

異常回折像に関する研究

On the Diffraction Anomaly

松田 浄史・朝倉 利光

1. 緒言

光学系の開口の半分で、いろいろ様な位相変化を与えた場合の回折は、Talbot¹⁾の帯の現象で見られるように、かなり昔からその異常性は知られている。Mahan²⁾は矩形開口の一边に平行な半分割線で仕切られた一方の部分で位相がいろいろ異なる時、分割線に平行なスリット像の強度分布を計算している。最近では縄田³⁾が、Ebert 光学系を用いて同様の研究を行ない、その記録に光電管と記録計を用いている。今までは開口の半分に均一にある位相を持たせた場合の回折像の研究であるが、ここでは開口の半分割線から開口の一方に開口周辺方向に距離に比例した位相変化を与えた場合の回折像の性質を研究した。理論的にはスリット、矩形、円形などの開口についてそれらの回折像を求め、実験ではマイケルソン干渉計を用いた。ここでの研究はレーザ光の回折像、干渉縞などの研究に役立つものと思われる。

2. 理論

像面での複素振幅 $A(u, v)$ と瞳関数 $f(x, y)$ の間には、フーリエ変換の関係

$$A(u, v) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{i(u x + v y)} dx dy \quad (1)$$

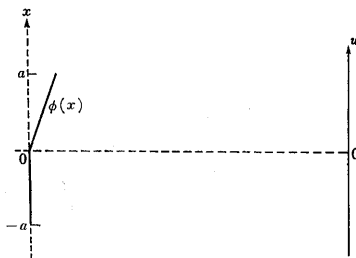
があり、ここで積分範囲は無限大に取ってあるが、開口の形によりその範囲で行なわれる。一般に円形開口の瞳関数は位相と振幅に分けられ

$$\left. \begin{aligned} f(x, y) &= T(x, y) e^{ik\phi(x, y)} & x^2 + y^2 \leq a^2 \\ &= 0 & x^2 + y^2 > a^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$k = 2\pi/\lambda$ である。

一次元の場合、すなわちスリットの時は

$$\left. \begin{aligned} A(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{iux} dx \\ f(x) &= T(x) e^{ik\phi(x)} & -a \leq x \leq +a \\ &= 0 & x > a, x < -a \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



第1図

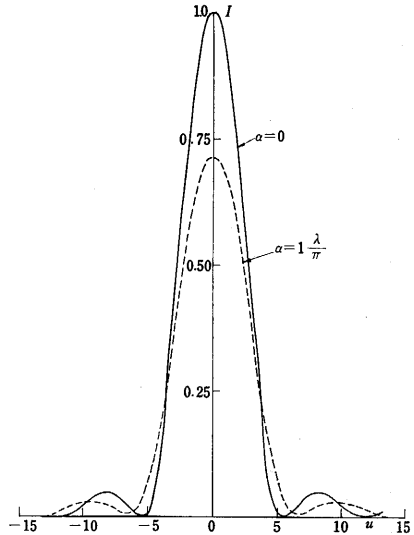
ここで開口での振幅分布を一定とし ($T(x)=1$)、第1図のように開口の上半分で位相が中心から linear に変わる $\phi(x) = \alpha x$ の位相変化をもつ場合を考える。(3)は

$$\begin{aligned} A(u) &= \int_{-a}^a e^{i(k\phi(x) + ux)} dx \\ &= \int_0^a e^{i(\alpha x + ux)} dx + \int_{-a}^0 e^{iux} dx \\ &= \frac{a}{2} e^{\frac{1}{2}i(k\alpha + u)a} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}(k\alpha + u)a}{\frac{1}{2}(k\alpha + u)a} \\ &\quad + \frac{a}{2} e^{-\frac{1}{2}iua} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}ua}{\frac{1}{2}ua} \end{aligned} \quad (4)$$

