

カ ッ パ 8L・8・9L・9M 型の 性能 計算

秋 葉 鏡 二 郎・広 沢 暁 夫・北 坂 秋 秀

ロケットの性能向上と生研にデジタルコンピュータが設置されたことのために、K-8L 以後は全面的に従来の人手による計算を電算機による方式に改めた。電算機による計算法はかつて K-9L-1 について、渡辺教授が航技研の電算機によるものを書かれ¹⁾、また本号の他の項目にも本所の電算機を用いた最近の問題点を書かれるので、ここではその計算式および計算結果に関する検討をしようと思う。

1. 計算式に関する検討

計算機に入れる計算式は (1) に示された次式であらわされる。

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{T-D}{m} - \sin \theta g_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 & \frac{dz}{dt} &= V \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{g \cos \theta}{r} + \frac{V \cos \theta}{r} & \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{V \cos \theta}{r} \end{aligned} \quad (1)$$

この式は

- 1) 地球の公転、自転を無視する。
- 2) ロケット軸は速度ベクトルの方向を向く。
- 3) 無風である。
- 4) ロケットの重心まわりの運動を無視する。

という仮定のもとに地球に固定した座標系に関し成り立ち、地球の大円上の二次元運動を記述するものである。ここで 1) の影響について検討すれば、まず公転は問題としないとして、自転により生ずる仮想的な力は $2V \times \Omega$ であらわされるコリオリの力と $-\Omega \times \Omega \times r$ で、それぞれ絶対値が最大になる場合 $2V\Omega$ 、 $\Omega^2 r$ である。したがって両者の地球引力に対する割合は (Ω は地球自転の角速度)

$$\begin{aligned} \frac{2V\Omega}{g_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2} &= V \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \frac{2\Omega}{g_0} = V \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \frac{2 \times 7.25}{9.8} \\ &= 1.48 \times 10^{-5} \cdot V \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 \\ \frac{\Omega^2 r}{g_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2} &= \frac{R_0 \Omega^2}{g_0} \left(\frac{r}{R_0} \right)^3 = \frac{6370 \times (7.25 \times 10^{-5})^2 \times 10^3}{9.8} \\ &\times \left(\frac{r}{R_0} \right)^3 = 3.42 \times 10^{-3} \left(\frac{r}{R_0} \right)^3 \end{aligned}$$

であり、前者は 9 型程度の性能として地表の付近で $V=300$ m/sec でも重力の 3% 程度でかなり大きい。後者は地表付近では order が一つ下であるが $r=2R_0$ で 3%

に達する。

したがって 9 型程度までの性能のものについては、一応地球自転の影響を考えなくてもよいが、今後 L, M 等の高性能化に伴い、この影響はぜひ考慮せねばならない。この際空気脱出後は (1) を地球中心に原点をもつ慣性系に関する式とみなし、発射時の速度をその時の速度に加えたものを初期値として解くことも一方法であろう。ただし一般に姿勢制御がつくことが考えられるので、推力に関する項に変形を要する。もちろん計算時間容量に余裕があれば、6 自由度の式を解くことが望ましい。

さて一応かりに 1)~3) の下で (1) 式を解いた場合に、落下点位置は発射方向を南から β_0 とし、落下位置の地表に沿った距離を H とすると、落下点の経度、緯度 X, Y は極と発射点、落下点をむすぶ球面三角により

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \arcsin \frac{\sin \frac{H}{R_0} \cdot \sin \beta_0}{\cos Y} \\ \beta &= \arcsin \frac{\cos Y_0 \sin \beta_0}{\cos Y} \\ Y &= \arcsin \left[\sin Y_0 \cdot \cos \frac{H}{R_0} - \cos Y_0 \cdot \sin \frac{H}{R_0} \cdot \cos \beta_0 \right] \end{aligned}$$

