

# PCM テレメータにおけるフレーム同期

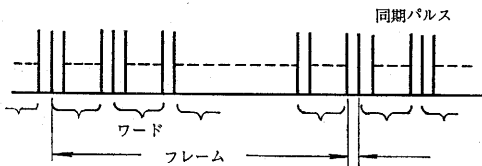
袖子富雄・安田靖彦・野村民也

PCM 通信には重要な問題の一つとしてフレーム同期がある。無線テレメータのように回線の品質が悪くなる可能性のある場合には特にこれが問題となる。フレーム同期は同期復帰時間が短く、一度同期に入ったら同期崩れを起こしにくいことが要求されるが、パルスの誤り率の高いときにも、これらを満たすために現在用いられている方法などを中心に、PCM テレメータのフレーム同期のあらましを述べる。

## 1. 序 言

PCM テレメータは被測定量が標本化され、量子化されたうえで時間軸上に配列される典型的な時分割多重通信系である。時分割多重通信系は、一般に送信側と受信側で同期がとれていることが必要である。受信側装置が送信されてくる信号に周波数、位相とも同期していなければならない。周波数分割においては信号は特定の周波数帯のみを使用しているので、フィルターによって信号を分離することができるが、時分割においては信号が時間帯によって配列されているので、ある基準からの時間差(位相差)によって信号を分離する。この時間基準を送信信号の中から検出し、送受信 2 点間の時間関係を一致させることが同期ということである。

同期にはビット同期、ワード同期、フレーム同期がある。時分割多重通信では時間帯を第 1 図のようにわけ、フ

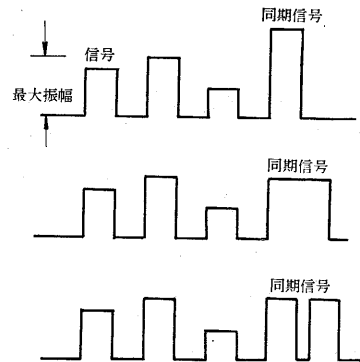


第 1 図 多種パルス系列時間帯の分割

レームといわれる大きなブロックが周期的に繰り返される。その中をいくつかのワードまたはチャンネルに分け各信号にわりあてる。各ワードは数ビットのパルスで構成される。到来パルス系列からこのビット周波数成分を取り出し、送受信のパルスの位相をそろえるのがビット同期である。ビット同期はアナログ的取扱いを要し、普通 phase locked loop が用いられる。フレーム同期は各フレームを区別するための時間基準を抽出するもので、アナログ的にもデジタル的にも行ない得る。ワード同期はフレームの中の各ワードの切れ目を確認する操作で、各ワードの初めにワード同期用のパルスを挿入することによって得られるが、ワード同期はビット同期、フレーム同期が完全にとれていれば、フレームの初めからのパルス数を数えることによって得ることができ、最近ではワード同期用のパルスをつけ加えずにフレーム中の位相差によってそれを行なっている。

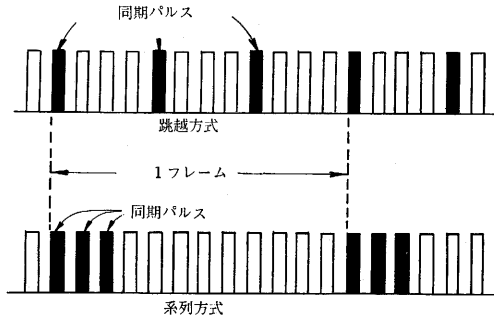
## 2. フレーム同期の方式

フレームの時間基準を与えるフレーム同期を得るには、フレーム同期信号と呼ばれる他の一般の信号とは区別できる特殊な信号を挿入することによって行なわれる。同期信号に用いる波形の形状は種々のものがあり、時分割通信でも PCM 以外はアナログ的方法を用い変調方式によっても異なる。たとえば信号振幅の最大値より大きい振幅のパルスを用いて振幅の差により同期信号を検出する方式、信号パルスと異なった幅のパルスを同期パルスに用いる方式、信号パルスと間隔の異なった一對のパル



