

# マトリクス変位法による骨組の解析

## —その(1) 剛性行列の作成—

川 股 重 也

マトリクス変位法は、マトリクス演算を基本として、構造物の応力、変形の解析を行なう方法で、任意形状の構造物を機械的に解析することが可能であり、電子計算機の偉力をフルに発揮することができるので、近年各方面で急速な発展を見ている。

任意形状の骨組の弾性解析については、既成プログラムも公表されているが、解析過程の具体的展開には種々のアプローチが考えられ、完全な汎用プログラムを用いるよりは、対象の種類によって最も能率のよい計算方式を見出す方が得策と考えられる。

ここに解説するのは、その線に沿って開発中の解析方式の基本的アプローチを示したものである。

### は し が き

行列演算を用いて構造物の応力解析を行なうマトリクス法は、欧米を中心として近年めざましい発展を見つある<sup>1)</sup>。論旨展開の明確さと、電子計算機の利用に適することが特徴で、任意形状の骨組のみならず、連続体の数値解法、非線型問題等、きわめて広い適用範囲をもつ。

任意形状の骨組の弾性解析に関してはすでに、変位を未知数とするマトリクス変位法に基づいたFRAN (IBM)<sup>2)</sup>、STRESS (MIT)<sup>3)</sup>等のプログラムが発表され、使われ始めている。一方、わが国では、きわめて早い時期に同じ原理に基づく先驅的著作<sup>4),5),6)</sup>があったにもかかわらず、実際面で計算機の発達と結びつかないことは、いろいろな意味で残念なことといわねばならない。

マトリクス変位法の基本式は単純であるが、実際の大規模な構造物に適用する場合には、行列積および逆行列の演算が膨大なものとなり、まともに計算を行なうのは大型計算機をもってしても困難である。したがって演算過程の物理的、数学的特徴を活かして、なるべく小さな記憶容量で処理することが、解析の成否を決定すると思われる。

この観点から、物理的、数学的意味が明確で、対象とする問題に適した演算処理法を追究し、たとえばFRAN等の汎用プログラムに比べて、扱いが簡便で、演算時間の短くて済む方式を研究してきた。おもなテーマは

- 1) 方程式作成の合理化と機械化
- 2) 逆行列演算における分割解法

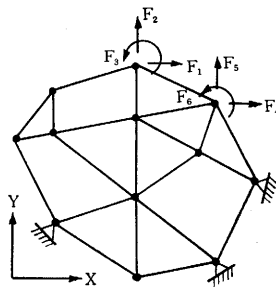
の2点であるが、その基本方針について見通しを得たので、まず剛な節点をもつ平面骨組の場合について報告する。立体骨組への拡張は容易である。

### 1. 基本原理<sup>7)</sup>

マトリクス変位法は、適合条件を行列の形で表現し、これに仮想仕事の原理を適用して釣合式を立てる。

今、節点の独立変位を

$$d = \{d_1 \ d_2 \ \dots \ d_r\}$$



図・1

節点にかかる外力を節点変位と同方向に定義して

$$f = \{F_1 \ F_2 \ \dots \ F_r\}$$

とする。また部材変形および部材応力をそれぞれ

$$v = \{v_1 \ v_2 \ \dots \ v_l\}$$

$$p = \{p_1 \ p_2 \ \dots \ p_l\}$$

の各ベクトルで定義する。

節点の独立変位  $d$  と各部材の変形  $v$  の関係を表わす線型式が適合条件式で、変形の連続性を保証するものである。すなわち

$$v = Ad \tag{1}$$

ここで  $A$  は適合条件行列で、各節点ごとに単位の独立変位を与えたときに生じる各部材変形を要素とする行列である。

次に、部材の応力と変形の間を、第  $g$  番目の材について、

$$p_g = K_g v_g \tag{2}$$

ここで  $K_g$  : 部材の剛性行列、と定義すると、構造全体については

$$p = K_r v \tag{3}$$

と表わされる。ここで  $K_r$  は、部材応力とその部材のみの変形で決定されることから、対角区分行列となり

$$K_r = \begin{pmatrix} K_a & & & \\ & K_b & & \\ & & \dots & \\ & & & K_g & & \\ & & & & & \dots & \\ & & & & & & K_l \end{pmatrix} \tag{4}$$

の形をとる.

