

貯水池の滞砂の問題の数理模型による研究について

Considérations sur la Méthode à appliquer aux Études sur modèle réduit de l'Ensablement de Barrage-Réservoir

井 口 昌 平

ま え が き

貯水池の中に上流から流れ込む粘土、シルト、砂、砂利、玉石などの流送土砂がたまることを、一般に貯水池の滞砂といっている。ダム技術の進歩に伴って、最近の数十年の間に数多くの貯水池が生まれた。そのような貯水池のうちにはすでにかなり多量に滞砂を起し、そのために有効貯水量が著しく減ったり、取水の困難をひき起こしたり、あるいは洪水の水位を著しく高めるようになったりして、経済的あるいは社会的な問題をひき起こすようになっているものがかなりの数に達するようになってきた。

したがって、このような滞砂による障害に対する技術的な対策を求めることが新しい研究課題となりつつある。その課題は単純ではなく、種々な観点から、それぞれいくつかに分類して研究されるべきものと考えられる。ここでは、筆者が最近取り扱っている課題だけについて論ずることとする。それは、ダムのてんばに近い高さまで滞砂面が上昇するほど、現象がすでに発達している場合であり、障害に対する対策を見出すための研究を数理模型による方法によって行なう場合である。このような種類の課題が特に日本では実際にかなり現われているし、これからはますます現われてくるであろう。

1. 問題の数理学的な意味

貯水池が滞砂によってこのような状態になったときに起こる問題の中で、中心になるものは、数理学的に見れば、滞砂状態を予測することである。滞砂状態を条件づけるものうち、おもなものをつぎのように分類することができよう。

- (1) 人為的であり、しかも直接的であるものとして、ダムの排砂装置の操作による一部の滞砂の排除、しゅんせつ作業による一部の滞砂の処理、貯水池の中の河床からの流送土砂の採取、貯水池の中に施す一種の河川改修工事
- (2) 人為的であり、やや間接なものとして、ダムの水門などによる貯水池の水位の操作、取水口の移設、ダムのてんばの切下げ、またはかさ上げ
- (3) 外部的な条件であり、人為的要素と自然の要素との複雑な組合わせから成るものとして、流入する液体と固体の流況、つまり流入流量および流入土砂

流量の時間的経過、および流入土砂の粒度構成

これらのうち(3)は、上流におけるダムの建設や河川改修、水源地の流域管理、流域の土地利用の状態によって、かなりの程度に左右されるものと考えなければならない。その意味において人為的要素を含むものとする。

このような条件のもとにおける将来の滞砂状態を求めることが課題であり、またそれらのある条件を変化させることが障害に対する対策として考えられるから、そのように条件を変化させた場合の滞砂状態の予測も課題となる。対策としては、具体的には、多量の土砂を長期にわたって、むしろ半永久的に移動させ続ける方法が求められるのであるから、特別な事情のない限りは、その地点における川の流れのもつ力学的エネルギーを直接に利用する方法が実際的である。したがって、そのような対策の効果も水理学的に考察されることになる。

2. 数理模型による実験

いずれにしても、課題の中心は土砂で構成されている河床の形態の長期的な変化である。この種の問題を数理模型を使って実験的に研究して成功した例は、いまだほとんど報ぜられていない。その中で、しかし、セーヌ河の河口部に対して行なわれた研究^{1), 2), 3)}は注目される。

模型実験を行なうとすれば、相似性について考えなければならないが、それにはつぎのようにする方法がまず第一に考えられる。すなわち、

l を模型の水平方向の縮小比

h を模型の鉛直方向の縮小比

とすると、流れの掃流力 τ の縮小比は、下つき m を模型に対する量につけて、

$$\tau/\tau_m = l^{-1}h^2$$

と書き表わされるが、粒子の代表直径が d の流送土砂の限界掃流力 τ_0 は一般に

$$\tau_0 = A''(w_s - w)d$$

と書き表わすことができる。ただし、 A'' は定数、 w_s は流送土砂の粒子の単位容積重量、 w は水の単位容積重量である。そこで、

$$\eta = \frac{w_s - w}{w_{sm} - w}$$

$$\delta = \frac{d}{d_m}$$

として、 η と δ を定義すれば、

$$\frac{\tau_c}{\tau_{cm}} = \eta \cdot \delta$$

となる。模型上の河床変動を原型上の河床変動と相似に
ならせるためには、掃流力の縮小比と限界掃流力の縮小
比とを等しくさせることが必要であろう。つまり、

$$l^{-1}h^2 = \eta\delta \quad (1)$$

と置くことになる。もしも、模型上の流送土砂として普
通の砂を使うとすれば、

$$\eta = 1$$

となるから、この必要条件は

$$l^{-1}h^2 = \delta \quad (1a)$$

の形になる。

このような条件のもとでは、原型の流送土砂の粒径が
よほど大きいものでないと、実際的な模型実験は計画す
ることができない。

そこで、 $\eta < 1$ であるような軽い材料を模型上に使う
ことが考えられるし、また $l > h$ とすること、つまり模
型をひずませることが考えられる。

