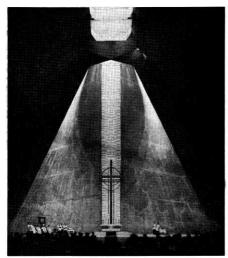
東京カテドラル聖マリア大聖堂の構造設計

Structural Design of a Hyperbolic Paraboloidal Shell Structure for Tokyo Roman Catholic Cathedral

坪井 善勝・名須川良平 Yoshikatsu TSUBOI・Ryohei NASUKAWA



写真・1 大聖堂内部 (信者席より中央祭壇をのぞむ)

1. 概 要

この教会は文教区関口台町の閑静な住宅地に建てられた 最高軒高 39.419m の鉄筋コンクリート造複合 H.P シェル構造の建物である.

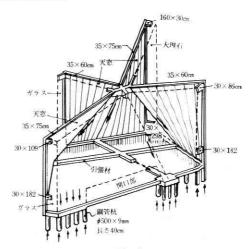
1 階大聖堂は椅子席 600, 立席 2,000, 地階小聖堂は椅子席 200, 立席 100 をもっており、1 階は 2,541 m^2 , 2 階は $71m^2$ のコーラス台、 $32m^2$ の 3 階には日本最大のパイプオルガンがすえ付けられている.

この付近は良質の地盤であるが大きな集中荷重によって生じる建物の不同沈下をさけるために、主体構造の下には $500\,\phi \times 9\,\mathrm{mm}$ の鋼管杭 $86\,$ 本が $40\,\mathrm{m}$ 下の硬質地盤まで打ち込まれ、 付属建物には $300\,\phi \times 60\,\mathrm{mm} \times 1\,2\mathrm{m}$ のコンクリート杭 $226\,$ 本が使用された.

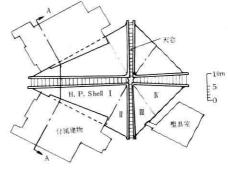
大聖堂の外壁面はステンレスでおおわれ,付属建物の 外壁にはプレキャストコンクリート板が張られている.

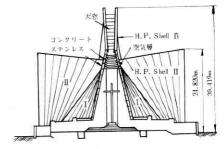
2. 構造計画

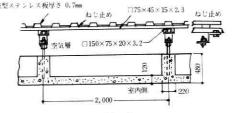
この大聖堂は8枚(4種類)の H.P シェルを壁のように立て、たがいに垂直の辺と上部の辺を梁で結合した複合H.P シェル構造をしているために、一般のシェル構造とは構造力学的に著しく異なった性質をもっている。すなわち、体育館・工場・公会堂・展示場などの屋根構造に使用されるシェル構造では、シェルの自重が設計上もっとも支配的な荷重要素であるが、この場合にはほとんど垂直にたてられたシェル面がうける風圧力および地震力がもっとも重要な荷重要素となることである。



図・1







図·2

究 速 報

この風圧力や地震力に対して構造体をもっとも効果的 に抵抗させるために各シェルには縁梁を付け、三角形断 面の鉄筋コンクリート梁によって隣接のシェルとたがい に結合した。また自重によってシェルが外側に開きだそ うとする力に抵抗させるためにシェル最下部につなぎ梁 をとり付けた.

8枚のシェルの厚さは縁梁の近傍を除き $12 \, \text{cm}$ とし、約 $2 \, \text{m}$ 間隔に縦横にリブをいれた. このリブ断面は $22 \, \text{cm} \times 36 \, \text{cm}$ で平にならすとシェルの厚さは $20 \, \text{cm}$, 曲げ剛性の点では $30 \, \text{cm}$ の厚さのシェルに相当することになる. またこのリブは屋根材(ステンレス)の取り付けを容易にし、その間の空間は断熱空気層になっている.

3. 解 析

さきに述べたように、この構造は自重に対しては構造的に有利な型をしているが、シェルIは下部にスパン20mにわたって開口部をもっているために局部的に大きな面内軸力、せん断力が発生する。差分法によって解析した結果をシャイベと比較して図・3に示す。

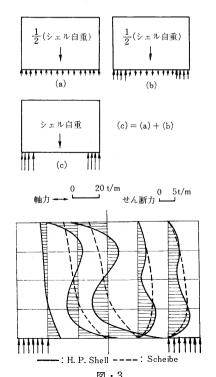
つぎに水平力をうけた場合について説明する.

