

アキシャル プランジャ ポンプ, 同モータの バルブプレート上の圧力分布

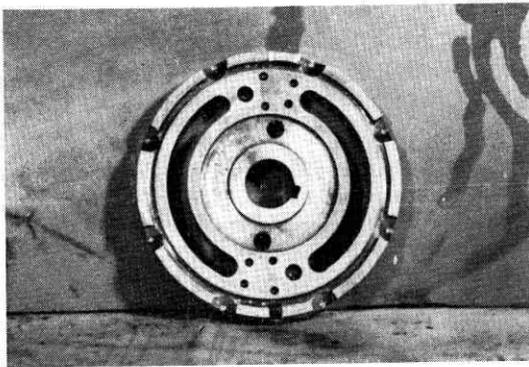
Pressure Distribution on Valve Plates of Axial Plunger Pumps and Motors

山 口 惇

Atsushi YAMAGUCHI

1. ま え が き

バルブプレート (代表的な例を図・1に示す) とシリンドラブロック間のすきまにおける漏れおよび摩擦トルクは, アキシャルプランジャ形のポンプ, モータの効率に大きな影響をおよぼす¹⁾. 漏れ流量と摩擦トルクを求め



図・1 バルブプレート

るためには, またバルブプレートに作用する力を求めるためには, このすきまにおける圧力分布を求めることが必要である. 従来この問題に関して二, 三の論文^{2,3)}が発表されているが, これらはすきま厚さが一樣である場合を取り扱っており, さらに圧力分布を1次的に取り扱ったりしている. このため本研究は, すきま厚さが一樣でない場合 (バルブプレートがシリンドラブロックに対して傾斜した場合) を含めて, 2次的に圧力分布を求め, 1次的な取扱いととの差異を理論的に明らかにしたものである.

2. 基礎式および計算結果

極座標で表示したレイノルズ方程式は,

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6r\omega \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho h) \quad (1)$$

である. ここに, r, θ : 座標, ρ : 流体 (油) の密度, μ : 粘性係数, h : すきま厚さ, p : 圧力, ω : シリンドラブロックの角速度である.

(1) すきま厚さが一樣な場合

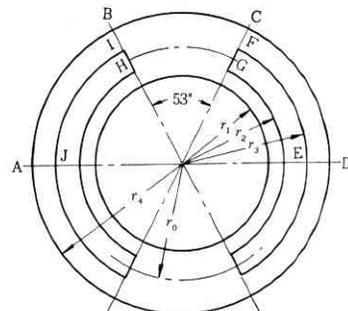
ρ, μ が一定であるとして

$$r = r_0 e^{\alpha R}, \quad \theta = \alpha \Theta \quad (2)$$

なる変換を行なうと (1) 式は

$$\frac{\partial^2 p}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \Theta^2} = 0 \quad (3)$$

となる. バルブプレートのシール部が簡単のために, 図・2に示す構造であるとし, さらに $r_0^2 = r_1 r_4 = r_2 r_3$ とする.



図・2 バルブプレート模型図

したがって境界条件を考えるとシール部の 1/4 について解を求めればよい (低圧側圧力と外部圧力が等しいとする).

(3) 式を差分方程式に直す場合に, R 方向の格子間隔を k , Θ 方向のを l とすれば,

$$p_{0,0} = \frac{(l/k)^2 (p_{1,0} + p_{-1,0}) + p_{0,1} + p_{0,-1}}{2(1+l^2/k^2)} \quad (4)$$

をうる. ここに初めの添字は R 方向を, 後の添字は Θ 方向を示す. $k=0.01, l=0.02$ ($R=0 \sim 0.09, \Theta=0 \sim 1.00, \alpha=\pi; l/k=2^4$) とした場合の計算結果を図・3に示す. ただし計算には Liebmman 法により OKITAC 5090 を使用した. 誤差は 1% 以下と推定される⁵⁾.

(2) すきま厚さが一樣でない場合

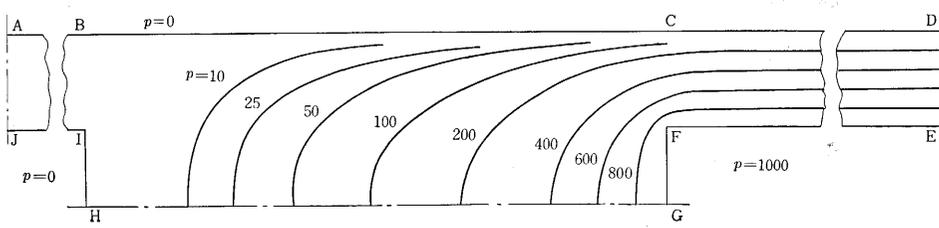
図・4に示すように, バルブプレートがシリンドラブロック摺動面に対し β rad 傾いている場合を取り扱う. この場合 h は

$$h = h_0 + r \sin \beta \cos \theta \quad (5)$$

で与えられる. ただし h_0 は $r=0$ におけるすきま厚さである. (2), (5) 式を (1) 式に代入し, 無次元化

$$\bar{p} = p/6\alpha^2 \mu \omega, \quad \bar{h} = h/r_0$$

研究速報



図・3 バルブプレート上の圧力分布 (すきま厚さが一樣な場合)

