

光の可干渉性 (Coherency) とその応用

久保田 広

レーザの発達につれて光の coherency という問題がとりあげられてきた。coherency というのは直訳すれば可干渉性ということである。しかし光というのはマックスウェルの微分方程式の解として与えられ、この微分方程式は線型であるから、その解の重ね合わせもまた解である。これを干渉というならば、どのような光でも完全に可干渉のはずであり、干渉性をうんぬんするということはおかしい。しかし実際には同一光源をほぼ同時に出た光でなければ干渉縞は観測されず、同一光源でも時間を隔って出た二つの光は、その時間に比例して可干渉性が悪くなるという実験事実がある。これはどのように説明されるかをのべ、これを応用した二三の測定法の例をあげてみよう。

1. 光の干渉

光の干渉ということとは、二つの光を重ね合わせるとその和が二つの光の単なる算術和と異なってくるということであるから二つの光を

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= A_1 e^{i(\omega_1 t + \varepsilon_1)} \\ \varphi_2 &= A_2 e^{i(\omega_2 t + \varepsilon_2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

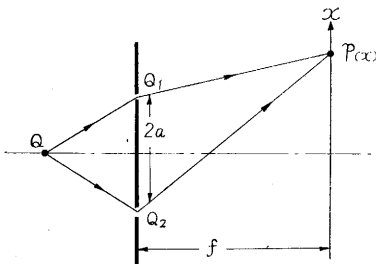
とすると、二つの光の強さの算術和は

$$|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 = A_1^2 + A_2^2 = I_1 + I_2$$

しかるに二つが干渉するときは

$$I = |\varphi_1 + \varphi_2|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)]$$

したがって光の干渉というものは上式の第二項をうんぬんすることである。(ω₁-ω₂)t は時間的の干渉すなわち聴り、(ε₁-ε₂) はもし時間を含まなければ場所的の干渉を与える。このように考えるとどのような光でも必ず干渉をするはずであるが、光の干渉は同一光源をほぼ同時に出た光でなければいけないといわれている。すなわち二つの任意の光源から出た光を重ね合わせても干渉現象は起こらず第1図のように一つの点光源 Q から出た光を二つに分けた二次光源 Q₁, Q₂ を用い、これに適当な



第1図 復スリット干渉

光路差を与えて重ね合わせてやらなければならない。これはなぜであろうか。

2. Coherent な光と incoherent な光

まず光の振動に (1) の表現を用いることは「無限に続く完全な単色光」を用いることを意味する。簡単なた

め A₁=A₂=A, ω₁=ω₂ として x 軸を図のようにとれば P(x) における位相差は Q₁ と Q₂ における位相差を φE とし、これに Q₁ および Q₂ から P までの光路長の差による位相差が加ったものである。これは

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\overline{Q_1 P} - \overline{Q_2 P}) = \frac{2\pi a}{\lambda f} x = \frac{2\pi c}{\lambda} \frac{a}{cf} x$$

(ただし c は光の速度)

$$\frac{2\pi c}{\lambda} = \omega, k = \frac{a}{cf}$$
 とおけば、位相差は

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = k\omega x + \Delta\varepsilon$$

したがって

$$I = 2A^2 [1 + \cos(k\omega x + \Delta\varepsilon)] \dots\dots\dots (2)$$

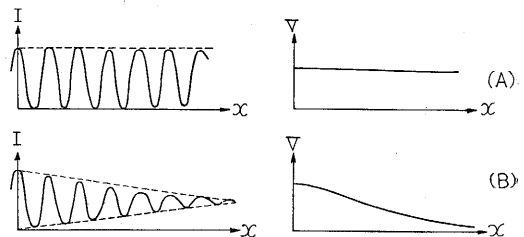
Q₁ および Q₂ が点光源からの光で照らされているとすれば、一つの波面上の二点であるから Δε は時間を含まない常数であり、これは 0 とおいても一般性を失わないから Δε=0 として (2) は

$$\therefore I = 2A^2 (1 + \cos k\omega x) \dots\dots\dots (3)$$

これが通常の教科書などに出ている干渉の式で光の強度は (1 + cos kωx) の形で x=+∞ に続く干渉縞 (第2図 (A)) である。そのコントラストを

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

と定義すれば、このコントラストは 100% である。このような二つの光を互いに coherent であるという。しかるに実際の干渉縞は同図 (B) のように x すなわち光路差が大になると次第にコントラストが悪くなり、ついに V=0 となり干渉縞は見えなくなる。V=0 ということは (2) で、I=2A²=const. すなわち二つの光の重ね合わせが単なる算術和となり干渉をしないことを意味す