釣合式は仮想仕事の原理を用いて

$$f = A'p \tag{5}$$

が導かれる. (5) 式に (3) と (1) の関係を代入すると,

$$K_f d = f \tag{6}$$

$$\text{ここで } K_f = A'K_p A \tag{7}$$

を得る. この  $K_f$  は, 構造の剛性を表わす行列で, 各節点に単位の変位を生じさせるのに必要な節点力の大きさを要素とする. 問題が外力で与えられる場合には, (5) 式を解いて,

$$d = K^{-1}f \tag{8}$$

さらに (3), (1) を用いて

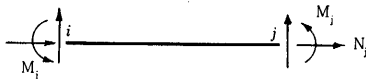
$$p = K_p v = K_p A d \tag{9}$$

より応力が求められる.

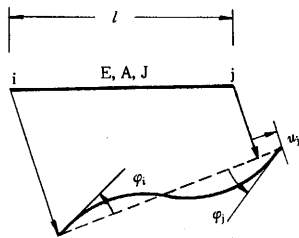
### 2. 部材の応力と変形

節点  $ij$  を結ぶ  $g$  部材の独立な応力として

$$p_g = \{N_j \ M_i \ M_j\} \tag{10}$$



図・2



図・3

を選ぶ (図・2). これに対応する部材変形は, 図・3 に示した材軸方向の伸び  $u_j$  および材端の回軸角  $\varphi_i, \varphi_j$  である.

$$v_g = \{u_j \ \varphi_i \ \varphi_j\} \tag{11}$$

このように定義した応力と変位の関係は,

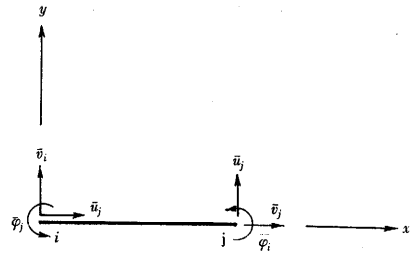
$$p_g = \begin{pmatrix} N_j \\ M_i \\ M_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{l} & & \\ & \frac{4EJ}{l} & \frac{2EJ}{l} \\ & \frac{2EJ}{l} & \frac{4EJ}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ \varphi_i \\ \varphi_j \end{pmatrix} = K_g v_g \tag{12}$$

と与えられる. ここで  $K_g$  は  $g$  部材の剛性行列である.

### 3. 材端変位と部材変形

適合条件行列  $A$  を機械的に作るには, 全体座標で表わされている節点の独立変位を部材座標に変換し, 節点変位と部材変形を直接結びつけなければならない.

そこで, まず部材座標で表わした材端変位



図・4(a)

$$\begin{aligned} d_{ij} &= \{ \bar{u}_i \ \bar{v}_i \ \bar{\varphi}_i \} \\ d_{ji} &= \{ \bar{u}_j \ \bar{v}_j \ \bar{\varphi}_j \} \end{aligned} \tag{13}$$

を図・4(a) のように定義する.  $j$  端を固定して  $i$  端に単位の材端変位を与えた状態を考えることにより,  $i$  端の材端変位と  $g$  材 ( $ij$ ) の部材変位の関係が次のように求められる.

$$v_g = \begin{pmatrix} u_j \\ \varphi_i \\ \varphi_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 \\ 0 & \frac{1}{l} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\varphi}_i \end{pmatrix} \tag{14}$$

同様に  $j$  端の材端変位に関して

$$v_g = \begin{pmatrix} u_j \\ \varphi_i \\ \varphi_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \\ \bar{\varphi}_j \end{pmatrix} \tag{15}$$

