研 究 速 報

一部分が水に浸る曳航ロープの張力

第1報（静的考察）

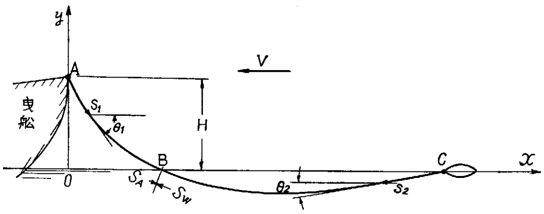
Calculation of the Tension of a Towing Rope Which is Immersed Partly in Water

田 宮 真

船が他の浮体をロープで曳航するとき，ロープが一部浸水する場合には，ロープの水抵抗が張力の一成分となるが，浸水長さを見積らないと，この抵抗を計算することができない．著者は曳航式波浪計の試作研究を高橋助教授と共同で行なっているが，その際上述の問題をとく必要を生じたので，まず平水中曳航の場合について調べた結果を報告する．

1. ロープののびを無視できる場合

第1図にしめすように，ロープ ABC の一端 A が船に固着され，他端 C が被曳体に結ばれている．ロープの比重が大きくて，BC 間は没水しているとする（流体より軽いロープは，BC 間が水面に浮かぶ）．簡単のため C 点は水面にあるものとする．AB 間における空気抵抗等は省略できるものとし，BC 間ではロープの水平に対する傾きが小さく，流体からは，静浮力と，抵抗力とをうけるものと仮定する．



第1図 記 号 等

次のように記号をきめる．

$L=S_A+S_W=$ ロープの長さ $(\widehat{ABC})$
$S_A=$ ロープの空気中の長さ
$S_W=$ 〃 水中 〃
$d=$ ロープの公称直径
$s_1=A$ 点からのロープ長さ
$\theta_1=$ ロープの傾き（空気中）（時計まわり）
$s_2=C$ 点からのロープ長さ
$\theta_2=$ ロープの傾き（水中）（反時計まわり）
$T=$ ロープの任意点に働く張力
$w=$ ロープの単位体積の重さ $\equiv\sigma\gamma$
$\gamma=$ 海水の単位体積の重さ

（1） *AB* 間

ds_1 に働く力のつりあいの式は

$$(T+dT)\cos(\theta_1+d\theta_1)=T\cos\theta_1 \tag{1}$$

$$(T+dT)\sin(\theta_1+d\theta_1)+\frac{\pi}{4}d^2ds_1\cdot w=T\sin\theta_1 \tag{2}$$

