

鉄筋コンクリートはり・柱部材のせん断終局耐力について

坪井善勝・田中尚・末永保美

従来鉄筋コンクリート部材の終局せん断耐力については国内、外を問わず十分な理論解析が行なわれていない。本報告は筆者らが数年前に発表したはりのせん断理論式を基として、簡略な半理論式への導入、およびせん断力と軸力、曲げモーメントを受ける柱の終局耐力式を導出した。鉄筋コンクリートはり・柱部材のせん断破壊は多くの実験的事実をもってしても、なお、不明の点が多く、せん断破壊に影響する要素が非常に多く、かつその要素が互いに関連し合っている。ここでは、はり・柱部材が Shear Compression failure する場合について述べる。

1. 鉄筋コンクリートはりのせん断耐力理論式

(1) 筆者の既往理論式

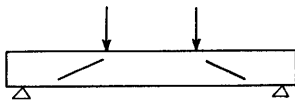
1) 仮定および記号

- a) コンクリートは引張に働かない。
- b) コンクリートのせん断強度はコンクリートの圧縮強度 F_c の k 倍、 kF_c である。
- c) せん断力 kF_c はコンクリートの圧縮部分のみに働く。
- d) ウェブ筋と引張主筋は降伏している。

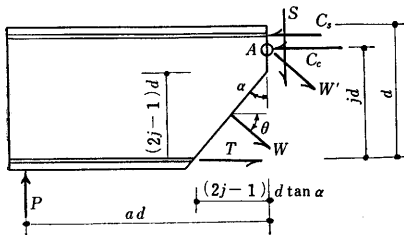
記号: b : はり幅, d : はり有効せい, jd : 応力中心間距離, θ : 斜材と材軸との角, ad : せん断スパン, P_t : 引張主筋比, P_w : ウェブ筋の鉄筋比, F_c : コンクリート強度, F_s : 鉄筋の降伏強度

2) 式の誘導

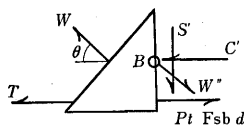
第1図のように亀裂が発生したとき、第2図に示すように、はり内部に α なる角をなす破壊面を考え、終局耐力式は曲げの場合と同様に力の釣合式のみを使って導かれる。



第1図



第2図



第3図

$$W = P_w F_s (2j - 1) (\cos \theta + \sin \theta \tan \alpha) bd \quad (1)$$

$$S = 2kF_c (1 - j) bd \quad (2)$$

$$W' = 2P_w F_s (1 - j) \cos \theta bd \quad (3)$$

また第3図より

$$W'' = P_w F_s (2j - 1) \cos \theta bd \quad (4)$$

B点のまわりのモーメントの釣合から

$$T = P_t F_s bd - W \sin \theta \tan \alpha \quad (5)$$

$$S' = kF_c (2j - 1) bd \quad (6)$$

A点のまわりのモーメントの釣合から

$$\begin{aligned} \frac{P_a}{bd} &= [P_t F_s - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta)] j \\ &+ \frac{1}{2} P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta) \end{aligned} \quad (7)$$

鉛直方向の釣合から

$$\begin{aligned} \frac{P}{bd} &= 2[P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha - kF_c] j + 2kF_c \\ &- P_w F_s [\sin^2 \theta \tan \alpha - \sin \theta \cos \theta] \end{aligned} \quad (8)$$

(7), (8)式より

$$\begin{aligned} j &= \frac{[2kF_c - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan \alpha - \sin \theta \cos \theta)] a}{[P_t F_s - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan \alpha - \cos^2 \theta)]} \\ &- \frac{\frac{1}{2} P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta)}{+ 2[kF_c - P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha] a} \end{aligned} \quad (9)$$

∴ (8), (9)式より

$$\begin{aligned} \frac{P}{bd} &= \frac{[P_t F_s - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta)] [kF_c]}{[P_t F_s - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta)]} \\ &+ P_w F_s \sin \theta \cos \theta + P_t F_s (kF_c - P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha) \\ &+ 2[kF_c - P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha] a \end{aligned} \quad (10)$$

上式は $j \geq 1/2$ の範囲で、すなわち (9)式より

$$a \geq \frac{P_t F_s}{2[kF_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta]} \quad (10')$$

の範囲で、 $\tan \alpha$ は複雑であるので、便宜上 $\tan \alpha$ としつぎの形を与える。

$$\begin{aligned} (kF_c)^2 &\geq P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta) \\ \tan \alpha &= \frac{kF_c - \sqrt{(kF_c)^2 - P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)}}{P_w F_s \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (11)$$

∴ (11)を(10)式に代入すると

$$\frac{P}{bd} = \frac{2(P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)}{2(P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta + 2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta))} + \frac{P_t F_s [k F_c + \sqrt{(k F_c)^2 - P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)} + \sqrt{(k F_c)^2 - P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)}]}{2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)} \quad (12)$$

