

## 5孔ピトー管における圧縮性の影響

A Three Dimensional Pitot Probe in Compressible Fluid Flow

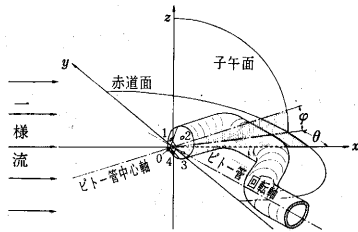
北野 正夫

**序論** 5孔アローヘッド型ピトー管は、従来より流れの方向測定のために広く使われており、種々の研究論文ならびに解説が発表されている<sup>1)~7)</sup>。しかし従来の方法は圧縮性を無視しているため、マッハ数が0.4以上になる空気流に対しては、そのままでは誤差が大きくなる。そこで、このように圧縮性の影響が大きく表われる亜音速領域でも、十分な精度で流速、静圧および流れの方向を求める方法を考え、実験してみたところ、良好な結果を得た。

**理論** マッハ数  $M$ 、流速  $u$ 、静圧  $p_s$  である一様流の中に第1図のように5孔ピトー管が置かれている場合を考える。流れは乱流とし、流体の比熱比を  $\gamma$  とする。 $i$  番目の圧力測定孔の所の圧力を  $p_i$ 、圧力係数を  $C_{pi}$  とすれば

$$p_i = p_s + (\gamma/2) p_s M^2 C_{pi} \quad (1)$$

となる。圧力係数  $C_{pi}$  は、圧縮性流体の場合同一ピトー管の同一圧力測定孔については、1) ピトー管の一様流に対する角度  $\varphi, \theta$ 、2) レイノルズ数、3) マッハ数の三つによって定まる値である。



第1図

一様流の速度が遅い場合は圧縮性はあまり問題にならず、粘性の影響のみを考慮して上の1)と2)によって  $C_{pi}$  が定まると考えて差し支えない。逆に一様流の速度が速くなると粘性より圧縮性の影響が大きく表われるから  $C_{pi}$  は1)と3)によって定まるとみるべきである。今このような場合について考えを進めよう。

$i$  番目の圧力測定孔上の流速を  $u_i$  とすれば、今の場合、粘性を無視し流れは、すべて亜音速である場合を考えているから、等エントロピー変化の次の関係式が成り立つ<sup>8)</sup>。

$$C_{pi} = \frac{2}{\gamma M^2} \left\{ \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \left( 1 - \frac{u_i^2}{u^2} \right) \right]^{\gamma/(\gamma-1)} - 1 \right\}$$

一方、圧縮性流体の流れの場における速度ポテンシャル

$\Phi$  は、最大速度が音速に達するまで  $M^2$  のべき級数に展開できる<sup>9)</sup>。

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 M^2 + \Phi_2 M^4 + \dots$$

ここで  $\Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \dots$  は  $M$  を含まない位置のみの関数である。このことは  $u_i^2/u^2$  が  $M^2$  のべき級数に展開できることを意味している。それゆえ

$$C_{pi} = C_0 + C_1 M^2 + C_2 M^4 + \dots \quad (2)$$

と表わすことができる。ここで  $C_0, C_1, C_2, \dots$  は  $M$  を含まない  $\varphi, \theta$  のみの関数である。

次に、ピトー管の5個の圧力測定孔の圧力を、いろいろ組み合わせると、(1)式を使って次のような差圧比の式が得られる。

$$\frac{p_1 - p_3}{p_0 - p_3} = \frac{C_{p1} - C_{p3}}{C_{p0} - C_{p3}} = X(\varphi, \theta, M) \quad (3)$$

$$\frac{p_2 - p_4}{p_0 - p_3} = \frac{C_{p2} - C_{p4}}{C_{p0} - C_{p3}} = Y(\varphi, \theta, M) \quad (4)$$

$$\frac{p_0 - p_3}{p_0} = \frac{(\gamma/2) M^2 (C_{p0} - C_{p3})}{1 + (\gamma/2) M^2 C_{p0}} = K(\varphi, \theta, M) \quad (5)$$

$$\frac{p_0 - p_s}{p_0 - p_3} = \frac{C_{p0}}{C_{p0} - C_{p3}} = H(\varphi, \theta, M) \quad (6)$$