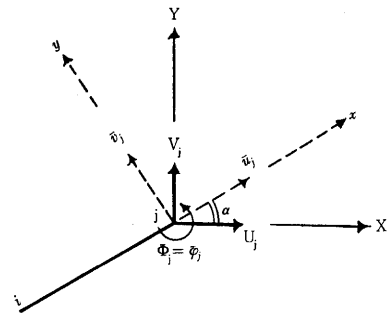
### 4. 節点変位と部材変形の関係

部材座標の  $x$  軸 (材軸) と全体座標の  $X$  軸のなす角を  $\alpha$  とすれば,  $X, Y$  は次式により  $x, y$  に変換される.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \tag{16}$$

全体座標で表わされた  $j$  節点の変位

$$d_j = \{U_j \ V_j \ \Phi_j\}$$



図・4(b)

を図・4(b) のように定義すると, 節点変位と材端変位の関係は,

$$d_{ji} = \begin{pmatrix} \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \\ \bar{\varphi}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \Phi_j \end{pmatrix} \tag{17}$$

さらに (15) 式を用いると、 $j$  端の節点変位が部材変形に変換される。すなわち、

$$v_j = \begin{pmatrix} u_j \\ \varphi_j \\ \varphi_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_j \\ V_j \\ \Phi_j \end{pmatrix} \quad \dots\dots (18)$$

同様に、 $i$  端の節点変位と部材変形の関係も求めることができる。これらの関係を

$$v_i = {}_1T_g d_j + {}_2T_g d_i \quad (19)$$

と表わし、

${}_1T_g$ :  $g$  部材の順の変換行列

${}_2T_g$ :  $g$  部材の逆の変換行列

と名づける。ここで、 ${}_1T_g$  は  $j$  端に単位の節点変位を与えたときに  $g$  部材に生じる部材変形、 ${}_2T_g$  は同じく  $i$  端に節点変位を与えたときの部材変形を意味し、次のように与えられる。

$$\begin{matrix} {}_1T_g = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{l} & -\frac{\sin \alpha}{l} & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{l} & -\frac{\cos \alpha}{l} & 1 \end{pmatrix} \\ {}_2T_g = \begin{pmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\frac{\sin \alpha}{l} & \frac{\cos \alpha}{l} & 1 \\ -\frac{\sin \alpha}{l} & \frac{\cos \alpha}{l} & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (20)$$

また端部にピンをもつ材に対する変換行列は次のとおりである。



図・5

$j$  端ピン: ……図5・(a)

$$v_j = \begin{bmatrix} u_j \\ \varphi_i \end{bmatrix} = {}_1T_g^p \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \end{bmatrix} + {}_2T_g^p \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ \Phi_i \end{bmatrix} \quad \text{において}$$

$${}_1T_g^p = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \frac{\sin \alpha}{l} & -\frac{\cos \alpha}{l} \end{bmatrix}, \quad {}_2T_g^p = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ -\frac{\sin \alpha}{l} & \frac{\cos \alpha}{l} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (21)$$

$i$  端ピン: ……図5・(b)

$$v_i = \begin{bmatrix} u_j \\ \varphi_j \end{bmatrix} = {}_1T_g \begin{bmatrix} U_j \\ V_j \\ \Phi_j \end{bmatrix} + {}_2T_g \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix} \quad \text{において}$$

$$\begin{matrix} {}_1T_g = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{l} & -\frac{\cos \alpha}{l} & 1 \end{pmatrix} \\ {}_2T_g = \begin{pmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\frac{\sin \alpha}{l} & \frac{\cos \alpha}{l} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (22)$$

