

## マトリクス変位法による骨組の解析

—その(2) 分割解法と立体構造への拡張—

川 股 重 也

マトリクス変位法に基づいた任意骨組の応力解析法について、前号では方程式の作成法を説明した。今回は大規模な構造を解くときに必要な分割解法の考え方と、解法の立体構造への拡張について説明する。

## は し が き

任意骨組の応力解析を、変位を未知数として行なう場合、その基礎方程式は、ベクトル方程式

$$\mathbf{K}_r \mathbf{d} = \mathbf{f}$$

で表わされる。ここで、 $\mathbf{f}$  は各節点にかかる外力のベクトルで、 $\mathbf{d}$  はそれに対応する各節点の独立変位である。またこの連立方程式の係数行列に相当する  $\mathbf{K}_r$  は、各節点に順次に単位の独立変位を生じさせるときに必要な外力の大きさを示す行列で、その骨組の剛性行列 (Stiffness Matrix) と呼ばれている。前号ではこの  $\mathbf{K}_r$  の機械的作成法を説明した。

さて、普通の構造解析では、外力を与えて構造物の変形と部材の応力とを知りたい、という場合が多い。その際には、上式を解いて、

$$\mathbf{d} = \mathbf{K}_r^{-1} \mathbf{f}$$

を求めなければならない。ここで、 $\mathbf{K}_r^{-1}$  は剛性行列の逆行列であり、その構造の柔性行列 (Flexibility Matrix) と呼ばれる。柔性行列は、各節点に順次に単位の外力を加えた場合に各節点に生じる変形を表わし、これを作成しておけば、任意の外力の組み合わせに対して構造の変形状態が簡単に求められるという性質のものである。 $\mathbf{K}_r$  から  $\mathbf{K}_r^{-1}$  を求める計算は、inversion といわれ、一般の連立方程式を解く操作に相当し、解析の中で最も時間のかかる部分である。

今、正方行列  $\mathbf{K}_r$  の次数を考えると、その構造に仮定している変形の自由度に相当し、骨組の場合には、節点の独立変位の数になる。したがって平面骨組では一般に節点数  $\times 3$  (各節点で 2 方向の変位と 1 つの回転角)、立体骨組では節点数  $\times 6$  (3 方向の変位と 3 軸まわりの回転角) となる。一方、電子計算機の inversion の能力はその記憶容量に左右され、コアメモリーのみで処理し得る行列の次数は、容量 4,000 語程度の中型機で 60 次、28,000 語の大型機でも 140 次程度である。したがって 1 回の inversion で処理し得る節点の数は平面骨組で 50、立体骨組で 25 程度であり、きわめて小規模なものしか解けないことになる。この点を解決する方法としては、

繰り返し演算によって漸近的に inversion の正解に近づく iteration の方法 ( $\mathbf{K}_r$  は対角線付近に主な係数が並び、他の部分は 0 が多いという性質があるので iteration の収束は良好である) と、大規模な構造を幾つかの部分に分け、部分毎の処理の集積として、全体の解を作り上げる分割解法とが考えられる。

前者は構造全体について方程式を作成すれば、以後の解法はまったく数学的な処理過程としてプログラミングが行なわれる。後者の分割解法は、構造を小部分に分けるのであるから、方程式の作成の段階から、物理的な条件に対する考慮を必要とする。

汎用の骨組解析プログラムである IBM 社の FRAN では分割解法を採用している。分割した zone を順次に解いて行くが、ある zone の解が zone 間にまたがっている材を通じて次の zone へ未知外力の形で持ち込まれる。幾何学的な区分に基づき、実際の処理は数学的に行なわれている。この間の処理がわかりにくく、明確とはいえない。プログラミングもかなりやっかいなように見受けられる。

筆者が企図する分割解法では、節点を縫って分割線を設定し、zone にまたがった材は存在しない。各 zone の内部の変位を外周の変位に対して消去すれば、zone 全体を一つの大きな部材と考えたときの剛性行列が得られる。zone ごとの大きな部材が、分割線上の節点でつながっているのであるから、あとは分割線上の節点だけについて方程式を作成し、解けばよい。この方法は、分割と結合という操作のもつ物理的な意義に忠実にしたがった考え方である。

