

磁場が強いときの電導性流体の物体のまわりの流れ

成 瀬 文 雄

磁場が強いとき、電導性流体の流れの中に物体がおかれるか、または電導性流体中を物体が進行するときの流れの定性的性質を知るために、流体は非圧縮性で、流れは定常であると仮定する。物体より無限遠方で流れの方向と磁力線の方向が平行である場合に限定しても、電導性流体の粘性率、電気伝導率および磁場の強さなどの極限のとりかたによって、いろいろの定性的モデルが得られることが解説される。

1. 序 論

電磁流体力学全般については、これまでに多くの著者によってすぐれた解説がなされている^{1),2),3),4)}。したがって電磁流体力学を概観されるかたは、これらの解説を参考にさせていただきたい。

磁場中に電導性流体があり、この流体中を物体が運動するとき、一般に磁力線を横切って流体が流れるため電流が誘起される。この電流は、磁力線との相互作用の結果ローレンツ力((2)式で $\mathbf{J}^* \times \mathbf{B}^*$)を生じ流れの様子を変化させるとともに、また磁場をも変形する。一般に磁場が弱いときには、このローレンツ力は小さく、流れの様子はすでによく知られている無磁場の場合と定性的に同一である。しかし磁場がだんだん強くなった場合に、流れの様子は通常知られているものと比べて大きく変化してよい。まず磁場に比例して大きくなるアルヴェーン波の速度(磁力線にそって伝播されるかく乱の伝播速度)が流速より大きくなると、同波によって物体の前方にもかく乱が伝播される。このためふつうの流体力学では物体の後方のみ表われるとして知られていた伴流(wake)が物体の前方にも生じてよい。また、ますます磁場を強くした場合に、通常の流体力学では予想しなかったような流れの様子が期待される。この磁場が強いときの電導性流体の物体のまわりの流れは、なかなかむずかしくいまだ不明の部分が多いが、たいへん興味のある問題であるから、いままでになされている研究をまとめてみることにする。さてこの磁場が強い場合を研究するために、電磁流体力学の基礎方程式からのべてゆくことにしよう。

電磁流体力学の基礎方程式は、流れの場を支配する方程式と電磁場を支配する方程式を連立させて得られ、MKS 有理単位系を用いると次のようになる^{1),2),3)}。

流れの場を支配する方程式(質量、運動量、エネルギー保存の式) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}^*) &= 0 & (1) \\ \rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{V}^*}{\partial t} + (\mathbf{V}^* \cdot \text{grad}) \mathbf{V}^* \right\} &= -\text{grad } p^* \\ &+ \rho \nu \left(\Delta \mathbf{V}^* + \frac{1}{3} \text{grad div } \mathbf{V}^* \right) \end{aligned}$$

$$+ (\rho_e \mathbf{E}^* + \mathbf{J}^* \times \mathbf{B}^*) \quad (2)$$

$$\rho T \left\{ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{V}^* \cdot \text{grad}) S \right\} = \phi + \frac{j^{*2}}{\sigma} - \text{div } \mathbf{g}^* \quad (3)$$

電磁場を支配する方程式(オームの法則およびマクスウェルの方程式) :

$$\mathbf{J}^* = \sigma (\mathbf{E}^* + \mathbf{V}^* \times \mathbf{B}^*) + \rho_e \mathbf{V}^* \quad (4)$$

$$\text{rot } \mathbf{E}^* + \frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}^* - \frac{\partial \mathbf{D}^*}{\partial t} = \mathbf{J}^* \quad (6)$$

$$\text{div } \mathbf{B}^* = 0 \quad (7)$$

$$\text{div } \mathbf{D}^* = \rho_e \quad (8)$$

$$\mathbf{D}^* = \epsilon \mathbf{E}^*, \quad \mathbf{B}^* = \mu \mathbf{H}^* \quad (9)$$

ここで \mathbf{V}^* は速度、 \mathbf{g}^* は熱流、 \mathbf{B}^* は磁束密度、 \mathbf{H}^* は磁場の強さ、 \mathbf{D}^* は電束密度、 \mathbf{E}^* は電場の強さ、 \mathbf{J}^* は電流密度、 ρ は密度、 ρ_e は電荷密度、 p^* は圧力、 ν は運動粘性率、 T は温度、 S はエントロピー、 ϕ は粘性により散逸される運動エネルギー、 j^{*2}/σ はジュール熱、 σ は電気伝導率、 ϵ は流体の誘電率、 μ は透磁率である。