ここで  $X, Y, K, H$  は当然ピトー管の流れに対する角度  $\varphi, \theta$  および流れのマッハ数  $M$  の関数であり、その関数形が求まれば(3),(4),(5)式を連立して解くことにより、圧力測定値から  $\varphi, \theta, M$  を知ることができる。さらに、その  $\varphi, \theta, M$  を(6)式に入れて静圧  $p_s$  も求められる。

$X, Y, K, H$  の関数形は、頭部が四角錐の形をしたアローヘッド型5孔ピトー管では理論的に求めるのはむずかしいので、風洞で実験的に求める外はない。その場合  $X, Y, K, H$  は次のように  $M^2$  のべき級数に展開しておいた方が整理しやすい。

$$X = X_0 + X_1 M^2 + X_2 M^4 + \dots \quad (7)$$

$$Y = Y_0 + Y_1 M^2 + Y_2 M^4 + \dots \quad (8)$$

$$K = K_0 M^2 + K_1 M^4 + K_2 M^6 + \dots \quad (9)$$

$$H = H_0 + H_1 M^2 + H_2 M^4 + \dots \quad (10)$$

ここで  $X_0, Y_0, K_0, H_0, X_1, Y_1, K_1, H_1, \dots$  等はすべて  $\varphi, \theta$  のみの関数であることが、(2)式を(3),(4),(5),(6)式に代入して整理するとわかる。

なお、第1図で  $\theta$  が減少し負になっていくと  $p_3$  はだんだん大きくなり、ついには  $p_0 - p_3 = 0$  になって都合が悪いので、 $p_1 < p_3$  の場合は  $p_3$  の代わりに  $p_1$  を使

用し

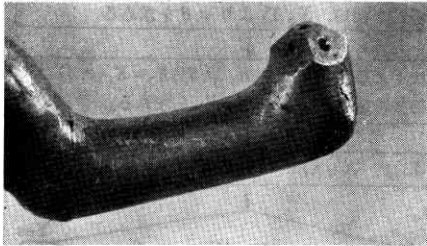
$$X = (p_1 - p_3) / (p_0 - p_1)$$

$$Y = (p_2 - p_4) / (p_0 - p_1)$$

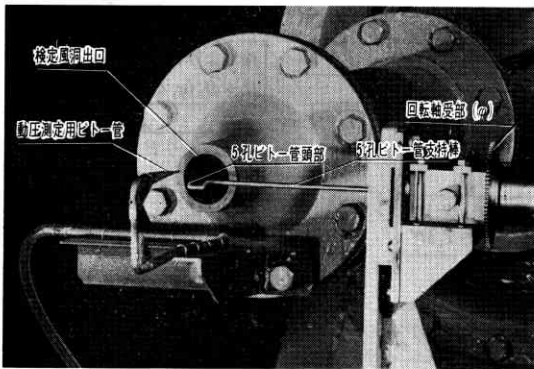
$$K = (p_0 - p_1) / p_0$$

$$H = (p_0 - p_8) / (p_0 - p_1)$$

として計算しなければいけない。



第 2 図 5 孔アローヘッドピトー管頭部



第 3 図 検定風洞にて検定中のピトー管

検定 第 2 図にピトー管の頭部, 第 3 図に検定風洞で検定中のピトー管の写真を示す。検定は航空技術研究所の検定風洞を使用して行なった。

まず,  $X, Y, K, H$  の  $M^2$  の展開式の第何項まで取ったらよい近似式になるかを調べるため,  $\varphi, \theta$  を一定にして風速を変えて測定し, おおのこの  $X, Y, K, H$  を求めて整理した。  $\varphi=12^\circ, \theta=12^\circ$  の場合の例を第 4 図に示す。他の角度の場合も同様な傾向を示した。図から明らかなように  $M^2=0.1 (M=0.33)$  を越す部分では, おおのこの直線と考えて十分である。航空技術研究所の森田氏の測定によれば,  $M=0.8$  近くまで直線とみなすことができる。そこで