また (12) 式の $\sqrt{\quad}$ を簡略にするために、

$$\sqrt{\quad} \doteq k F_c - \frac{P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)}{k F_c}$$

として、(12) 式に代入すると

$$\frac{P}{bd} = \frac{(P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)}{(P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)} + \frac{P_t F_s \left[k F_c - \frac{P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)}{2 k F_c} \right]}{2 k F_c} + 2 \left[k F_c - \frac{P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)}{2 k F_c} \right] a \quad (12)'$$

水平方向の釣合より

$$\sigma = \frac{1}{2(1-j)} [P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta - P_w F_s (2j-1) \sin^2 \theta \tan^2 \alpha]$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma \geq 0 \\ (1-j) > 0 \\ 0 < (2j-1) < 1 \end{array} \right\} \text{より,}$$

$$P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta \geq P_w F_s \sin^2 \theta \tan^2 \alpha$$

そこで、

$$P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta = P_w F_s \sin^2 \theta \tan^2 \alpha \quad (13)$$

として、(13) を (10) 式に代入

$$\frac{P}{bd} = \frac{P_t F_s}{2a} \quad (14)$$

(12) \geq (14) の条件は

$$a \geq \frac{P_t F_s}{2(k F_c + P_w F_s \cos \theta \sin \theta)} \quad (15)$$

となり、(10)' と同じ範囲になるので、(12) 式の方が大きく、(12) 式が成立する。

$$a \leq \frac{P_t F_s}{2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)} \quad (16)$$

の範囲では

$$a = \frac{P_t F_s}{2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)}$$

の値を採用して、(10) 式より

$$\frac{P}{bd} = k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta \quad (17)$$

以上まとめると

$$(k F_c)^2 \geq P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)$$

かつ

$$a \geq \frac{P_t F_s}{2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)}$$

(12), (12)' 式

$$(k F_c)^2 \geq P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \sin^2 \theta)$$

かつ

$$a \leq \frac{P_t F_s}{2(k F_c + P_w F_s \sin \theta \cos \theta)}$$

また、

$$(k F_c)^2 \leq P_w F_s \sin^2 \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta)$$

(17) 式、をとる。

(2) 既往理論式の簡略化

1) 仮定

前理論式の簡略化をはかるために (1) 節の仮定の外に、つぎの仮定を設ける。

e) 圧縮部コンクリートは降伏し、その応力は矩形分布とする。

2) 式の誘導

第 2 図において、コンクリートの圧縮力を C_c とし、水平方向の釣合より、

$$2(1-j) F_c = P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta - P_w F_s (2j-1) \sin^2 \theta \tan^2 \alpha \quad (18)$$

(7), (18) 式より $\tan^2 \alpha$ の項を消去して

$$\frac{P a}{bd} = (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta - F_c) j + \left(F_c - \frac{1}{2} P_t F_s - P_w F_s \cos^2 \theta \right) \quad (19)$$

(19), (8) 式より

$$j = \frac{-a P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha + (2ak-1) F_c + \frac{1}{2} P_t F_s}{-2a P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha + (2ak-1) F_c + P_t F_s} + \frac{P_w F_s (\cos^2 \theta + a \sin \theta \cos \theta)}{P_w F_s \cos^2 \theta} \quad (20)$$

$$\therefore \frac{P}{bd} = \frac{P_w F_s \sin^2 \theta (P_w F_s \cos^2 \theta - F_c) \tan \alpha}{-2a P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha + (2ak-1) F_c} + \frac{k F_c P_t F_s + P_w F_s \sin \theta \cos \theta (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta - F_c)}{P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta} \quad (21)$$

上式の P/bd は、 $\tan \alpha$ についての双曲線関数となるので、つぎの形を与える。

$A < 0$ のとき、(第 1, 3 象限)。

$$\tan \alpha = \frac{4F_c - a P_w F_s \sin^2 \theta}{2ak F_c + P_w F_s \sin^2 \theta} \cdot \frac{k F_c}{P_w F_s \sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)} \quad (22)$$

$A > 0$ のとき、(第 2, 4 象限)。

$$\tan \alpha = \frac{4F_c - 2a P_w F_s \sin^2 \theta}{2ak F_c - P_w F_s \sin^2 \theta} \cdot \frac{1}{k P_w F_s \sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)} \quad (22)'$$

以上まとめると、(21) 式の $\tan \alpha$ は

$$P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta > F_c$$

かつ

$$P_w F_s (2a \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) < F_c (1 - 2ak)$$

また

$$P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta < F_c$$

かつ

$$P_w F_s (2a \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) > F_c (1 - 2ak)$$