いま図・4 のように右手系の直交座標 xyz をとれば H.P 曲面は: $Z=-(f_0/l_x\cdot l_y)x\cdot y=-kxy$ で表わされる. いま

t: シェルの厚さ(リブの丈を除いた)

 t_m : 軸力 (N_x, N_y) に抵抗する厚さ

 $t_{m{b}}$: 曲げモーメント (M_x, M_y) に抵抗する厚さ



1: リブの間隔

b: リブの幅

w: シェルのたわみ

h: リブの丈

φ: 応力関数

とし.

 $\alpha = 2(t/t_b)^3 + 4h/l(b/t_b)^3$, $\beta = 2t_m/t$ $\gamma = 24k/Et_b^3$, $\zeta = 2kEt_m$, $R = 12p/Et_b^3$

とおけばシェルの基本式は

$$\frac{\partial^{4}w}{\partial x^{4}} + \alpha \frac{\partial^{4}w}{\partial x^{2}\partial y^{2}} + \frac{\partial^{4}w}{\partial y^{4}} - \gamma \frac{\partial^{2}\phi}{\partial x \partial y} = R$$

$$\frac{\partial^{4}\phi}{\partial x^{4}} + \beta \frac{\partial^{4}\phi}{\partial x^{2}\partial y^{2}} + \frac{\partial^{4}\phi}{\partial y^{4}} + \xi \frac{\partial^{2}vv}{\partial x \partial y} = 0$$

$$(1)$$

となる.

i) 地震力をうける場合の境界条件

辺 \overline{AB} : 縁梁の軸力を N_b , 断面積を A_b , シェルの x 方向の軸力を N_x とすれば

$$N_b/A_b = N_x/t_m \longrightarrow \frac{A_b}{t_m} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y^2} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

点 A では軸力が 0 であるから

$$\frac{A_b}{t_m} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \bigg|_{x} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \bigg|_{x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \bigg|_{0}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

また曲げモーメントが 0 より

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

シェルと縁梁の相対たわみが0より、縁梁の幅を B_b 、 丈を H_b とすれば

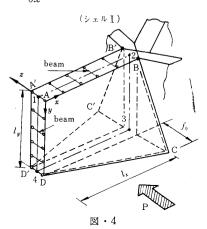
$$\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = \frac{B_b H_a^3}{tb^3} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$$

辺 \overline{AD} : 辺 \overline{AB} と同様にして求められる.

辺
$$\overline{BC}$$
: $N_{xy} = tG \frac{\partial v}{\partial x}$ および $N_y = t_m E \frac{\partial v}{\partial y}$

より

$$\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + 2 \frac{t_m}{t} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y^2} = 0$$



$$M_x=0$$
 より $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0$, また $w=0$

辺 \overline{CD} : 辺 \overline{BC} と同様にして求められる.

ii) 風圧力をうける場合の境界条件

風圧力をうける側のシェル ABCD (図・4) の境界 \overline{AB} には -z 方向の荷重が作用することになるから、シ ェル A'B'C'D' が無荷重状態であることを考慮すれ ば、次の二つの条件を用いた解を重ね合わせればよいこ とになる.

①
$$\left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = \frac{B_b H_{b^3}}{t b^3} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right.$$

$$\left. \overrightarrow{\text{简重項}} : 0.5 \, \text{P} \right.$$
②
$$\left\{ w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \right.$$

辺 \overline{AD} も同様にして求められる. 応力函数 ϕ および その他の辺に関する条件は i) の場合と同じである.

ⅱ) 風圧力をうける場合の風下のシェルに対する境 界条件

辺 AB には縁荷重として換算せん断力だけが与えら れることになるから,次の二つの条件を用いた解を重ね 合わせればよい.

①
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, & \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} = \frac{B_b H_b^3}{tb^3} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \\ \text{荷重項:} & -0.5 \, \text{P} \end{array} \right.$$

②
$$\begin{cases} w=0, & \frac{\partial^2 w}{\partial y^3} = 0 \\ \text{荷重項: } 0.5 \text{ P} \end{cases}$$

Ⅳ) シェル Ⅳ に対しても他のシェルと同様にして求 められるが図・5に示したように辺 AC の境界条件に対 しては座標軸を 45° 回転した \bar{x} , \bar{y} 軸に関して式をた てる方が便利である(図・5参照).