(1)~(9)の方程式はたいへん複雑で、一般的な取扱いは困難であるから、ここでは無限遠方で流れの方向と磁力線の方向が平行であるような場合に問題を限定し、この場合の定性的モデルを得るために、流体は非圧縮かつ流れは定常であると仮定する。この仮定を(1)~(9)式に導入、(2)式の $\rho_e \mathbf{E}^*$ と(4)式の $\rho_e \mathbf{V}^*$ の項を省略し(この省略の妥当性については文献 1),2),3)を見よ)、さらに以下の量を導入して、変数を無次元化する。

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \frac{\mathbf{V}^*}{u_0}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{H}^*}{H_0}, \quad \mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}^*}{\mu u_0 H_0}, \\ p &= \frac{p^*}{\rho u_0^2}, \quad \mathbf{J} = \frac{l}{H_0} \mathbf{J}^*, \quad x = x^*/l, \dots \dots \quad (10) \end{aligned}$$

この結果(1)~(9)式は次のように変形される。

$$\begin{aligned} (\mathbf{V} \cdot \text{grad}) \mathbf{V} &= -\text{grad } p \\ &+ \frac{1}{R_e} \Delta \mathbf{V} + \beta^2 \text{rot } \mathbf{H} \times \mathbf{H} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = R_m (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{H}) \quad (12)$$

$$\text{div } \mathbf{V} = 0, \quad \text{div } \mathbf{H} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (13)$$

$$R_e = u_0 l / \nu, \quad R_m = \sigma \mu u_0 l, \quad \beta^2 = \frac{\mu H_0^2}{\rho u_0^2} \quad (14)$$

ここで l は流れの場の代表的長さ, また Re はレイノルズ数, R_m は磁気レイノルズ数とよばれる重要な無次元量である.

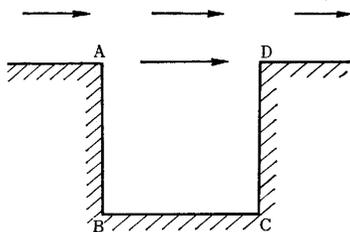
今参考のために, 磁場がないときの流体力学の方程式 (ナビエ・ストークスの方程式) を書き並べてみると, 次のようになる.

$$(\mathbf{V} \cdot \text{grad}) \mathbf{V} = -\text{grad } p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{V} \quad (15)$$

$$\text{div } \mathbf{V} = 0 \quad (16)$$

(11)~(13) 式は, (15), (16) 式と比較して, 新しい未知変数 (\mathbf{H}, \mathbf{E} 等) およびパラメーター (R_m, β 等) を含み, (15), (16) 式をいっそう複雑化したような形をしている. したがって (11)~(13) 式を取り扱うには, (15), (17) 式を取り扱うときになされた方法を参考にするのが賢明である. それゆえ (15), (16) 式を研究する方法, すなわち通常の流体力学で取り扱われた方法をふり返ってみよう.

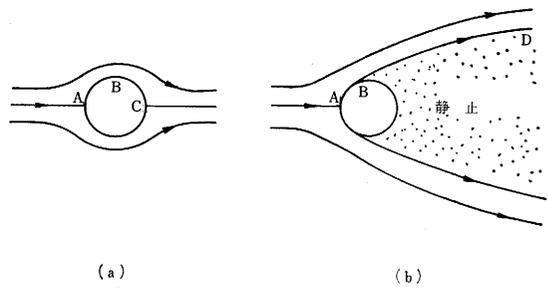
(15), (16) 式はレイノルズ数 Re をパラメーターとして含む. 一般に Re が小さいときの流れでは, ストークス近似またはオセーン近似によって取り扱われる. これらは線型化の方法は異なるが, いずれも基礎方程式を線型化することによって得られる近似方法である. Re が少し大きくなると, このような方法は適当でなく, (15), (16) 式をそのまま数値計算によってとかねばならなくなる. しかしこれらの方程式を数値計算でとく場合, Re が大きくなるとともに, 取れんが悪くなったり, 不安定になったりすることが知られている. 最近の数値計算例



第 1 図

によれば, 第 1 図のような簡単と考えられる 2 次元溝の問題 (\overline{AD} で一定速度を与え, $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ で速度 0 の条件) でも Re が 200 をこすと, 取れんが悪くなったり,⁵⁾ 不安定になったり⁶⁾ することが報告されている. 上記のような例からも, Re がかなり大きいときには, (15), (16) 式を数値計算によって解くということはなかなかむずかしいと思われる. しかし Re がずっと大きくなったときには, 幸いにも別の取扱いが許される.

