となればそれだけコストもかかってしまうため、1 素子当たりの容量を可能な限り大きくすることが必要である。この大容量化の問題については第 1.7 節で詳しく述べる。

## 1.6 高温超電導薄膜の開発現状

超電導薄膜の基本的な構造は図 1.19 に示すように、サファイア基板、中間層、超電導層、金属保護層の積層構造となっている。サファイア基板を使用する理由は以下に示す通りであり、限流器用の基板として理想的な特性を備えている。

- ・ 大面積単結晶基板としては安価である。
- ・ 機械的強度が強い。
- ・ サファイアは絶縁体でありながら、77 K 近傍において  $10 \text{ W/cm}\cdot\text{K}$  と、金属銅よりも大きな熱伝導率を有し、転移時に発生する熱を速やかに基板を通じて拡散できる。

ただし、YBCO よりも熱膨張係数が小さいため、成膜温度 ( $750\text{-}800^\circ\text{C}$ ) から液体窒素温度に冷却する際に、YBCO 膜に引っ張り歪みがかかる。このため、欠陥の少ないエピタキシャル薄膜の場合、膜厚が約  $0.3 \mu\text{m}$  を超えるとマイクロクラックが生じてしまう。またサファイアは YBCO と化学反応を起こすうえ、結晶構造が異なり、格子不整合性が大きい (ミスマッチ: 約 10%) ため、直接 YBCO をエピタキシャル成長させるのは困難である。そこで図 1.20 に示すように YBCO とサファイアの間での格子定数をもつ酸化セリウム ( $\text{CeO}_2$ ) を中間層 (バッファ層) として形成し、両者の格子不整合を緩和すると同時に化学反応を抑制する必要がある。

サファイア基板は単結晶基板として最も安い部類にはいるが、限流器の製作コストとして無視できる存在ではない。そこで、サファイア基板よりもさらに安価で、77~100 K における熱伝導率はサファイアよりも高い単結晶シリコン基板を用いることが検討された。しかし、シリコンは熱膨張率がサファイアよりもさらに小さいため、クラックなしに成膜できる YBCO 膜の厚さは  $0.05 \mu\text{m}$  であって[13], サファイアの場合の  $1/6$  である。このことから、サファイアの代替としてシリコンを使うのは困難である。

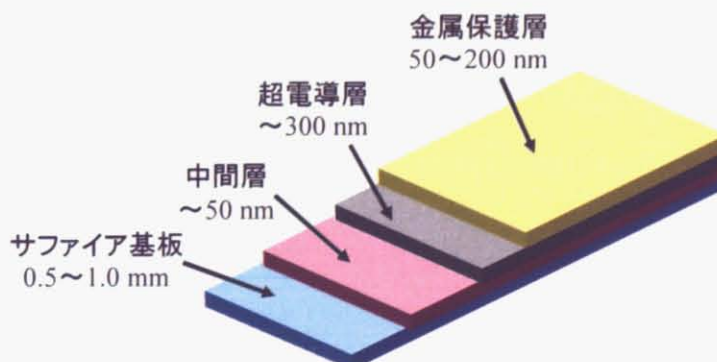


図 1.19 超電導薄膜の基本構造

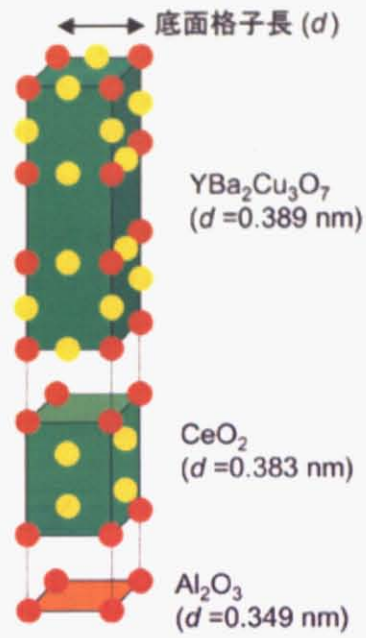


図 1.20 超電導体  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7/\text{CeO}_2$  中間層/サファイア ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) 基板の結晶格子模式図



超電導薄膜の製法は大きく分けて、真空中で行う気相法と真空は必要のない液相法の二種類がある。従来用いられていたのは PLD (Pulsed Laser Deposition) 法や共蒸着法などの気相法であり、 $J_c$  が高く比較的均一な薄膜が得られている。

住友電工は、図 1.21 に示す PLD 法によって、サファイア単結晶上の HoBCO 超電導薄膜の開発を行った[14]。大面積超電導薄膜を作製する技術開発として、図 1.22 に示す「2次元揺動 PLD 法」による成膜手法を発案している。この手法では、PLD 法で発生させたプラズマに対して基板を2次的に揺動させ、その運動を繰り返すことによって均一な所定の膜厚を有する薄膜が得られる。これまでに、3 cm × 10 cm サイズの HoBCO 超電導薄膜を開発し、 $J_c$  平均 2.4 MA/cm<sup>2</sup>、ばらつき ±8 % を達成している。

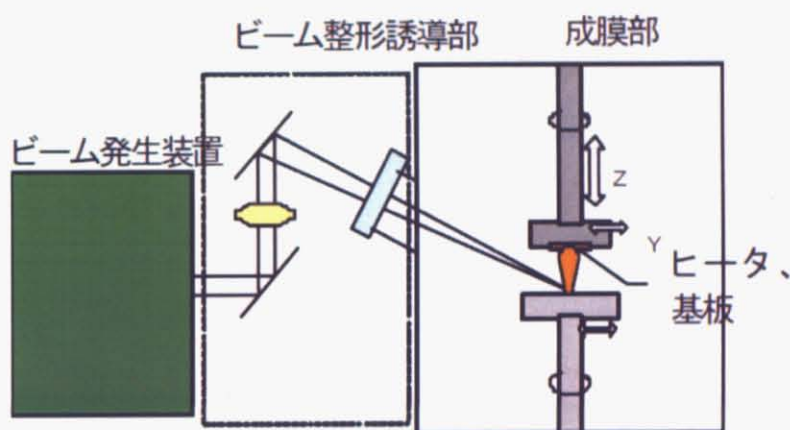


図 1.21 PLD 法の概念図

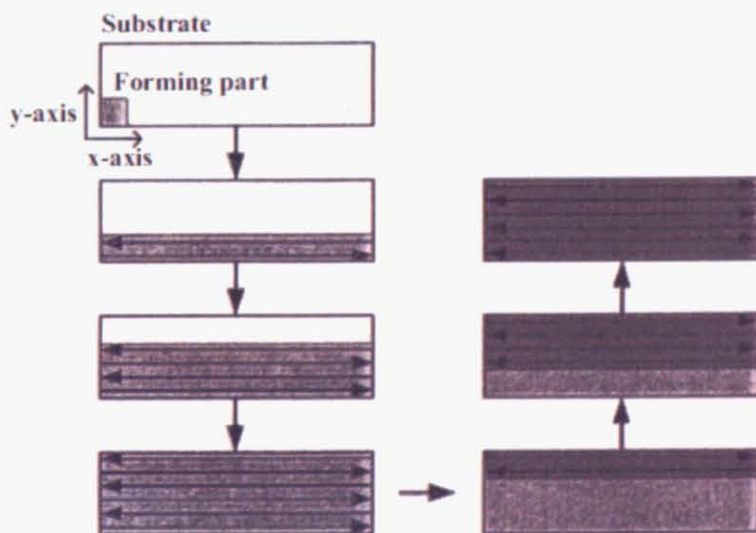


図 1.22 2次元揺動 PLD 法による成膜の概念図

ドイツの THEVA 社では、図 1.23 に示す熱共蒸着法によって、大面積サファイア基板（9 インチ径まで）上の YBCO 薄膜を作製・販売しており、膜厚  $0.3 \mu\text{m}$  で臨界電流密度  $J_c$  が約  $3 \text{ MA/cm}^2$ （ばらつき  $\pm 5\%$  程度）の薄膜を安定供給している[15]。