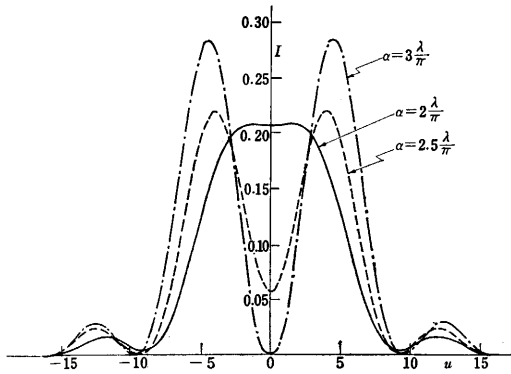
となり、簡単のため $a=1$ として強度分布を求めると

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{4} \left\{ \text{sinc}^2 \frac{1}{2}(k\alpha + u) + \text{sinc}^2 \left(\frac{1}{2}u \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \left(\frac{1}{2}k\alpha \right) \cdot \text{sinc} \frac{1}{2}(k\alpha + u) \cdot \text{sinc} \left(\frac{1}{2}u \right) \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

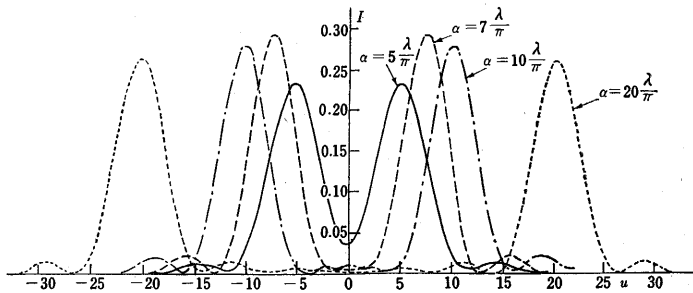
ここで $\text{sinc } x = \sin x/x$ である。第2~4図は α を徐々に大きくしていった場合の回折像である。対称の中心は α を大きくするにしたがって座標中心 ($u=0$) から左側に移動し、そこを中央とした回折像ができるが、ここではこの位置を総て座標の中心 ($u=0$) に統一して



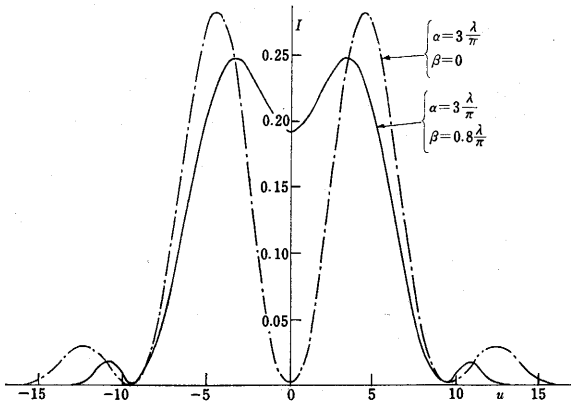
第2図



第 3 図



第 4 図



第 5 図

ある。この図から判るように $\alpha=0$ の時は $\text{sinc}^2 x$ で回折像が表わされるが、 α が大きくなるに従って中央部分が低下して、やがては中央部の両側に二つの最大強度が現われる。このように α が大きくなると二つのピークをもつ二重の回折像になり、そのピークが、だんだん離れてゆく。

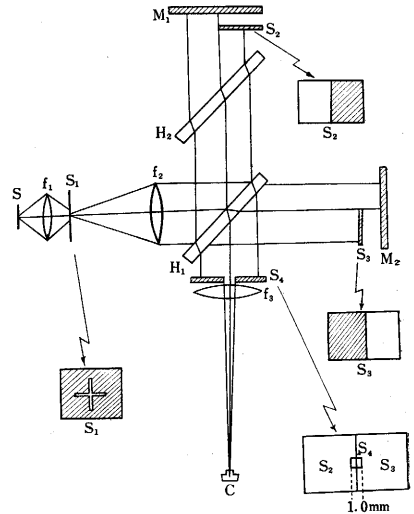
つぎに位相部分が $\phi(x) = \alpha x + \beta$ (α, β は位相の変化を表わす常数) の時の回折像強度分布は

$$I_2 = \frac{1}{4} \left\{ \text{sinc}^2 \frac{1}{2} (k\alpha + u) + \text{sinc}^2 \left(\frac{1}{2} u \right) \right\}$$

$$+ 2 \cos \frac{1}{2} (k\alpha + 2k\beta) \cdot \text{sinc} \frac{1}{2} (k\alpha + u) \cdot \text{sinc} \left(\frac{1}{2} u \right) \quad (6)$$