まず $Re \rightarrow \infty$ にすると, われわれはふつうオイラーの方程式として知られている式を得る. この方程式は (15), (16) 式よりずっと簡単であり, 物体のまわり流れについてとくことができる. このとき解 (ポテンシャル

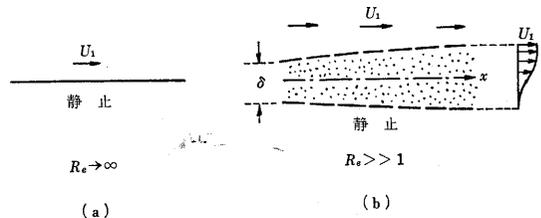


第 2 図

流) は唯一でなく, 第 2 図 (a), (b) で示されるような流れが得られる. 次に実際に実現する流れは, (a), (b) のうちいずれの型であるかが問題となる. これを知るためには, (a) または (b) の流れに対してさらに精密な検討が必要となり, この検討は次のようにしてなされることのできる.

$Re \rightarrow \infty$ にして得られた (a), (b) の流れは, それぞれ渦度無限大の面すなわち速度の不連続面 ((a) の場合には物体の表面 ABC 上で, (b) の場合には物体の表面 AB および自由流線 BD 上で) をもつ. この渦度の無限大は, $Re \rightarrow \infty$ の制限を取り除くとき周囲に渦度の拡散をおこす. しかし Re が十分大きいときには, この拡散はさききのべた渦度無限大の面を中心としたごく薄い層に限定される. このごく薄い層は通常境界層とよばれる.

たとえば, 第 2 図 (b) の自由流線 BD から生ずる境界層は, 第 3 図 (b) で示されるように, δ なる厚みをもつ



第 3 図

ごく薄い層内で x 方向の速度が U_1 から 0 へと急激に変化している. したがって $\partial/\partial y \sim O(\delta^{-1}) \gg 1$, $\partial/\partial x \sim O(1)$ と考えてよく, この性質を利用して基礎方程式 (15), (16) 式を簡単化することができる. このようにして得られた方程式は通常境界層方程式とよばれ, この境界層方程式の解を調べることにより, われわれは第 2 図 (a), (b) いずれの型が実現するか判定を下すことができる. 実際解を調べてみると, 第 2 図 (a) の渦度の無限大が拡散して生ずるような境界層の解は得られず, 同図 (b) の渦度の無限大が拡散して生ずる境界層の解が得られる. この結果, 第 2 図 (b) の型の流れが実現されることが予想される. 一方実験的にもこのモデルが Re が大きいときの定性的性質を与えることが確認されている. このように Re が大きいときの流れでは境界層の研究が非常に

有益であることが分かる。

さて現在われわれが問題にしている磁場が強いときの流れにかえてみよう。今磁場の強さを無限大にした極限においては、速度の不連続面（一般にこの面は磁場の不連続すなわち sheet current をともなう）を生じ、次に磁場が無限大でなくなると渦度および電流は拡散して境界層となることが予想される。したがって、磁場がない通常の流体力学の場合と同じく境界層の研究が必要であると思われる。電磁流体力学の境界層方程式は、(11)～(13) 式に対し、上にのべられた近似 ($\partial/\partial y \sim O(\delta^{-1}) \gg 1, \partial/\partial x \sim O(1)$) を適用することによって得られ、電磁流体における境界層の問題を解くのに用いられる。

さて (11)～(13) 式は、いろいろのパラメーターを含んでいるので、これらパラメーターの極限のとり方によっていろいろの流れのモデルを生じてよい。それで現在までに研究されているいろいろの場合について、これらから説明してゆくことにする。

2. 粘性率および電気伝導率が有限のとき

無限遠方で流れの方向と磁場の方向が一致するような流れの中に軸対称物体がおかれた場合が、Chester⁷⁾ および Chester & Moore⁹⁾ によって取り扱われた。ここで Chester 等の方法を紹介しよう。