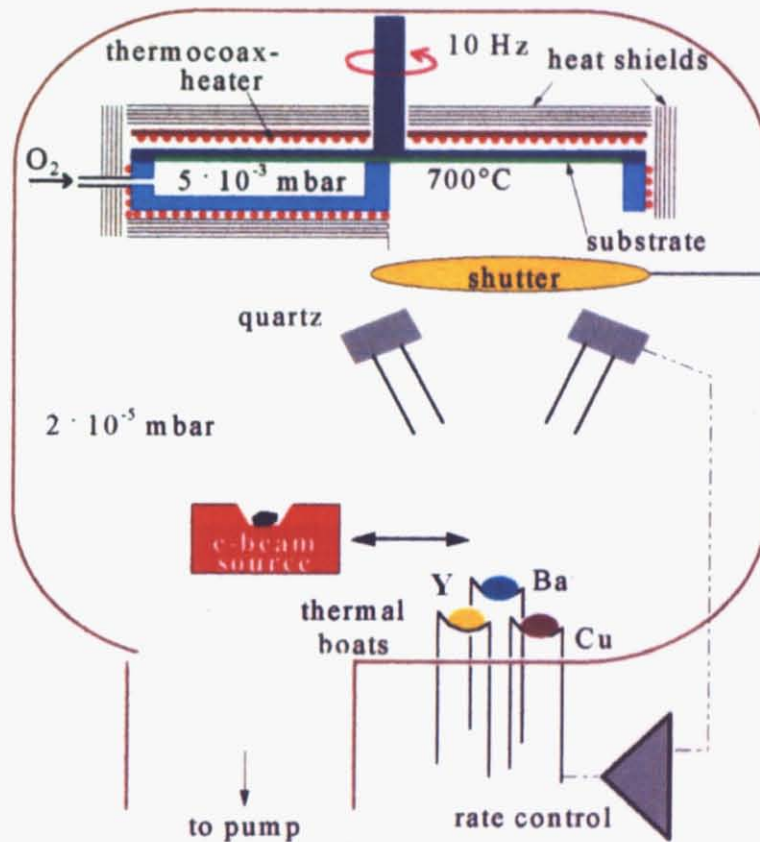


図 1.23 熱共蒸着法の概念図

以上のように、気相法を用いると均一性の高い優れた薄膜の作製が可能であるが、高い真空度を維持する必要があるためコストが高くかつ量産化が困難である。また大面積薄膜を製造するためには大規模な装置が必要であるという問題もある。

一方で、近年研究が進んでいる TFA-MOD (Metal Organic Deposition) 法, MOD 法などの液相法は、気相プロセスと比べてはるかに低コストで超電導層の作製が可能である。

産業技術総合研究所では、塗布熱分解法 (MOD 法) を用いた大面積超電導薄膜の作製を行っている。図 1.24 に示すように、第 1 工程にて  $\text{CeO}_2$  中間層を真空蒸着法で形成し、第 2 工程で中間層上に超電導  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  を塗布熱分解法で形成する。塗布熱分解法とは、超電導体構成元素 (イットリウム (Y), バリウム (Ba), 銅 (Cu)) を含む金属有機酸塩を有機溶媒に溶解し、この溶液を基板に塗布した後、これを加熱処理することで有機成分を燃焼除去して超電導体を形成する方法 (「塗って・焼いて」作る方法) である。この方法は、気相プロセスと比べてはるかに低コスト (超電導膜の作製コストが 10 分の 1 以下) な方法であり、大面積化が容易・量産化も可能であることから、限流器に用いる薄膜として期待されている。これまでに図 1.25 に示すような  $30\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  の薄膜の製造が可能になっている [16]。ただし、現状では気相プロセスに比べて  $J_c$  が低いということとその均一性が良くないという問題があるので、限流器に用いるのであればそれを考慮して設計しなければならない。

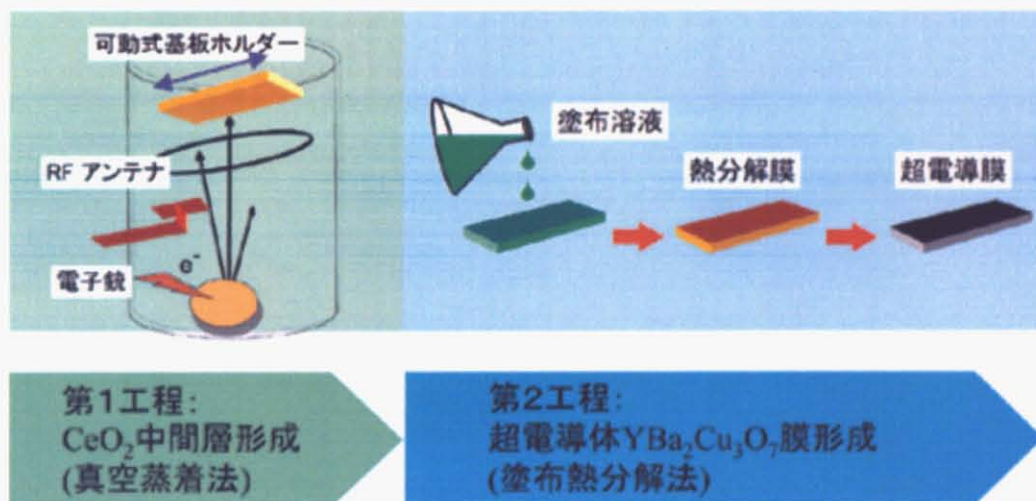


図 1.24 大面積超電導膜の作製工程模式図

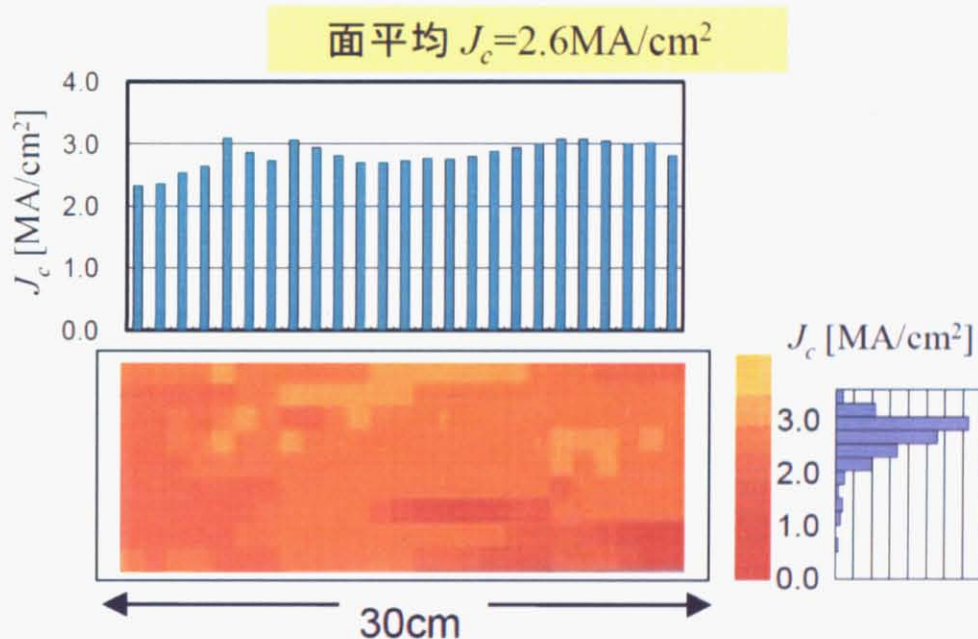


図 1.25 MOD 法による世界最大級の超電導薄膜の写真および  $J_c$  分布

## 1.7 大容量化における課題と研究動向

超電導薄膜限流器の大容量化には、大電流化と高電圧化の二つの課題がある。この二つに関する研究は、平成12年度～16年度までの国家プロジェクトとして行われてきている。

通常時の電流容量は超電導薄膜の臨界電流値で決まるため、大電流化するためにはとにかく臨界電流値の高い薄膜を作り、それを並列化するしかない。つまり薄膜さえできてしまえば、素子自体に何か工夫をするというわけではなく、重要なのはその並列化技術ということになる。単純に薄膜を平面的に並べてしまうと電磁氣的に相互に影響してしまうため、電流が均等に流れなくなる。そのため図1.26に示すように素子を多角形状に配置して電流の均一化を図っている。図1.26に示しているのは最終的に開発された1 kA 限流ユニットであり、幅30 mm、長さ100 mmの超電導薄膜を8枚並列に接続し、そのユニットを2つ直列につないだものである。1 kAの連続通電が可能であり、当初の目標を達成している。これを用いて限流試験も行われており、200 V<sub>rms</sub>の電圧を3.5サイクル印加したときに、最高温度は約400 Kまで上昇しており、そのときの発生抵抗は約0.17 Ωであった[17]。