これを鹿児島内之浦での K-9M の場合についてみると

$$\begin{aligned} H &= 420 \text{ km} & X_0 &= 131^\circ 04' 45'' \\ \beta_0 &= 54^\circ 30' 0'' & Y_0 &= 31^\circ 15' 0'' \\ \beta - \beta_0 &= -1^\circ 44' 4'' \end{aligned}$$

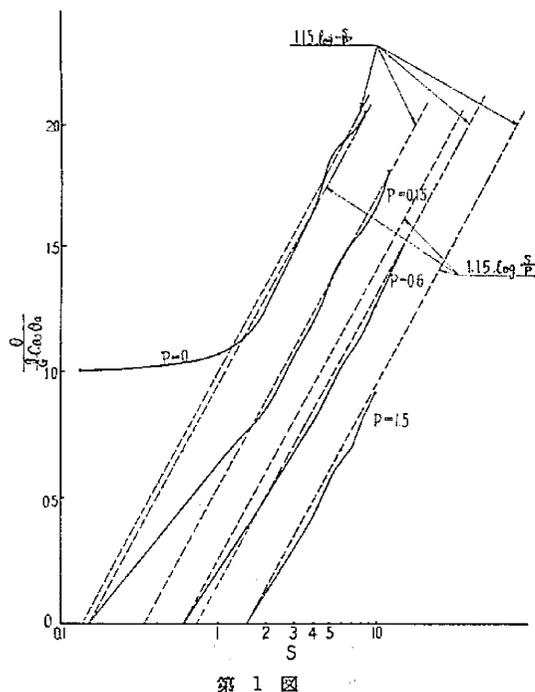
の程度で現在の段階では、風とか推力軸のまがりより地球の回転の影響の方がはるかに方向変化にきく。

なおコリオリの力は軌道を変化させるが、ロケットのエネルギーには影響を与えないので、他の影響とは区別されよう。

つぎにロケットの重心まわりの運動は尾翼安定によるロケットにあっては、発射直後と空気層離脱の際に顕著である。なおランチ+離脱時の重心まわりの運動の影響をみると (1) 式によれば、近似的に切線方向が加速一定とみられるので

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= G & \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{g \cos \theta_0}{V} \\ \text{より } \frac{\Delta \theta}{g/G \cdot \cos \theta_0} &= 1.15 \log \frac{S}{P} \text{ が得られる。一方同じ近似で} \end{aligned}$$

重心まわりの運動を考えた式は(2)によれば $\frac{d\theta}{g/G \cdot \cos \theta_0} = G_1(S \cdot P)$. ここに S は飛しょう距離 P はランチャ長さを波長で無次元にしたもので、 G_1 はロケット函数である。この両方を比較したものが第1図で、ロケットが大型化して波長が大きくなるにつれ、その差が著しくなる。ただしランチャ長さ0の場合でもほとんど同図斜線でみるように1波長以上では(1)式によって計算しても大差がないことがわかる。



2. 計算結果および検討

(1) K-9L-2 号機

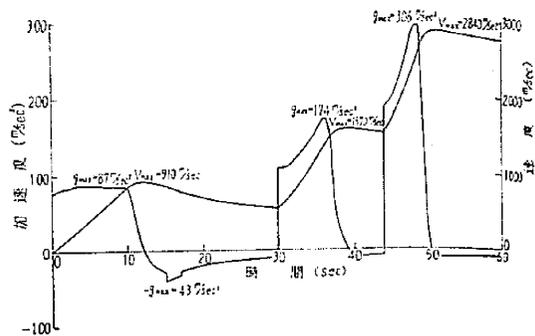
第1表に諸元、第2図に計算結果を示す。従来どおりの図式計算法で pressure thrust を考慮しているが、重力変化、地球の丸みなどは無視している。

