

焼入における冷却曲線

—境界条件として沸騰熱伝達をもちいた場合の非定常熱伝導—

Cooling Curves in Quenching

—Unsteady Heat Conduction Problem with Boiling Heat Transfer as a Boundary Condition—

塩 冶 震 太 郎

Shintaro ENYA

は し が き

焼入に際して焼入すべき金属材料の組成、形状、寸法、表面条件、投入温度がきまれば、金属内部の冷却速度(温度変化)、応力分布は冷却液の冷却特性、すなわち、材料表面と液との境界での熱伝達特性によって、きめられる。

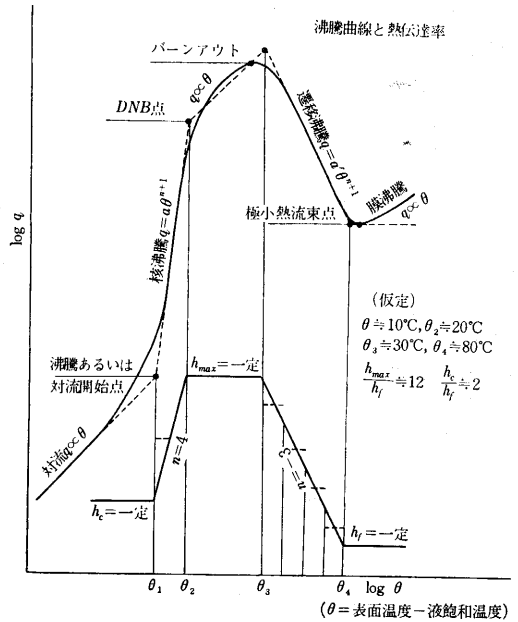
この場合の熱伝達が、沸騰を伴う熱伝達であり、定常状態で起る沸騰と類似して、膜沸騰、核沸騰を経ることは周知のとおりである¹⁾²⁾。しかも筆者の行なった実験によれば、定常状態で得られる沸騰曲線と急冷時の放熱量から求めた沸騰曲線との間の量的な差も非常に小さい³⁾。そこで、材料の境界での放熱量が、定常状態の沸騰曲線から求められる熱伝達率によってきめられるとして計算すれば、実際の冷却曲線に近いものが得られると思われる。ここに一例として、円柱および平板について計算した中心部における冷却曲線をあげる。なお平板については、フロン・銅板で行なった実験結果と比較した。

方 法

この種の一次元非定常熱伝導問題は境界でニュートン冷却(熱伝達率一定)が成立するとして解かれたものがほとんどである⁴⁾⁵⁾⁶⁾。しかし、上に述べたように、焼入の場合には、表面では沸騰が起るため熱伝達率は一定ではなく、表面温度によって著しく変化する。ここでは最も簡単な方法として、冷却期間を幾つかに区分し、それぞれの区間に対応する平均的な熱伝達率を沸騰曲線から求め、その区間内では熱伝達率は一定と仮定した。この区間数を増して計算機を利用すれば、精度をあげることができる。

沸騰曲線は、多数の実験で得られたとおり、実験条件の相異からかなりばらつきがあるが、筆者の行なった水、エタノール、フロン R 113 の沸騰曲線は、Forster などの核沸騰熱流束の式、Kutateladze のバーンアウト熱流束の式、膜沸騰の Bromley の式などから求めた熱流束とかなりの一致が認められるので、この結果をもとにして、図・1のように沸騰熱伝達率をモデル化した。この実験結果については、別に報告の予定であるが、装置

に関しては文献 7, 8 に詳しく述べたので参照されたい。



図・1 沸騰熱伝達率のモデル化

さらに、焼入などでは、金属の熱的物性値が温度によって変わることも考慮しなければならないが、ここでは無視した。東工大の小泉氏や慶大の岸上氏は物形値が、温度の一次関数の場合を取り扱われている⁹⁾¹⁰⁾。

方程式と解

無限円柱の熱伝導方程式を外径と温度伝播率とによって無次元化するとつぎのようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R}, \quad \theta = \frac{T - T_b}{T_0 - T_b}, \quad R = \frac{r}{r_0}, \quad \tau = \frac{at}{r_0^2} \quad (1)$$

ここで、 T は時間 t 、位置 r の温度、 T_0, T_b はそれぞれ投入温度、液混合温度であり、 r_0 は棒径、 a は温度伝播率である。また、 k を金属の熱伝導率、 h を境界での沸騰熱伝達率とすれば、初期条件、境界条件は、

$$\tau = 0 \text{ で } \theta = 1, \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=1} = -\frac{hr_0}{k} \theta = -H\theta \quad (2), (3)$$