いま辺 \overline{AC} における条件を示せば

$$\begin{split} M_{\bar{\nu}} &= 0 \longrightarrow \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial^4 w}{\partial \bar{x}^4} &= \frac{V_{\bar{\nu}}}{EI_{\bar{x}}} \longrightarrow \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 6 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &+ 4 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\sqrt{2}}{EI_{\bar{x}}} D \left(3 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right. \\ &+ \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - 3 \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right) \end{split}$$

シェルと縁梁の \bar{x} 方向における相対変位が 0 の条件か 5

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\frac{\sqrt{2} t_m}{A_{\bar{x}}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

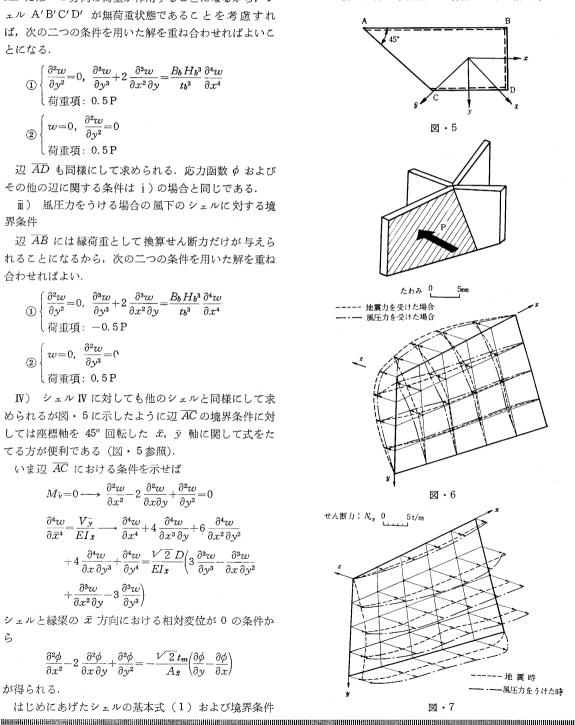
が得られる.

はじめにあげたシェルの基本式(1)および境界条件

式をすべて差分形式に書き改めシェルIに関して計算し た結果を図・6 ~図・11に示してある.

4. 実

実験はアクリルの模型により, 自重をうけた場合およ び水平力をうけた場合についておこなった. 解析ではシ ェルの境界条件を単純化した場合における解を求めたの



 π 究 速 報

で特に隣接シェルとの境界線上における応力を調べると とは重要である。図・12は自重をうけた場合におけるシ ェル I と Ⅱ, Ⅲ と Ⅳ の各境界上の曲げモーメントを 示したもので開口部の影響がよくでている.

(1965年11月13日受理)

設計: 丹下健三, 都市建築設計研究所

施工: 大成建設株式会社, 所長: 木村 進, 主任: 小山田 進

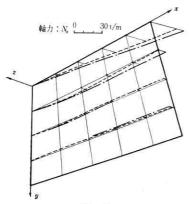


図 · 8

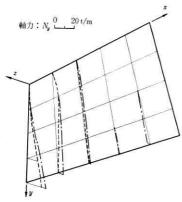
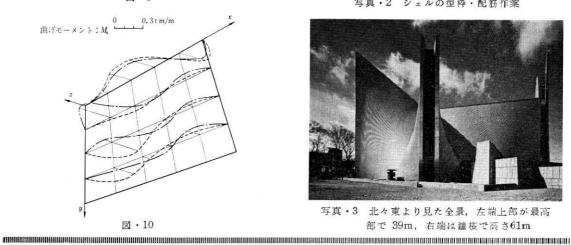
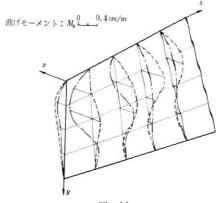
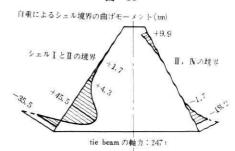


図 • 9

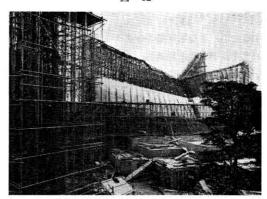




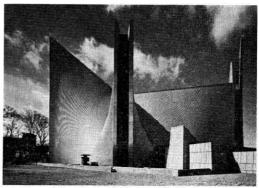
図・11



図·12



写真・2 シェルの型枠・配筋作業



写真・3 北々東より見た全景、左端上部が最高 部で 39m, 右端は鐘桜で高さ61m