第1表 K-9L-2 号機諸元

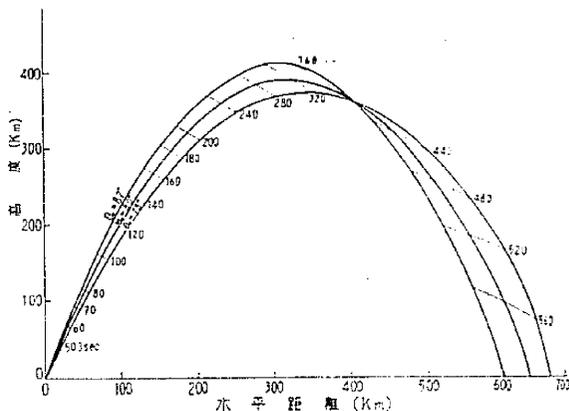
	1st. stage	2nd. stage	3rd. stage
全 長 (mm)	12774	7138	3692
外 径 (mm)	420	248	165
全 重 量 (kg)	1546.8	382.2	108.9
燃 焼 時 間 (sec)	15.1	9.25	5.3
搭 載 重 量 (kg)			18.8

(2) K-8L-1 号機

諸元を第2表に、計算結果を第3図に示す。またレーダによる実測値も同図に書き込んだ。これに見られるように K-8L-1 の飛しょう性能は、かなり計算結果より下回ったものとなった。この原因としては、つぎのようなことが考えられる。



(a) K-9L-2 号機加速度、速度曲線(発射角度 80°)



(b) K-9L-2 号機飛しょう経路

- 1 段目ブースタ燃焼終了; 15.1 sec
- “ 切 断 ; 17.0 sec
- 2 段目ブースタ点火; 30.0 sec
- “ 燃 焼 終 了 ; 39.25 sec
- “ 切 断 ; 40.5 sec
- メ イ ン 点 火 ; 44.0 sec
- “ 燃 焼 終 了 ; 50.3 sec

第 2 図

○ ブースタ切断時の擾乱が大きい空気抵抗 C_x を大きく受けた。

○ 同じ原因のためメインの姿勢 θ_M がねてしまった。

○ メイン推進 W_{PM} に燃え残りがあった。

これらの影響が、おのおのの程度性能にきくかをみるために、最高高度 Z_{max} の変化が、つぎの微分で与えられると仮定する。

$$dZ_{max} = D dC_x + \textcircled{+} d\theta_M + P dW_{PM} \quad (2)$$

ここに係数 D , $\textcircled{+}$, P は実際に dC_x , $d\theta_M$, dW_{PM} を与えて計算したときの dZ_{max} よりきめると、

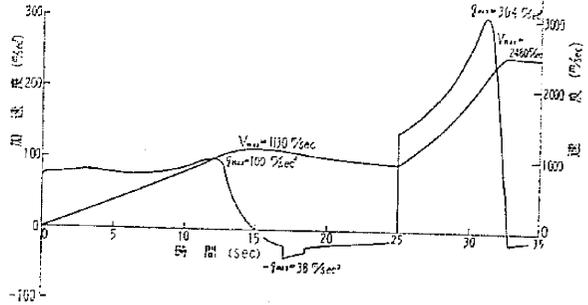
$$D = \frac{15}{0.05} = 300 \text{ km} \quad \textcircled{+} = \frac{11}{5} = 2.2 \text{ km/}^\circ$$

$$P = \frac{35}{5} = 7 \text{ km/kg}$$

計算と実際のくいちがいが $dZ_{max} = 30 \text{ km}$ であった。この原因は詳細に探求されて、一応の結論が得られた。

第 2 表 K-8 L-1 号機諸元

	booster stage	main rocket
全 長 (mm)	7300	3816
外 径 (mm)	250	160
全 重 量 (kg)	338.6	93.6
燃 焼 秒 時 (sec)	7.3	5.17
搭 載 重 量 (kg)		11.8