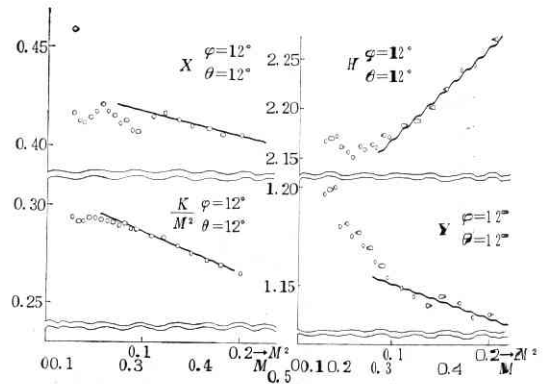
$$X = X_0 + X_1 M^2 \tag{11}$$

$$Y = Y_0 + Y_1 M^2 \tag{12}$$

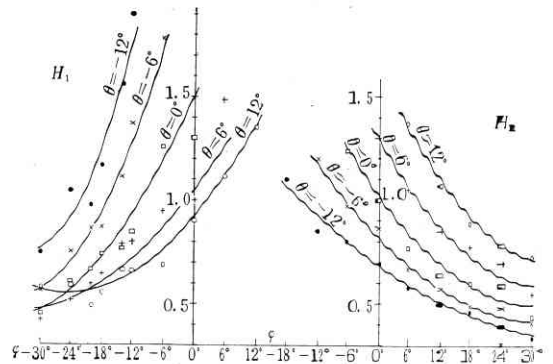
$$K = K_0 M^2 + K_2 M^4 \tag{13}$$

$$H = H_0 + H_1 M^2 \tag{14}$$

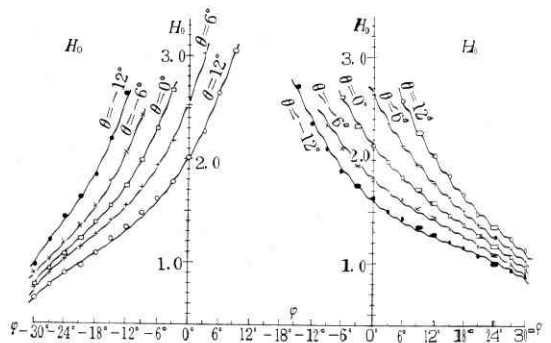
と近似することにし, おおのこの 1 次係数の関数形を求めるため,  $\varphi: -30^\circ \sim +30^\circ, \theta: -12^\circ \sim +12^\circ$  の範囲にわたり, おおのこの  $6^\circ$  おきの値の組合せにつき,  $M \geq 0.3$  である 5 ないし 7 点の  $M$  で測定を行ない, その  $M^2$