のとき、(22) 式を

$$\left. \begin{aligned}
 & P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta > F_c \\
 \text{かつ} & P_w F_s (2a \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) > F_c (1 - 2ak) \\
 \text{また} & P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta < F_c \\
 \text{かつ} & P_w F_s (2a \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) < F_c (1 - 2ak)
 \end{aligned} \right\}$$

のとき、(22)' 式をとる

(3) 圧縮鉄筋を考慮した理論式

1) 仮定

前理論式の仮定のほかに、つぎの仮定を設ける。

f) 圧縮鉄筋の応力は降伏応力 F_s の μ 倍、 μF_s とする。

2) 式の誘導

第2図において、A点のまわりのモーメントの釣合から、圧縮筋の被り厚を $d_1 d$ として、

$$\begin{aligned}
 \frac{P \cdot a}{bd} &= [P_t F_s - P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta) - \mu P_c F_s] \\
 &\cdot j + \frac{1}{2} P_w F_s (\sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^2 \theta) + (1 - d_1) \mu P_c F_s
 \end{aligned} \tag{23}$$

鉛直方向の釣合から

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{bd} &= 2(P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha - k F_c) j + 2k F_c \\
 &- P_w F_s (\sin^2 \theta \tan \alpha - \sin \theta \cos \theta)
 \end{aligned} \tag{24}$$

水平方向の釣合から

$$\begin{aligned}
 \mu P_c F_s + 2F_c (1 - j) &= P_t F_s + P_w F_s (2j - 1) (\cos^2 \theta \\
 &- \sin^2 \theta \tan^2 \alpha) + 2P_w F_s (1 - j) \cos^2 \theta
 \end{aligned} \tag{25}$$

(23), (25) 式より

$$\begin{aligned}
 \frac{P \cdot a}{bd} &= (P_t F_s + P_w F_s \cos^2 \theta - \mu P_c F_s - F_c) j + F_c \\
 &+ \left(\frac{3}{2} - d_1\right) \mu P_c F_s - \frac{1}{2} P_t F_s - P_w F_s \cos^2 \theta
 \end{aligned} \tag{26}$$

(24), (26) 式より

$$\begin{aligned}
 j &= \frac{(2ak - 1) F_c - a P_w F_s (\sin^2 \theta \tan \alpha - \sin \theta \cos \theta)}{(2ak - 1) F_c - 2a P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha} \\
 &+ \frac{P_w F_s \cos^2 \theta + \frac{1}{2} P_t F_s - \left(\frac{3}{2} - d_1\right) \mu P_c F_s}{P_w F_s \cos^2 \theta + P_t F_s - \mu P_c F_s}
 \end{aligned} \tag{27}$$

(27) を (24) 式に代入して

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{bd} &= \{P_w F_s \sin^2 \theta [P_w F_s \cos^2 \theta - F_c \\
 &- 2(1 - d_1) \mu P_c F_s] \tan \alpha + k F_c [P_t F_s \\
 &+ (1 - 2d_1) \mu P_c F_s] + P_w F_s \sin \theta \cos \theta (P_t F_s \\
 &+ P_w F_s \cos^2 \theta - \mu P_c F_s - F_c)\} / \{-2a P_w F_s \sin^2 \theta \tan \alpha \\
 &+ P_t F_s - \mu P_c F_s + P_w F_s \cos^2 \theta + (2ak - 1) F_c\}
 \end{aligned} \tag{28}$$

となる。したがって P/bd は $\tan \alpha$ についての双曲線

函数となる。よって $\tan \alpha$ は前節 [(2)] におけると同様に、 $A < 0$ のとき (22) 式、 $A > 0$ のとき (22)' 式をとる。

3) 圧縮鉄筋の応力 $\mu P_c F_s$ について

本節の理論式において、圧縮鉄筋の応力をはり降伏時に μF_s に達すると仮定したので、この μ 値を実験結果より計算すると第1表のようになる。

第 1 表

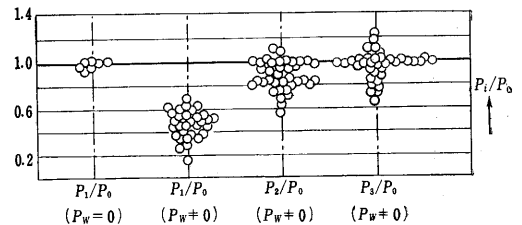
試験体	μ	平均値	試験体	μ	平均値
100~104	0.166		130~133	0.02	
111~114	0.325		140~145	0.35	
115~119	0.303		150~156	0.24	
120~123	0.12	0.202	211*~214		0.035