この問題においてはハルトマン数 $M (= \sqrt{\beta^2 R_e R_m} = \mu H_0 L (\sigma/\rho\nu)^{1/2})$ が重要な役割をはたし、以下において $M \gg 1, R_m/M \ll 1, R_e/M \ll 1$ が仮定される。次に軸対称性のため $\mathbf{E}=0$ とおけることが示され、

$$\mathbf{H} = \mathbf{i} + O(R_m/M) \quad (17)$$

(ただし \mathbf{i} は x 方向の単位ベクトル、第 4 図を見よ) を仮定し、(12), (17) 式を (11) 式に代入、次式を得る。

$$R_e(\mathbf{V} \cdot \nabla)\mathbf{V} = -\text{grad } p + \Delta\mathbf{V} + M^2(\mathbf{V} \times \mathbf{i}) \times \mathbf{i} \quad (18)$$

ここで (18) 式の左辺を省略する。この近似はストークス近似にあたる。 $M \ll 1, R_e/M \ll 1$ のときならばこの近似の正当性は問題にならない。しかし $M \gg 1, R_e/M \ll 1$ の現在の場合、この近似の正しさは、仮定 (17) とともに、連続的な解が得られてのち check されねばならない。さらに (13) 式を考慮して

$$-\text{grad } p + \Delta\mathbf{V} + M^2(\mathbf{V} \times \mathbf{i}) \times \mathbf{i} = 0, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0 \quad (19)$$

を得る。次に \mathbf{V}, p に対し次の形を仮定し、

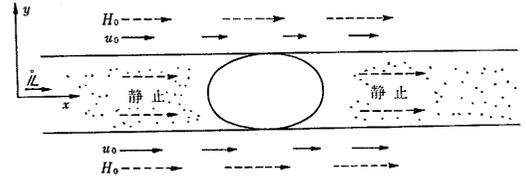
$$\mathbf{V} = \mathbf{i} + e^{Mx} \nabla \phi_1 + e^{-Mx} \nabla \phi_2, \quad p = Me^{Mx} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - Me^{-Mx} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (20)$$

(19) 式に代入するとき、

$$\Delta \phi_1 + M \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = 0, \quad \Delta \phi_2 - M \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

が満足されれば、(19) 式の解となっていることを示すとともに、(21) 式の M が大きいときの漸近解を用い

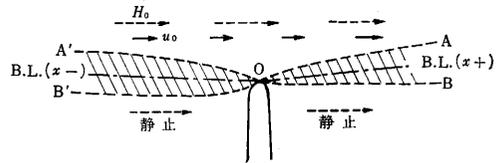
て、 M が十分大きく、 $O(R_e/M), O(R_m/M)$ が省略できる極限において、第 4 図のような流れが得られることを示した。第 4 図において、 x 軸に平行でかつ物体に



第 4 図

接する母線をもつ円筒が示されている。流体はこの円筒の外部では無限遠上流の速度と同一速度をもち、この円筒の内部では完全静止している。また磁場の強さは、円筒の内外をとわずいたるところ一様で（この円筒面で磁場は $O(R_m/M)$ の不連続をもつ）、無限遠上流と同一である。またこのとき物体は $D = 2\mu H_0 u_0 (\sigma\nu)^{1/2} A$ (A は上記円筒の断面積) の抵抗を受けることが示された。

次に $M \rightarrow \infty$ の制限を取り除き、 $O(R_e/M), O(R_m/M)$ の影響を考えてみる。このとき第 4 図の速度の不連続面は渦度の拡散により第 5 図のように境界層を形成する