大規模な構造を処理する種々の方式には、いずれも一長一短があるものと思われ、優劣は解析に要する演算時間と精度の 2 点より判断されるべきもので、問題の性質によっても異なってくるから、多くの実例から判定することになる。応力解析は、対象とする構造物の性格をよく呑み込んで、それに最も適した手法を考えて適用することが大事なので、一つの汎用プログラムがあれば何でも解けるという考え方には問題があり、場合によっては大変な無駄をする可能性がある。筆者がこの分割解法

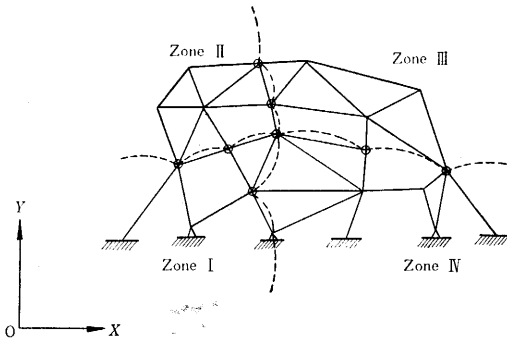
を提案するのは、構造的物理的特徴を活かした分割解法を可能にしたためである。たとえば、大規模な構造物は、同じ構成の部分の繰り返して成立つ場合が多いが、この場合には、構成の単位となる部分を一つの大部材と見なせば、zone の解は同じものについて一回行なえば済むのである。

前回の方程式の作成と、この分割解法は平面骨組について説明するが、立体骨組への拡張は部材の剛性行列と変換行列のみを取り換えるだけでよく、きわめて簡単である。方程式係数表の作成と分割解法は、平面の場合とまったく同じ操作で行なわれる。

1. 分割解法

ここで行なう分割解法は物理的意味に基づく分割と再結合の過程で、次のような段階に分けて考えるとよい。

- 1) 全体構造の節点を縫って分割線を設定しいくつかの zone に分ける。(図・1) この際、分割線は部材を横切ってはならない。分割線上の節点をつなぐ材はいずれかの zone に完全に所属するように分割する。



図・1

- 2) 分割線上の節点を固定と見なし、周辺固定状態の各 zone を外力について解く。
- 3) 次に各 zone の内点について無荷重と見なし、分割線上の節点のみが外力を受けるものとして、内点変位を消去する。任意の周辺力と周辺変位との関係、すなわち、zone の剛性行列を作成する。
- 4) 2) 段階で固定した際の、分割線上の反力を逆向きに加え、固定線の解除を行なう。この場合、各 zone を 3) 段階で求めた剛性行列をもつ一つの部材と考え、分割線上の節点をもつ独立変位についてのみ式を考えればよい。ここでは任意の解除力に対する分割線の変位が求められる。
- 5) 前段階で求められた分割線上節点の変位より、これに対応する各 zone の内点の変位を求める。

2) 段階の周辺固定状態の内点の変位と、4) 5) 段階で得られる解除力に対する内、外点の変位の和が全体の最終的な変位の解である。あとは適合条件および部材の剛性行列により全部材の応力が求められる。

(1) 内点および外点

前述のように分割した任意の zone の節点を外点と内点に分ける(図・2)。

外点…分割線上にあって他の zone と接続している節点。

内点…zone の内部および構造物の端部の節点と支持点。

外点および内点の独立変位の数をそれぞれ  $m$  ケ、 $n$  ケとし、

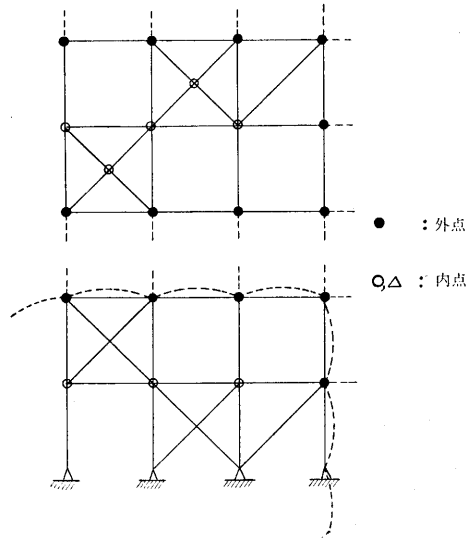
$$\text{外点変位: } \mathbf{d}_m = \{d_1 d_2 \dots d_m\} \quad (1)$$