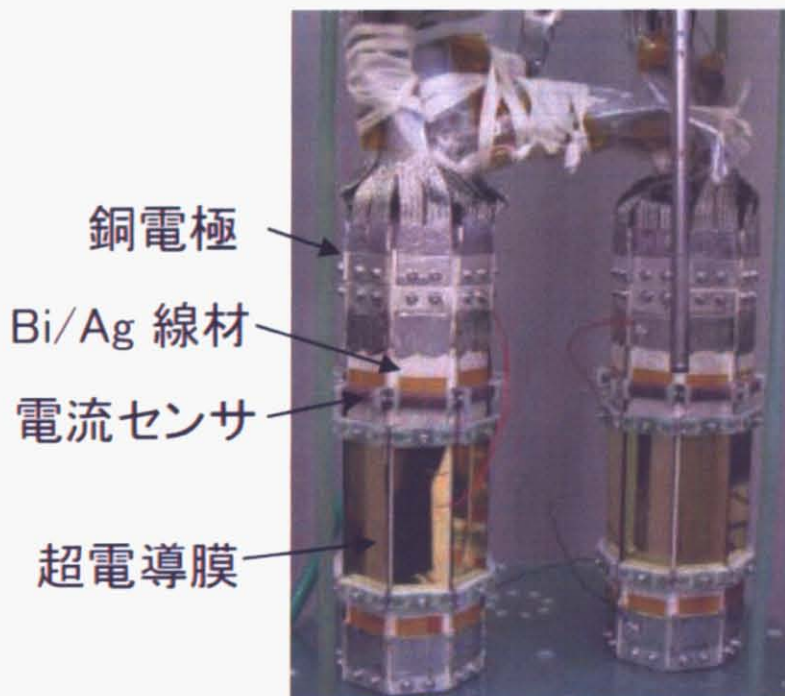


図 1.26 1 kA 限流ユニット

一方、高電圧化に関して、限流動作時に許容できる素子の電圧というのは素子が焼損する温度によって決まる。これまでの研究から素子が焼損する温度は 400 K~500 K と言われているので、許容素子電圧というのはこの温度を超えない範囲で印加可能な電圧ということになる。限流素子における発熱は、 $V^2/R$  で決まるため、単純に考えれば限流動作後の抵抗をできるだけ大きくした方が発熱が少なく、許容素子電圧は高くなるのだが、ホットスポットの問題があるためそう単純ではない。ホットスポットとは、超電導薄膜の特性のばらつきによる局所的な常電導転移によって、電界が集中して素子が焼損してしまう問題である。そのため通常は図 1.19 に示すような金属保護膜を分流層として蒸着する。ただし、保護膜の材質は何でも良いというわけではなく、YBCO と反応しないという条件から金および銀に限定されてしまう。通常、より抵抗率の高い金を蒸着するわけであるが、さらにその厚さは技術的な難しさから 50 nm が限界であると言われている。図 1.27 に示すのは、エピタキシャルな金薄膜（サファイア基板上にニオブのシード層を蒸着し、その上に金をエピタキシャル成長させたもの）の抵抗率の温度依存性であるが、厚さが 50 nm よりも薄い領域になると著しく抵抗率が上昇していることがわかる[18]。YBCO 膜上に蒸着する場合、それよりも条件は悪くなるため、50 nm よりも薄くすると不純物や欠陥の影響が大きくなってしまふことが予想される。

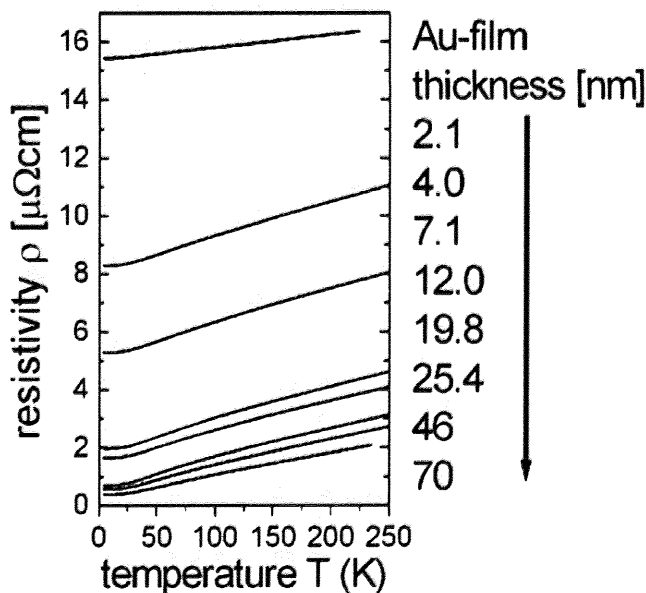


図 1.27 エピタキシャルな金薄膜の抵抗率の温度依存性

国家プロジェクトで開発された限流素子は、そういった金属保護膜を蒸着することはせず、図 1.28 に示すような独自の構造をもっている。インジウムを介してニッケル層に分流させることにより、従来の金保護膜を分流層とする限流素子の約 4 倍である 90 V/cm もの許容素子電界を達成している。最終的にはこの素子を 40 直列することにより、13.88 kV の電圧印加に成功している[19]。

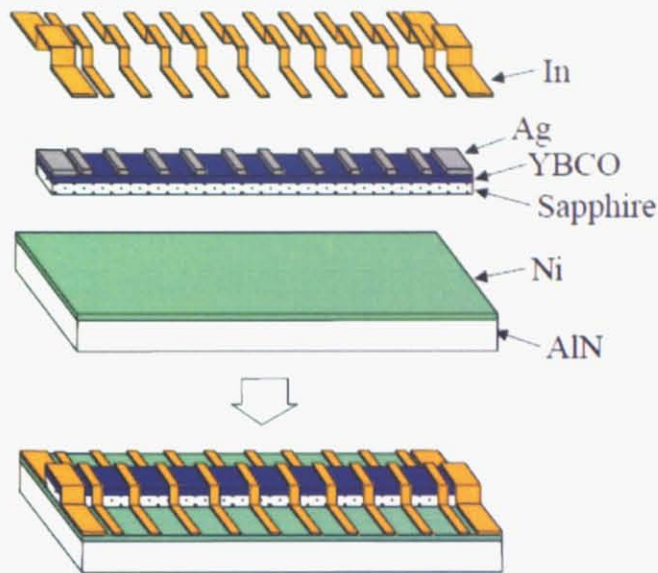


図 1.28 高電圧限流素子

以上より、目標であった 1 kA, 6.6 kV 級の限流器が技術的に可能であることが示された。しかし、これがすぐに実用化に結びつくかといえそうではない。大電流化・高電圧化が個別にしか実現していないということもあるが、もうひとつ実用化への大きな壁としてコストの問題がある。限流器の実用化目標コストは 1,000~2,000 円 / kVA が現実的であると考えられており [3], サファイア基板のコストや超電導層の成膜代だけでも現状ではかなり厳しい状況であると言わざるをえない。その上に図 1.28 で示したような複雑な構造をもつ素子を作製する必要があるというのでは、実用化は不可能である。

現在はコストを見据えた限流素子の設計を行う段階に来ており、そのコストの大部分を占める基板代+成膜代をいかに小さくするかを検討しなければならない。つまり、MOD 法などの液相法による安価な薄膜を用いるということや単位面積当たりの容量を大きくして、できるだけ使用する薄膜の面積を小さくするということが求められる。

図 1.29 に示すのは、最近産業技術総合研究所で開発された金銀合金を分流層とした限流素子である。金よりも一桁程度抵抗率の高い金銀合金を用いること、そして、ホットスポットの問題を解決するために安価な無誘導巻抵抗を保護抵抗として並列に接続したものである。未だ小容量 ( $180V_{rms} / 60 A_{rms}$ ) であるが、40 V/cm 以上の許容素子電界を達成している [20,21]。

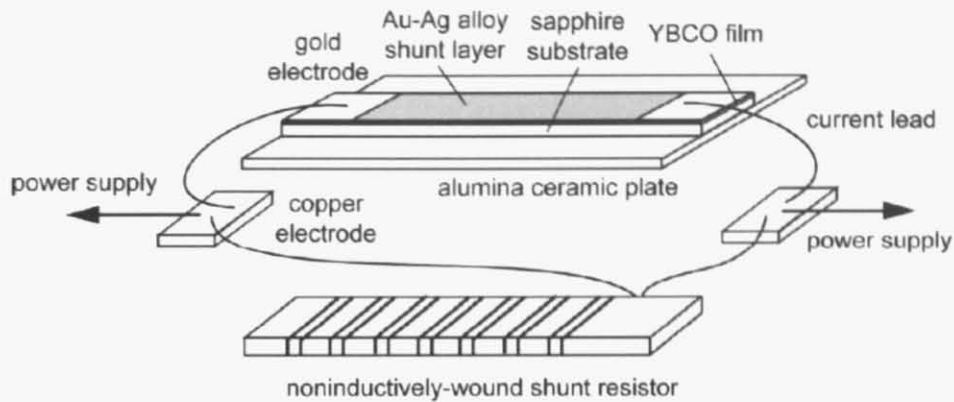


図 1.29 金銀合金を分流層とした限流素子

一方で、海外を中心に研究されているのが、基板上に超電導薄膜の経路をできるだけ長くするようにパターンニングした素子である。素子容量として大きくできるわけではないが、電流容量はそれほど必要なく、電圧容量を大きくしたい場合には有効である。そのパターンニングの形状は、以下に紹介するように3パターンが考案されている。

ジュネーブ大学や韓国電力公社電力研究院(KEPRI)で研究されているのが、図 1.30 に示すようなミアンダ形状の薄膜である。ミアンダ形状の場合の問題点として、電流がカーブする部分で内側に集中してしまうため、その部分が局所的に温度上昇してしまい、焼損してしまうということがある。そのため、それに対する対策が必須であると考えられる[22, 23]。図 1.30 (左) のジュネーブ大学の薄膜では、周期的にスリットが入れている。これによって、臨界電流の値は小さくなってしまいが、全領域で常電導転移するようになる。