* 中型試験体、その他小型。

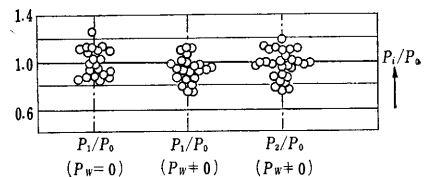
小型試験体では μ 値として平均値 0.202 となっている。中型試験体では μ はほぼ 0 となり、圧縮筋のせん断力に対する直接の効果は、少ないことを示している。この程度の影響は試験体によっては危険側の誤差が大となることも考えられ、また式がかなり煩雑になることを考えれば、無視した方がよいと思われる。

(4) 実験値と各理論値との比較

前述の理論式を実験結果にあてはめ比較検討するにあたり、筆者らによる実験、その他諸外国の諸実験を引用した。第4図は理論値と実験値との比較を行なったもの



(a) 小型試験体



(b) 大型試験体

第4図 理論値と実験値との比較

であり、同図中で P_0 値は実験時の最大荷重を表わす。また P_1, P_2, P_3 値はそれぞれ (1), (2), (3) 節の各理論式より求めたものである。 P_i/P_0 について考察すると、小型試験体では P_1/P_0 は $P_w=0$ のとき 0.849 ~ 1.036 の範囲にあり、 $P_w \neq 0$ のときは 0.176 ~ 0.685

の範囲となる。

P_2/P_0 は $P_w \neq 0$ で 0.546~1.11 であり, P_3/P_0 は 0.656~1.252 の範囲である. 中型試験体では P_1/P_0 は $P_w=0$ のとき 0.772~1.214, $P_w \neq 0$ のとき 0.728~0.889 の範囲にあり, P_2/P_0 は $P_w \neq 0$ で 0.961~1.02 P_3/P_0 は 0.982~1.071 の範囲となる.

大型試験体については, 前二者よりもむしろよい傾向を示している. $P_1/P_0 \times P_w=0$ のとき 0.85~1.25, $P_w \neq 0$ では 0.74~1.11 となり, P_2/P_0 は $P_w \neq 0$ で 0.73~1.17 の範囲となる.

(5) むすび

1) (2)の簡略式はあばら筋がない場合に成立しない. あばら筋のある場合は実験値とよく一致し, 実用式として成立する.

2) 圧縮筋の効果は, 小型試験体では 20%, 中型では 3.5% であり, 大型試験体では, ほとんど無視できる.

以上まとめると, あばら筋がない場合は (12) 式を採用する. あばら筋を有する場合は (12) 式または (12)' 式をとり, この式が成立しないか, または略算でよい場合には (21) 式を採用する.

2. 鉄筋コンクリート柱のせん断耐力理論式

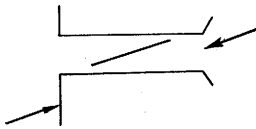
(1) せん断応力と軸力とを受ける柱材のせん断終局理論式の誘導

1) 仮定

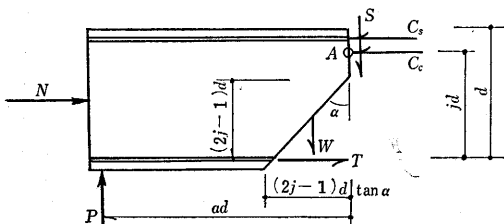
1- (1), はりの場合と同様である.

2) 式の誘導

第 5 図のように亀裂が発生したとき, 第 6 図に示すように, はりと同様に力の釣合式のみから導く.



第 5 図



第 6 図

$$W = P_w F_s (2j-1) \tan \alpha \cdot bd \quad (29)$$

$$S = 2kF_c (1-j) \cdot bd \quad (30)$$

B点のまわりのモーメントの釣合より

$$T = P_t F_s \cdot bd - W \tan \alpha \quad (31)$$

$$S' = kF_c (2j-1) bd \quad (32)$$

A点のまわりのモーメントの釣合より

$$\frac{P \cdot a}{bd} = \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s - P_w F_s \tan^2 \alpha \right) j + \frac{1}{2} \left(P_w F_s \tan^2 \alpha - \frac{N}{bd} \right) \quad (33)$$

鉛直方向の釣合より

$$\frac{P}{bd} = 2(P_w F_s \tan \alpha - kF_c) \cdot j + 2kF_c - P_w F_s \tan \alpha \quad (34)$$

(34), (33)式より

$$j = \frac{(2kF_c - P_w F_s \tan \alpha) a + \frac{1}{2} \left(\frac{N}{bd} - P_w F_s \tan^2 \alpha \right) \frac{N}{bd} + P_t F_s - P_w F_s \tan^2 \alpha + 2(kF_c - P_w F_s \tan \alpha) a}{\frac{N}{bd} + P_t F_s - P_w F_s \tan^2 \alpha + 2(kF_c - P_w F_s \tan \alpha) a} \quad (35)$$