$$\text{外点力: } \mathbf{f}_m = \{F_1 F_2 \dots F_m\}$$

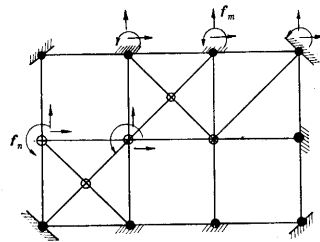
$$\text{内点変位: } \mathbf{b}_n = \{d_{m+1} d_{m+2} \dots d_{m+n}\} \quad (2)$$

$$\text{内点力: } \mathbf{f}_n = \{F_{m+1} F_{m+2} \dots F_{m+n}\}$$

と定義する。



図・2



図・3

(2) 周辺固定の解

ある zone の内、外点に節点力

$$\mathbf{f} = \{\mathbf{f}_m' | \mathbf{f}_n'\}$$

が作用している。この場合の基礎方程式  $\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{d}$  は区分行列を用いて、

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_m \\ \dots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_m \\ \dots \\ \mathbf{d}_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

と表わされる。今、内点力  $f_n$  を内点に働く荷重と考え、周辺固定の条件として、

$$d_m = \mathbf{0} \quad (4)$$

とおくと、 $d_n$  は周辺固定時の内点の変位、 $f_m$  はこのときの外点の反力を表わす。これを

$$\begin{pmatrix} r_m \\ f_{n1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ d_{n1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

とする。ここで、

$f_{n1}$  : 内点荷重

$d_{n1}$  : 周辺固定時の内点荷重による内点の変位

$r_m$  : 外点の固定反力

(5) 式より、

$$r_m = {}^m K_{12} d_{n1} \quad (6)$$

$$f_{n1} = {}^n K_{22} d_{n1} \quad (7)$$

(7) 式より、

$$d_{n1} = {}^n K_{22}^{-1} f_{n1} \quad (8)$$

となり、内点の外力に対する内点の変位(周辺固定)が得られる。ここで必要な inversion の次数は、内点の変位の自由度の総数に等しい。外点の節点荷重  $f_{m1}$  は、この段階の解には寄与しない。(8) 式を(6)式に代入すると、

$$r_m = {}^m K_{12} {}^n K_{22}^{-1} f_{n1} \quad (9)$$

が外点の反力である。

### (3) 分割 zone の外点力に対する剛性

zone 内点の外力は前段階で処理されたから、ここでは  $f = K_f d$  は外点にのみ外力が作用し、内点は無荷重と考える。(図・4)

$$f_n = \mathbf{0} \quad (10)$$

とおくと、

$$\begin{pmatrix} f_m \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_m \\ d_n \end{pmatrix} \quad (11)$$

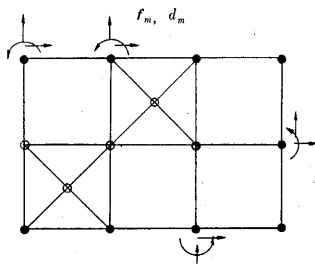
と表わされる。これより、

$$f_m = K_{11} d_m + K_{12} d_n \quad (12a)$$

$$\mathbf{0} = K_{21} d_m + K_{22} d_n \quad (12b)$$

(12b) 式より

$$d_n = -K_{22}^{-1} K_{21} d_m \quad (13)$$



図・4

これは内点が無荷重のとき、外点の変位によって生じる内点の変位を表わす。これを(12a)式に代入すると、

$$\begin{aligned} f_m &= K_{11} d_m - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21} d_m \\ &= (K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21}) d_m \end{aligned}$$

ここで

$$f_m = K_{f_m} d_m \quad (14)$$

とおけば、

$$K_{f_m} = K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21} \quad (15)$$

は、外点変位に対する外点力の関係、すなわち、zone を一つの部材と考えたときの、剛性行列である。

### (4) 分割線の固定の解除

固定力を解除するには、分割線上の各節点ごとに、その点に集まる各 zone での固定反力の合計の符号を変えたものと、その点の節点荷重を加えたものを解除力として構造全体に加えればよい(図・5)。