第 2 図 同期信号パルスの種類

スを用いる方式などである。PCM 通信においても当然このような方式を適用してさしつかえないのであるが、PCM 通信は信号パルスの形状は同一であって、パルスの有無により情報を伝送する方式であり、パルスの形状が同一であることが伝送帯域の点で、また送受信機、中継器等の回路の面でも有利になっている。したがって同期信号のみ異なる形状のパルスを用いることは、この長所をそこなうことになるので、これに代わる方法として、信号パルスと同一形状のパルスによりあるパターンを構成し、パタンの違いによって同期信号を抽出する方式がとられる。同期パターンとしては、信号パルス列には絶対に表われないパターンを用いるか、または信号パルス列中に同一パターンが生ずる可能性があっても、信号パルス列でのパタンの生起が確率過程に従い、同期パターンは確定的であるので、両者のパタンの生起確率の差を利用して統計



第3図 同期パルス配列法

的に処理するかする。

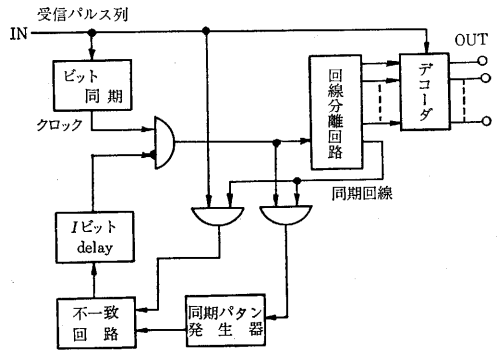
フレーム中に同期信号を挿入する方式は、大別するとフレーム中の一カ所にまとめておく系列方式 (sequence system) と、フレーム中に等間隔に配列する跳越方式 (interlace system) とに分けられる。また受信側で同期パタンをハンティングするさいのパルスの比較方式としては、一時に1ビットずつ逐次比較を行なってゆく方式と同期パタンの長さだけ同時に比較する方式とがある。

3. 1ビット逐次比較方式

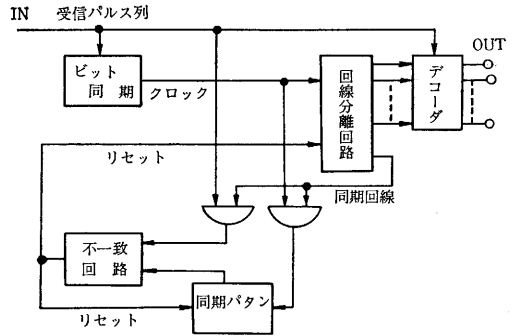
これは受信側でパルス系列の中から同期時点の符号を選択し、これと受信側の同期パタンとを1ビットずつ逐次比較してゆく方式である。この方式はハンティングの方法により、さらに1ビットシフト式とリセット式に分けられる。1ビット逐次比較方式では、受信側に同期パタン発生器を自蔵し、ビット同期により得られたクロックによって回線分離回路を動作させ、さらにこの回路の出力で同期パタン発生器を駆動し、そのときの同期パタン発生器の出力と到来パルスとを比較する。この比較のとき、不一致を検出するたびごとにクロックパルスを1本引き抜いて、回線分離回路およびパタン発生器を到来パルス列に対して1ビットシフトさせるのが1ビットシフト方式である。これを繰り返して同期状態になったとき、回線分離回路は正しい位相で動作する。一方リセット方式は、不一致を検出するたびごとに、回線分離回路およびパタン発生器を0位相にリセットする。リセット式では、同期系列内で誤りを検出する位置によってシフト量が異なり、S番目のパルスで誤りを検出したときにはSビットシフトすることになる。1ビット逐次比較方式では同期パルスの配列法との組合せで4通りの方法が可能になる。