第2図 干渉縞のコントラスト

る。そこでそのような光を incoherent であるという。光路差が大になるということは、光源を異なる時間に出た光が重なり合うことで、それがある時間を超えると incoherent になる。すなわちほぼ同時に出了た光でなければ coherent でないのである。それならなぜ同じ光源から出る光が coherent であったり incoherent であったりするのでしょうか。それは実際にわれわれが用いる光は前記三つの条件すなわち「点光源から出る」、「無限に続く」、「完全な単色光」を満たしていないという理想と実際との差によるものである。

3. 波連と光の寿命

われわれが用いる光は無限に続く正弦波でなく、有限時間しか続かない減衰振動として放出されるものである。すなわち (1) の A_1 は $A_1 = A_0 e^{-\gamma t}$ であり (1) は

$$\varphi = A_0 e^{-\gamma t + i(\omega_0 t + \theta)}$$

と書かれるべきである。振幅が $1/e$ になるまでを寿命といい、これを Δt と記せば $\Delta t = 1/\gamma$ である。このひと続きの波を波連といい、各波連の間にはまったく位相関係がない。したがって光路差が大になって異なる波連が重なるときは $\Delta \varepsilon = 0$ ではなく (3) を用いることができないのである。波連の寿命は通常の光ではだいたい 10^{-9} 秒くらいとされているから、 $\Delta \varepsilon$ はこの位の周期で random に変わっている。ところがわれわれの用いる光の detector (肉眼、光電管その他) はこのように速い変化についてゆくことはできないから、その時間平均値

$$I = 2A^2(1 + \cos(k\omega_0 x + \Delta \varepsilon))$$

を観測しているのであるが、光路差が大になり、 Q_1 および Q_2 に到達する光がその寿命より大きい時間の差で光源を出れば、異なる波連の波が干渉するので $\Delta \varepsilon$ はもはや常数でなく、毎秒 10^9 回くらい random に変わる量となるから、観測時間中の平均をとると

$$\overline{\cos(k\omega_0 x + \Delta \varepsilon)} = 0 \quad \therefore I = 2A^2$$

となり干渉縞は見えなくなり、互いに incoherent の光といわれるようになるのである。もし光路差 ($Q_1 P - Q_2 P$) が十分小さく、二つの光がほとんど同時 (寿命より十分短い時間) に光源を出たものであれば $\Delta \varepsilon = \text{const.}$ であるから前にやったように $\Delta \varepsilon = 0$ とおいて

$$\cos(k\omega_0 x + \Delta \varepsilon) = \cos k\omega_0 x$$

であり、光路差がこのいずれでもなければ一般に

$$\overline{\cos(k\omega_0 x + \Delta \varepsilon)} = \Gamma \cdot \cos k\omega_0 x$$

ただし Γ は光路差の函数 (これは x の函数とおいてもよい) で

$$0 \leq \Gamma(x) \leq 1$$

である。このときの光の強度分布 (2) は

$$I = 2A^2(1 + \Gamma(x) \cos k\omega_0 x) \dots \dots \dots (4)$$

したがって干渉縞のコントラストは

$$V = \Gamma(x)$$

となる。 $\Gamma(x)$ が小さくなるということは、干渉縞のコントラストが落ち、光の可干渉性が次第に悪くなったものと考えてよいので、 $\Gamma(x)$ を coherency factor と称する。 $\Gamma(x)$ は $x=0$ で 1 でその後 n の増加とともに減少し、 Q_1 および Q_2 から P までの光路差は $l = \overline{Q_1 P} - \overline{Q_2 P} = \frac{ax}{f}$ であるが、これを光速で割ったものすなわち l/c が寿命 Δt になる x すなわち

$$l = \frac{a}{cf} x = kx \quad x = \frac{l}{k}$$

のとき $\Gamma(x) = 0$ となる。この l を光の可干渉距離といふ通常の光では $\Delta t = 10^{-9}$ sec したがって $l \approx 30$ cm である。Laser からの光は Δt が数秒、したがって l は月までの往復距離くらいあるといわれている。