すなわち解除力は、

$$\bar{f}_i = f_i - (r_{m1}^I + r_{m1}^{II} + \dots) \quad (16)$$

である。ここで

$i$  : 節点番号

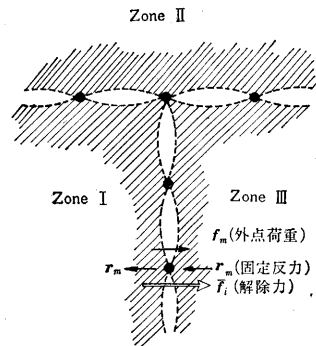
I, II : zone 番号

$f_i$  : 節点荷重

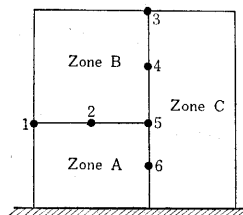
$\bar{f}_i$  : 解除力

$r_{mi}$  : 固定反力 {(9) 式}

この解除力は、一般の部材で材の中間荷重をこれと等価な節点荷重に置換することと同じ意味をもつ。



図・5



図・6

解除力に対する解を見出すには、解除力が分割線上の節点のみに作用することから、たとえば図・6のようなモデルを考えるとよい。この場合の独立変位は、分割線上の節点の変位のみであり、仮想仕事式を

立てると、zone の内点の変位は荷重が0であるから仕事をせず、釣合に関係しない。

適合条件式はこの場合

$$d_{m2} = A_i d_i \quad (17)$$

である。ここで

$d_{m2}$ : 大きな部材としての各 zone の解除力による外点変位

$d_i$ : 分割線上節点の独立変位

$A_i$ : 適合条件行列

分割線の場合、節点の独立変位と zone の周辺変位とは同じものであるから、 $A_i$  は単位行列 I のみを要素とする行列で単に結合関係を示すに過ぎない。たとえば、図・6 について  $A_i$  を立てると、表・1 のようになる。

釣合式は、一般の場合と同様に

$$K_i d_i = \bar{f}_i \quad (18)$$

と表わされる。ここで

$$K_i = A_i^T K_{f_m} A_i \quad (19)$$

$$K_{f_m} = \text{diag.} [K_{f_m}^A] = \begin{pmatrix} K_{f_m}^A & & & \\ & K_{f_m}^B & & \\ & & \dots & \\ & & & K_{f_m}^S \end{pmatrix} \quad (20)$$

A, B, ..., S: zone 名

この分割線の剛性行列  $K_i$  を、図・6 の例について計算して見ると、表・2 に示す zone の剛性行列と、表・1 の  $A_i$  を用いて、表・3 の結果が得られる。

(18) 式の inversion を行なうと、

$$d_i = K_i^{-1} \bar{f}_i \quad (21)$$

となり、任意の解除力に対して、分割線上節点の変位が得られる。この inversion の次数は、分割線上節点の独立変位の総数に等しい。この次数が多過ぎる場合は、結合過程を何段階かに分けて、順次に分割 zone を大きくすることを考えればよい。

さて、(21) 式の分割線変位  $d_i$  より、(13) 式を用いて、固定解除時の各 zone の内点変位が

$$d_{n2} = -K_{22}^{-1} K_{21} d_i \quad (22)$$

として得られ、(8) 式による外周固定時の内点荷重による内点の変位

$$d_{n1} = K_{22}^{-1} f_{n1} \quad (23)$$

との和

$$d_n = d_{n1} + d_{n2} \quad (24)$$

が各 zone 内点の最終的な変位である。

これで構造の全節点の変位が求められたから、あとは、前号で述べた方法にしたがって、部材と部材応力を求めればよい。

## 2. 立体構造への拡張

立体構造の場合、部材の(独立な)変形、応力および節点の独立変位は各 6 個ずつとなる。部材断面の主軸と関連して、部材座標をうまく設定し、全体座標と部材座標の変換関係を正しく表現する。以上の 2 点さえ気をつければ他は平面構造の場合とまったく同じ手法で拡張が可能である。そして平面構造と変わるのは、部材の剛性

表・1

		節点変位						
外点変位		$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	
zone A	1	II						= $A_i$
	2							
	5							
	6							
-----								
zone B	1							
	2							
	3							
	4							
	5							
-----								
zone C	3							
	4							
	5							
	6							