第 5 図に $\phi(x) = \alpha x$ ($\alpha = 3 \frac{\lambda}{\pi}$), $\phi(x) = \alpha x + \beta$

($\alpha = 3 \frac{\lambda}{\pi}, \beta = 0.8 \frac{\lambda}{\pi}$) の位相変化をもつ場合の回折像を



第 6 図

比較するため示した。この図から位相部分にある常数がプラスされた場合に回折像がいかに変わるかがわかる。

以上は開口がスリットの場合であるが、二次元の場合として正方形および円形開口の時の回折像を求める計算式を導入したが、これは他の機会に報告する。

3. 実 験

マイケルソン干渉計を使うと、鏡を適当に調整することにより、距離に比例した位相を容易に与えることができるので、マイケルソン干渉計を用いて実験を行なった。第 6 図がその原理図である。S は光源で超高压水銀灯 5461 \AA を用い、コンデンサーレンズ f_1 で十字型スリット S_1 に光束を集め、マイケルソン干渉計の光源とする。補償板 H_2 はマイケルソン干渉計の両腕の長さを等しくするために挿入した。開口 S_4 の半分割線によって分けられた二つの部分の一方が鏡 M_1 からの光によってのみ満たされ、他方が鏡 M_2 からの光によってのみ満たされるようにする。求める回折像はスリット光源の回折像であるが、光源 S_1 を十字形にしたのはスリット光源の位置を完全に開口 S_4 の二分割線上にもってくる調整を容易にするため、横のスリットを加えて十字形にした。開口 S_4 は、一辺 10 mm の正方形開口を用いた。鏡 M_2 を適当に動かし干渉縞の間隔と方向とにより鏡 M_1 と鏡 M_2 との傾きを調整してやり、波面に実際の傾きを与え

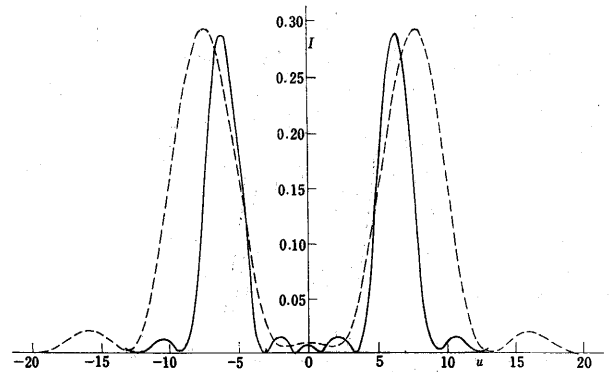
研究速報

るのを鏡 M_2 で行なった. レンズ f_3 (焦点距離=600 mm) の焦点位置にカメラ C をセットして, 開口 S_4 の回折像を撮った. この実験で鏡 M_2 を傾けて α を与えて得られた回折像は, 第 2~4 図で求めた理論値と一致した.

4. 結 言

Mahan-縄田らの研究における 開口の半分に一樣な位相差を与えた場合は, 位相差 $\phi=n\pi$ (n : 整数) の時の外は総て回折像中央に非対称になる. ここでの研究は位相差一定の場合と比較して, 回折像が大いに異なることがわかる. 開口の大きさの二つの波面を α の傾きの位相変化をもたせた場合 (たとえば Jamin 干渉計を用いて行ない得る) の回折像と, 今回の開口の半分で α の傾きの位相差を与えた時の回折像を比較するため, $\alpha=7\frac{\alpha}{\pi}$ の場合の両者の回折像を第 7 図に示す. この図で点線が開口の半分で α の位相差をもった時, 実線が開口の大きさの二つの波面が α の傾きをもった時に対応する.

ここで求めた回折像は, レーザ光を使つての回折および干渉実験における far-field pattern や干渉縞の異常性の解析に直接役に立つ. すなわち GaAs ダイオード・レーザ⁴⁾の如き開口の小さい時や, 気体および固体レーザの単一モード発振における far-field patterns の解析には, ここでの研究のような考察が必要である. また二つのレーザ光の干渉で両方の波面の間にある傾きをもつ場



第 7 図

合には, 当然ここで解析したような干渉縞のコントラストの低下や干渉縞自体が二重に分裂するような異常性が見られる.