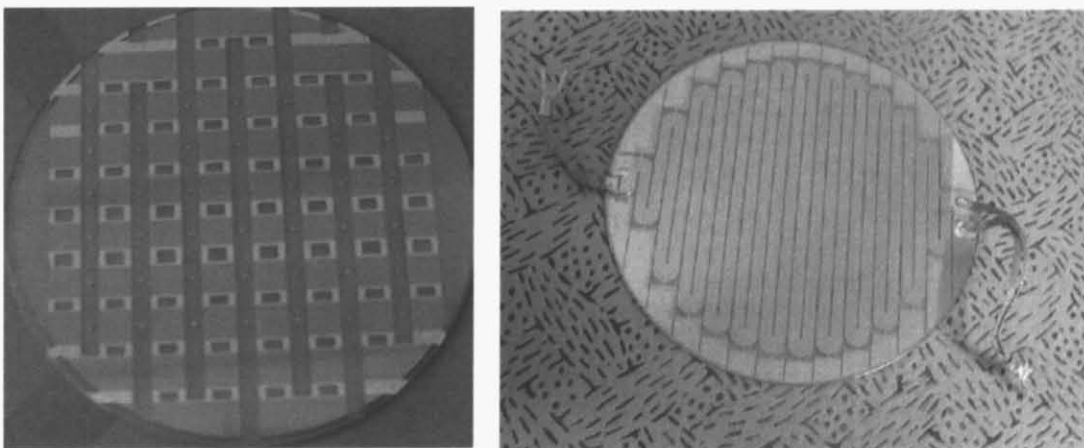


図 1.30 ミアンダ形薄膜限流素子



ドイツの Siemens 社で開発されたのが、図 1.31 に示すスパイラル形状の薄膜である。スパイラル形状の場合、ミアンダ形状のときのように電流が局所的に集中することはない。Siemens 社では直径 4 インチのサファイア基板に幅 6 mm、長さ 760 mm でパターンニングした薄膜 63 枚を用いて、7.2 kV / 1.25MVA の限流器を達成している[24]。

また韓国の LG 産電では、スパイラル形状の場合に真ん中からリード線を取り出さなければならないという問題（絶縁のためにリード線同士はできるだけ離したい）を解決するために、図 1.32 に示すバイスパイラル形状の薄膜限流素子を開発した。これを 6 並列、8 直列することにより、6.6 kV / 200 A の限流器を達成している[25]。

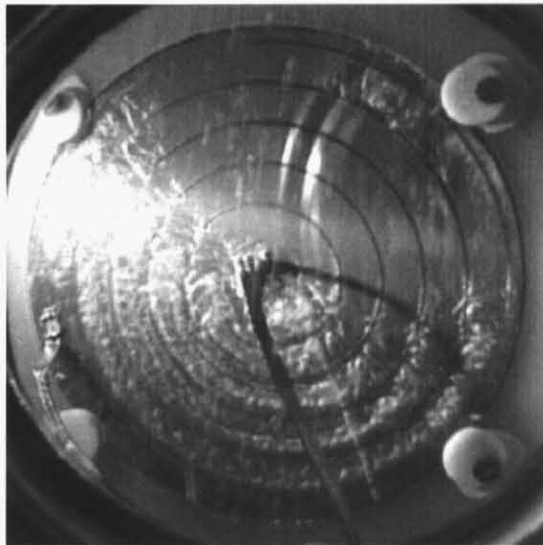


図 1.31 スパイラル形薄膜限流素子

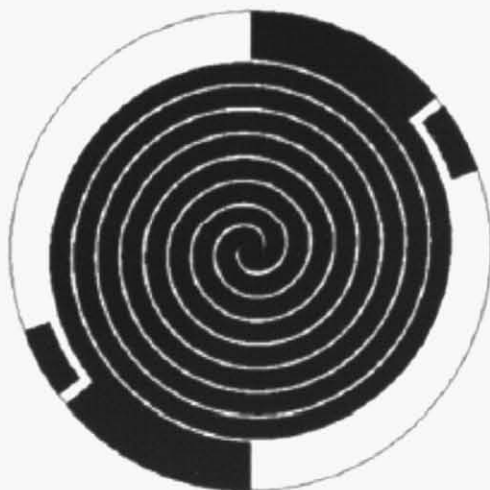


図 1.32 バイスパイラル形薄膜限流素子

## 1.8 超電導薄膜限流素子の解析技術

高性能な超電導薄膜限流素子を設計するためには、限流時の過渡的な電磁的および熱的振る舞いを詳細に把握することが必要になってくる。しかし、そのような過渡的な電流分布の変化や温度分布の変化を実験的に測定するのは、現実的には非常に難しいため、解析によって電磁的・熱的現象を詳細に把握することが望まれる。従来行われていた解析は、限流素子の電流-電圧特性を考慮した集中定数として扱う、もしくは長さ方向のみの分布を考慮して幅方向の分布は均一であると仮定するというものであった。そのような解析では、超電導体の偏流現象や2次元的に $J_c$ の不均一性がある場合、もしくは超電導薄膜が何らかの形状にパターニングされている場合については対応できない。そこで先行研究において、超電導薄膜限流素子の限流特性を幅方向・長さ方向に関して2次元的に解析するためのツールの開発が行われた。これまでに定常状態の偏流現象の解析、 $J_c$ 分布が均一もしくは部分的に不均一な薄膜における限流特性の解析が可能になっている[26]。ただし、高電界領域における $n$ 値の低下を考慮すること、超電導特性を2次元的に自由に設定できること、超電導薄膜の形状（パターニング）を自由に設定できることなど、解析ツールのさらなる改良が必要である。

## 1.9 研究の目的

本研究の目的は、超電導薄膜限流素子の大容量化を目指して、数値解析に基づく素子設計を行うことである。

具体的には、以下の手順で研究を進める。

- (1) 先行研究で開発された、有限要素法による電磁界解析・熱伝導解析および電気回路解析の連成解析を行う解析ツールの改良を行う。具体的には、臨界電流密度  $J_c$  や  $n$  値のような超電導特性や薄膜のパターニングを2次元的に自由に設定できるようにする。
- (2) 超電導薄膜における電流分布を測定し、 $J_c$  の不均一性について実験的に把握する。また電流-電圧特性、限流特性を測定することにより、解析ツールにおけるモデル化の改善および妥当性の検証を行い、解析ツールの確立を目指す。
- (3) 数値解析によって、不均一性をもつ超電導薄膜における限流時の過渡現象を明らかにし、金保護膜の厚さが限流特性に与える影響を把握する。また、大面積の薄膜を用いたときに金保護膜の厚さやパターニングを検討することにより、単位面積当たりの容量を大きくできる限流素子进行設計する。
- (4) 設計した素子を試作・動作確認を行い、今後の設計指針を与える。

ここで、限流素子とは限流器を構成する最小単位の薄膜であると定義しておく。

## 1.10 論文の構成

前述した背景および目的を受けて、本論文は以下の構成で話を進める。

第1章は「序論」であり、本論文における研究の背景および目的を説明する。限流器が必要とされている背景、現時点における限流器の研究開発動向を紹介し、本研究で対象としている超電導薄膜を用いた抵抗型の限流器について、その特長や技術的課題などを説明する。そして、技術的課題の中で特に重要である大容量化の問題に対して、これまでどのようなアプローチがされてきているかを紹介する。さらに、本論文で重要な位置づけである数値解析について、その難しさや意義について説明し、またどのような目的で研究を行うかを説明する。

第2章は「有限要素法を用いた数値解析手法」と題し、本論文で重要な位置づけである数値解析について、その特徴をまず説明し、その後定式化などについて詳細に記述する。

第3章は「小型サンプルを用いた超電導薄膜の電磁特性および限流特性の測定」と題し、まずは小型の超電導薄膜を用いて、その特性の把握および解析ツールの妥当性の検証を行う。具体的には以下の通りである。

- ・ ピックアップコイルを用いて簡易的に電流分布を測定するためのシステムを構築する。それにより、超電導薄膜における  $J_c$  の不均一性がどの程度であるかを実験的に評価する。
- ・  $E$ - $J$  特性を測定し、高電界領域における  $n$  値の低下を把握する。
- ・ 限流試験を行い、解析結果と比較することにより、解析ツールの妥当性を検証する。

第4章は「数値解析による大容量限流素子の設計」と題し、近年作製が可能になってきている大面積薄膜をいかに効率良く使うか、その素子設計について数値解析により検討する。まず、直線状薄膜（パターニングなし）とミアンダ型薄膜に関して、 $J_c$  の不均一性を考慮して数値解析を行い、金保護膜を薄くすることによって、どの程度の印加可能電圧が得られるかを確かめる。次に、金保護膜のパターニングによる素子の大容量化について検討する。

第5章は「メタルミアンダ型薄膜限流素子の動作検証」と題し、第4章において設計したメタルミアンダ型薄膜限流素子を実際に試作して限流試験を行い、常電導伝搬の様子などを測定することにより、解析結果が妥当なものであるか、そもそもメタルミアンダ型薄膜限流素子は成立しうるのかを検証する。