(35)を (34) 式に代入して

$$\frac{P}{bd} = \frac{kF_c \left(\frac{N}{bd} + 2P_t F_s - P_w F_s \tan^2 \alpha \right) - P_t F_s}{\frac{N}{bd} + P_t F_s - P_w F_s \tan^2 \alpha + 2(kF_c - P_w F_s \tan \alpha) \cdot a} \quad (36)$$

(36) 式を $\tan \alpha$ について微分して

$$\frac{\partial}{\partial(\tan \alpha)} \left(\frac{P}{bd} \right) = \frac{A}{B^2}$$

とおけば

$$A = P_w F_s (2akF_c - P_t F_s) \cdot \left(P_w F_s \tan^2 \alpha - 2kF_c \tan \alpha + \frac{N}{bd} + P_t F_s \right) \quad (37)$$

$$B = P_w F_s \tan^2 \alpha + 2aP_w F_s \tan \alpha - \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s + 2akF_c \right) \quad (38)$$

$$\frac{\partial}{\partial(\tan \alpha)} \cdot \left(\frac{P}{bd} \right) = 0$$

より $A=0$ とおいて

$$P_w F_s \tan^2 \alpha - 2kF_c \tan \alpha + \frac{N}{bd} + P_t F_s = 0$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{kF_c - \sqrt{(kF_c)^2 - P_w F_s \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right)}}{P_w F_s} \quad (39)$$

(39)を (36) 式に代入して

$$\frac{P}{bd} = \frac{kF_c \left[kF_c \sqrt{(kF_c)^2 - P_w F_s \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right)} \right]}{kF_c - \sqrt{(kF_c)^2 - P_w F_s \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right)}} + \frac{\frac{1}{2} P_t F_s \cdot P_w F_s}{+ a P_w F_s}$$

上式は $P_w F_s=0$ に対して分母が 0 になるので, 分母,

分子に $kF_c + \sqrt{\quad}$ を掛けて

$$\frac{P}{bd} = \frac{kF_c \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right) + \frac{1}{2} P_t F_s (kF_c + \sqrt{\quad})}{\frac{N}{bd} + P_t F_s + a(kF_c + \sqrt{\quad})} \quad (40)$$

(40) 式の $\sqrt{\quad}$ を簡略化するために、

$$\sqrt{\quad} = kF_c - \frac{P_w F_s \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right)}{kF_c}$$

として、(40) 式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{P}{bd} = & \frac{kF_c \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right) + P_t F_s}{\frac{N}{bd} + P_t F_s} \\ & \cdot \left[kF_c - \frac{P_w F_s}{2kF_c} \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right) \right] \\ & + \left[2kF_c - \frac{P_w F_s}{kF_c} \left(\frac{N}{bd} + P_t F_s \right) \right] \cdot a \end{aligned} \quad (41)$$

(41) において、 $N = n \cdot P$ において

$$\frac{P}{bd} = \frac{2P_t F_s \left(2kF_c - \frac{P_w F_s \cdot P_t F_s}{2kF_c} \right)}{\sqrt{C} + P_t F_s + \left(kF_c - \frac{P_w F_s \cdot P_t F_s}{2kF_c} \right) \cdot (2a - n)} \quad (42)$$

ただし

$$\begin{aligned} C = & \left[P_t F_s + \left(kF_c - \frac{P_w F_s \cdot P_t F_s}{2kF_c} \right) (2a - n) \right]^2 \\ & + 4nP_t F_s \left(1 - \frac{P_w F_s a}{kF_c} \right) \left(2kF_c - \frac{P_w F_s \cdot P_t F_s}{2kF_c} \right) \end{aligned}$$

したがって (42) 式はつぎの範囲に対して成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{N}{bd} & \leq \frac{(kF_c)^2}{P_w F_s} - P_t F_s \\ 2akF_c & \geq P_t F_s \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

また

$$\left. \begin{aligned} \frac{N}{bd} & \leq \frac{(kF_c)^2}{P_w F_s} - P_t F_s \\ 2akF_c & \leq P_t F_s \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

あるいは

$$\frac{N}{bd} \geq \frac{(kF_c)^2}{P_w F_s} - P_t F_s \quad (45)$$

の場合は

$$\frac{P}{bd} = kF_c \quad (46)$$

となる。

(2) 前節、(1) 式の簡略化

1) 仮定

前節の仮定のほかにつぎの仮定を設ける。

e) コンクリート圧縮帯は降伏し、その応力は矩形分布である。

2) 式の誘導

第6図のような釣合状態のとき、コンクリートの圧縮帯応力を C_c として、水平方向の釣合より、

$$\frac{P \cdot n}{bd} = P_w F_s (2j - 1) \tan^2 \alpha + 2F_c (1 - j) - P_t F_s \quad (47)$$

上式において $N = n \cdot P$ とおけば

$$\frac{P}{bd} = \frac{\frac{1}{2} (1 - 2j) P_w F_s \tan^2 \alpha + P_t F_s \cdot j}{a - n \cdot j + \frac{1}{2} n} \quad (48)$$