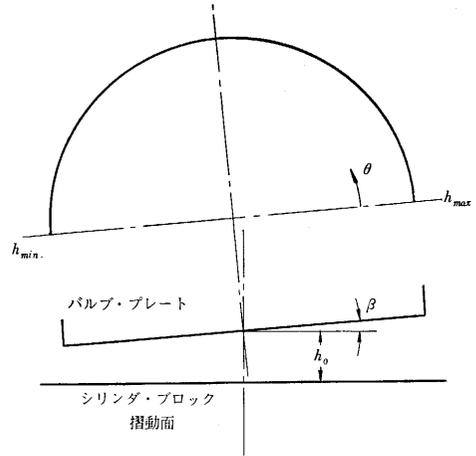
を行ない、差分方程式に直すと、 μ, ρ を一定として

$$\begin{aligned}
 2\bar{h}^3 \left(\frac{1}{k^2} + \frac{1}{l^2} \right) \bar{p}_{0,0} &= \frac{\bar{h}^3}{k^2} (\bar{p}_{-1,0} + \bar{p}_{1,0}) + \frac{\bar{h}^3}{l^2} (\bar{p}_{0,-1} + \bar{p}_{0,1}) \\
 &+ \frac{3}{2} \frac{\bar{h}^2}{k} \alpha e^{\alpha R} \sin \beta \cos \alpha \theta \cdot (\bar{p}_{1,0} - \bar{p}_{-1,0}) \\
 &- \frac{3}{2} \frac{\bar{h}^2}{l} \alpha e^{\alpha R} \sin \beta \sin \alpha \theta \cdot (\bar{p}_{0,1} - \bar{p}_{0,-1}) \\
 &+ e^{3\alpha R} \sin \beta \sin \alpha \theta \quad (6)
 \end{aligned}$$

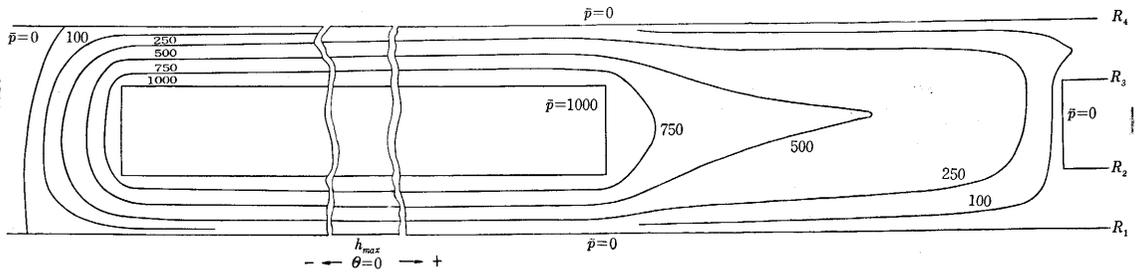
となる。 \bar{h} が R, θ の関数であるので、計算をシール部全体にわたって行なう必要がある

$$\begin{aligned}
 R &= -0.035 \sim 0.035, \quad k = 0.005 \\
 \theta &= 0 \sim 1.00, \quad l = 0.010 \\
 \alpha &= 2\pi
 \end{aligned}$$

となる。計算には IBM 7090 を使用した。結果の一例を図・5 に示す。なお図で $\bar{p}=0$ の等圧線は、負圧部分との境界を示している。



図・4 バルブプレートが傾斜した場合



図・5 バルブプレート上の圧力分布 (すきま厚さが一樣でない場合, $h_0/r_0=5 \times 10^{-4}, \beta=1 \times 10^{-4}$)

3. 近似解法

バルブプレートのシール部は図・1 でも明らかなように、半径方向の長さは一般に短い。したがって

$$\frac{\partial p}{\partial r} \gg \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

と考えることができる。ここでこの近似の程度について調べる。

(1) すきま厚さが一樣な場合

上記の近似により (1) 式は、

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0$$

となり、境界条件 $r=r_2, r_3$ で $p=p_0; r=r_1, r_4$ で

$p=0$ を用いると

$$\begin{aligned}
 p &= p_0 \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}, \quad r_1 \leq r \leq r_2 \\
 &= p_0 \frac{\ln(r_4/r)}{\ln(r_4/r_3)}, \quad r_3 \leq r \leq r_4
 \end{aligned} \quad (7)$$