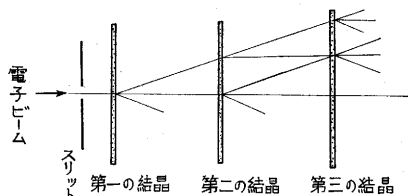
このように光は波連の寿命が短いので、電波などに比べ coherency が悪い波のようにいわれているが、 $\Delta t = 10^{-9}$ sec とすればその間に波は可視光の中央で $\nu = 5 \times 10^{14}$ cps として

$$N = \nu \cdot \Delta t = 5 \times 10^5 \text{ 個}$$

すなわちこれだけの波が位相正しく出ているので、micro wave その他に比べ stability は決して劣っているものではないのである。

4. 電子ビームの可干渉距離

電子ビームも波動と考へ干渉回折の現象を観測できるからにはその寿命、可干渉距離というものが考えられる。厚さ数百原子層くらいの薄い結晶の板は Bragg の三次元格子と考へられ、これを用い光の場合の複スリットの実験をすることが出来る。第 3 図のように第一の結



第 3 図 電子波の可干渉距離

晶が光源のスリット、第二の結晶をハイゼンズの複スリットと考へ、第三の結晶により重ね合わせられた二つの beam の干渉がどの辺まで起こるかを実験して、両者の光路長の差が $\Delta = 276 \text{ \AA}$ まで干渉縞が観測できた。これから逆算すると電子ビームの可干渉距離 Δ は少なくとも

$$\Delta \approx 5800 \text{ \AA}$$

くらいあるといえる*。光の場合寿命を $10^{-9} \sim 10^{-10}$ 秒とすれば $\Delta \approx 60,000 \text{ \AA} \sim 6,000 \text{ \AA}$ であるから、だいたい同様であるといえる。

* J. R. Simpson: Rev. Sci. Inst., 25 (1954) 1099

5. 多色光の Coherency

話を再び光に戻そう。われわれが実験に用いる光は多くの atom から出てきており、各 atom からの光は種々の原因で波長が僅かずつ異なり決して完全な単色光ではなく、有限幅の多色光である。これが ω_0 を中心とする $A^2(\omega)$ なるスペクトル分布をしているとしよう。ただし ω は中心の ω_0 との差とする。ある ω の光についてこれが無限に続くものとすれば、この光による干渉縞の強度分布は (3) により

$$I(\omega) = 2A^2(\omega) [1 + \cos k(\omega_0 + \omega)x]$$

とおける。異なる ω の光は incoherent で強度で重なり合うから、全体の強度分布は

$$I = \int I(\omega) d\omega$$

これ上式を代入して計算を行なう。すなわち

$$I = \int I(\omega) d\omega = 2 \int A^2(\omega) d\omega + 2 \int A^2(\omega) \cos(k\omega_0 x + k\omega x) d\omega = 2A^2 [1 + \Gamma(x) \cos(k\omega_0 x + \alpha)] \dots (5)$$

ただし

$$A^2 = \int A^2(\omega) d\omega, \quad \Gamma(x) = \frac{1}{2A^2} \sqrt{C^2 + S^2},$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{S}{C}$$

ここで

$$\frac{C}{S} = \int A^2(\omega) \frac{\cos(k\omega x)}{\sin(k\omega x)} d\omega$$

(5) は (4) とまったく同じ形であり、あたかも coherency が $\Gamma(x)$ の光のように考えられる。したがって完全に coherent である単色光の集合である多色光は coherency の悪い単色光と考えられるのである。

6. Coherency による干渉分光法

干渉縞のコントラスト曲線を求めれば上記の諸式から用いた光のスペクトル強度分布を知ることができる。すなわち簡単のために強度分布は ω_0 に対し中心対称であるとすれば上式で $A^2=1$ として

$$S=0, \quad \therefore \Gamma=C$$

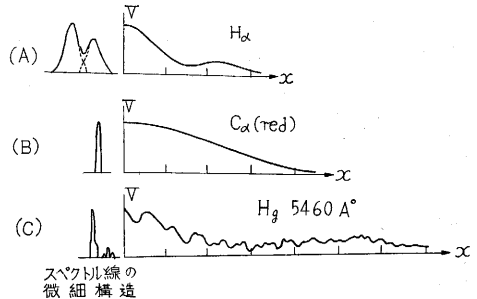
$$\therefore p(x) = \int A^2(\omega) \cos k\omega x d\omega$$