解は第一種ベッセル関数 J_0, J_1 をもちいて表わせば、

表・1 $H=x \cdot \frac{J_1(x)}{J_0(x)}$ の根 μ_1

H	0.001	0.0015	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.008	0.01	0.012	0.015	0.02	0.025	0.03	0.04	0.05	0.06	0.08				
μ_1	0.045	0.054	0.063	0.075	0.088	0.100	0.108	0.125	0.141	0.153	0.171	0.200	0.219	0.238	0.276	0.314	0.339	0.392				
H	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	10	12.0
μ_1	0.442	0.477	0.530	0.617	0.671	0.725	0.833	0.941	1.090	1.19	1.256	1.33	1.43	1.60	1.66	1.73	1.87	1.99	2.04	2.14	2.18	2.20

表・2 $H=\partial \tan \partial$ の根 ∂_1

H	0.001	0.002	0.0025	0.003	0.0035	0.004	0.0045	0.005	0.0055	0.006	0.007
∂_1	0.032	0.044	0.050	0.055	0.059	0.063	0.067	0.071	0.074	0.077	0.084
h	160	320	400	480	560	640	720	800	880	970	1,120
H	0.008	0.009	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.08	0.1	0.2
∂_1	0.090	0.095	0.10	0.141	0.172	0.199	0.222	0.243	0.279	0.311	0.433
h	1,280	1,440	1,600	3,200	4,800	6,400	8,000	9,600	12,800	16,000	32,000

[注] h の値は L=2mm としたときの値である。単位は kcal/m²hr

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n} \frac{J_1(\mu_n)}{J_1^2(\mu_n) + J_0^2(\mu_n)} \cdot e^{-\mu_n^2 \tau} \cdot J_0(\mu_n R) \quad (4)$$

ただし、 μ_n はつぎの方程式の n 番目の正根である。

$$H = -\frac{J_0'(x)}{J_0(x)} x = \frac{x J_1(x)}{J_0(x)} \quad (5)$$

また冷却速度は τ について微分してつぎのようになる。

$$\dot{\theta} = -\sum_{n=1}^{\infty} 2\mu_n \frac{J_1(\mu_n)}{J_1^2(\mu_n) + J_0^2(\mu_n)} \cdot e^{-\mu_n^2 \tau} \cdot J_0(\mu_n R) \quad (6)$$

中心部および表面での温度、冷却速度は (4)、(6) で R=0, 1 とおけば得られる。

平板の場合も、基礎式を板厚 L、温度伝播率 a で無次元化して同様の初期条件、境界条件をもちいれればよい。

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}, \quad \theta = \frac{T-T_b}{T_0-T_b}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{at}{L^2} \quad (7)$$

$\tau=0$ で $\theta=1$,

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=1} = -\frac{hL}{k} \theta_{X=1} = -H \theta_{X=1} \quad (8), \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} = 0 \quad (10)$$

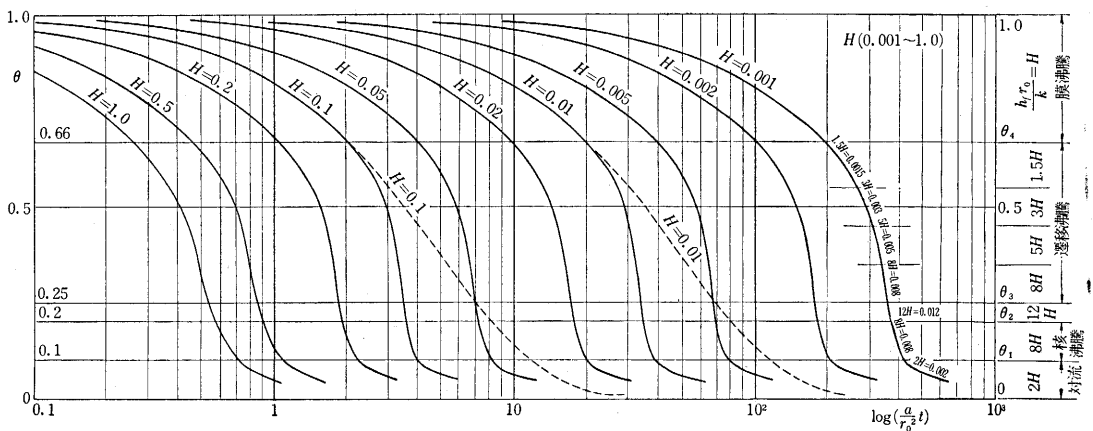
解は

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \partial_n}{\partial_n + \sin \partial_n \cdot \cos \partial_n} \cdot e^{-\partial_n^2 \tau} \cos \partial_n X \quad (11)$$

ただし ∂_n は

$$\partial \tan \partial = H \quad (12)$$

の n 番目の正根である。



図・2 円柱の中心温度の変化

- [図注] 図・2 1) 計算は図・1の仮定によって行なった。したがって実際の沸騰曲線と完全には一致していない。
 2) H の変化に対する曲線の変わり方を明示するため、初期の温度 ($t=0$ に対応する温度) を低く取った。
 [$\theta_{t=0} = 120^\circ\text{C}$]
 3) $H=0.1, H=0.01$ の点線による曲線は、冷却の全範囲をその値の H で冷却した場合を示す。
 4) H が大きくなると、級数の第 2 項が無視できなくなる。この場合は第 2 項まで計算しなければならない。