ところで、 l, h, η, δ の 4 個のパラメータの値をき
めるときの自由度はどうであるかを考える必要がある。

河川の中における流体摩擦は Manning の公式で良く
表わすことができるが、そこで用いられる粗度係数 n
と河床物質の代表粒径との間には、Strickler の公式とし
て知られるつぎの関係が成り立つといわれる。

$$n = kd^{1/6}$$

ただし、 k は定数で、その値は d を 90% 粒径とし
て、それをミリメートルで表わしたとき、 $1/26$ であると
される。このことを考えに入れて、Manning の公式

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

の適用に当たって、径深 R を水深 H に等しいと置き
得るものとすれば、流速 V の縮小比はつぎのように書
ける。

$$\frac{V}{V_m} = v = \delta^{-1/6} h^{7/6} l^{-1/2}$$

一方で、この実験においては、流れのフルード数を原
型と模型との間で一定に保たせることが必要であるから

$$v = h^{1/2}$$

となる。そこで、

$$h = \delta^{1/4} l^{3/4} \quad (2)$$

または、

$$\delta = h^4 l^{-3} \quad (2a)$$

という形で制限が存在することがわかる。

以上の考え方によれば、4 個のパラメータ l, h, η, δ
の間には (1) と (2) の二つの関係を成り立たせる
ことが必要であるが、残る 2 個の自由度も、つぎに述べ
るような物理的な観点から制約を受ける。

一つの制約は、模型上における流れを乱流の状態にさ
せることである。その判定に関しては流れのレーノルズ
数を Re_m としたとき、つぎの形式がある。

$$Re_m = \frac{H_m V_m}{\nu} > 500$$

つぎに模型の河床に沿って生ずる境界層の中の流れが
乱流状態にあることが要求される。その判定には摩擦速
度に関するレーノルズ数 Re_{*m} を見ればよい。つまり、

$$Re_{*m} = \frac{V_* m d_m}{\nu} > 3.5$$

という形式の制約である。

このような考えによって計画された実験において、流
送土砂の量に関する種々な物理量が原型上と模型上とに
おいてどのような関係にあるかを考えよう。それには、
流送土砂の流量に関する法則性を知る必要がある。それ
に関しては、いろいろな研究者の求めた公式が並立して
いる。日本では最近河村三郎氏は、この研究と同様な研
究のために Kalinske と Brown が出した公式を用いる
ことを提唱されている⁴⁾。そして、河村氏の提案に従っ
て、最近ある実際問題の水利模型試験が行なわれた例も
ある。しかし、ここでは、ヨーロッパで広く使われてい
る Meyer-Peter の公式によることにする。そこで、重
量で表わした、単位幅当たりの土砂流量を q_s とすれば

$$q_s = K(\tau - \tau_c)^{3/2}$$

と書くことができる。ただし、 K は定数である。そこ
でこの単位幅当たり土砂流量の縮小比は

$$\frac{q_s}{q_{sm}} = \left(\frac{h^2}{l}\right)^{3/2} = h^3 l^{-3/2}$$

または

$$\frac{q_s}{q_{sm}} = \eta^{3/2} \delta^{3/2}$$

と書き表わすことができる。

つぎに体積で表わした土砂流量を S (この場合は単位
幅当たりでなく、断面全体についての総量) とする。こ
の場合、体積として考えたいのは、実用上は見掛け体積
であるが、それを知るためには、流送土砂の滞積物につ
いての空げき率がわからなければならない。しかし、そ
の点について詳しく知ることも、実験の操作の間に模型
用の流送土砂の性質を必要な程度に制御することも、実
際にはほとんど不可能である。そこで、大まかな目安を
立てることによれば、原型の流送土砂と模型の流送土砂
の水中における単位容積重量の比 η に対する単位幅当
りの土砂流量 q_s の比が、単位幅当たり体積土砂流量を
表わすものとしてよからう。したがって、

$$\frac{S}{S_m} = \frac{(\eta\delta)^{3/2}}{\eta} \cdot l = \eta^{1/2} \delta^{3/2} l$$