したがって、実験により干渉縞の強度分布曲線を求めそれから $\Gamma(x)$ を求めればそのフーリエ変換

$$A^2(\omega) \sim \int \Gamma(x) \cos k\omega x dx$$

としてスペクトル強度分布がわかる。これをわかりやすくするため複スリット干渉を例にとりて説明したのであるが、複スリットでは入る光量が少なく、微細な光の分光分析は困難であるので、マイケルソンの干渉計を用い、一方の鏡を前後に動かし光路差を変え、そのときの干渉

環のコントラストから $\Gamma(x)$ を求める。これはマイケルソンが初めて行ない種々のスペクトル線について $\Gamma(x)$ を求め、たとえば水素の H_α 線について第4図 (A) のような二重線であることを明らかにし、スペクトル線の



第4図 干渉縞のコントラスト曲線

微細構造というものをはじめて実験的に明らかにした有名な実験である。スペクトル強度が図 (B) のようにガウス分布

$$A^2(\omega) = e^{-a\omega^2}$$

であれば、 $\Gamma(x)$ 曲線はそのフーリエ変換であるから

$$\Gamma(x) \sim e^{-\frac{x^2}{4a}}$$

である。したがって $\Gamma(x)$ が単調減少の曲線であれば、そのスペクトルは微細構造がなくよい線である。Cd の赤線はこのような $\Gamma(x)$ を持つので、マイケルソンはこれをメートルの標準に選んだのである。水銀の方が発光温度が低いので発光原子のドップラー効果が少なくしてスペクトル線の幅が狭くメートル標準としてはよいのであるが、Hg (5460 Å) の線は同図 (C) に示すような複雑な $\Gamma(x)$ 曲線を持つ。これは図に示すような同位元素による微細構造があるためである。金に neutron を放射してできた radio active の金が自然崩壊してできた水銀 (Hg¹⁹⁸) は同位元素がないので微細構造がなく一時はメートル標準として Cd の代わりに用いられようとしたこともある。

7. 有限の大きさの光源からの光

つぎにわれわれが用いる光源は単色光でないのみならず、また決して理想的の点光源でもなく、必ず有限の大きさのものである。この光源の中の一点 θ_0 から出た光の干渉縞は簡単のためこの光は無限に続く完全な単色光とすれば、(3) で x の代わりに

$$x = x + f \cdot \theta_0$$

とおいて

$$I(x \cdot \theta_0) = 2A^2(\theta_0) (1 + \cos k\omega(x + f\theta_0))$$

したがって光源全体による干渉縞は、これを光源の各部 $d\theta$ について加えたもので

$$I = \int I(x \cdot \theta) d\theta = 2 \int A^2(\theta) d\theta + 2 \int A^2(\theta) \times \cos[k\omega_0(x+f\theta)] d\theta$$

これは前とまったく同様にして、
 $= 2A^2(1 + \Gamma(x) \cos(k\omega_0 x + \alpha))$

ただし

$$A^2 = \int A^2(\theta) d\theta, \quad \Gamma(k) = \frac{1}{2A^2} \sqrt{C^2 + S^2},$$

$$\alpha = \frac{S}{C}$$

ここで

$$C = \int A^2(\theta) \cos(k\omega_0 f \theta) d\theta$$

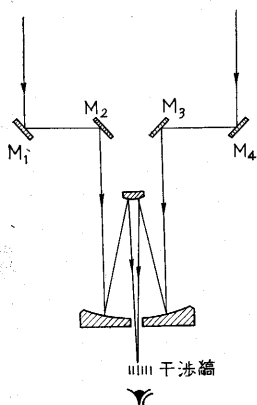
これを見ると点光源からの完全に coherent の光の集りである有限の大きさの光源からの光は、点光源からの干渉性の悪い光と考えてよいことがわかる。簡単のために光源は θ について中心対称とすれば $S=0$

$$\therefore \Gamma(k) = C = \int A^2(\theta) \cos(k\omega_0 f \theta) d\theta \dots (6)$$