第 4 図 マッハ数の  $X, Y, K, H$  に及ぼす影響



第 5 図  $H_1$  の  $\varphi, \theta$  に関する分布

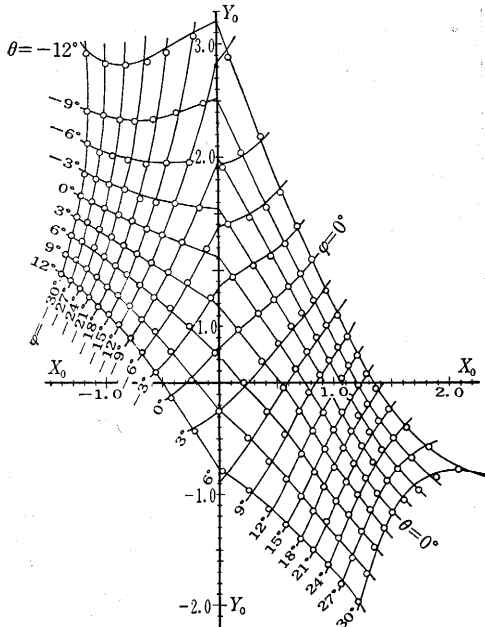


第 6 図  $H_0$  の  $\varphi, \theta$  に関する分布

に対する傾斜を最小二乗法で求め, さらにその値が  $\varphi, \theta$  に関して 2 次整代数式で表わされるものと仮定して, 最小二乗法近似を行なった。計算はすべて航空技術研究所の電子計算機「データロン 205」を使用して行なった。1 例として  $H_1$  の  $\varphi, \theta$  に関する分布を第 5 図に示す。実線は 2 次整代数式で近似したときの曲面を示す。

次に  $\varphi, \theta$  のおおのこの  $3^\circ$  おきの値の組合せで各 1 点ずつのデータを取り, 先に求めた 1 次係数の値を使って  $X_0, Y_0, K_0, H_0$  を求めた。それらを同様に  $\varphi, \theta$  の 3 次ないし 4 次の整代数式に最小二乗法近似を行なった。第 7 図は  $X_0, Y_0$  に対する  $\varphi, \theta$  の分布を示すもので実

研究速報



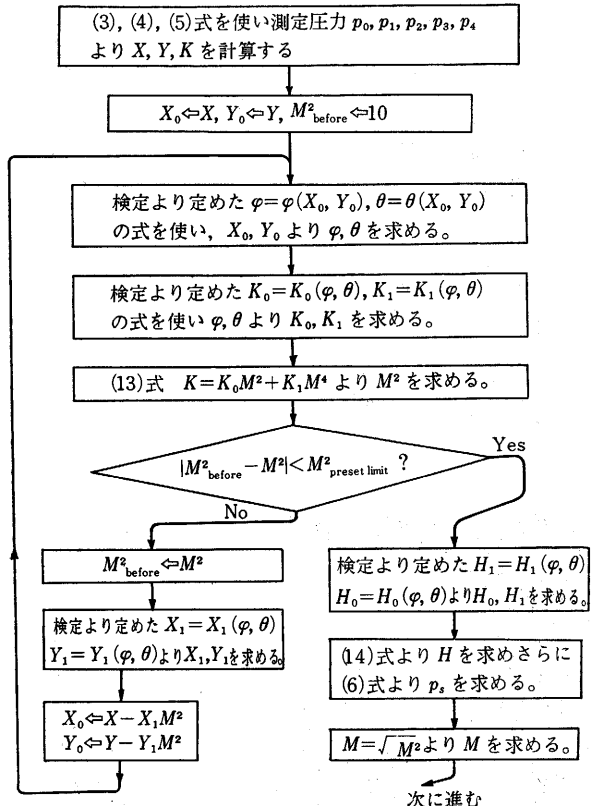
第7図  $X_0, Y_0$  と  $\varphi, \theta$  の関係

線は最小二乗法近似曲面を示す。第6図は  $H_0$  の  $\varphi, \theta$  に関する分布図である。以上で求める関数形がすべて定まったので、実際この5孔ピトー管で  $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4$  の圧力測定値から、流れに対するピトー管の角度  $\varphi, \theta$ 、流れのマッハ数  $M$  およびピトー管の直前の静圧  $p_s$  は計算より求める。その求め方のフロー・チャートを第8図に示す。チェックのため、乱数表より  $\varphi, \theta, M$  の20組の組合せを取り出して実験した。その結果を第1表に示す。検定範囲の周辺では角度が  $1^\circ$  ぐらい実測値と異なるものもあり精度はよくないが、検定範囲内ではほぼ実用に耐える程度の精度が出たように思う。また、その計算時間もデータロン205で約2分間でこれも十分実用になり得る範囲と思う。