となり (47)、(48) 式より $\tan^2 \alpha$ の項を消去して、

$$\frac{P}{bd} = \frac{P_t F_s (2j - 1) + 2F_c (1 - j)}{2(a + n - nj)} \quad (49)$$

(34) $\times n =$ (47) より

$$j = \frac{-P_w F_s \tan^2 \alpha + n P_w F_s \tan \alpha + 2(1 - nk) F_c - P_t F_s}{-2P_w F_s \tan^2 \alpha + 2n P_w F_s \tan \alpha + 2(1 - nk) F_c} \quad (50)$$

(49) 式に代入して

$$\begin{aligned} \frac{P}{bd} = & \frac{F_c P_w F_s \tan^2 \alpha - n F_c P_w F_s \tan \alpha}{(2a + n) P_w F_s \tan^2 \alpha - (2a + n) n P_w F_s \tan \alpha} \\ & + \frac{P_t F_s (P_t F_s + nk F_c - 2F_c)}{-2a(1 - nk) F_c - n P_t F_s} \end{aligned} \quad (51)$$

(51) 式を $\tan \alpha$ について微分して

$$\frac{\partial}{\partial (\tan \alpha)} \left(\frac{P}{bd} \right) = \frac{A}{B^2}$$

とおけば

$$\begin{aligned} A = & P_w F_s (n - 2 \tan \alpha) \cdot [2a(1 - nk) F_c^2 \\ & + n(2a + n) P_t F_s \cdot kF_c - (4a + n) P_t F_s \cdot F_c \\ & + (2a + n) \cdot (P_t F_s)^2] \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} B = & (2a + n) P_w F_s \tan^2 \alpha - (2a + n) n P_w F_s \tan \alpha \\ & - 2a(1 - nk) F_c - n P_t F_s \end{aligned} \quad (53)$$

(51) は $j \geq 1/2$ のとき、すなわち (50) 式より

$$(1 - nk) F_c \geq P_t F_s \quad (54)$$

のとき P/bd は $\tan \alpha$ について複雑となるので、(52) 式より $A = 0$ において

$$\tan \alpha = \frac{n}{2} \quad (55)$$

これを (51) 式に代入して

$$\frac{P}{bd} = \frac{n^2 P_w F_s \cdot F_c + 4P_t F_s (2F_c - nk F_c - P_t F_s)}{n^2 (2a + n) P_w F_s + 8a(1 - nk) F_c + 4nP_t F_s} \quad (56)$$

(50) より $j \leq 1/2$ のときは、 $j = 1/2$ の値を採用して (49) 式に代入すれば

$$\frac{P}{bd} = \frac{F_c}{2a + n} \quad (57)$$

となる。以上まとめると、

$$(1 - nk) F_c > P_t F_s$$

のときは (56) 式をとり

$$(1 - nk) F_c \leq P_t F_s$$

のときは (57) 式を採用する。

(3) 圧縮鉄筋の影響を考慮した理論式

1) 仮定

前理論式の仮定のほか、つぎの仮定を設ける。

f) 圧縮筋の応力は、降伏応力 F_s の μ 倍、 μF_s とする。

2) 式の誘導

第 6 図において A 点のまわりのモーメントの釣合から

$$\frac{Pa}{bd} = P_t F_s j - P_w F_s \left(j - \frac{1}{2} \right) \tan^2 \alpha + \frac{N}{bd} \left(j - \frac{1}{2} \right) + \mu F_c F_s (1-j-d_1) d \quad (58)$$

上式において、 $N = n \cdot P$ として

$$\frac{P}{bd} = \frac{P_t F_s j - \frac{1}{2} P_w F_s (2j-1) \tan^2 \alpha + \mu P_c F_s (1-j-d_1)}{a - nj + \frac{1}{2} n} \quad (59)$$

鉛直方向の力の釣合から

$$\frac{P}{bd} = 2k F_c (1-j) + P_w F_s (2j-1) \tan \alpha \quad (60)$$

水平方向の力の釣合から

$$\frac{N}{bd} = 2F_c (1-j) + P_w F_s (2j-1) \tan^2 \alpha - P_t F_s + \mu P_c F_s$$

$N = n \cdot P$ として

$$\frac{P \cdot n}{bd} = 2F_c (1-j) + P_w F_s (2j-1) \tan^2 \alpha - P_t F_s + \mu P_c F_s \quad (61)$$

(59), (61) 式より、 $\tan^2 \alpha$ の項を消去して

$$\frac{P}{bd} = \frac{P_t F_s \left(j - \frac{1}{2} \right) + F_c (1-j) + \mu P_c F_s \left(\frac{3}{2} - j - d_1 \right)}{a + n - nj} \quad (62)$$