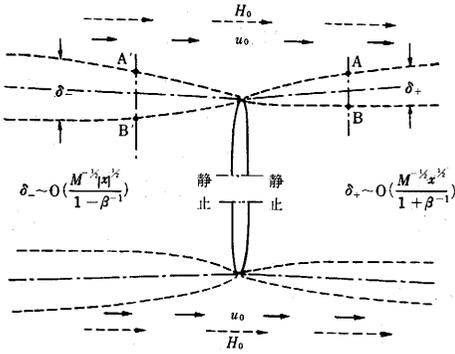


第 5 図

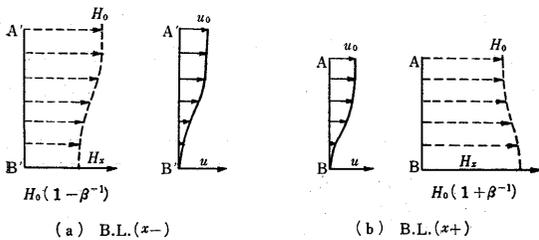
(境界層は斜線部、境界層を縦方向に拡大してかいたため、物体の形は変形している)。また第 5 図に示されるように上流に向かって拡散してゆく境界層と下流に向かって拡散してゆく境界層と 2 種類あることがわかる。以後前者を B.L. (x-), 後者を B.L. (x+) とする。またこれら境界層の外端 (OA または OA') では速度および磁場は無限遠上流の値と同一で、内端 (OB または OB') では流体は静止していると考えてよい (これらの条件は境界層方程式の境界条件を与える)。一般に境界層方程式は非線型の偏微分方程式であるが、特別の境界条件の場合には、非線型の常微分方程式となる。第 5 図の場合には幸いにも常微分方程式となる場合である。また一般に境界層方程式は軸対称流であるか、二次元流であるかによって違ってくるが、上記の場合は同一となる。したがって以下の議論は軸対称流および二次元流に対して成立すると考えられてよい。また境界層の議論を簡単にするため、 $O(R_e^2/M^2)$ または $O(R_m^2/M^2)$ 以上の項を議論するときには、 $R_e/M, R_m/M \ll 1$ の条件に、 $R_m \gg 1, R_e \gg 1$ の条件をつけておく ($O(R_e/M), O(R_m/M)$ までの議論ならば後者の条件は必要としない)。

上記のような境界層の解は Glauert⁹⁾ によって研究さ

れている。まず Glauert は $R_m/R_e=1$ の場合に対し、任意の R_e/M で成り立つ B.L. ($x+$) の解析解を得ている。この解は $R_e/M \rightarrow 0$ とするとき第 4 図の結果と一致する。また $R_e/R_m=1$ のとき、Glauert とまったく同一方法をとることによって、容易に任意の R_e/M で成り立つ B.L. ($x-$) の解析解を得ることができ、これはまた $R_e/M \rightarrow 0$ のとき第 4 図の結果と一致する。次にこれら境界層の様様を第 6 図、第 7 図(a), (b) に示す。速度分



第 6 図

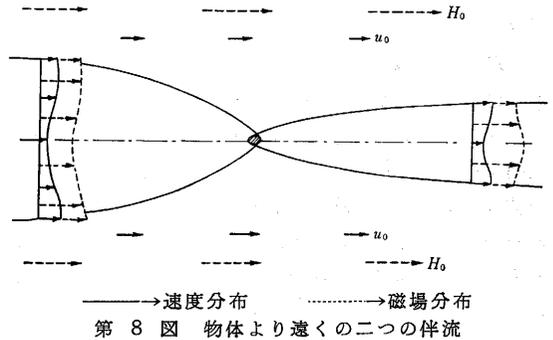


第 7 図 境界層内部 (断面 A'B' および AB) の速度および磁場分布

布は境界層外部の一樣流の値 u_0 から内部の静止の状態へと変化する。また磁場の強さは、B.L. ($x+$) においては外部の一樣な値 H_0 から内部の $H_0(1+\beta^{-1})$ の値へと増加し、B.L. ($x-$) では外部の一樣な値から内部の $H_0(1-\beta^{-1})$ へと減少する。また境界層の厚み δ は、B.L. ($x+$) では $O(M^{-1/2}|x|^{1/2}/(1+\beta^{-1}))$ で、B.L. ($x-$) では $O(M^{-1/2}|x|^{1/2}/(1-\beta^{-1}))$ であるから、B.L. ($x-$) の厚みが B.L. ($x+$) の厚みより $1+\beta^{-1}/1-\beta^{-1}$ 倍だけ大きいことになる。

上記境界層は $|x|$ が大きくなるとともに厚みが増加 ($\sqrt{|x|}$ に比例する) して、物体より非常に離れたところでは上下二つの境界層は混合して伴流となると考えられる。この物体より遠くの伴流は、(11)~(13) 式を線型化して得られるオセーン型方程式の物体より遠くの漸近解を議論して得られ、Hasimoto^{(10),(11)} によって種々の場合が詳しく研究されている (文献 10) は二次元伴流について、11) は二次元および三次元を含めた伴流につ