同期特性の良さの評価量の一つとして同期回復時間の期待値があるが、1ビット逐次比較方式においては4種類の組合せのうち、リセット式系列方式が最もすぐれている。

- $N_0$  1フレーム中の全ディジット数
- $q$  1フレーム中のフレーム同期信号のディジット数
- $p$  不一致検出回路で不一致の生じない確率



i) 1ビットシフト式デジタル同期方式



ii) リセット式デジタル同期方式

第4図 1ビット逐次比較デジタル同期方式

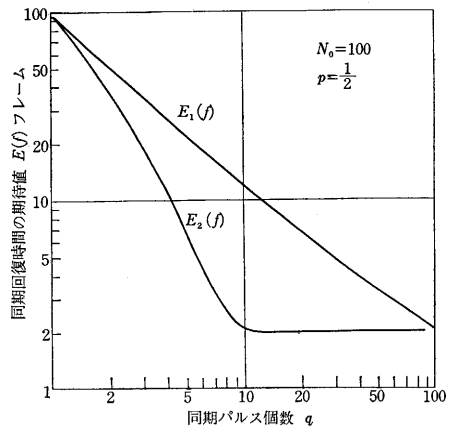
とすると1ビットシフト式跳越方式における復帰時間の期待値は、パタンに関係なく

$$E_1(f) = \frac{N_0}{q} \frac{p}{1-p} + 1 \quad \text{フレーム} \quad (1)$$

となる。リセット式系列方式では復帰時間はパタンに関係するが、 $N_0 \gg q$  とすればパタン自身の影響は無視できて

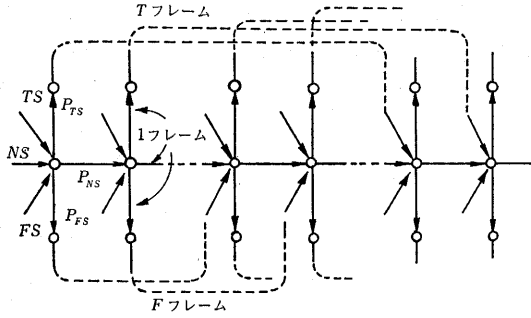
$$E_2(f) = 1 + \frac{p}{1-p} + \frac{p^q}{1-p^q} (N_0 - q) \quad \text{フレーム} \quad (2)$$

となる。これらを第5図に示す。この外の1ビットシフ



第5図 1ビット逐次比較方式における同期復帰時間の期待値





第7図 フレーム同期の状態遷移図

る。おのおのの状態を TS (true-synchronization), FS (false-sync), NS (non-sync) と表わすことにする。正しい同期状態のときは、平均Tフレーム後に雑音によって同期ずれを起こし、誤同期のときは平均Fフレーム保持した後再びハンテイングを開始するとする。1フレーム通過後、TS, FS, NS になる確率を  $P_{TS}$ ,  $P_{FS}$ ,  $P_{NS}$  とすると第7図のような遷移図が考えられる。NS がサーチモード、TS と FS が保持モードの状態である。同期回復時間は NS から TS へ行くまでに要する時間で、この期待値を  $S$  で表わすと

$$S = P_{TS} + P_{NS}(1+S) + P_{FS}(1+F+S)$$

$$\therefore S = \frac{P_{TS} + P_{NS} + (1+F)P_{FS}}{1 - P_{NS} - P_{FS}} \quad (3)$$

となる。ここで

$$P_{TS} + P_{FS} + P_{NS} = 1 \quad (4)$$

であるから、けっきょく同期回復時間の期待値  $S$  は

$$S = \frac{1 + FP_{FS}}{P_{TS}} \quad (5)$$

となる。またデータ損失の割合を  $L$  とすると  $L$  は次のようになる。

$$L = \frac{S}{S+T} \quad (6)$$

次に  $P_{TS}$ ,  $P_{FS}$ ,  $P_{NS}$ ,  $T$ ,  $F$  を求める。サーチモードのとき  $\epsilon$  ビットまでの誤りを認め、保持モードのとき  $\epsilon'$  ビットまでの誤りを認めるように、パターン検出器のスレシヨールドを決める。パタンの長さを  $n$  ビットとし、信号パルスは 0, 1 が等確率で生起すると仮定する。パルスの誤り率を  $p$  とする。