あとがき 本研究は日本機械学会ラジアル・タービン研究協力委員会のタービン実験において、タービン出口流速測定用として製作された5孔ピトー管を使用して行なった。研究に当たり、終始ご懇切なご指導をたまわった本所水町長生教授ならびに実験に種々の便宜を与えてくださった航空技術研究所の皆様方に厚く感謝の意を表わす。(1965年2月27日受理)

文 献

- 1) J. C. Lee and J. E. Ash, "A three Dimensional Spherical Pitot Probe" ASME Trans, Vol. 81 (1959) 603.
- 2) R. G. Folsom, "Review of the Pitot Tube" ASME Trans, Vol. 78 (1956) 1447.
- 3) D. W. Bryer, D. E. Walshe and H. C. Garner, "Pressure Probes Selected for Three-Dimensional Flow Measurement" R & M, No. 3037, 1955.
- 4) 轟一郎ほか「5孔球型ピトー管に関する性能実験について」日本



第8図  $p_0 \sim p_4$  より  $\varphi, \theta, M, p_s$  を求める Flow Chart

第1表 検定検査結果

$\varphi$ (deg- ree)	$\theta$ (deg- ree)	$M$	$p_s$ (kg/ m <sup>2</sup> )	M <sup>2</sup> preset limit 計算時 間	④測 定値 計 算 値	$\varphi$ (deg- ree)	$\theta$ (deg- ree)	$M$	$p_s$ (kg/ m <sup>2</sup> )	M <sup>2</sup> preset limit 計算時間
13.0	-11.0	0.173	10393	0.0001		-30.0	-12.0	0.399	10367	0.00005
13.3	-10.6	0.172	10394	1分20秒		-31.2	-11.8	0.400	10404	1分55秒
1.0	6.0	0.198	10393	"		16.0	0	0.404	10367	0.00001
1.0	6.3	0.195	10399	1 25		16.3	0.2	0.401	10371	1 40
10.0	6.0	0.261	10393	"		-7.0	-7.0	0.404	10367	"
10.0	6.6	0.261	10394	1 45		-6.9	-6.7	0.405	10345	2 10
-28.0	1.0	0.301	10393	"		18.0	7.0	0.404	10367	"
-28.1	1.6	0.299	10393	1 30		18.1	7.0	0.400	10381	1 45
-30.0	8.0	0.324	10393	"		24.0	10.0	0.414	10367	"
-30.6	8.5	0.319	10431	1 30		23.9	9.6	0.410	10371	2 10
-20.0	2.0	0.351	10393	"		3.0	-6.0	0.417	10367	"
-19.9	2.1	0.348	10396	1 30		2.7	-5.7	0.415	10373	2 10
10.0	-9.0	0.355	10367	0.00005		27.0	10.0	0.421	10367	0.00005
9.8	-9.0	0.349	10390	1 20		27.0	10.2	0.415	10385	2 10
-30.0	-1.0	0.365	10367	"		16.0	-11.0	0.421	10367	"
-29.8	-0.4	0.364	10359	1 50		16.0	-10.6	0.418	10364	2 10
26.0	-9.0	0.371	10367	"		-23.0	-2.0	0.438	10367	"
26.2	-9.0	0.373	10353	2 10		-23.1	-1.9	0.434	10374	1 50
-33.0	-10.0	0.393	10367	"		-29.0	6.0	0.438	10367	"
-34.2	-9.3	0.393	10407	1 55		-29.8	6.0	0.433	10420	2 00

機械学会論文集 19, 81, p. 43.

- 5) 轟一郎ほか「直線支持棒を有する5孔ピトー管の性能について」日本機械学会論文集 19, 85, p. 92.
- 6) 轟一郎ほか「円管壁面近くにおける5孔球型ピトー管の性能について」日本機械学会論文集 21, 108, p. 588.
- 7) 近藤博, 農田光弘, 坂口一「高速翼列の実験について」航空技術研究所報告 PR 44.
- 8) リーブマン, ロシュコ著, 玉田洗訳「気体力学」p. 64.
- 9) 河村竜馬著「高速空気力学」p. 143.