第6章は「結論」であり、本論文のまとめを行い、今後の展望について述べる。

以上、本論文の構成を図 1.33 に示す。

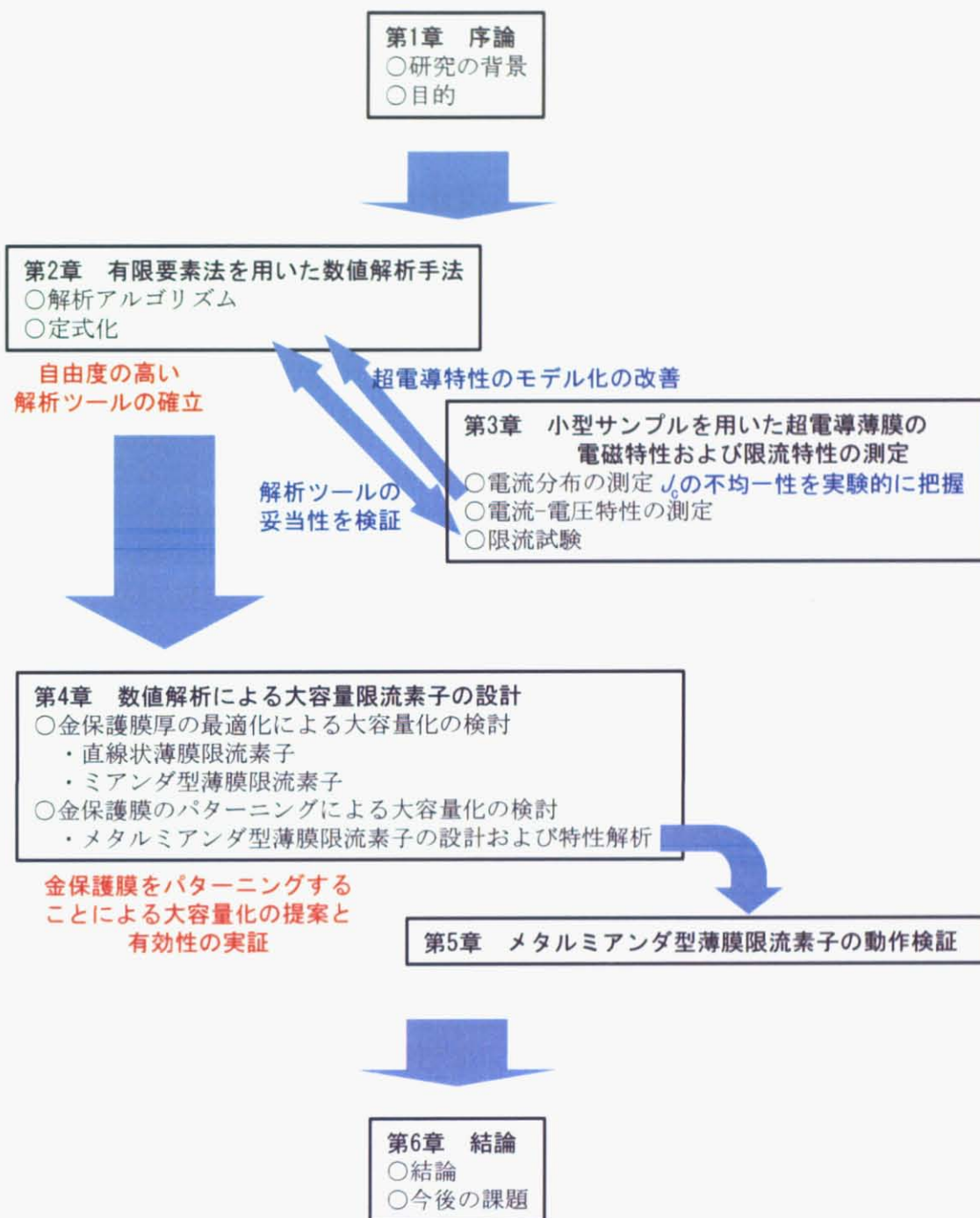


図 1.33 論文の構成

## 第 2 章

### 有限要素法を用いた数値解析手法

#### 2.1 解析手法の特徴

従来、限流器の数値解析手法として用いられていたのは、素子を集中定数として電気回路を計算し、また基板に関しても温度分布を考慮しない、もしくは長手方向と厚さ方向のみを考慮した 2 次元解析を行うという簡易的な手法である。ただし、そのような手法だと定常状態における電流の偏流現象（磁束ピンニングによって電流の変化が外側から起こる現象）を解析することはできず、また超電導特性の 2 次元的な分布を考慮することができない。さらにミアンダ形状などのようにパターニングを施した薄膜の解析には対応できない。そこで本解析では、図 2.1 に示すように超電導体の電磁特性を適切にモデル化した 2 次元電磁界解析を行い、さらに基板に対して 3 次元熱伝導解析、また電圧源および外部インピーダンスを考慮した電気回路解析の 3 連成解析を行う[26]。

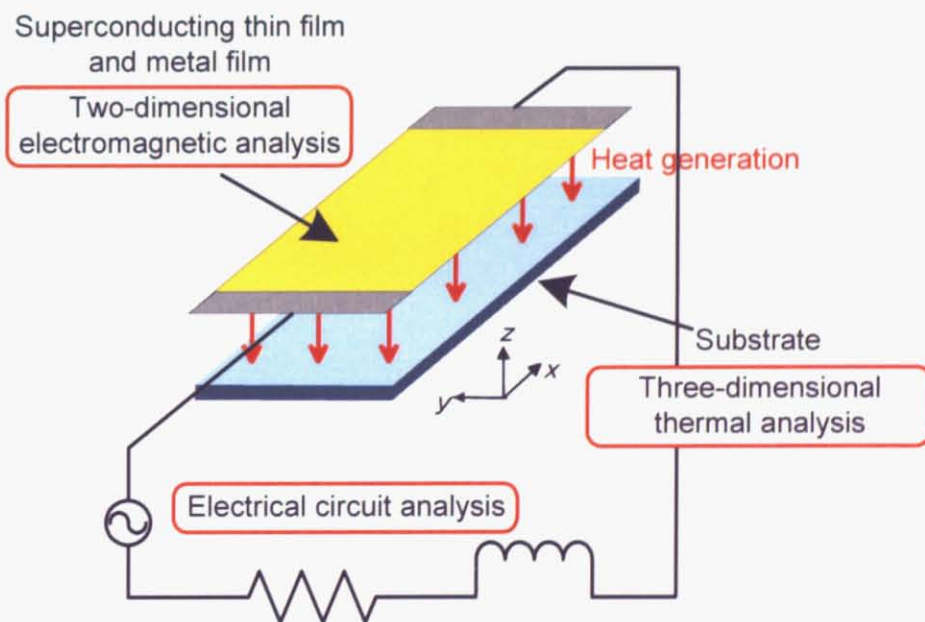


図 2.1 数値解析手法の概念図

## 2.2 電磁界解析の支配方程式

図 2.2 に解析モデルを示す。超電導薄膜はその幅・長さが数十 mm であるのに対し、厚さは 1  $\mu\text{m}$  以下であり、また膜面方向に比べて厚さ方向に電流が流れにくいという性質がある。そのため、次式で定義される電流ベクトルポテンシャル  $T$  を未知数として、厚さ方向には電流が流れないとする薄板近似を適用すれば、 $z$  成分のみによって  $x - y$  平面の二次元解析が可能である[27]。

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{T} \quad (2.1)$$

式(2.1)とオームの法則

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.2)$$

をマクスウェルの方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

へ代入すると、次式に示す支配方程式が得られる。

$$\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{T}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

ここで、磁束密度  $\mathbf{B}$  は外部磁界を考慮しない場合、ビオ・サバールの法則から次式で計算できる。

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (2.5)$$

ここで、 $V$ : 電流が流れる導体領域、 $\mathbf{r}$ : 導体表面の積分点から計算点に向かうベクトルで、その大きさは  $r$  である。これと(2.1)式を代入すると、支配方程式(2.4)は次式のようにになる。

$$\nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{T}) = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \frac{(\nabla \times \mathbf{T}) \times \mathbf{r}}{r^3} dV \quad (2.6)$$

また、電流ベクトルポテンシャル  $\mathbf{T}$  は  $z$  成分のみであることを考慮すると次式のように変形できる。

$$\rho \nabla^2 T = -\frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS \quad (2.7)$$

ここで、 $h$ : 導体の厚さ、 $\mathbf{n}$ : 導体表面の法線ベクトル、 $S$ : 導体表面であり、 $\mathbf{T}$  の  $z$  成分を  $T$  と表している。