$n$  ビットのランダムビットで同期パタンの生ずる確率を  $p_f(\epsilon)$  とすると

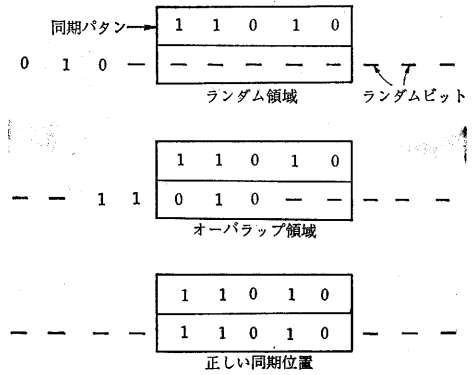
$$p_f(\epsilon) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sum_{r=0}^{\epsilon} \binom{n}{r} \quad (7)$$

真の同期パターンを正しく検出する確率  $p_t(\epsilon)$  は

$$p_t(\epsilon) = \sum_{r=0}^{\epsilon} \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r} \quad (8)$$

パターン検出器がランダムビットとの比較を  $b$  回行っても誤同期を起こさない確率  $p_b$  は次のようになる。

$$p_b = 1 - (1-p_f)^b \quad (9)$$



第8図 パタン検出器とパルス列との位置関係

ここでパターン検出器の中に入る信号パルス列の状態を考えると、三つの場合に分けられる。すなわちパターン検出器に入るパルスが (1) 全部ランダムビットの場合 (ランダム領域), (2) 同期パタンの一部とランダムビットより成る場合 (オーバーラップ領域), (3) 同期パタンのみから成る場合である。(3)の状態ですべて同期をとる確率は  $p_t$  であり、ランダム領域、オーバーラップ領域で誤同期を起こす確率の和をおのおの  $H_B$ ,  $H_d$  とすると

$$\left. \begin{aligned} P_{TS} &= (1-H_B)(1-H_d)p_t \\ P_{FS} &= 1 - (1-H_B)(1-H_d) \\ P_{NS} &= (1-H_B)(1-H_d)(1-p_t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

となる。1フレームの全ディジット数を  $M$  とすると、1フレーム走査中でパターン検出器の内容がランダムビットだけの場合の回数  $B$  は

$$B = M - 2(n-1) - 1 \quad (11)$$

であるから、この  $B$  を使って  $H_B$  は次のようになる。

$$H_B = 1 - (1-p_f)^B \quad (12)$$

パターン検出器に  $\delta$  ビット同期パターンが入っているとき誤同期を起こす確率を  $H_\delta$  とすると

$$H_d \approx 2 \sum_{\delta=1}^{n-1} H_\delta \quad (13)$$

で与えられる。この  $H_\delta$  はパターンによって異なり、適当なパターンを選ぶと  $p_f \approx \sum_{\delta=1}^{n-1} H_\delta$  になるので、計算の簡単のためにオーバーラップ領域を省略し、代わりにランダム領域の回数を2回増すことにする。オーバーラップ領域を全部ランダム領域で置き換えると過大評価になる。

$$B' = B + 2 = M - 2(n-1) + 1 \quad (14)$$

$$H_{B'} = 1 - (1-p_f)^{B'} \quad (15)$$

を用いて近似的に

$$P_{TS} = (1-H_{B'})p_t = (1-p_t)^{B'} p_t \quad (16)$$

$$P_{FS} = H_{B'} = 1 - (1-p_f)^{B'} \quad (17)$$

$$P_{NS} = (1-H_{B'})(1-p_t) = (1-p_f)^{B'} (1-p_t)$$

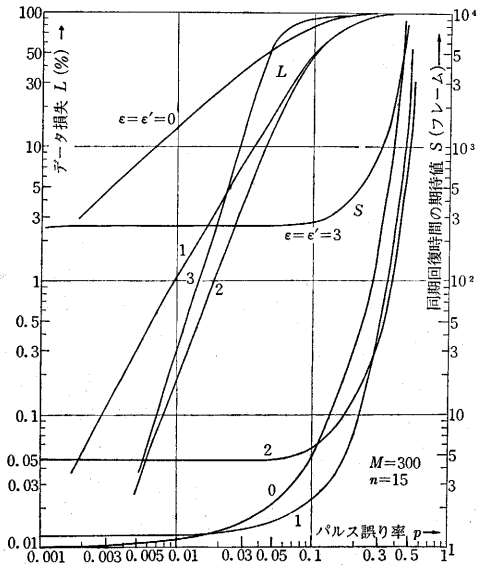
となる。保持モードにおける  $p_t$ ,  $p_f$  を  $p_t(\epsilon') = p_t'$ ,  $p_f(\epsilon') = p_f'$  と書くと、保持モードで同期パターンを検出