表・2

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	
$f_1$	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{15}$	$A_{16}$			= $K_{f_m}^A$
$f_2$	$A_{12}$	$A_{22}$	$A_{25}$	$A_{26}$			
$f_5$	$A_{51}$	$A_{52}$	$A_{55}$	$A_{56}$			
$f_6$	$A_{61}$	$A_{62}$	$A_{65}$	$A_{66}$			
-----							
$f_1$	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{13}$	$B_{14}$	$B_{15}$		
$f_2$	$B_{21}$	$B_{22}$	$B_{23}$	$B_{24}$	$B_{25}$		
$f_3$	$B_{31}$	$B_{32}$	$B_{33}$	$B_{34}$	$B_{35}$		
$f_4$	$B_{41}$	$B_{42}$	$B_{43}$	$B_{44}$	$B_{45}$		
$f_5$	$B_{51}$	$B_{52}$	$B_{53}$	$B_{54}$	$B_{55}$		
-----							
$f_3$	$C_{33}$	$C_{34}$	$C_{35}$	$C_{36}$			= $K_{f_m}^C$
$f_4$	$C_{43}$	$C_{44}$	$C_{45}$	$C_{46}$			
$f_5$	$C_{53}$	$C_{54}$	$C_{55}$	$C_{56}$			
$f_6$	$C_{63}$	$C_{64}$	$C_{65}$	$C_{66}$			

表・3

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	$d_6$	
$f_1$	$A_{11} + B_{11}$	$A_{12} + B_{12}$	$B_{13}$	$B_{14}$	$A_{15} + B_{15}$	$A_{16}$	= $K_i$
$f_2$	$A_{21} + B_{21}$	$A_{22} + B_{22}$	$B_{23}$	$B_{24}$	$A_{25} + B_{25}$	$A_{26}$	
$f_3$	$B_{31}$	$B_{32}$	$B_{33} + C_{33}$	$B_{34} + C_{34}$	$B_{35} + C_{35}$	$C_{36}$	
$f_4$	$B_{41}$	$B_{42}$	$B_{43} + C_{43}$	$B_{44} + C_{44}$	$B_{45} + C_{45}$	$C_{46}$	
$f_5$	$A_{51} + B_{51}$	$A_{52} + B_{52}$	$B_{53} + C_{53}$	$B_{54} + C_{54}$	$A_{55} + B_{55} + C_{55}$	$A_{56} + C_{56}$	
$f_6$	$A_{61}$	$A_{62}$	$C_{63}$	$C_{64}$	$A_{65} + C_{65}$	$A_{66} + C_{66}$	

行列および変換行列の部材データのみである。

### (1) 部材座標の設定

立体構造の場合、材軸が空間的に任意の方向をとるだけでなく、断面主軸が材軸のまわりで任意の方向をとるので、これを表現しなければならない。設計図に基づいて材主軸の方向を判断するには、結局 FRAN で行なわれている部材座標の定義が最もやり易いという結論に達し、同じ方式を採用した。その方法は、

- 1) 部材座標の  $x$  軸は材軸方向とする。その向きは、材両端の節点番号を  $i, j$  ( $i < j$ ) とする時  $\vec{ij}$  の向きを正にとる。 $x$  軸と全体座標  $X, Y, Z$  との関係は、 $x$  軸の方向余弦  $l, m, n$  で決定される。

2) 材軸に垂直な断面を考え、この面上にある二つの断面主軸の一方を  $y$  軸, 他方を  $z$  軸とする. その決め方は次のように考える.

3) 全体座標の  $Z$  が鉛直方向 (上向き) であるとして, 垂直断面の主軸の一つが水平であるような段階を仮想し, この水平な主軸を  $y'$  と名づける. この仮想の位置から実際の断面位置までの回転角  $\theta$  が鋭角になるように  $y$  軸を選ぶ.  $y$  軸の向きは, 右手系の座標を考えて, 全体座標の  $Z$  軸と部材座標の  $z$  座標の正の向きが一致するように選ぶ. (図・7)

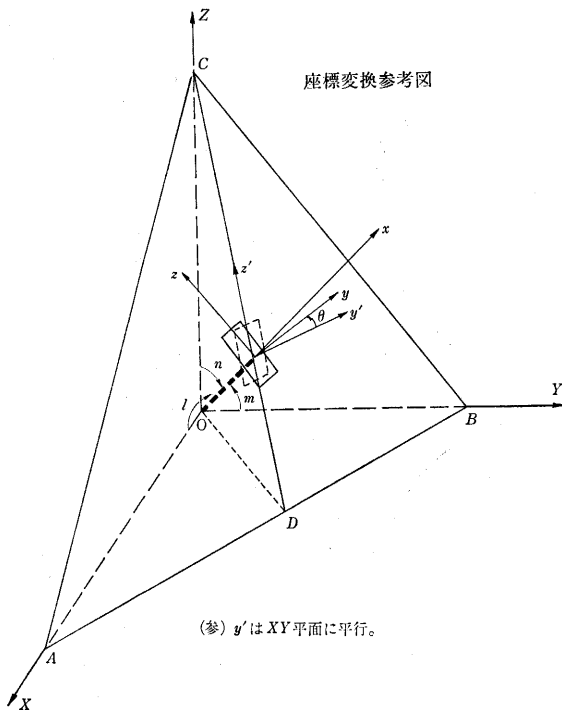
全体座標と  $x, y$  軸との関係は水平位置からの回転角  $\theta$  で決定される.