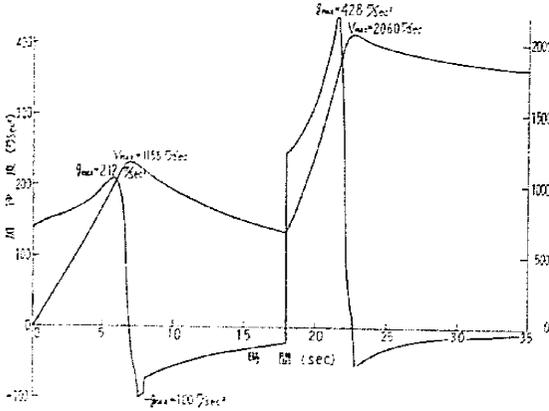


(a) K-9 M-1 号機加速度, 加速曲線(発射角度 80°)

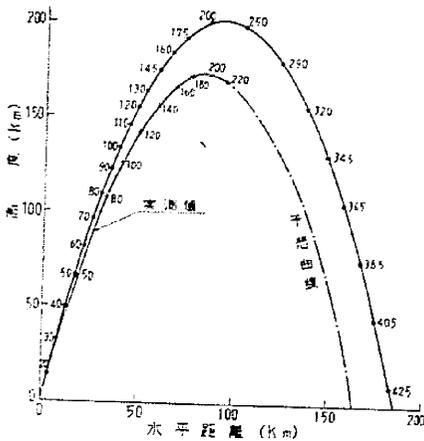
- ブースタ燃焼終了: 17 sec
- “ 切断: 18.5 sec
- メイン点火: 25 sec
- “ 燃焼終了: 32.6 sec

第 3 表 K-9 M-1 号機諸元

	booster stage	main rocket
全 長 (mm)	11174	5351
外 径 (mm)	420	250
全 重 量 (kg)	1438.8	331.8
燃 焼 秒 時 (sec)	17	7.6
搭 載 重 量 (kg)		27.3



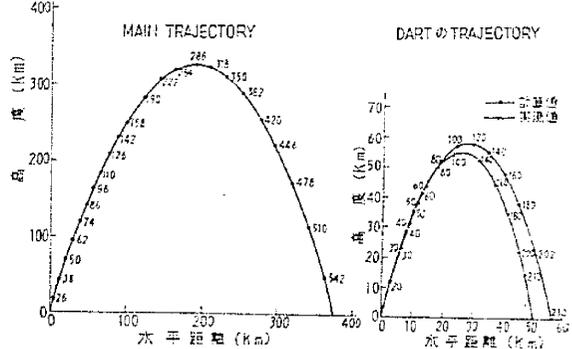
(a) K-8 L-1 号機加速度速度曲線(発射角度 80°)



(b) K-8 L-1 号機飛しょう経路(発射角度 80°)

- ブースタ燃焼終了: 7.3 sec
- “ 切断: 7.5 sec
- メイン点火: 18 sec
- “ 燃焼終了: 23.17 sec

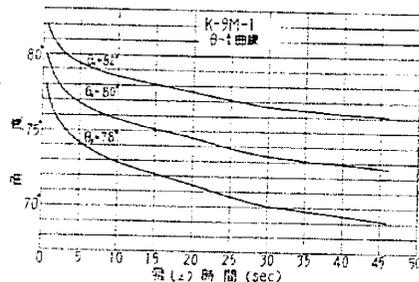
第 3 図



(b) K-9 M-1 号機飛しょう経路
(発射角度 80°)

(3) K-9 M-1 号機

測定を第 3 表, 計算結果を第 4 図 (a), (b) に示す。第 4 図 (c) には $\theta \sim t$ を示す。(1) の質点としての計算は頭下げを約 1° 多く見積っている。また K-9 M-1 は地上 1 km まで一様な横風として風速 1 m 当たり 0.64° だけ風の方向に傾く。