### 5. 結合行列と適合条件行列

適合条件行列  $A$  は、各節点変位を単位の大ききで逐次与えたときの部材変形を要素とすることから、単位行列  $I$  のみを要素とする区分行列  $\bar{A}$  と変換行列の積として表わすことができる。すなわち

$$A = {}_1T_p \bar{A}_1 + {}_2T_p \bar{A}_2 \quad (23)$$

ここで、 ${}_1T_p$ 、 ${}_2T_p$  は全部材のそれぞれ順および逆の変換行列で

$$\begin{matrix} {}_1T_p = \text{diag}\{{}_1T_g\} = \begin{pmatrix} {}_1T_{g_1} & & & \\ & {}_1T_{g_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}_1T_{g_g} \end{pmatrix} \\ {}_2T_p = \text{diag}\{{}_2T_g\} = \begin{pmatrix} {}_2T_{g_1} & & & \\ & {}_2T_{g_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & {}_2T_{g_g} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (24)$$

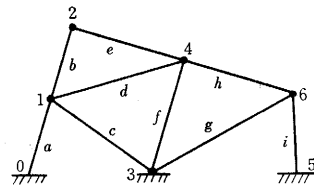
すなわち、各材の変換行列を要素とする対角区分行列である。

次に  $\bar{A}$  は、部材どおしの結合状態を示す、単位行列  $I$  のみを要とする区分行列で

$\bar{A}_1$ : 順の結合行列

$\bar{A}_2$ : 逆の結合行列

と名づけ、次のように作成する。……図・6 の例題参照。



図・6

部材\節点	1	2	4	6	部材\節点	1	2	4	6
a, 0-1	$I$	.	.	.	0-1	.	.	.	.
b, 1-2	.	$I$	.	.	1-2	$I$	.	.	.
c, 1-3	.	.	.	.	1-3	$I$	.	.	.
d, 1-4	.	.	$I$	.	1-4	$I$	.	.	.
e, 2-4	.	.	$I$	.	2-4	.	$I$	.	.
f, 3-4	.	.	$I$	.	3-4	.	.	.	.
g, 3-6	.	.	.	$I$	3-6	.	.	.	.
h, 4-6	.	.	.	$I$	4-6	.	.	$I$	.
i, 5-6	.	.	.	$I$	5-6	.	.	.	.

$$= \bar{A}_1 \quad \quad \quad = \bar{A}_2 \quad \quad \quad \dots\dots (25)$$

部材番号は  $i-j (i < j)$  の順に並べる。

順の結合行列  $A_1$ :

部材名のあとの番号と節点番号が一致する個所に  $I$  を記入する。

逆の結合行列  $A_2$ :

部材名の先の番号と節点番号が一致する個所に  $I$  を記入する。

### 6. 構造剛性行列 $K_f$ の作成

(7) 式に (23) 式を代入すると

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_f &= \mathbf{A}' \mathbf{K}_p \mathbf{A} = (\bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' + \bar{\mathbf{A}}_2' \mathbf{T}_p') \mathbf{K}_p (\mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_1 + \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2) \\ &= \bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_1 + \bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2 \\ &\quad + \bar{\mathbf{A}}_2' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_1 + \bar{\mathbf{A}}_2' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで  $\mathbf{K}_p$  が対称行列であることに注意すれば

$$\bar{\mathbf{A}}_2' \mathbf{T}_p \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p' \bar{\mathbf{A}}_1 = (\bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2)'$$

したがって  $\mathbf{K}_f$  を次のようにおくことができる。

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{E}_{11} + (\mathbf{E}_{12} + \mathbf{E}_{12}') + \mathbf{E}_{22} \quad (27)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{11} &= \bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_1 \\ \mathbf{E}_{12} &= \bar{\mathbf{A}}_1' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2 \\ \mathbf{E}_{22} &= \bar{\mathbf{A}}_2' \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \bar{\mathbf{A}}_2 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

なお、一般に行列  $\mathbf{B}$  が対称であれば、積

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}' \mathbf{B} \mathbf{C}$$

は対称行列であるから、この場合  $\mathbf{E}_{11}$ ,  $\mathbf{E}_{22}$  は対称となり (27) 式の  $\mathbf{K}_f$  は対称性が証明される。このことは  $\mathbf{K}_f$  が Maxwell-Betti の相反作用の原理を満足していることを意味する。