しない確率は、正しい同期状態では  $1-p_t'$ 、誤同期の状態では  $1-p_f'$  であるから、おのおのの状態で保持し続けるフレーム数の期待値  $T$ 、 $F$  は

$$T = \frac{1}{1-p_t'} \quad F = \frac{1}{1-p_f'} \quad (18)$$

となる。これらより  $S$ 、 $L$  を求めることができる。例として 1 フレームの全ディジット数  $M=300$ 、パタンの長さ  $n=15$  の場合を示す。

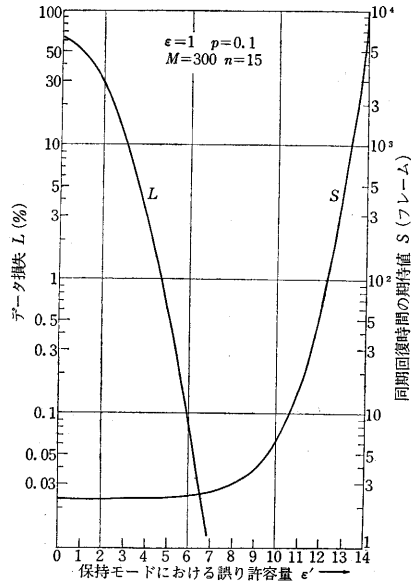
(1) サーチモード、保持モードの区別をつけず、 $\epsilon = \epsilon'$  としたときの同期復帰時間の期効値  $S$  とデータ損失  $L$  を第 9 図に示す。



第 9 図 同期回復時間の期待値とデータ損失

パルスの誤り率  $p$  がある程度小さくなると  $S$  は一定で、 $L$  は急速に減少する。 $\epsilon$  が大きくなると  $S$  が非常に大きくなるが、 $S$  の一定値も  $p$  の大きい方まで伸び、同時に  $L$  も急速に減少するようになる。 $p=0.1$  のときを考えると、 $\epsilon=1$  で  $S=2.3$  フレームで短い、 $L=50\%$  で半分のデータが失われることになる。 $\epsilon=2$  のときは、 $L$  がわずかに減少するが  $S$  がかなり増加し、それ以外の  $\epsilon$  に対しては  $S$  も  $L$  も増加する。したがってこのときは  $\epsilon=1$  が最過値であるが、それでも  $L$  が大きくあまり良い結果とはいえない。

(2) サーチモードで  $\epsilon=1$  とし保持モードでの  $\epsilon'$  を変えてみる(第 10 図)。 $\epsilon'$  を増加させると、 $\epsilon'=8 \sim 9$  くらいから急に  $S$  が増加しているがそれまではほとんど一定である。一方  $L$  は  $\epsilon'$  の増加とともに急激に激少している。したがってこの場合は  $S$  があまり増加しない  $\epsilon'=8$  とし、保持モードにおける慣性をかなり大きくすると有効であることがわかる。 $\epsilon=\epsilon'=1$  で  $S=2.3$  フレーム、 $L=50\%$  に対し、 $\epsilon=1$ 、 $\epsilon'=8$  とすると  $S=2.9$  フレームとわずかな増加に対し  $L=10^{-3}(\%)$  と大きく改善される。