したがって望遠鏡の先に二つの可動スリットを取り付け、その間隔 k を種々に変え (a したがって k を変え) そのときの $\Gamma(k)$ の曲線を求めればそのフーリエ変換として

$$A^2(\theta) \sim \int \Gamma(k) \cos(k\omega_0 f \theta) d\theta$$

すなわち光源の強度分布を得る。これが有名なマイケルソンの stellar interferometer の原理でマイケルソンは Wilson 山の 100 インチの望遠鏡の先にスリットをおいて(第 5 図)、これを動かし $\Gamma(k)$ を求め、これから普通の



第 5 図 天体干渉計

望遠鏡では測定できない小さい星、たとえば Helcules 座の α 星の視直径は 0.03 秒であることなどを見出している。1 秒の視角ということちょうど富士山頂に立った人が東京で張る視角の 1/3 であるから、これがいかに小さいものであるかわかるであろう。この測定は a すなわち基線長が大であればあるほど小さいものが測れる。しかしこれが大きいと、今度は干渉縞の間隔は a に逆比し小さくなるので、干渉縞が密になりすぎ測定ができなくなる。そこで同図の補助鏡 M_1, M_2, M_3, M_4 を用いると、視角の測定には $\overline{M_1 M_4}$ の間隔を a とおけばよく、干渉縞の間隔は $\overline{M_2 M_3}$ を a とおけばよいので、 $\overline{M_1 M_4}$ を大きくして測定すれば十分の精度が得られる。この原理は電波天文学にもすぐに応用せられ、このときは波長が数十 m のものもあるので a が数 km にも及んでいる。

8. van Cittert, Zernike の定理

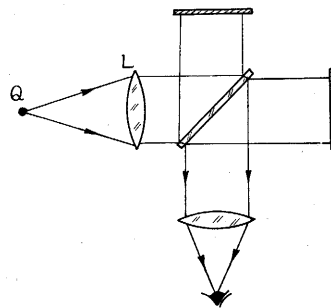
ある線に沿っての光の振幅分布を $A(y)$ とすれば、これを瞳とするフラウンホーフェルの回折像の振幅分布 $F(x)$ はこのフーリエ変換として求められる。すなわち

$$F(x) \sim \int A(y) \cos kxy dy$$

ただし k は二つの線の共軛関係に関する常数で、簡単のため $A(y)$ は中心対称としてあるが、対称でない場合はフーリエのサイン変換が入るのみで、原理的にはまったく同様である。これを (6) とを比べてみると下の定理を得る。

「ある強度分布を持つ光源からの光の Γ 係数は、この光源と同じ大きさで、この強度分布と同じ振幅分布を持つ回折孔からの光の回折像の振幅分布と同じである」

これは van Cittert, Zernike が早くから見出していた法則で同氏らの名を冠する。この定理は種々の用途があるが、たとえばマイケルソンやトワイマン等の等厚干渉を用いる干渉計を用いる場合(第 6 図)、レンズ L の全面を coherent に照射してやらなければならない。このた



第 6 図 干渉計の照明

めには光源 Q を小さくすればよいのであるが、あまり小さいと光の強さが弱くなり観測が困難である。許し得る最大の直径は、このピンホールを回折孔とする

レンズ面におけるフラウンホーフェルの回折像の振幅分布を画いたとき、振幅が中央を 1 として 0.8 になるまでで全面を覆い得るようなものがよいということになる。この値は、レンズの焦点距離を f 、ピンホール半径を a 、レンズ半径を r とすると使用波長を λ として

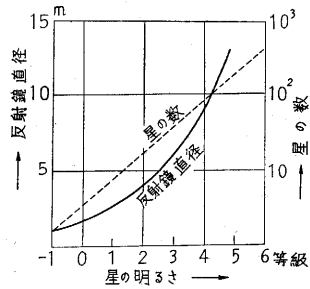
$$a \leq \frac{\lambda f}{2\pi r}$$

である。

9. 光のゆらぎとその応用

われわれが用いる光は 4. でのべたように、多くの波長を含んだ多色光である。したがってその合成波は極めて random な変化をするものであるが、波長幅が平均波長に比べて極めて小さいときは、振幅および位相が——光の振動に比べ——ゆっくり変わる単色光と考えてよく、これを準単色光 (quasi-monochromatic light) という。この振幅および位相の緩慢な変化を「ゆらぎ」というが、統計論的の考察によれば、この「ゆらぎ」の相関