(60), (61) 式より

$$j = \frac{-P_w F_s \tan^2 \alpha + n P_w F_s \tan \alpha + 2F_c (1-nk)}{-2P_w F_s \tan^2 \alpha + 2n P_w F_s \tan \alpha} - \frac{P_t F_s + \mu P_c F_s}{+2F_c (1-nk)} \quad (63)$$

(63) を (62) 式に代入して

$$\frac{P}{bd} = \frac{P_w F_s [F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] \tan^2 \alpha - n P_w F_s [F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] \tan \alpha + [I]}{-n P_w F_s (2a+n) \tan \alpha + [II]} \quad (64)$$

ただし、(64) 式のうちで

$$[I] = [2d_1 - (1-2d_1)nk] F_c \cdot \mu P_c F_s + (P_t F_s - \mu P_c F_s)^2 - (2-nk) F_c \cdot P_t F_s \quad (65)$$

$$[II] = 2a(nk-1) F_c + n(\mu P_c F_s - P_t F_s) \quad (66)$$

(64) 式を $\tan \alpha$ について微分して

$$\frac{\partial}{\partial (\tan \alpha)} \left(\frac{P}{bd} \right) = \frac{A}{B^2}$$

とおけば

$$A = P_w F_s (n-2 \tan \alpha) \{ [F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s]$$

$$\times [II] - (2a+n) \times [I] \} \quad (67)$$

$$B = P_w F_s (2a+n) \tan^2 \alpha - n P_w F_s (2a+n) \tan \alpha + [II] \quad (68)$$

よって (64) 式は (69), (70) 式の範囲で前節と同様の変化をする。 $j \geq 1/2$, すなわち (63) 式より

$$(1-nk) F_c \geq P_t F_s - \mu P_c F_s \quad (69)$$

(67) 式より

$$[F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] \times [II] \geq (2a+n) \times [I] \quad (70)$$

$A=0$ より、 $\tan \alpha = n/2$ となり、(64) 式は、つぎのようになる。

$$\frac{P}{bd} = \frac{-\frac{n^2}{4} P_w F_s [F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] + [I]}{-\frac{n^2}{4} P_w F_s (2a+n) + [II]} \quad (71)$$

上式に (65), (66) 式を代入して

$$P/bd = 4[2d_1 - (1-2d_1)nk] F_c \cdot \mu P_c F_s + 4(P_t F_s - \mu P_c F_s)^2 - 4(2-nk) F_c \cdot P_t F_s - n^2 P_w F_s [F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] / 8a(nk-1) F_c + 4n(\mu P_c F_s - P_t F_s) - n^2 P_w F_s (2a+n) \quad (72)$$

(64) 式で $\tan \alpha \rightarrow \infty$ としたとき

$$\frac{P}{bd} = \frac{F_c + 2(1-d) \mu P_c F_s}{2a+n} \quad (73)$$

以上まとめると

$$(1-nk) F_c \geq P_t F_s - \mu P_c F_s$$

かつ

$$[F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] \times [II] \geq (2a+n) \times [I] \quad (74)$$

のときは (72) 式が成立する。

$$(1-nk) F_c \geq P_t F_s - \mu P_c F_s$$

かつ

$$[F_c + 2(1-d_1) \mu P_c F_s] \times [II] \leq (2a+n) \times [I]$$

または

$$(1-nk) F_c \leq P_t F_s - \mu P_c F_s \quad (75)$$

のときは (73) 式が成立する。

3) 圧縮鉄筋の応力、 $\mu F_c F_s$ について

圧縮鉄筋の実応力を $\mu \cdot P_c F_s$ と仮定したので、各実験資料より μ 値を逆算した。

小型試験体で $P_w \neq 0$ の場合、 $\mu = 0.71 \sim 1.15$ の範囲にあり平均値 0.93 であり圧縮鉄筋はほとんど降伏している。なお、 μ 値は帯筋比が大なるほほ 1.0 に近づくが偏心率とは一定の関係がない。 $P_w = 0$ のとき μ 値は $-0.08 \sim 0.55$ の範囲にあり、この場合には主筋比にあまり関係なく、コンクリート強度および偏心率が大なるほど μ 値は小となる。

中型試験体では $P_w \neq 0$ の場合、 $\mu = 0.13 \sim 1.36$ の範

囲にあり、その平均値は $\mu=0.62$ である。この場合 μ 値はシャースパンおよび帯筋比が大になるにしたがって 1.0 に近づき、偏心率が大となるほど μ 値は小となる。また $P_w=0$ の場合の μ 値は $-0.18 \sim 0.32$ の範囲にある。