第 10 図 同期回復時間およびデータ損失の保持モードにおける誤り許容量に対する変化

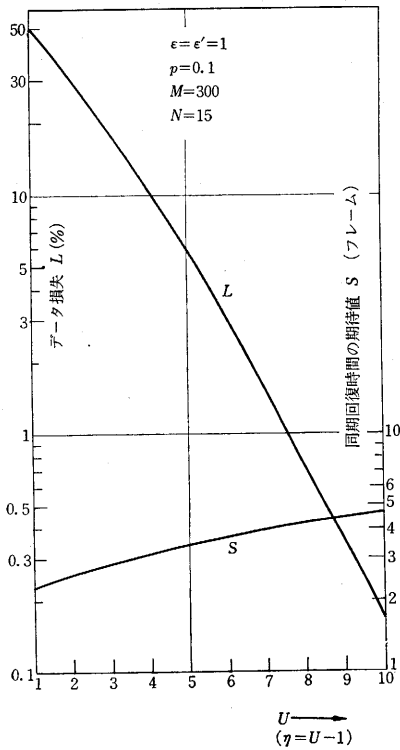
(3) 保持モードにおける慣性のつけ方として、フレームに関してフライホイール作用をもたせる場合を考える。同期パターンを  $U$  フレーム監視し、そのうち  $\eta$  フレームまでの誤りを認め  $\eta+1$  フレームの誤りがあったとき、同期くずれとみなしてハンディングを開始するとする。このときの  $T$ 、 $F$  は

$$T = \left[ \sum_{i=\eta+1}^U (1-p_t')^i p_t' U^{-i} \binom{U}{i} \right]^{-1} + U - 1$$

$$F = \left[ \sum_{i=\eta+1}^U (1-p_f')^i p_f' U^{-i} \binom{U}{i} \right]^{-1} + U - 1 \quad (19)$$

となる。 $U$  を一定にして  $\eta$  を変えると  $\epsilon'$  が小さいときは  $\eta$  が大きいほど  $L$  が改善される。そして  $S$  もほとんど増加しない。 $\epsilon=\epsilon'=1$  とし  $U$  を変えると、 $U$  の増加に伴って  $L$  は減少するが、 $S$  も徐々に増加する(第 11 図)。しかし  $\epsilon'$  を変化させた場合に比べ、 $S$  の増加の割には  $L$  の改善度が少なく、(2) に比べると劣る。たとえば  $U=3$ 、 $\eta=2$  のとき  $S=2.9$  フレームで  $\epsilon'=8$  のときと同じであるが、データ損失が  $18\%$  程度あり、 $\epsilon'=8$  のときの  $10^{-3}(\%)$  よりはるかに悪い。

(4) 保持モードで(2)、(3)を併用すると同期特性がさらに改善できる(第 12 図)。 $\epsilon=1$ 、 $\epsilon'=8$  とし  $U$ 、 $\eta$  を変えると、 $U$ 、 $\eta$  を大きくするほど  $L$  を小さくできる可能性があるが、 $\eta$  を大きくし過ぎると  $S$  が急激に増加してくる。そこで一つの基準として  $S$  を 5 フレーム以下におさえると  $U=5$ 、 $\eta=2$  のとき  $S=4.7$  フレーム、 $L=10^{-13}(\%)$  となる。 $\epsilon=1$  とし  $\epsilon'$  のみを変えると  $\epsilon'=9$  で  $S=3.8$  フレーム、 $L=10^{-4}(\%)$ 、 $\epsilon'=10$  で  $S=6.4$  フレーム、 $L=10^{-5}(\%)$  程度であるから、これと比べるとデータ損失を減少させるのに有効であることがわかる。



第 11 図  $U$  フレーム中  $\eta$  フレームまで誤りを認めたときのデータ損失と同期回復時間の期待値  
 一般に  $S$  は  $\epsilon'$  によってはあまり変化せず  $\epsilon$  による変化が大きいため、 $p$  に対し最適な  $\epsilon$  を決めることができるが、保持モードにおける  $\epsilon'$  および  $U, \eta$  は  $S$  と  $L$  のかね合いで決めるため、必ずしも一様には決まらない。

7. 最適な同期パタン

シフトレジスタによる同期パタン検出の過程は三つに分類できることを前に述べた。これらのうちオーバーラップ領域で誤同期を起こす確率がパタンにより異なる。例えば 7 ビットのパタン 1111111 を用いると、オーバーラップが 6 ビットのと看、パタン検出器の残りの 1 ビットのランダムビットが 1 であれば、ここで同期 (誤同期) に入る。したがって確率 0.5 で誤同期を起こすこととなり、このパタンは好ましくない。一般にはオーバーラップ領域での一致ビット数が少ない方がよい。