(c) K-9 M-1 号機 $\theta \sim t$ 曲線

第 4 図

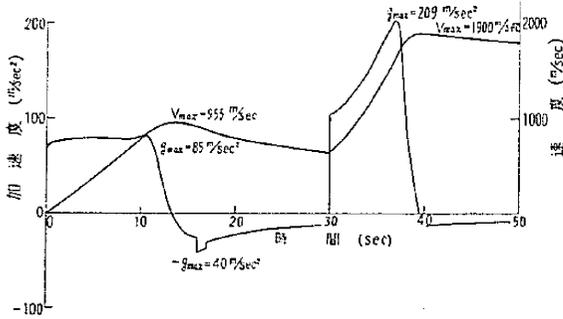
K-9M-1 はブースタ切斷後メインは点火せず、メインはそのまま上昇した。この場合の飛しょう経路のレーダによる実測値と計算による結果を第4図(b)に示す。

(4) K-8-11 号機

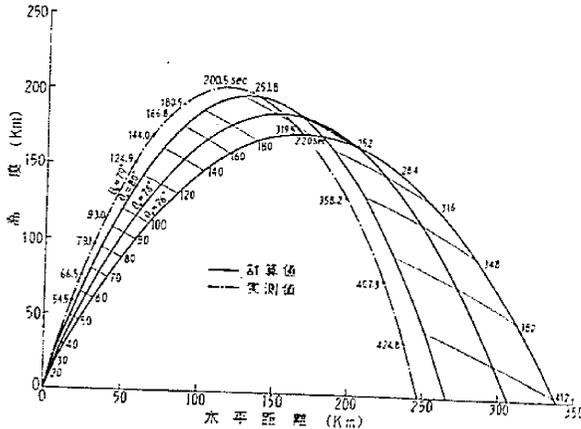
第4表に諸元を第5図(a), (b)に計算結果を示す。

第4表 K-8-11 号機諸元

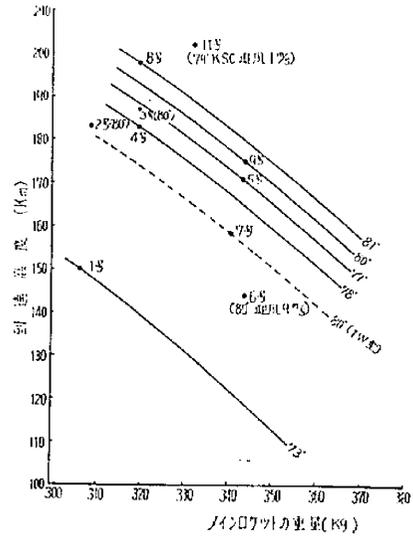
	booster stage	main rocket
全長(mm)	10930	5290
外径(mm)	420	248
全重量(kg)	1529.9	331.9
燃焼秒時(sec)	16.0	9.715
搭載重量(kg)		29.2



(a) K-8-11 号機加速度速度曲線(発射角度 78°)



(b) K-8-11 号機飛しょう経路
 ブースタ燃焼終了; 16 sec
 " 切斷; 17 sec
 メイン点火; 30 sec
 " 燃焼終了; 39.5 sec
 第5図



第6図 K-8 型のメインロケット重量に対する到達高度(レーダ観測による実測値)

発射時重心まわりの運動を考慮すればこの計算結果より約 1.5° だけ発射角を増した飛しょう経路になる。また地上 1Km まで一様な横風として風速 1m 当たり 0.6° だけ風の方に傾く。

最後に現在までに飛しょうした 8 型の到達高度を整理したものを第6図に示しておく。性能計算に当たっては本所渡辺・野村教授およびに研究室の方々には一方ならぬお世話になった。ここに感謝する次第である。

(1963 年 4 月 22 日受理)

文献

- (1) 渡辺 勝 生産研究観測ロケット特集号 13, 10
- (2) Rosser, J. B. et al. "Mathematical Theory of Rocket Flight" McGraw-Hill, 1947

正誤表(6月号)

ページ	段	行	種別	正	誤
9	左	17	本文	r 反応)	反応)
"	"	18	"	を除して	r) を除いて
24	右		第2図	粘性係数	粘性係数作動