なお μ 値は前述のように分布範囲がかなり広く、平均値を与えることが無理な場合もあるのでつぎのような式を導いた

$$\mu = \frac{0.81}{1 + \frac{7.48e_1 F_c}{a \cdot (P_w F_s)^2}} \quad (76)$$

ここに e_1 : 偏心率

上式で帯筋量に変化する場合、

$7.48e_1 F_c / a (P_w F_s)^2 \leq 0.1$ となる場合は $\mu \approx 0.95 \sim 1$ としてよい。

(4) 実験値と理論値との比較

第7図は諸実験資料からの実験値と各理論値とを比較したものである。図中 P_1, P_2, P_3 はそれぞれ (1), (2), (3) 節による理論式から求めた終局せん断耐力値である。ここらを $\sqrt{1 + (l/e_1 \cdot D)^2}$ 倍すれば、軸力とせん断力を合成した最大荷重となる。

図から小型試験体では $P_w=0$ のとき $0.76 \leq P_1/P_0 \leq 1.30, 0.31 \leq P_2/P_0 \leq 1.21, 0.88 \leq P_3/P_0 \leq 1.26, P_w \neq 0$ のとき、 $0.63 \leq P_1/P_0 \leq 0.82, 0.24 \leq P_2/P_0 \leq 0.61, 0.83 \leq P_3/P_0 \leq 1.26$ の範囲にあり、 P_2 はかなり低い値となっているが、 P_3 の値と比較してわかるとおり、圧縮筋の影響が顕著である。

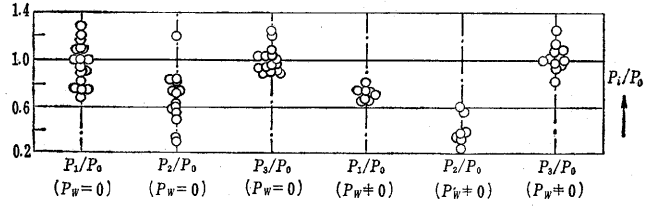
中型試験体では $P_w=0$ のとき $0.85 \leq P_1/P_0 \leq 1.64, 0.38 \leq P_2/P_0 \leq 1.70, 0.86 \leq P_3/P_0 \leq 1.70, P_w \neq 0$ のとき $0.56 \leq P_1/P_0 \leq 1.29, 0.29 \leq P_2/P_0 \leq 0.96, 0.70 \leq P_3/P_0 \leq 1.21$ となり、圧縮筋の影響が顕著である。

なお、圧縮鉄筋の応力比、 μ 値として (76) 式を使用した場合の計算値と実験値との比は、中型試験体で $P_w \neq 0$ のとき、 $0.84 \leq P_3'/P_0 \leq 1.19$ となり、かなりよい値を示している。

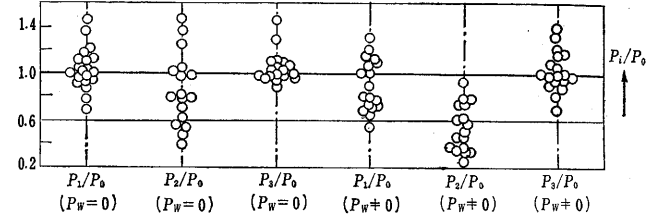
(5) むすび

1) (1)節の (42) 式は $P_w=0$ のときは、かなりよい近似値を得るが、偏心率が 3 以上となると危険側の誤差が大きくなる。

2) (2)節の (56) 式は、大略実験値の 30~90% となりその誤差が安全側であるとは言え、誤差範囲が大きい。



(a) 小型試験体



(b) 中型試験体

第7図 理論値と実験値との比較

3) (3)節の (72) 式は、かなりよい近似値を与える。圧縮筋の応力の算入率 μ については $\mu=0.5 \sim 0.7$ を用いて大過はないが、(76)式を用いた方がより、一層よい近似値が得られる。

以上、 $P_w=0$ のときは (42)、または (72) 式が成立し、その他一般には (61) 式が成立する。この式で μ 値は、 $\mu=0.5 \sim 0.7$ か、(76) 式を用いる。

おわりに

以上、組合せ応力をうける鉄筋コンクリート部材・はり・柱に関する終局せん断耐力の式について述べたが、せん断の問題はかなり複雑であり、完全なる理論式の域には達せない問題がある。本論は、力の釣合式により、導出しており、式の中で、特に k および $\tan \alpha$ の範囲が問題となっておる。今後はさらに、コンクリートの破壊限界曲線を基礎として、動力学的な考察より、さらに一般的に妥当な理論式を導出すべく研究を進めたいと考えている。

(昭和 39 年 5 月 1 日受理)

参考文献

- 1) Y. Tsuboi & Y. Suenaga: A Study on the Elastic Plastic Behavior of Reinforced Concrete Members under Combined Stresses. Report of the Institute of Industrial Science, University of Tokyo. Vol. 11, No. 1, June, 1961
- 2) 若林実: 鉄骨鉄筋コンクリートに関する実験的研究, 東大・生研報告 第6巻 第2号, 1956年12月