(2) 全体座標と部材座標の関係

前述のように選んだ部材座標と全体座標の関係は, まず  $xy'z'$  と  $XYZ$  の変換を行ない, 次に  $x$  軸まわりに  $\theta$  だけ回転した場合の変換を行えば

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

$$\cdot \begin{pmatrix} l & m & n \\ -\frac{m}{\sqrt{l^2+m^2}} & \frac{l}{\sqrt{l^2+m^2}} & 0 \\ -\frac{ln}{\sqrt{l^2+m^2}} & -\frac{mn}{\sqrt{l^2+m^2}} & \sqrt{l^2+m^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (25)$$



図・7

が得られる. ここで  $l, m, n$  は  $x$  軸 (材軸) の全体座標に対する方向余弦.

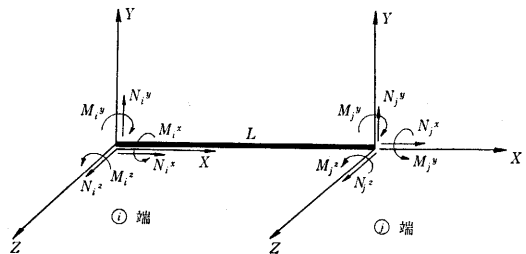
(3) 部材応力と部材変形, 剛性行列

図・8 に示す 12 個の材端応力から, 6 個の釣合式で決定されるものを除外し, 独立な部材応力として, 両端の二つの主軸まわりのモーメントおよび軸力, ねじれ力の計 6 個を選ぶ. またこれに対応する 6 個の独立変形を選ぶ. 弾性条件から, 部材剛性行列を  $\mathbf{K}_e$  としたときの

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{K}_e \mathbf{v}_e$$

は結局次の形となる.

$$\begin{pmatrix} N_j^x \\ M_j^x \\ M_j^y \\ M_j^z \\ M_j^x \\ M_j^y \end{pmatrix} = \frac{1}{L} \begin{pmatrix} EA & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & GJ_T & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 4EI^y & 2EI^y & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2EI^y & 4EI^y & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 4EI^z & 2EI^z \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2EI^z & 4EI^z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ t_j \\ \varphi_j^y \\ \varphi_j^z \\ \varphi_j^z \\ \varphi_j^z \end{pmatrix} \quad (26)$$



図・8

ここで

- $N_j^x$ : 軸力
- $M_j^x$ : 振りモーメント
- $M_j^y, M_j^z$ : 両端の曲げモーメント ( $y$  軸まわり)
- $u_j$ : 軸方向の伸び
- $t_j$ : 捩れ角
- $\varphi_j^y, \varphi_j^z$ : 両端の撓み角 ( $y$  軸まわり)
- $L$ : 材長
- $A$ : 断面積
- $I^y$ : 断面 2 次モーメント ( $y$  軸まわり)
- $J_T$ : 断面極 2 次モーメント
- $E$ : ヤング率
- $G$ : 剪断弾性係数

ただし, 変形量の定義は平面構造の場合に準ずる.