本研究は著者の一人(松田)が, 卒業研究の一部として久保田研究室で行なったもので, 同教授ならびに研究室の方々に厚くお礼申し上げる. (1964年3月26日受理)

文 献

- 1) F. H. Talbot: Phil. Mag. **10**, 364 (1837)
- 2) A. I. Mahan: J. Opt. Soc. Am. **37**, 852 (1947)
- 3) 縄田滋則: 東北大科研報告 **9**, 127 (1960)
- 4) G. E. Fenner and T. D. Kingsley: J. Appl. Phys. **34** 3204 (1963)

(23 ページよりつづく)

- 9) O. H. Johnson and H. E. Fritz, J. org. Chem. **19** 74~76 (1954)
- 10) P. Pfeiffer, et al., Z. anorg. Chem. **68**, 102(1910)
- 11) J. R. Zietz, et al., J. org. Chem. **22**, 60~62(1957)
- 12) 松田, 松田, 工化, **63**, 114 (1960)
- 13) E. Krause und K. Weinberg, Ber. **63**, 381 (1930)
- 14) H. Gilman, PB report, 6004, p. 9
- 15) K. A. Kozeschkow, Ber. **66**, 1661 (1933)
- 16) S. D. Rosenberg and A. J. Gibbons, Jr., J. Am. Chem. Soc., **79**, 2138~2140 (1957)
- 17) D. Seyferth and F. G. A. Stone, *ibid.*, **79**, 515 (1957)
- 18) G. J. M. van der Kerk and J. G. A. Luijten, J. appl. Chem. **7**, 371 (1957)
- 19) S. Papetti and H. W. Post, J. org. Chem. **22**, 526 (1957)
- 20) D. Seyferth, J. Am. Chem. Soc. **79**, 5881 (1957)
- 21) G. Bähr und R. Gelius, Chem. Ber. **91**, 813(1958)
- 22) F. B. Kipping, J. Chem. Soc. 1928, 2365
- 23) T. Harada, Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Research **35**, 290~329 (1938)
- 24) W. J. Jones, et al., J. Chem. Soc. 1935, 39
- 25) E. Krause und K. Weinberg, Ber. **62**, 2235(1929)
- 26) T. A. Smith and F. S. Kipping, J. Chem. Soc. **101**, 2553 (1912)
- 27) A. N. Nesmejanow und K. A. Kozeschkow, Ber.

- 63**, 2496 (1930)
- 28) W. P. Neumann, Liebigs Ann. Chem. **653**, 157 (1962)
- 29) G. M. van der Want, et al., J. appl. Chem. **12**, Jan. 17~24 (1962)
- 30) W. K. Johnson, J. org. Chem. **25**, 2253~2254 (1960)
- 31) W. P. Neumann, et al., Liebigs Ann. Chem. **659** 27 (1962)
- 32) H. E. Hirschland and C. K. Bands, "Organotin Compds.," Metal & Thermit Corp., New York, N. Y.
- 33) R. E. Dessy and G. S. Handler, J. Am. Chem. Soc. **80**, 5824 (1958)
- 34) A. N. Nesmejanow, Ber. **62**, 1010, 1018 (1929)
- 35) S. D. Rosenberg, et al., J. Am. Chem. Soc. **81**, 973 (1959)
- 36) C. R. Dillard, et al., *ibid.*, **80**, 3607~3609 (1958)
- 37) A. C. Smith, Jr. and E. G. Rochow, *ibid.*, **75**, 4103~4105 (1953)
- 38) 松田, 松田, 工化, **63**, 1965 (1960)
- 39) " " " **63**, 1958 (1960)
- 40) 松田, 谷口, 松田, 工化, **64**, 541 (1961)
- 41) Edgar Graham, Ind. Eng. Chem. **31**, 1439 (1939)
- 42) A. N. Nesmejanow et al., Ber. **68**, 1877~1883 (1935)