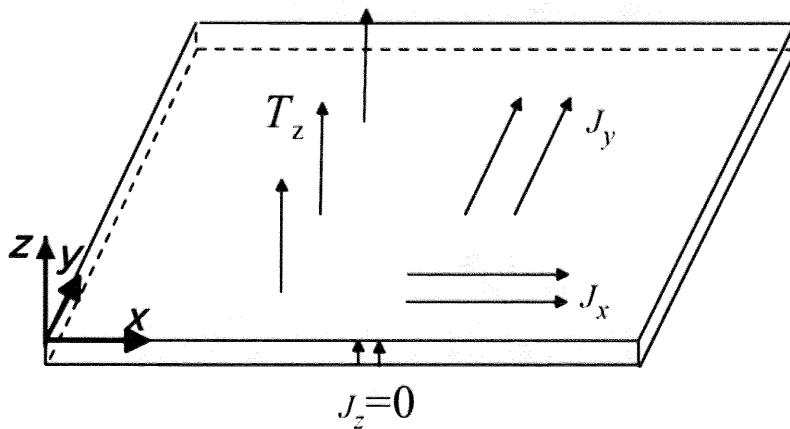


図 2.2 電磁界解析モデル

### 2.3 電磁界解析の支配方程式の離散化

(2.7)式の支配方程式から、重みつき残差法のひとつであるガラーキン法を用いて、有限要素法の全体節点方程式を導く[28, 29]。要素は1次三角形要素を用いる。

節点*i*の補間関数 $N_i$ を重み関数として、残差を重みつき積分したものを $G_i^*$ とすると、 $G_i^*$ は次式で表される。

$$G_i^* = \iint_S N_i \left\{ \rho \nabla^2 T - \frac{\mu h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{l=1}^L \iint_{S_l} \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS_l \right\} dx dy = 0 \quad (2.8)$$

$S_l$ はビオ・サバルの法則による積分領域であり、 $L$ は電流が流れる全要素数である。ここで、第1項に注目して、以下のように式変形を行う。

$$\begin{aligned} \iint_S N_i \{ \rho \nabla^2 T \} dx dy &= \rho \iint_S \left\{ N_i \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + N_i \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &= \rho \iint_S \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( N_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &\quad - \rho \iint_S \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy \end{aligned} \quad (2.9)$$

この第1項にグリーンの定理を適用すると、

$$\rho \iint_S \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( N_i \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_i \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy = \rho \oint_C N_i \left( \frac{\partial T}{\partial x} dy - \frac{\partial T}{\partial y} dx \right) \quad (2.10)$$

となる。ここで $C$ は境界に沿う閉路であり、境界 $C$ を自然境界として取り扱う場合には、この式はゼロとなる[28]。従って、 $-G_i^* = G$ とすると(2.8)式は次式のようにになる。



$$G_i = \iint_S \rho \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right\} dx dy$$

$$+ \iint_S N_i \left\{ \frac{\mu_0 h}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{l=1}^L \iint_{S'_l} \frac{\{\nabla \times (\mathbf{n}T)\} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}}{r^3} dS' \right\} dx dy = 0 \quad (2.11)$$

これより、各要素における  $G_i^{(e)}$  を計算し加え合わせれば、係数マトリクスを用いて次式のように導かれる。

$$[R]\{T\} + [M] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} = 0 \quad (2.12)$$

さらに時間微分項に後退差分近似を用いると、

$$\left[ [R] + \frac{1}{\Delta t} [M] \right] \{T\}_s = \frac{1}{\Delta t} [M] \{T\}_{s-1} \quad (2.13)$$

となる ( $s$ : 時間ステップ)。これが  $T$  について解くべき方程式となる。

## 2.4 超電導特性のモデル化

超電導体の  $E$ - $J$  特性 ( $E$ : 電界,  $J_s$ : 電流密度) は図 2.3 に示すような非線形性をもつため、これを次式で示されるべき乗則 ( $n$  値モデル) で近似する。

$$E = E_c \left( \frac{J_s}{J_c} \right)^n \quad (2.14)$$

$E_c$  は基準電界,  $J_c$  は臨界電流密度である。これより、超電導体の等価的な抵抗率  $\rho_s$  を次式によって計算する。

$$\rho_s = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{J_s}{J_c} \right)^{n-1} \quad (2.15)$$

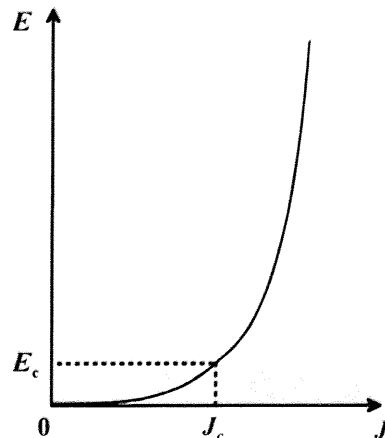


図 2.3 超電導体の  $E$ - $J$  特性

ただし  $n$  値モデルにおいて、 $J_c$  付近では  $n$  値を一定と考えても問題ないが、電流密度  $J_c$  がよりも大きな領域では  $n$  値は徐々に低下してくることが知られている。限流動作を解析する場合、過渡的に  $J_c$  の 2 倍以上の電流が流れるため、より精度良く解析を行うためには、 $n$  値の低下を考慮しなければならない。よって、第 3 章において  $E$ - $J$  特性の測定を行い、それを解析ツールに導入する。

また、 $J_c$  の温度依存性は次式によって考慮している。

$$J_c(T) = \alpha \left\{ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (2.16)$$

$\alpha$  は定数であり、臨界温度  $T_c$  における  $J_c$  の値を表している。また  $J_c$  は磁界依存性も有しているが、限流器の解析では外部磁界は考えておらず、自己磁界のみであるため、磁界依存性については考慮していない。

## 2.5 金属保護膜の取り扱い

超電導体に過電流が流れて常電導状態に転移すると、電流は金属保護膜に分流する。この現象を解析中では以下のように取り扱っている。

金属保護膜と超電導薄膜は、電磁界解析における各要素において並列接続されていると考えると、各要素の等価的な抵抗率  $\rho$  は次式で表される。

$$\rho = \frac{\rho_m \rho_s (t_m + t_s)}{\rho_m t_s + \rho_s t_m} \quad (2.17)$$

ここで、 $\rho_m$  と  $\rho_s$  はそれぞれ金属保護膜と超電導薄膜の抵抗率であり、 $t_m$  と  $t_s$  はそれぞれ金属保護膜と超電導薄膜の厚さである。これより、各要素全体における電流密度  $J$  との関係は次式で表される。

$$J_s = \frac{\rho_m (t_m + t_s)}{\rho_m t_s + \rho_s t_m} J \quad (2.18)$$

これと(2.15)式より、 $\rho_s$  に関して次の式が成立する。

$$\rho_s = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{J \rho_m (t_m + t_s)}{J_c \rho_m t_s + \rho_s t_m} \right) \quad (2.19)$$

これを  $\rho_s$  について代数的に解くことはできないので、数値計算によって解き、それを(2.17)式に代入して  $\rho_c$  を求める。

## 2.6 ニュートン・ラプソン法を用いた非線形解析

YBCO 薄膜の  $n$  値はおよそ 30 ~ 50 程度であり、抵抗率は強い非線形性をもっているため、過小緩和法によって収束させるのは難しく、また収束させることができるとしても膨大な繰り返し回数が必要になる。したがって、より収束性の良いニュートン・ラプソン法を用いて収束反復計算を行う。以下にその定式化について記す。

ニュートン・ラプソン法では  $k+1$  回目の反復で得られる節点  $i$  のポテンシャルの近似解  $T_i^{(k+1)}$  は次式で与えられる。

$$T_i^{(k+1)} = T_i^{(k)} + \delta T_i^{(k)} \quad (2.20)$$

ここで、 $\delta T_i^{(k)}$  は次式を解くことにより求まる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial T_1} & \cdots & \frac{\partial G_n}{\partial T_1} \\ \vdots & \frac{\partial G_i}{\partial T_m} & \vdots \\ \frac{\partial G_1}{\partial T_n} & \cdots & \frac{\partial G_n}{\partial T_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta T_1 \\ \vdots \\ \delta T_m \\ \vdots \\ \delta T_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -G_1 \\ \vdots \\ -G_i \\ \vdots \\ -G_n \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

上式の  $G_i$  は式(2.11)で与えられる。この計算をすべての節点におけるベクトルポテンシャル  $T$  が収束するまで繰り返せば、解が求まる。

(2.21)式の詳しい導出については先行研究である文献[26]に譲るが、ここでは本研究において改善した点について記述しておく。文献[26]では各要素における等価的な抵抗率  $\rho$  (超電導薄膜と金属保護膜の抵抗率を合成した値) を予め電流密度および温度に対して離散的に求めておき、それをスプライン補間することにより、計算を行っていた。そのため(2.21)式で必要になる  $\partial\rho/\partial J^2$  の値もそこから求めることができる。しかし、そのような手法だと、 $J_c$  をランダムな値に設定したい場合や、 $n$  値の電流密度もしくは温度に対する依存性を考慮したい場合などに限界が生じてしまい、解析条件がそれによって拘束されてしまう。また何よりも解の収束性に影響してしまうと考えられる。そこで、本研究では  $\partial\rho/\partial J^2$  の定式化を厳密に行うことにより、より自由な条件で解析を行えるようにする。