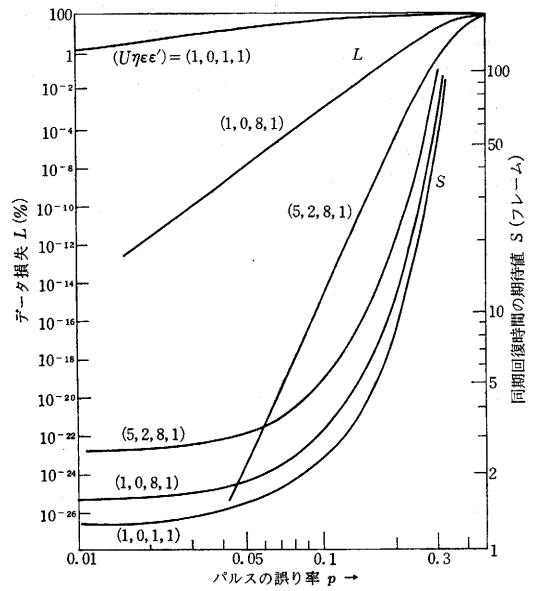
パタンの長さを  $n$ 、許容誤りビットを  $\epsilon$  とする。オーバーラップが  $\delta$  ビットのと看に誤同期を起こす確率を  $H_\delta$  とすると、オーバーラップ領域全体で誤同期を起こす確率の和は

$$H_a = 2 \left[ 1 - \prod_{\delta=1}^{n-1} (1 - H_\delta) \right]$$

一般には  $H_\delta \ll 1$  であるから、 $H_a$  は次のように近似できる。

$$H_a \approx 2 \sum_{\delta=1}^{n-1} H_\delta$$

この  $H_a$  を最小にするパタンが最適な同期パタンである。



第 12 図 慣性のつけ方による同期特性の改善

次に  $H_\delta$  を求める。  $n$  ビットのパタンでオーバーラップが  $\delta$  ビットのと看誤同期が起きるには、パタン検出器に入った  $n$  ビットのパルスが  $\delta$  ビットの同期パタンの部分と、  $n-\delta$  ビットのランダムビットの両方で、パタン検出器にセットされた同期パタンと一致しなければならぬ。パタン検出の際  $\epsilon$  ビットの誤りを認めるとき、このうち  $\delta$  ビットの同期パタン部で  $i$  ビットの誤りが、  $n-\delta$  のランダムビットで  $\epsilon-i$  ビットの誤りが起こるとし、  $\delta$  ビットで一致する確率を  $J_i$ 、  $n-\delta$  ビットで一致する確率を  $K_{\epsilon-i}$  とすると、

$$H_\delta = \sum_{i=0}^{\min(\epsilon, \delta)} J_i K_{\epsilon-i} \quad (20)$$

となる。  $K_{\epsilon-i}$  はランダムビットで一致する確率であるから次のようになる。

$$K_{\epsilon-i} = \frac{1}{2^{n-\delta}} \sum_{k=0}^{\epsilon-i} \binom{n-\delta}{k} \quad (21)$$

また  $J_i$  は次のように求まる。オーバーラップしている  $\delta$  ビットのうちパタン検出器にセットされたパタンと一致するビット数を  $\phi$ 、不一致ビット数を  $c = \delta - \phi$  とする。  $\delta$  ビットで一致が起きるには、一致ビット  $\phi$  のうち  $j$  ビットが雑音により誤りを起こすと、不一致ビット  $c$  のうち  $i-j$  ビットまでが変化せずもとのままでよいことになる。一致ビットのうち  $j$  ビットが変化して  $\phi-j$  ビットが変化しない確率は

$$\binom{\phi}{j} p^j (1-p)^{\phi-j}$$

不一致ビット  $c$  のうち  $i-j$  ビットが変化せず、  $c-(i-j)$  ビットが変化する確率は

$$\binom{c}{i-j} p^{c-(i-j)} (1-p)^{i-j}$$

である。したがって

$$J_i = \sum_{j=i-c}^i \binom{\phi}{j} p^j (1-p)^{\phi-j} \binom{c}{i-j} (1-p)^{i-j} p^{c-(i-j)}$$

$$= \sum_{j=i-c}^i \binom{\phi}{j} \binom{c}{i-j} p^{\phi-i+2j} (1-p)^{\phi+i-2j} \quad (22)$$

$$\therefore H_\delta = \sum_{i=0}^{\min(\delta, \varepsilon)} \left[ \sum_{j=i-c}^i \binom{\phi}{j} \binom{c}{i-j} p^{\phi-i+2j} (1-p)^{\phi+i-2j} \times \left\{ \frac{1}{2^{n-\delta}} \sum_{k=0}^{n-\delta} \binom{n-\delta}{k} \right\} \right] \quad (23)$$