をうる

(2) すきま厚さが一樣でない場合

(2) 式より

$$\frac{d}{dR} \left(h^3 \frac{dp}{dR} \right) = 0$$

をうる。(5) 式を代入し、境界条件 $R=R_1$ で $p=0, R=R_2$ で $p=p_0$ を用いると

$$p = \frac{C_1}{\alpha h_0} \left[\frac{1}{2 \left(1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R} \sin \beta \cos \alpha \theta \right)^2} + \frac{1}{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R} \sin \beta \cos \alpha \theta} - \ln \frac{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R} \sin \beta \cos \alpha \theta}{\frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R} \sin \beta \cos \alpha \theta} \right] + C_2 \quad (8)$$

$$C_1 = \alpha h_0 p_0 \left\{ \left[\frac{1}{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_2} \sin \beta \cos \alpha \theta} - \frac{1}{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta} \right] \times \left\{ \frac{1}{2 \left(1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_2} \sin \beta \cos \alpha \theta \right)} + \left[\frac{1}{2 \left(1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta \right)} + 1 \right] - \ln \frac{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_2} \sin \beta \cos \alpha \theta}{e^{\alpha R_2}} \cdot \frac{e^{\alpha R_1}}{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta} \right\} \right.$$

$$C_2 = -\frac{C_1}{\alpha h_0} \left\{ \frac{1}{2 \left(1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta \right)^2} + \frac{1}{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta} - \ln \frac{1 + \frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta}{\frac{r_0}{h_0} e^{\alpha R_1} \sin \beta \cos \alpha \theta} \right\}$$

をうる。\$R_3 \le R \le R_4\$ に対しては、\$C_1, C_2\$ において \$R_2\$ の代りに \$R_3\$ を、\$R_1\$ の代りに \$R_4\$ を用いればよい。

さて、これらの結果を 2 次元の取扱いの場合と比較するにあたって、まず図・2 の BC 部について考察をおこなう。

図・3, 5 より明らかなように、この部分では圧力分布は完全に \$R\$ と \$\theta\$ の関数となっている。このため 1 次元理論の適用できる範囲が狭くなると考えられるが、実際にはシリンダブロック摺動面にあるシリンダへの流出入口が、1 ないし 2 個常にこの部分に重なっている。したがってことがらを平均的に考えれば、バルブプレートにおける BC 部の実質的な割合は非常に小さくなり、またシリンダ内の圧力も、バルブプレートの流体通路における圧力とほぼ等しいとすることができる⁶⁾。

以上により、1 次元理論と 2 次元理論とを比較する場合に、DE に近いところの圧力で比較することが妥当である。したがってすきま厚さが一樣な場合、これらの理論は、ほとんどまったく一致する。すきま厚さが一樣でない \$h_0/r_0 = 5 \times 10^{-4}\$, \$\beta = 1 \times 10^{-4}\$ の場合、\$\theta = 0\$ におい

表・1 2 次元理論と 1 次元理論の比較
(\$h_0/r_0 = 5 \times 10^{-4}\$, \$\beta = 1 \times 10^{-4}\$, \$\theta = \pm 0.145\$)

| R | 2 次元理論 | | 1 次元理論 |
|-----------------|--------------------|---------------------|--------|
| | \$\theta = 0.145\$ | \$\theta = -0.145\$ | |
| 0.035(\$R_4\$) | 0 | 0 | 0 |
| 0.030 | 0.271 | 0.219 | 0.246 |
| 0.025 | 0.528 | 0.459 | 0.491 |
| 0.020 | 0.770 | 0.720 | 0.747 |
| 0.015(\$R_3\$) | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| -0.015(\$R_2\$) | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| -0.020 | 0.764 | 0.741 | 0.755 |
| -0.025 | 0.519 | 0.489 | 0.508 |
| -0.030 | 0.264 | 0.242 | 0.258 |
| -0.035(\$R_1\$) | 0 | 0 | 0 |

て圧力はほぼ完全に一致するが、\$\theta = \pm 0.145\$ (図・2 の C 点に近い位置) では表・1 に示すように多少の差が生じる。しかし、この計算例での傾き角 \$\beta\$ の値が実際のポンプ、モータで予測される値より大きいことを考えれば問題とならない。

4. 結 び

本研究の結果バルブプレート上の圧力分布を求める場合に、1 次元の取扱いが非常によい近似となることが明らかとなった。したがって、バルブプレートとシリンダブロック間の漏れ、あるいは摩擦トルクの計算などを、すきま厚さが一樣でない場合を含めて、精度よく、また容易に行なうことができる。

最後に、日ごろご指導とごべんたつをいただいている本研究・石原智男教授に厚く謝意を表する。

(1966 年 4 月 20 日受理)

文 献

- 1) 石原, 山口, 他; 生産研究 14, 9, p.344, (1962)
- 2) N. Franco; Hydraulics & Pneumatics, Vol. 14 p.101, (1961)
- 3) N.A. Shute and D.E. Turnbull; Hydraulic Pneumatic Power & Controls, Vol. 9 p.192, (1963)
- 4) 加藤, 他; 微分方程式の近似解法 II, 岩波 (現代応用数学), 第 5 章, (1958)
- 5) A.D. Booth, 宇田川 他訳; 数値計算法, コロナ社, 第 8 章, (1958)
- 6) 山口; 日本機械学会論文集, vol. 31 p.1115, (1965)