まず  $n$  値を定数とした場合について計算する。

$$\frac{\partial\rho}{\partial J^2} = \frac{\partial\rho}{\partial\rho_s} \frac{\partial\rho_s}{\partial J^2} \quad (2.22)$$

と変形して  $\partial\rho/\partial\rho_s$  と  $\partial\rho_s/\partial J^2$  を別々に導く。(2.17)式から

$$\frac{\partial\rho}{\partial\rho_s} = \frac{\rho_m^2 t_s (t_m + t_s)}{(\rho_m t_s + \rho_s t_m)^2} \quad (2.23)$$

また(2.15)式から

$$\rho_s = \frac{E_c}{J_c} \left( \frac{\rho J}{E_c} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2.24)$$

なので,

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial J^2} = \left( \frac{n-1}{2n} \right) \frac{E_c^{\frac{1}{n}}}{J_c} \rho^{-\frac{1}{n}} J^{\frac{n-1}{n}} \left( 2 \frac{\partial \rho}{\partial J^2} + \frac{\rho}{J^2} \right) \quad (2.25)$$

よって, (2.23)式と(2.25)式から

$$\frac{\partial \rho}{\partial J^2} = \frac{(n-1) \rho_m^2 t_s (t_m + t_s) E_c^{\frac{1}{n}} \rho^{-\frac{1}{n}} J^{\frac{n-1}{n}}}{2n J_c (\rho_m t_s + \rho_s t_m)^2 - \rho_m^2 t_s (t_m + t_s) E_c^{\frac{1}{n}} 2(n-1) \rho^{-\frac{1}{n}} J^{\frac{n-1}{n}}} \quad (2.26)$$

以上より  $\partial \rho / \partial J^2$  を導くことができた。

次に,  $n$  値が電流密度の関数である場合の定式化を行う。 $n$  値が定数の場合と同様に,

$$\frac{\partial \rho}{\partial J^2} = \frac{\partial \rho}{\partial \rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial J^2} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \rho_s} = \frac{\rho_m^2 t_s (t_m + t_s)}{(\rho_m t_s + \rho_s t_m)^2} \quad (2.28)$$

として,  $\partial \rho_s / \partial J^2$  を計算する。(2.15)式より,

$$\rho_s = \frac{1}{J_c} E_c^{\frac{1}{n}} \rho^{-\frac{1}{n}} J^{\frac{n-1}{n}} \quad (2.29)$$

なので, まずは  $E_c^{\frac{1}{n}}$ ,  $\rho^{-\frac{1}{n}}$ ,  $J^{\frac{n-1}{n}}$  をそれぞれを個別に偏微分する。

$$\frac{\partial}{\partial J^2} \left( E_c^{\frac{1}{n}} \right) = E_c^{\frac{1}{n}} \log E_c \left( -\frac{1}{n^2} \right) \frac{\partial n}{\partial J^2} \quad (2.30)$$

次に  $\rho^{-\frac{1}{n}}$  の偏微分であるが,  $\rho$  も  $n$  も  $J$  の関数なので,

$$\frac{\partial}{\partial J^2} \left( \rho^{-\frac{1}{n}} \right) = \left( \frac{n-1}{n} \right) \rho^{-\frac{1}{n}} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} + \rho^{-\frac{1}{n}} \log \rho \left( \frac{1}{n^2} \right) \frac{\partial n}{\partial J^2} \quad (2.31)$$

同様に,

$$\frac{\partial}{\partial J^2} \left( J^{\frac{n-1}{n}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \left| J^{-\frac{n+1}{n}} \right| + \left| J^{\frac{n-1}{n}} \right| \log |J| \left( \frac{1}{n^2} \right) \frac{\partial n}{\partial J^2} \quad (2.32)$$

以上より,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho_s}{\partial J^2} = \frac{E_c^{\frac{1}{n}} \rho^{\frac{n-1}{n}} |J|^{\frac{n-1}{n}}}{J_c} & \left\{ -\frac{\log E_c}{n^2} \frac{\partial n}{\partial J^2} \right. \\
& + \left[ \left( \frac{n-1}{n} \right) \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial J^2} + \left( \frac{\log \rho}{n^2} \right) \frac{\partial n}{\partial J^2} \right] \\
& \left. + \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{n-1}{n} \right) \frac{1}{J^2} + \left( \frac{\log |J|}{n^2} \right) \frac{\partial n}{\partial J^2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.33}$$

また、 $\partial n / \partial J^2$  は次のように計算できる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n}{\partial J^2} &= \frac{\partial n}{\partial J_s} \frac{\partial J_s}{\partial J^2} \\
&= \frac{1}{\rho_m t_s} \frac{\partial n}{\partial J_s} \left\{ \frac{\rho_m (t_m + t_s) - \rho t_m}{2|J|} - t_m |J| \frac{\partial \rho}{\partial J^2} \right\}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

ここで、 $\partial n / \partial J_s$  は  $n$  値の近似式（第3章において測定結果から求める）により導く。

以上、(2.27), (2.28), (2.33), (2.34)式を  $\partial \rho / \partial J^2$  について解くと、

$$\frac{\partial \rho}{\partial J^2} = \frac{XYZ}{2J^2} \frac{\rho_m t_s n(n-1) + Z|J|(-\rho t_m + \rho_m t_m + \rho_m t_s) \log \left( \frac{\rho |J|}{E_c} \right)}{\rho_m t_s n \{ \rho n - XY(n-1) \} + XYZ |J| \rho t_m \log \left( \frac{\rho |J|}{E_c} \right)} \tag{2.35}$$

となり、 $\partial \rho / \partial J^2$  を導くことができた。

ただし、

$$X = \frac{1}{J_c} E_c^{\frac{1}{n}} \rho^{\frac{n-1}{n}} |J|^{\frac{n-1}{n}}, \quad Y = \frac{\partial \rho}{\partial \rho_s}, \quad Z = \frac{\partial n}{\partial J_s} \tag{2.36}$$

とおいている。

## 2.7 電磁界解析の境界条件および電気回路解析

薄板近似を適用した場合、適当な境界条件を与えることによって通電電流を設定することができる。通電電流を  $I$  とすると、 $I$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} I &= \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{ndS} = \int_S (\nabla \times \mathbf{T}) \cdot \mathbf{ndS} \\ &= \oint_{\text{Boundary}} \mathbf{T} \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (2.37)$$

よって、図 2.4 に示すように薄膜の断面を  $\mathbf{T}$  に関して周回積分した値が  $I$  になるように、例えば上端に  $T = I/h$ 、下端に  $T = 0$  と境界値を設定すればよい。ただし、 $h$  は超電導層の厚さである。一方、左右端は自由境界とする。固定境界の場合は電流が境界に対して平行に、自由境界の場合は電流が境界に対して垂直に流れることを意味する。

通電電流  $I$  は図 2.5 に示す電気回路から、次式に示す回路方程式

$$V = R_s I + R_c I + L_c \frac{dI}{dt} \quad (2.38)$$

を解くことで与えられる。ここで、 $V$ : 電源電圧、 $R_s$ : 限流素子抵抗、 $R_c$ : 外部抵抗、 $L_c$ : 外部インダクタンスである。これを時間  $t$  について後退差分近似すると、

$$V = \left( R_s + R_c + \frac{L_c}{\Delta t} \right) I - \frac{L_c I_0}{\Delta t} \quad (2.39)$$

となる。 $I_0$ : 前時間ステップの電流、 $\Delta t$ : 時間ステップ幅である。

上端における節点のベクトルポテンシャルを  $T_1 (= I/h)$  とすると、ニュートン・ラプソン法の反復計算における  $\delta T_1$  は次式を満たす。

$$T_1 = T_1' + \delta T_1 \quad (2.40)$$

ここで、 $T_1'$ : ニュートン・ラプソン法における前ステップのベクトルポテンシャルである。したがって、 $\delta T_1$  が満たすべき式は次式のようになる。

$$h \left( R_s + R_c + \frac{L_c}{\Delta t} \right) \delta T_1 = V + \frac{L_c I_0}{\Delta t} - h \left( R_s + R_c + \frac{L_c}{\Delta t} \right) T_1' \quad (2.41)$$

また図 2.5 に点線で示すように、限流素子に並列に保護抵抗（インダクタンスを考慮）を接続した場合、回路方程式は次式のようになる。

$$V = R_s I_s + R_c I + L_c \frac{dI}{dt} \quad (2.42)$$

ここで、 $I_s$ : 限流素子を流れる電流である。これを後退差分近似すると、

$$V = R_s I_s + \left( R_c + \frac{L_c}{\Delta t} \right) I - \frac{L_c I_0}{\Delta t} \quad (2.43)$$

となる。このとき境界条件は  $T_1 = I_s/h$  であるため、回路電流  $I$  を  $I_s$  を用いて表す。保護

抵抗を流れる電流を  $I_p$  とすると,

$$\begin{aligned} R_s I_s &= R_p I_p + L_p \frac{I_p - I_{p0}}{\Delta t} \\ &= R_p (I - I_s) + L_p \frac{I - I_s - (I_0 - I_{s0})}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.44)$$