をとると振幅自身の干渉と同じような取扱いができることが明らかにされている。そうすると「ゆらぎ」の変動は光の振動に比べて緩いから、光電管などを用いてもその変化を捕え得るから 4, 5 でのべた干渉の諸測定が電氣的にできることになる。これは画期的なこと、たとえば天体干渉計にこの原理を応用すれば、二つのスリットの位置に光電管をおいてその出力の相関をとればよく、光をそのまま測定するより測定が容易になり、基線長もいくらかでも伸ばすことができる。ただし光の粒子的性質からくる random の「ゆらぎ」すなわち shot noise のため測定が防げられるので、S/N 比はあまりよいものではなく、このための技術的苦心はある。Brown と Twiss はこの原理による最初の干渉計を作り、基線長を大にして光学的天体干渉計では測定できなかった小さい星 Sirius の視直径を測り 0.0071 秒という値を得ている。光電管の感度に制限せられ、あまり暗い星は測定できないのであるが、測光が目的であるので精度のよい反射鏡は必要でない、小鏡を集めて作った大型の反射鏡でよい。星の明るさ(等級)と必要な反射鏡の直径は第 7 図のようであり、目下 3 等星(北極星は 2 等級)まで測れる 6 m の反射鏡を建設中とのことである。



第 7 図 「ゆらぎ」を用いる干渉計の反射鏡の大きさと星の明るさ

光の現象をこのように統計的に扱うのを統計光学という。レーザからの光は、その特殊な発光機構から考え可干渉度が極めてよく、今までの光とまったく性質の異なるもので、その取扱いもこの統計光学の発展により解明されつつある。(1963 年 8 月 3 日受理)

本文に述べたことのさらに詳しい解説は下記の諸稿を見られたい。

久保田広「輻射のゆらぎとその応用」科学 31 (1961) 9 月号
久保田広、朝倉利光「コヒーレンス理論の発展」日本物理学会誌 16 (1961) 12 月号

久保田広「コヒーレンスについて」応用物理 31 (1962) 9 月号
久保田広、朝倉利光「光のゆらぎについて」応用物理 近刊
宮本健郎「Patial coherence の理論」応用物理 30 (1961) 3 月号

(11 ページよりつづく)

ールにしても、熱処理設備にしても、条件を十分におさえられるほど精度の高いものでなく、これらの改善をはかって、適正な加工、熱処理法を確立することが急務と考えられる。

なお非鉄金属のばね性を定量的に示すのに、JIS にばね限界値(繰返し曲げによる一種の疲労試験結果を示す値)という特性値の定め方がある。実際にこの試験機を製作している試験機メーカーもあるが、圧力計工場ではこうしたものは、ぜんぜん使用されていない。

以上のようなばねとしての本質的問題のほかにも、まだ種々の問題があるが割愛する。

今後の目標と改善策

欧米の先進国の本工業の実状については詳かにしないが、聞くところによると、200~300 人程度の従業員で、独特な技術と伝統により、少種多量生産を行なっている由である。その製品は均一性の確保に重点がおかれ、不必要な工程をはぶいて、コストの低減をはかっているようである。わが国の本業界はきわめて閉鎖的な特殊社会であって、他にその技術は公開せず、また他分野から新知識を導入することもあまりなくて、今日に到って

る。今後製造技術を高めて、むらの少ない、精度等級の別をもった、信頼性の高い製品を多量生産できるようになることを目標にして、技術の基本になる重要課題の解決に力を注ぐため、他分野からも有用な知識や技術をどしどし導入しなければならない。また業界全体の体制を建て直し、将来は各企業が専門分野にわかれて、少種多量生産が行なわれるよう、合理的な状態に編成がえをする必要もあろう。

さしあたっては、素管メーカーおよび伸管工場との連携の強化、ブルドン管製造工程の厳密な管理、その他の部品の規格の統一および共同の機械加工、各工程中間の検査や試験の励行と、そのための設備機械の充実などの重要事項の具体化が、工業組合が中心になって協議され、実行に移されようとしている。

本年度には、ブルドン管の熱処理に関する共同研究が伸管工場の協力をえて進められている。またさきごろ某社により、構造をごく単純化した製品を、コンベアライン組立方式により大量に生産、ストックすることが試みられたこともあり、こうしたことが刺激になって、本業界もようやく前進を始める機運に向かいつつあるようである。(1963 年 8 月 1 日受理)