いてかかっている)。その研究によれば、 $R_m/R_e \approx 1$ の場合を含めて $\beta > 1$ なる流れにおいては、第 8 図に示されるように、上流の伴流の幅は下流の伴流の幅より大きく



($R_m/R_e=1$ のときには $1+\beta/1-\beta$ 倍だけ大)、かつ上流の伴流では速度および磁場が減少、下流の伴流では速度は減少、磁場は増加している。また、この解の $M \rightarrow \infty$ のときの性質から、 $M \rightarrow \infty$ の極限の解として第 4 図のモデルを予想している。

いまのべられた物体より遠くの伴流の性質は、第 6、7 図に示された境界層が混合して一つの伴流になったときもつと予想される性質とまったく一致している。したがって、 $R_m/R_e=1$ でかつ磁場が強いときの流れは、物体より遠くでは第 8 図のように、また物体の近くでは第 6、7 図のように、また $M \rightarrow \infty$ の極限では第 4 図のようになると考えてよいと思われる。

$R_m/R_e \approx 1$ ときには、Glauert⁽⁹⁾ は上記境界層方程式の解を R_e/M および R_m/M の展開でとき、展開の第一項は求めるのに成功したが、第二項目を求めることができなかった。この結果より判断して Glauert は第 6 図に示したような境界層の存在に疑問をいだいている。しかし筆者には、

- (i) 境界層の上端 (第 6 図 OA) 付近および下端 (同図 OB) 付近で成り立つ漸近解の正確な形を、境界層方程式から容易に求めることができるが、この漸近解は Glauert がなした展開を許さない形をしている。
- (ii) R_m が R_e に等しいときだけ第 6 図のような境界層が存在し、そのほかのときは存在しないということは物理的に考えられない。

などの理由から、第 6 図に示されたような境界層の解を解析的あるいは数値的に求めるよう、いっそう努力がなされるべきであると考えられる。また、第 6 図に示された上下二つの境界層には含まれた部分の磁場の構造等も研究を要すると思われる。

一般に電磁流体力学における実験は非常に困難であるため、上記モデルおよび次節以下でのべるモデルに対しても実験による検証はなされてないように思われる。本節でのべられたモデルは実験的には、 $M \gg 1$, $M \gg R_e$,

$M \gg R_m$ の条件のもとに得られることが期待される。

3. 完全導体で粘性率が有限のとき

流体の電気伝導率が無限大であるから、磁気レイノルズ数 R_m は無限大となる。このとき

$$\mathbf{E}=0, \quad \mathbf{H}=\text{const} \times \mathbf{V} \quad (22)$$

を (12), (13) 式に代入するとき、一つの解となっていることが分かる。上式は流れの中いたるところで流線と磁力線が平行であることを示す。このような流れは磁力線が流体に凍りついて運動するともいわれている。現在われわれが考えている無限速方で流線と磁力線が平行である流れは、物体内部で磁場が 0 であるとき (22) 式が満足される。また (22) 式の const は (10) 式を考慮して 1 ととってよいことが分かる。

(22) 式が満足されるような流れでは、(11)~(13) 式が磁場がないときの流体力学の式 (15), (16) 式に変換されることが Hasimoto¹²⁾ によって示されている。その概要を紹介すると、 $\mathbf{E}=0, \mathbf{H}=\mathbf{V}$ を (11) 式に代入して次式を得る。

$$(1-\beta^2)(\mathbf{V} \cdot \text{grad})\mathbf{V} = -\text{grad } P + \frac{1}{R_e} \Delta \mathbf{V} \quad (23)$$

ただし $P=p+\beta^2 H^2$ である。次に

$$\mathbf{V}=\text{sgn}(1-\beta^2)\bar{\mathbf{V}}, \quad P=(1-\beta^2)\bar{P}, \quad R_e=\bar{R}_e/|1-\beta^2| \quad (24)$$

で新変数を定義して、(23), (13) 式に代入するとき

$$(\bar{\mathbf{V}} \cdot \text{grad})\bar{\mathbf{V}} = -\text{grad } \bar{P} + \frac{1}{\bar{R}_e} \Delta \bar{\mathbf{V}}, \quad (25)$$