次に、(28) 式の  $\mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p$  の項に注目すると、 $\mathbf{T}_p$ ,  $\mathbf{K}_p$  はともに対角区分行列であるから、これらの積も対角区分行列となる。すなわち

$$\mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p = \text{diag} \{ \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \}$$

等である。

ここでさらに notation

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}_p^{11} &= \text{diag} \{ \mathbf{K}_p^{11} \}, \quad \bar{\mathbf{K}}_p^{11} = \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \\ \bar{\mathbf{K}}_p^{12} &= \text{diag} \{ \mathbf{K}_p^{12} \}, \quad \bar{\mathbf{K}}_p^{12} = \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \\ \bar{\mathbf{K}}_p^{22} &= \text{diag} \{ \mathbf{K}_p^{22} \}, \quad \bar{\mathbf{K}}_p^{22} = \mathbf{T}_p' \mathbf{K}_p \mathbf{T}_p \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

を用いると (28) 式はさらに

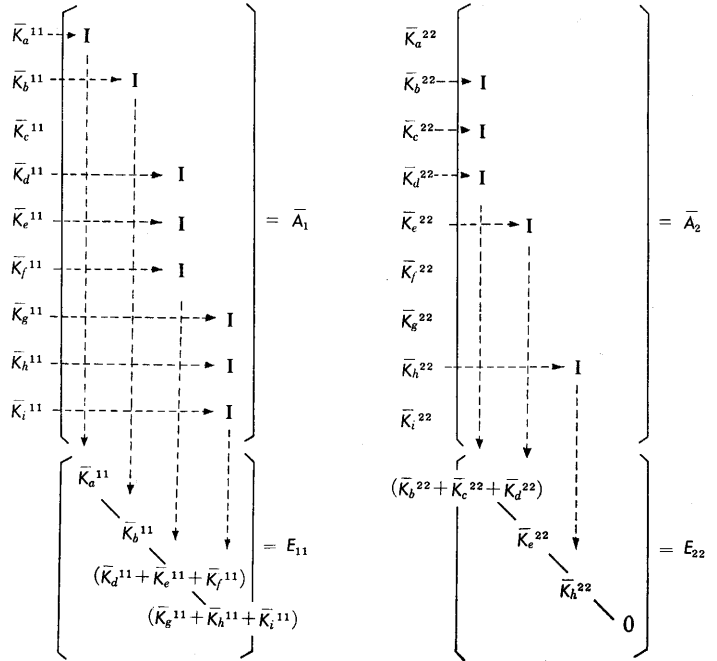
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_{11} &= \bar{\mathbf{A}}_1' \bar{\mathbf{K}}_p^{11} \bar{\mathbf{A}}_1 \\ \mathbf{E}_{12} &= \bar{\mathbf{A}}_1' \bar{\mathbf{K}}_p^{12} \bar{\mathbf{A}}_2 \\ \mathbf{E}_{22} &= \bar{\mathbf{A}}_2' \bar{\mathbf{K}}_p^{22} \bar{\mathbf{A}}_2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

となる。(29) 式の  $\bar{\mathbf{K}}_p$  は、 $g$  部材の剛性行列を節点変位の座標系に変換したものに相当し、材ごとに求められる。