となる。

つぎに、ある程度まとまった量の流送土砂が河床から

研究速報
まき上げられ、あるいは河床の上に滞積して、河床変化がある程度起こるのに要する時間 T_s を考えよう。ある程度の距離 L にわたってそのような河床変化を考えると、その変化量の原型と模型との間における縮小比は hl^2 で表わされ、それはまたつぎのような関係にあると考えられる。

$$hl^2 = \frac{ST_s}{S_m T_{sm}}$$

そこで、この時間の縮小率がつぎのようになる。

$$\frac{T_s}{T_{sm}} = \frac{S_m}{S} hl^2 = \eta^{-1/2} \delta^{-3/2} l^{-1} hl^2 = hl \eta^{-1/2} \delta^{-3/2}$$

さらに、このようにして流送されつつある流送土砂の一つの断面についての平均濃度 C について考える。ここでは実用上の便利を考えて、それは

$$C = \frac{S}{Q}$$

の形で定義されるものとする。そこで C の縮小率は

$$\frac{C}{C_m} = \frac{S}{S_m} \frac{Q_m}{Q} = \eta^{1/2} \delta^{3/2} l h^{-3/2} l^{-1} = \eta^{1/2} \delta^{3/2} h^{-3/2}$$

となる。

以上のようにして、模型実験を計画し、行なうのに当たって、あらかじめ必要な物理量の縮小率を知ることができるから、それだけに頼って実験を行なうことができる。この方法は理論的に欠点の少ないものであるが、その理論の前提については異論がないわけではない。それは、ここで取り扱おうとするような貯水池の滞砂の現象に対して、流送土砂量の公式として知られている法則がただちに適用することが許されるかどうかはまだ明らかではないことから起こってくる。

また、実際上の観点からも、かりに上に述べたような考え方によって実験するとしても、模型上に河床変化を発生させて、それを原型上の河床変化によって検証することは欠くことができないはずである。その際には、むしろ検証するためには実験そのものを調整すること、すなわち上に得たような各種の量の縮小率を、おそらくある程度ゆがめることが避けられないであろう。

さらに、その検証のためには、実際にこれまでに生じた河床変化についての情報を得ていなければならない。そのような情報としては、この種の研究を行なうために十分なものは得られず、むしろ不満足なものにしか接し得ないのが普通である。つまり、河床変化は横断測量の結果として記録されているが、その横断面の間隔は河床の形態の特徴を表現するためには、たいがいの場合、長すぎる。また、横断測量の行なわれた時間間隔も河床変化の特徴をとらえるためには長すぎるが多い。その時間が、たとえば1年間程度の長さであると、上に述べたような方法によっては、実験は実際上不可能に近いほ

ど長い時間連続して行なわなければならないことになるであろう。

そこで、前に挙げたセーヌ河の河口部に対する模型試験が想起される。この場合には、模型上の現象の原型上の現象に対する相似性はほとんど実験的に定められた。そこでは、上記の4個のパラメータの間に成り立たせるべき関係として理論的に求められたものは、

$$h^3 = l^2$$

というものがあるだけで、しかもその理論の根拠もあまり確かではないから、この関係も検証実験によって修正されている。このようにして、われわれの問題の場合にも、個々の場合の種々な条件のもとで、目的を達することのできるような実験的方法を成り立たせ得る見込みがある。その意味において、個々の場合の現象から特徴を取り出すことが極めて重要であるといえる。

(1963年2月14日受理)

文 献

- 1) Marc Brissaud, Le modèle réduit de l'estuaire de la Seine, Comptes rendus de la Société Scientifique du Dauphiné, Tome:70 No.3 (mars 1956), p. 21/37
- 2) A. Wallet, L'étude de l'estuaire de la Seine sur modèle réduit, Comptes rendus de la 6ème Assemblée Générale, AIRH, 1955, p. AII-1/11.
- 3) Jean Chapon, Intérêt de la méthode historique pour les modèles réduits à fond mobile. Application à l'estuaire de la Seine, La Houille Blanche, 15ème Année No. B,(décembre 1960), p. 784/792.
- 4) Saburo Komura, Similarity and design method of river models with movable bed, Trans. JSCE, No. 80 (April 1962), p. 31/41.

☆ ☆ ☆

正 誤 表 (3月号)

ページ	段	行	種 別	正	誤
4	右		第5図(a)	内圧測定用ピックアップ	内圧測定用ピ ンクアップ
20	下	4	生研報告 刊行記事	(独 文)	(英 文)
30	右	10	本 文	残液に	残液を