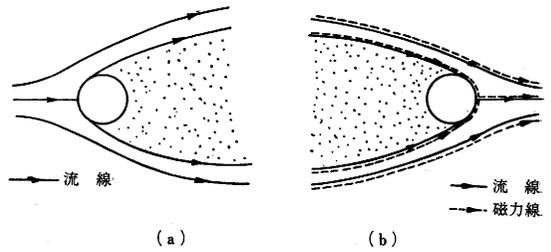
$$\text{div } \bar{\mathbf{V}}=0$$

となる。(25) 式は無磁場のときの流体力学の式 (15), (16) 式と完全に一致しているから、(24) 式を考慮すると次のことが分かる。

(i) $\beta < 1$ のときには、 R_e が $(1-\beta^2)$ 倍だけ減少した無磁場の流れが対応する。

(ii) $\beta > 1$ のときには、 R_e が (β^2-1) 倍だけ増加し、しかも流れの方向が逆転した無磁場の流れが対応する。

われわれが現在考えている磁場の強い場合は、 $\beta \gg 1$ の場合であるから、 R_e が非常に大きいときの無磁場の流れが対応し、しかもその流れの方向を逆転したような流れを考えればよい。 R_e が非常に大きいときの無磁場の流れの定性的モデルは、理論および実験より第 9 図(a) のように知られているから、この流れを逆転することによって第 9 図(b) のような流れが、磁場が強い場合の流れの定性的モデルとして得られる。またこのようなモデルは実験的には $R_m \gg \beta^2 \gg 1$ の場合に実現されてよいと思われる。



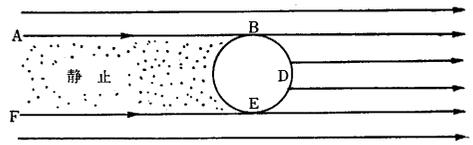
第 9 図

4. 非粘性流体のとき

$\nu=0$ すなわち $R_e \rightarrow \infty$ の場合であるから基礎方程式 (11) 式において $(1/R_e)\Delta \mathbf{V}$ が省略される場合である。完全導体のときには、磁力線が流体に凍りつくことのため簡単になったが、現在の場合は問題は簡単でなく、不明で今後の研究にまつ部分が多い。ここではいままでになされている諸研究を簡単にのべてゆきたい。

(i) R_m が小さいときの流れ

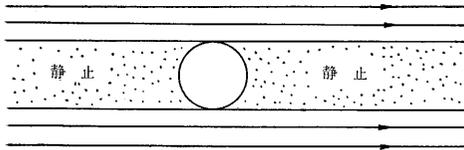
Tamada¹³⁾ は (11)~(13) 式を線型化したオセーン型方程式で、 R_m が小さいときの円柱 (物体の電気伝導率は 0) のまわりの流れを研究した。この研究において $\beta^2 \rightarrow \infty, \beta^2 R_m \rightarrow \infty$ の極限 (さきに $\beta^2 \rightarrow \infty$ とし、次に $\beta^2 R_m \rightarrow \infty$ にする) において得られる流れの予想図が、第 10 図のように示された。この流れは物体前方の層状部



第 10 図

分で静止、その他の部分では一様な速度をもち、磁場の強さはいたるところで同様である。このモデルは一見物体の表面 BDE から、有限の速度の流れがわき出ているように見える。これは磁場が無限大の極限においては ABDEF にそって singular (速度が無限大) があり、磁場が無限大でなくなるとこの部分が境界層になり、この境界層を通った流れが第 10 図に示されるように流れ出るものと思われる。このような境界層の研究として、後部よどみ点 D 付近の境界層および自由流線 AB に対応する境界層が Tamada & Sone¹³⁾ によって研究され、その存在が示されている。このような流れは実験的には $R_e \gg \beta^2 \gg \beta^2 R_m \gg 1$ のとき期待される。

Stewartson¹⁴⁾ は R_m が小さいときに、球 (物体は完全導体) のまわりの流れが磁場を無限大にした極限において第 11 図に示される流れになることを示した。このモデルは第 4 図と同じように、図に示された円筒の内部では流体は静止、その外部では一様な速度をもつモデルである。