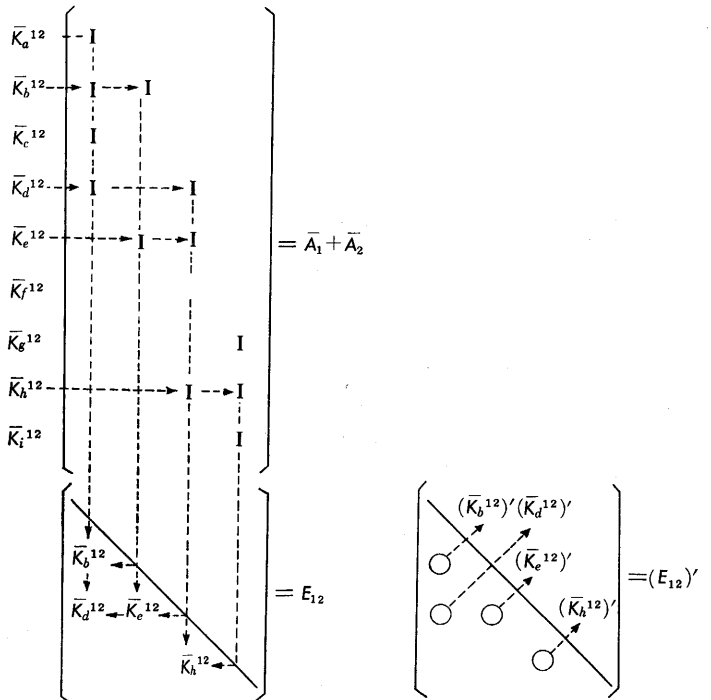
計算に当たっては、各部材について、あらかじめ  $\mathbf{K}_p^{11}$ ,  $\mathbf{K}_p^{12}$ ,  $\mathbf{K}_p^{22}$  の 3 種の小行列を作成しておく。この中で  $\mathbf{K}_p^{11}$ ,  $\mathbf{K}_p^{22}$  は対称行列である。これらの計算に必要なデータは、材長  $l$ , 断面積  $A$ , 2 次モーメント  $J$ , ヤング率  $E$  および材軸方向  $\alpha$  である。

構造剛性行列  $\mathbf{K}_f$  の作成は、けっきょく (30) 式の行列積の問題に帰したわけであるが、例題の  $\bar{\mathbf{A}}$  について筆算を行なって

みればすぐに気が付くように、結合行列  $\bar{\mathbf{A}}$  の特殊な性質と、 $\bar{\mathbf{K}}_p$  が対角行列であることから、 $\mathbf{E} = \bar{\mathbf{A}}' \bar{\mathbf{K}}_p \bar{\mathbf{A}}$  の演算は見かけは積であるが、実質的には要素としての小行列間の積は含まず、単に小行列の和と積行列  $\mathbf{E}$  におけるそれらの格納位置を示すに過ぎない。そして  $\mathbf{K}_f$  の作成法の結論として次の作表法が可能となる。



図・7



図・8

(1)  $K_p^{11} = \text{diag} (K_p^{11}, K_p^{12}, K_p^{22})$  はいずれも行列としてではなく、部材ごとの小行列  $K_p$  を列に並べておく。

(2) 列に並んだデータ  $K_p$  は、次の方法により  $K_f$  行列の所定位置に格納する。……(図・6 の例について示す)。

**$E_{11}$  および  $E_{22}$  における格納:**

$\bar{A}_1, \bar{A}_2$  で  $I$  の現われる行の  $\bar{K}_p^{11}, \bar{K}_p^{22}$  のみを取り上げ、--->線上を移動して、 $E$  行列の対角線上に納める。……(図・7)

**$E_{12}$  および  $E_{12}'$  における格納:**

$\bar{A}_1 + \bar{A}_2$  の行列を作成し、 $I$  が 2 個現われる行の  $\bar{K}_p^{12}$  のみ取り上げ、--->の指示で定められる  $E_{12}$  の指定位置に格納する。 $E_{12}'$  ではこれと対称の位置である……(図・8)。

これらの小行列の格納を同一行列上で行ない、その和をとれば、 $K_f = E_{11} + (E_{12} + E_{12}') + E_{22}$  の作表が完成したことになる。

**7. 代入過程——応力の計算**

基本原理の項で述べたように、問題が外力(節点力)で与えられている場合には、 $K_f$  の逆行列を求める。 $K_f^{-1}$  は構造全体の柔性行列であり、節点に単位の外力が作用したときの、各節点の変位を与えるもので、いわゆる影響係数の行列に相当する。