研究速報

計算および結果

計算は、 h の変化に応じて膜沸騰域、四つの遷移沸騰域、熱伝達率最大の領域、核沸騰域、対流域に区分して、各区間でその初期条件によってきまる固有値を求め、隣接区域に接続した(図・1 参照)。

精度を要求する計算では級数の2項以後の項も必要であるが、焼入の場合には $\tau=0$ の近傍を除けば2項程度で近似しても十分である。つぎに図式的に求めた固有値 μ_1, θ_1 と一項近似による計算結果をあげる。

検 討

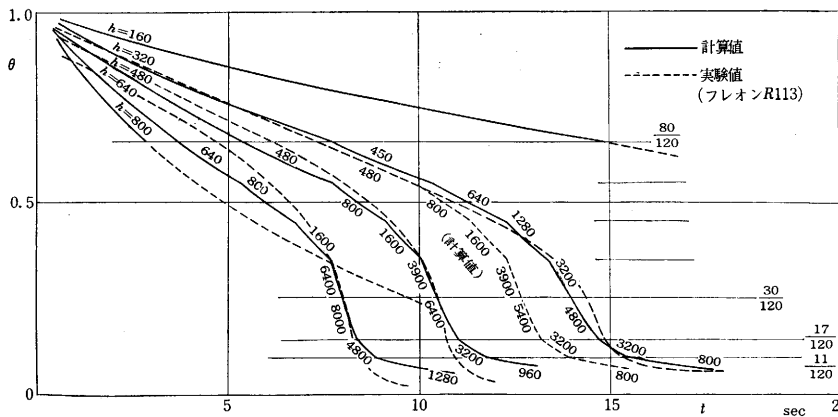
図・2, からわかるとおり、 h —一定としたときと h を変えたときとは曲線はかなり相異なる。(図・2の点線)、この計算結果は図・3に併記した実験結果と非常によく一致しているのでこの程度の近似で十分実用できる冷却曲線を求めることができると考えられる。実際の焼入液の場合には、熱的物性値さえわかれば、適当な式によって h を算出することができる。ただし図・3の実験結果は時間軸方向に1秒平行移動してある。これは初期条件の差で、実際に冷却する場合には、定常な沸騰曲線のにのまてに過渡状態が、存在するための遅れと考

えられる。

計算の誤差としては、すでに述べた一項近似による誤差、初期条件の差による遅れ、物性値の温度による変化を無視したための差、実際の h とモデル化した h とのずれのほかに、 h を表面でなく中心の温度で分けた誤差がある。
(1966年5月11日受理)

文 献

- 1) 吉田哲夫 焼入時の熱伝達 機械学会論文集 16, 54, 18, 72
- 2) 吉田・中川 急冷時の膜状沸騰 化学機械 16, 3 他
- 3) 機械学会第 44 期大会で報告の予定
- 4) Groeber's Charts M. Jakob Heat Transfer vol 1 WILEY
Heisler's Charts M. Jakob Heat Transfer vol 1 WILEY
- 6) Bachmann Charts 川下 伝熱工学 養賢堂
- 7) 塩冶 沸騰熱伝達 東大機械工学研究会資料 No. 39 -6
- 8) 橘・塩冶・中島 二成分系の沸騰熱伝達 日本機械学会前刷集 No. 120
- 9) 小泉・谷脇 温度とともに物性値が変化する中実円柱の熱応力 機械学会論文集 31, 221
- 10) 岸上 弘 温度とともに物性値が変化した場合の非定常熱伝導と熱応力 機械学会論文集 31, 221



図・3 平板の冷却曲線の例

【図注】

- 2) 点線で示した三本の曲線は対応する定常状態と同じ熱的條件の液で急冷した際の温度変化を記録したものである。
- 3) 実験はフレオン R 113 に銅板を加熱したものを入れた。(定常状態の条件も同じ) 異なる曲線は、液温を変えたため、右からサブクールのないとき、10°C、20°C、30°C である。
($h=160, 800$ は参考のための曲線である.)

【図注】 図・3 1) 実験によって求めた定常状態での沸騰曲線から $q=h\theta$ の式によって h を計算し、図・1 にならって区間の平均的な h の値を求めた。図中の数字がそれで単位は $\text{kcal/m}^2\text{hr}$ である。

正 誤 表 (6月号)

頁	段	行	種 別	正	誤
		下4	目次	増倍管	増培管
16	右	上12	式(2)	内点変位: d_n	内点変位: b_n
18	"	下16	表・3	$B_{34}+C_{34}$	$B_{34}+d_{34}$
21	左	上7	本 文	マトリクス変位法の	マトリクス変位の
22	右	下17	"	$X=0, Y=p$	$X=0 X=p$
24	"	下6	式(21)	$C_3(y)=-2dx[\dots]$	$C_3(y)=2dx[\dots]$
"	"	下5	式(22)	$C_4(x)=-2dy[\dots]$	$C_4(x)=2dy[\dots]$
26	"	表	フーリエ級数解 (20項)		フーリエ級数 (20項)