第 11 図

(ii) 完全導体または R_m が非常に大きいときの流れ

Sears & Resler¹⁵⁾ は流体が完全導体かつ非粘性であるときには、通常の非粘性流体のポテンシャル流で表わされる流れ (3. 節から予想されるように、このような流れでは磁力線と流線が平行である) があることを示すとともに、すべての磁場の強さのときに成り立つモデルとして第 2 図(a) のようなモデルを示した。通常の非粘性流体のポテンシャル流としては第 2 図(a) に限らず、同図(b) のような場合もまたこの流れの方向を逆転したような場合も可能である。しかしこのような流れはいずれも物体上または自由流線上で sheet current をもち、この sheet current は完全導体の仮定を取り除くとき拡散して境界層を作ると考えられる。この sheet current の拡散による境界層を研究してどのモデルが適当であるか調べることができる。しかしこのような方向からの研究は、磁場が強いときにはいまだ合理的なモデルを得ていないと思われる。

Stewartson¹⁶⁾ は完全導体の流体中に二次元物体 (物体の電気伝導率は 0) がおかれている場合を研究し、速度が小さくかつ磁場を無限大にしたとき、第 11 図に示されたモデルと同じモデルが得られることを示した。

結 論

定常で非圧縮性の電磁流体力学の基礎方程式 (11) ~ (13) 式は Re , R_m , β 等のパラメーターを含む。このため物体より無限遠方で流れの方向と磁力線の方向が平行である場合に限定しても、これらパラメーターの極限の

とり方によって、いろいろの定性的モデルが得られることが 2. ~ 4. 節で示された。

しかしこの問題は理論的に未解決の多くの問題を含んでいる。一方電磁流体力学における実験の困難さから、現在のところ、実験からはどのような流れになるかの材料はあまり得られてないと思われる。今後理論的研究が進められるとともに、実験的研究もますます盛んに行なわれるようになることを願う。

終わりに、いろいろご教示、ご助言をいただいた東大理学部今井功教授、および東大宇宙研橋本英典教授に深謝する。
(1965年1月12日受理)

文 献

- 1) 今井功, 桜井明: 電磁流体力学 (岩波講座, 現代物理学, 1959).
- 2) 玉田琮: 電磁流体力学, 日本機学会誌, 第 63 巻, 978 (1960).
- 3) 吉信宏夫: 電磁流体力学. 日本物理学会誌, 第 15 巻, 315 (1960).
- 4) 橋本英典: 電磁流体力学 (技術者のために), 日本物理学会誌, 第 17 巻, 447 (1962).
- 5) Greenspan, D., Jain, P. C., Manohar, R., Noble, B. & Sakurai, A.: Univ. of Wisconsin, MRC Tech. Summary Rep. 482 (1964).
- 6) Kawaguchi, K.: J. Phys. Soc. Japan 16, 2307 (1961).
- 7) Chester, W.: J. Fluid Mech. 10, 459 (1961).
- 8) Chester, W. & Moore, D. W.: J. Fluid Mech. 10, 466 (1961).
- 9) Glauert, M. B.: J. Fluid Mech. 19, 49 (1964).
- 10) Hasimoto, H.: Rev. Mod. Phys. 32, 860 (1960).
- 11) Hasimoto, H.: Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 24, 35 (1962).
- 12) Hasimoto, H.: Phys. Fluids 2, 338 (1959).
- 13) Tamada, K.: AFOSR Rep. 1087 (1961).
- 14) Stewartson, K.: Proc. Camb. Phil. Soc. 52, 301 (1956).
- 15) Sears, W. R. & Lesler, E. L. Jr.: J. Fluid Mech. 5, 257 (1959).
- 16) Stewartson, K.: J. Fluid Mech. 8, 82 (1960).

正 誤 表 (1月号)

| ページ | 段 | 行 | 種 別 | 正 | 誤 |
|-----|---|----|-------|---------------------------------|---------------------------------|
| 4 | 右 | 6 | (8) 式 | $d_1 = \frac{2}{u^2 + 3v^2}$ | $d_1 = \frac{1}{u^2 + 3v^2}$ |
| " | " | 12 | 本 文 | $d_2 = \frac{2}{u^2 + 3v^2}$ | $d_2 = \frac{1}{u^2 + 3v^2}$ |
| " | " | 13 | " | $2M =$ | $M =$ |
| " | " | 18 | " | $2N =$ | $N =$ |
| " | " | 23 | " | $= \frac{2}{\sqrt{u^2 + 3v^2}}$ | $= \frac{1}{\sqrt{u^2 + 3v^2}}$ |
| " | " | 31 | " | $2(M - N) =$ | $M - N =$ |
| " | " | 32 | " | $4H_1 =$ | $H_1 =$ |
| " | " | | " | $4H_2 =$ | $H_2 =$ |