添え字 0 は, 前時間ステップにおける電流である。これより  $I$  を計算し, (2.43)式へ代入すると,

$$V + L_c \frac{I_0}{\Delta t} - A \frac{L_p}{\Delta t} (I_0 - I_{s0}) = B I_s \quad (2.45)$$

ただし,

$$A = \frac{R_c + \frac{L_c}{\Delta t}}{R_p + \frac{L_p}{\Delta t}}, \quad B = A \left( R_s + R_p + \frac{L_p}{\Delta t} \right) + R_s \quad (2.46)$$

である。よって,  $T_1 = I_s / h$  より,  $\delta T_1$  が満たすべき式は次式のようにになる。

$$h B \delta T_1 = V + \frac{L_c I_0}{\Delta t} - A \frac{L_p}{\Delta t} (I_0 - I_{s0}) - h B T_1' \quad (2.47)$$

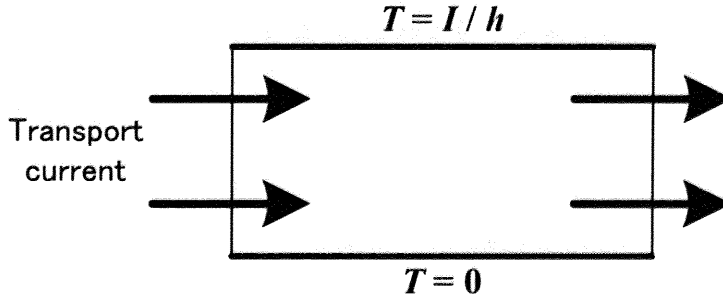


図 2.4 境界値の与え方

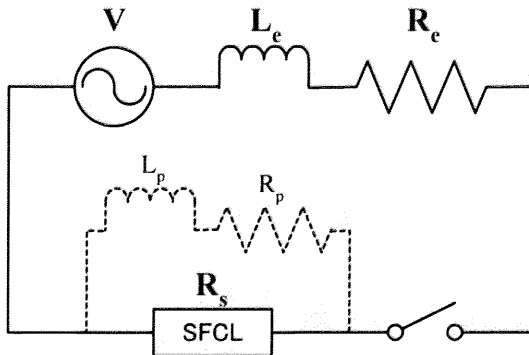


図 2.5 解析に用いる電気回路

## 2.8 熱伝導解析の定式化

超電導薄膜で発生した熱による温度上昇を、有限要素法を用いた熱伝導解析によって計算する。限流素子はサファイア基板上に、中間層、超電導層、金属保護層が積層した構造であるが、それら各層は基板に比べて非常に薄いため、解析対象はサファイア基板のみとする。3次元熱伝導解析の支配方程式を次式に示す。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} \quad (2.48)$$

ここで、 $T$ : 温度,  $\kappa$ : 熱伝導率,  $\rho$ : 密度,  $c$ : 比熱であり、それぞれ温度依存性を考慮している。超電導薄膜における発熱は、電磁界解析において次式によって計算する。

$$Q = J \cdot E \quad (2.49)$$

$Q$ は発熱率であり、基板表面への熱流束として与える。

さらに本解析では、境界条件を与えることによって液体窒素による冷却を考慮している。沸騰曲線は、熱流束境界と熱伝達境界を組み合わせることにより、次式のように表す[30]。

$$q = \begin{cases} h_1(T - T_b) & (T - T_b \leq \theta_1) \\ h_1\theta_1 - h_2(T - T_b - \theta_1) & (\theta_1 < T - T_b \leq \theta_2) \\ h_3(T - T_b) + q_0 & (\theta_2 < T - T_b) \end{cases} \quad (2.50)$$

ただし、 $T_b$ は液体窒素温度、 $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $q_0$ は沸騰曲線によって決まる定数である。沸騰曲線は限流素子の表面状態によって変化し[31]、また核沸騰と膜沸騰の遷移領域を一義的に決定することは容易ではない。ここでは一例として、解析に用いた定数を記しておく。

$$T_b = 77.3 \text{ K}, \quad h_1 = 10,000 \text{ W/m}^2\text{K}, \quad h_2 = 27,500/7 \text{ W/m}^2\text{K}, \quad h_3 = 200 \text{ W/m}^2\text{K}, \quad \theta_1 = 12 \text{ K}, \\ \theta_2 = 40 \text{ K}, \quad q_0 = 2,000 \text{ W/m}^2$$

この場合の沸騰曲線は図 2.6 のようになる。



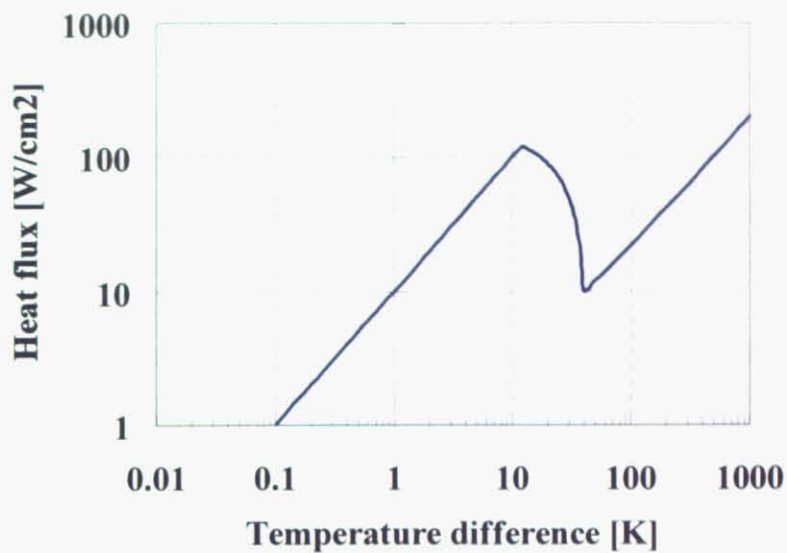


図 2.6 液体窒素の沸騰曲線

## 2.9 解析の流れ

解析の大まかな流れを図 2.7 に示す。

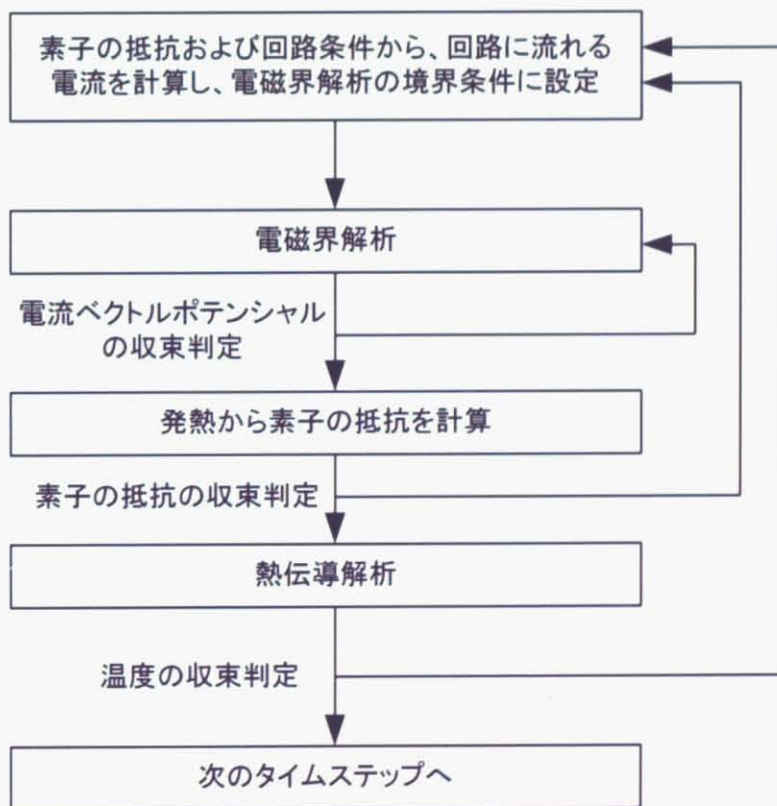


図 2.7 解析のフローチャート

## 2.10 本章のまとめ

本章では、超電導薄膜の限流特性を解析する手法について説明した。本解析手法の特徴を以下に整理しておく。

- ・ 2次元電磁界解析, 3次元熱伝導解析, および電気回路解析の3連成解析である。
- ・ 超電導薄膜の電磁界解析では, 薄板近似を用いて電流ベクトルポテンシャルを未知数として計算している。
- ・ 超電導特性は  $n$  値モデルを用いてモデル化しており, 臨界電流密度の温度依存性および  $n$  値の電流密度依存性を考慮することができる。また, 超電導特性の空間的な分布を自由に設定することが可能である。
- ・ 金属保護膜と超電導薄膜の抵抗率を合成した等価的な抵抗率を計算することにより, 電流が金属保護膜へ分流する現象を解析することができる。
- ・ 熱伝導解析では, 各物性値の温度依存性を考慮しており, また液体窒素冷却における沸騰曲線を考慮している。