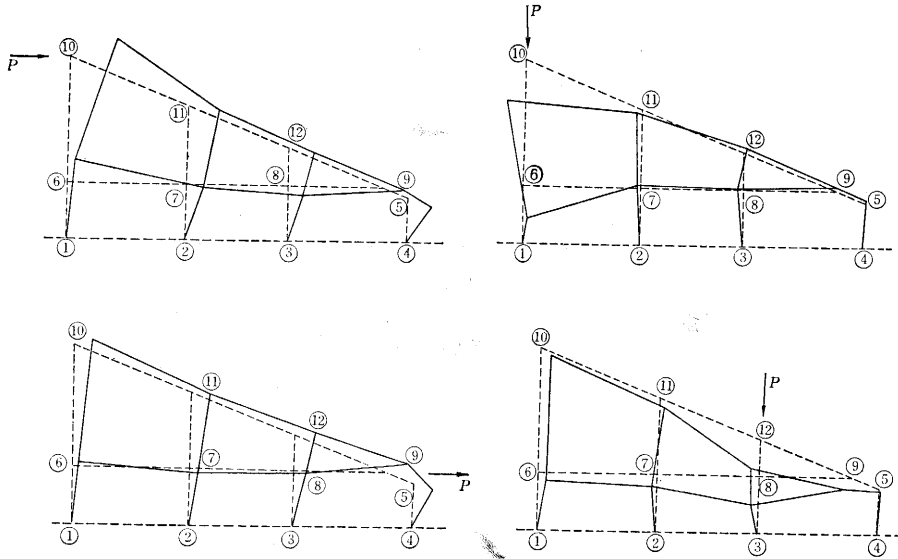
(4) 変換行列

平面骨組の場合と同様に, 部材座標による材端変位を定義し, 材端変位と部材変形の関係を導く. さらに全体座標で表わされた節点の独立変位 (3 方向の変位と, 3 軸まわりの回転) を (25) 式を用いて部材座標に変換し, 材端変位との関係を求める.

節点変位と部材変形の関係を表わす変換行列  $\mathbf{T}_e$  は結

表・4

$l$	$m$	$n$	$0$	$0$	$0$	$0$
$0$	$0$	$0$	$l$	$m$	$n$	$0$
$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \cos \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$\sqrt{l^2+m^2} \sin \theta$	
$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \cos \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$\sqrt{l^2+m^2} \sin \theta$	
$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \sin \theta$	$0$	$0$	$0$	
$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \sin \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$\sqrt{l^2+m^2} \cos \theta$	
$-l$	$-m$	$-n$	$0$	$0$	$0$	$0$
$0$	$0$	$0$	$-l$	$-m$	$-n$	$-n$
$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \cos \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$\sqrt{l^2+m^2} \sin \theta$	
$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \cos \theta$	$0$	$0$	$0$	$0$
$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \sin \theta$	$\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(m \sin \theta - ln \cos \theta)$	$-\frac{1}{\sqrt{l^2+m^2}}(l \sin \theta + mn \cos \theta)$	$\sqrt{l^2+m^2} \cos \theta$	
$-\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(m \cos \theta + ln \sin \theta)$	$\frac{1}{L\sqrt{l^2+m^2}}(l \cos \theta - mn \sin \theta)$	$-\frac{\sqrt{l^2+m^2}}{L} \sin \theta$	$0$	$0$	$0$	$0$



図・9

局表・4 のようになる。

結合行列は、節点と材との位相的結合関係のみを抽象したものであるから、平面、立体にかかわらずまったく同様の作り方をすればよい。剛性行列  $K_f = A'K_pA$  の作成における以下の処理法は平面骨組と同じである。

む す び

以上、マトリクス変位の骨組構造への具体的な適用法を、新しい見地から展開した。

平面骨組の簡単な例題として、あるスタンド構造の柔

性マトリクス ( $K_f^{-1}$ ) の一部を、単一荷重を受けた場合の各節点の  $u, v$  の形で図示して見た (図・9)。このような形の場合材軸方向の伸縮が、案外重要な役割をもつことがわかる。

大規模な構造の例題については、目下進行中であるから、プログラミング、演算時間等については、稿を改めて報告したい。

おわりに、御指導いただいた坪井善勝教授および御協力いただいた塩屋繁松、半谷裕彦の両君に、心より感謝の意を表します。

(1966年 4月19日受理)

東京大学生産技術研究所報告刊行予告

第 16 卷 第 2 号 松 永 正 久 著

(英 文)

Fundamental Studies on Lapping

ラッピングに関する基礎研究

この研究は2部よりなり、第1部はラッピング機構に関する研究、第2部はラップ盤の運動解析である。

第1部においては、主としてラッピング条件とラップ量との関係を確立し、ラッピング作業に対する指針を与えた。ほかに接触電気抵抗測定によるラッピング機構、ラッピングした面の表面かたさ、鋳鉄ラップの摩耗などについても検討し、ラッピング全般にわたって広汎な知識を供給している。

第2部においては、平面ラップ盤の運動を解析し、平面ラップ盤の最適構造を求めた。そのほか、平面ラップ盤によって丸棒をラップする場合についても考察している。

これらの研究の大部分は邦文としてはすでに「ラッピング」(昭和32年、誠文堂新光社)として刊行されているが、二、三の研究結果を加え、英文として出版するものである。

(1966年 7月 発行予定)