外力を与えて部材応力を求めるには、 $K_f^{-1}$  を用いて  
外力→節点変位→部材変形→部材応力  
の代入過程の計算が必要である。

まず、(8) 式により節点変位  $d$  を求める。次に(9) 式に(23) 式を代入すると

$$p = K_f A d$$

$$= (K_p T_p \bar{A}_1 + K_p T_p \bar{A}_2) d \quad (31)$$

$K_p, T_p$  はともに対角区分行列であるから、部材ごとに

$$\left. \begin{aligned} K_p T_p &= {}_1K_p \\ K_p T_p &= {}_2K_p \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

を定義すれば

$$p = p_1 + p_2 = \text{diag} [{}_1K_p] \bar{A}_1 d + \text{diag} [{}_2K_p] \bar{A}_2 d \quad (32)$$

となる。この演算を図・6 の例題について行なうと、

$$p = \begin{pmatrix} p_a \\ p_b \\ p_c \\ p_d \\ p_e \\ p_f \\ p_g \\ p_h \\ p_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}_1K_a d_1 \\ {}_1K_b d_2 \\ 0 \\ {}_1K_d d_4 \\ {}_1K_e d_4 \\ {}_1K_f d_4 \\ {}_1K_g d_6 \\ {}_1K_h d_6 \\ {}_1K_i d_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ {}_2K_b d_1 \\ {}_2K_c d_1 \\ {}_2K_d d_1 \\ {}_2K_e d_2 \\ 0 \\ 0 \\ {}_2K_h d_4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (33)$$

となる。この例から解るように、応力を求める代入過程も、関係する変位  $d$  を結合行列  $\bar{A}$  で指定される順序に

取り上げさえすれば、演算は部材ごとのデータである小行列と節点毎の変位の小行列の積のみで処理することができる。

**むすび**

以上、マトリクス変位法の具体的な運用の一方式を提案した。この方法の妥当性は、実際の骨組に関する計算によってすでに確かめられている。

この方式のねらいは、基本式における行列演算を区分行列の演算と見なし、部材ごと、節点ごとに成立する小行列間の演算に分解して演算の機械化と能率化を計ったことである。この方式を電子計算機のプログラムに組むことは、FORTRAN, ALGOL 等を用いれば、割合容易である。また、連続体の場合に拡張する場合にも同様の分解方式が成立するであろう。

骨組の応力解析に関して残った問題、すなわち、立体骨組への拡張と、構造の分割解法については、次回に述べる。

(1966年3月22日受理)

**参考文献**

- 1) F. de Veubeke (Ed); Matrix Methods of Structural Analysis, Pergamon Press, 1964.
- 2) IBM 7090/7094 FRAM Framed Structure Analysis Program (7090-EC-01 X), 1964.
- 3) The Department of Civil Engineering, M. I. T.; STRESS: A Reference Manual, M. I. T. Press, 1965.
- 4) 小野 薫: 剛節ラーメンの解法における適合条件について, 日本建築学会大会論文集, 1934
- 5) 田中 尚: ベクトル解析を応用せる不静定ラーメンの解法, 日本建築学会論文集 No. 40, 1950
- 6) 小野 薫: 撓角法, 紀元社, 1956
- 7) E. C. Pestel and F. A. Leckie; Matrix Method in Elastomechanics, McGraw-Hill, 1963.



**“サウジアラビア” 正誤**

Vol. 18, No. 2, p. 42 (右上から 15 行目) の 4, 511, 275, 698 は cumulative の数字で、パーレル/日の数字は 1,406, 974 である。ほかに間違いはない。

アラビア石油案内の誤植によるもので、当社から訂正の申出があった。(原文は Oil and Gas Journal 1961, 12, 25) 指摘された藤高教授に感謝する。なおパーレルの単位は 1 キロリットル=6.3 パーレル。また 1964 年のパーレル/日はアラビア石油株式会社からつぎのように通知された。

クエー ト: 2,116,980  
中立地 帯: 361,192  
サウジアラビア: 1,716,105

—坪井—