$\delta$  を 1 から  $n-1$  まで変えたときの  $\phi$  の変化をベクトルで書いたものをアグリーメントベクトルという。たとえば 1011000 なるパターンなら (0, 1, 1, 2, 2, 3) がアグリーメントベクトルとなる。パターンによりアグリーメントベクトルが異なるため  $H_a$  が変わってくる。  $n$  ビットのパターンなら  $2^n$  個の可能なパターンについて  $H_a$  を求めれば良いが、一般に一つのパターンについては、そのコンプリメント、ミラー、ミラーコンプリメントは同一のアグリーメントベクトルをもつので  $H_a$  が等しくなる。最適なパターンは  $\varepsilon$  により変わるが  $\varepsilon=2$  の場合を第 2 表に示す。

### 8. 結 言

PCM テレメータのフレーム同期には、パルスの誤り率のかなり高いところを考える必要があり、その場合の同期について次のようなことが言える。

1. 同期情報として、適当な長さの同期信号パターンを挿入する。
2. 同期信号検出にはシフトレジスタよりなる検出器を用いて、パターン全体を同時に比較する。
3. パタン検出のさいに適当なビット誤り許容量を設けまた同期に入ってから適当な慣性をもたせることによって同期くずれを防ぐ。
4. 同期パタンの選択には注意を要し、同期パタンの

第 1 表 同一アグリーメントベクトルを有するパタンの例

アグリーメントベクトル	(0, 1, 1, 2, 2, 3)
パ タ ン	1011000
コンプリメント	0100111
ミ ラ ー	0001101
ミラーコンプリメント	1110010

第 2 表 最適パタンの例

n	最適パターン	$\frac{1}{2}H_a$
7	1011000	$5.723 \times 10^{-1}$
8	10111000	$4.235 \times 10^{-1}$
9	101110000	$2.950 \times 10^{-1}$
10	1101110000	$1.783 \times 10^{-1}$
11	10110111000	$9.065 \times 10^{-2}$
12	110101100000	$5.142 \times 10^{-2}$
13	1110101100000	$2.821 \times 10^{-2}$
14	11100110100000	$1.514 \times 10^{-2}$
15	111011001010000	$6.611 \times 10^{-3}$
16	1110101110010000	$3.460 \times 10^{-3}$
17	11110011010100000	$1.657 \times 10^{-3}$
18	111100110101000000	$8.228 \times 10^{-4}$
19	1111100110010100000	$3.837 \times 10^{-4}$
20	11101101111000100000	$2.175 \times 10^{-4}$

周辺で誤同期を起こしにくいパターンを用いる必要がある。

### 参 考 文 献

- 1) 仲丸由正, 金子尚志.. “時分割多重符号伝送に於ける同期方式” 信学誌 43, 12, p. 1388
- 2) M. W. Williard “Optimum Code Patterns for PCM Synchronization” 1962 NTC 5-5
- 3) M. W. Williard “Mean Time To Establish PCM Synchronization” 1962 NTC 3-4
- 4) J. P. Magnin “Digital Synchronization of PCM Telemeters” 1962 NTC 5-3
- 5) J. L. Maurey and F. J. Styles “Development of Optimum Frame Synchronization Codes for Goddard Space Flight Center PCM Telemetry Standards” 1964 NTC 3-1

## 東京大学生産技術研究所報告刊行

第 14 卷 第 3 号 亘 理 厚 著

### 自動車の運動に関する研究

Research on the Motion of Automobiles

自動車の運動については振動乗心地と安定性の見地からする研究がなされているが、両者とも出発点である運動方程式は一致するので、自動を有限自由度のばね-質量系として一般的に運動を求め、上下ならびに左右振動の性質および曲線運動を行なうときの運動性能などを求めている。

(1965 年 8 月発行)