これはよく知られた懸垂線の方程式で，その解は

$$T\cos\theta_1=\text{const}\equiv C_1$$

$$s_1=\frac{C_1}{w_1}(\tan\theta_{1A}-\tan\theta_1)$$

$$y=H+\frac{C_1}{w_1}(\sec\theta_1-\sec\theta_{1A})$$

ただし

$$w_1\equiv\frac{\pi}{4}d^2\cdot w=\text{単位長のロープの重さ}$$

$\theta_{1A}=A$ 点における θ_1 の値

積分常数 C_1 は B 点の条件から定めることとすると，

$$C_1=T_B\cos\theta_{1B} \tag{3}$$

$$T_A=T_B+w_1H \tag{4}$$

$$\sec\theta_{1A}=\left(1+\frac{w_1H}{T_B}\right)\sec\theta_{1B} \tag{5}$$

$$S_A=\frac{T_B\cos\theta_{1B}}{w_1}(\tan\theta_{1A}-\tan\theta_{1B}) \tag{6}$$

一般に

$$\Delta_B\equiv\frac{w_1H}{T_B} \tag{7}$$

は1に比して十分小さく，近似的に

$$\theta_{1A}\doteqdot\sqrt{2\Delta_B^2+\theta_{1B}^2} \tag{8}$$

$$S_A\doteqdot\frac{2H}{\theta_{1A}+\theta_{1B}} \tag{9}$$

（4）～（9）によって T_B, θ_{1B} があたえられると T_A, θ_{1A}, S_A が定まる．またこの間のロープの形は近似的に

$$\eta_1=\frac{\Delta_B}{2}\xi_1^2-\theta_{1A}\xi_1+1 \tag{10}$$

$$\eta_1\equiv\frac{y}{H}$$

$$\xi_1\equiv\frac{x}{H}$$

（2） *BC* 間

ds_2 間に働く抵抗 dR_2, 揚力 dL_2 を次のようにあらわす．

$$dR_2=\frac{\rho}{2}\pi d\cdot V^2\cdot c_f\cdot ds_2\equiv kds_2 \tag{11}$$

$$dL_2=-\frac{\pi}{4}d^2(w-\gamma)ds_2\equiv-w_2ds_2$$
$$=-\frac{\sigma-1}{\sigma}w_1ds_2 \tag{12}$$

ただし c_f は抵抗係数，ρ は海水密度 $\left(=\frac{\gamma}{g}\right)$ である．簡単のため c_f は常数とする．基礎式は

$$dT\cos\theta_2-T\sin\theta_2d\theta_2=dR_2$$
$$dT\sin\theta_2+T\cos\theta_2d\theta_2=dL_2$$

で，$\theta_2\ll1$ と考えると

$$dT-T\theta_2d\theta_2=kds_2 \tag{13}$$

$$\theta_2dT+Td\theta_2=-w_2ds_2 \tag{14}$$

これの一般解は

$$T=C_2e^{\lambda\theta_2}(\theta_2+\lambda)^{-1-\lambda^2}$$

$$s_2=-\frac{C_2}{k}\int_{\theta_{2c}}^{\theta_2}\frac{e^{\lambda\theta_2}d\theta_2}{(\theta_2+\lambda)^{2+\lambda^2}}$$

$$y=\frac{C_2}{k}\int_{\theta_{2c}}^{\theta_2}\frac{e^{\lambda\theta_2}\theta_2d\theta_2}{(\theta_2+\lambda)^{2+\lambda^2}}$$

ここに

$$\lambda\equiv\frac{w_2}{k},\quad w_2=\frac{\pi}{4}d^2(w-\gamma)=\left(\frac{\sigma-1}{\sigma}\right)w_1 \tag{15}$$

$\theta_{2c}=C$ 点における θ_2 の値
$C_2=$ 積分常数

s_2, y が有限であること，C 点が水面にあること，を考慮すると

$$\theta_{2c} \geqq \theta_2 \geqq -\lambda \tag{16}$$

でなければならない．

B 点では $y=0$ であるから θ_{2B} は次の式から定まる．

$$\int_{\theta_{2C}}^{\theta_{2B}} \frac{e^{\lambda\theta_2}\theta_2 d\theta_2}{(\theta_2+\lambda)^{2+\lambda^2}} = 0 \tag{17}$$

$\theta_{2B}<0$ である．θ_{2B} が定まれば T_B, $S_W=S_{2B}$ は

$$T_B = T_C e^{\lambda(\theta_{2B}-\theta_{2C})}\{(\theta_{2C}+\lambda)/(\theta_{2B}+\lambda)\}^{1+\lambda^2} \tag{18}$$

$$S_W = \left(\frac{T_C}{k}\right) e^{-\lambda\theta_{2C}}(\theta_{2C}+\lambda)^{1+\lambda^2} \int_{\theta_{2B}}^{\theta_{2C}} \frac{e^{\lambda\theta_2} d\theta_2}{(\theta_2+\lambda)^{2+\lambda^2}} \tag{19}$$

から定まる．なお積分常数 C_2 は次のようになる．

$$C_2 = T_C e^{-\lambda\theta_{2C}}(\theta_{2C}+\lambda)^{1+\lambda^2} \tag{20}$$

さらに

$$\left.\begin{aligned} \theta_{2C} &= \lambda\mu_C \\ \theta_2 &= \lambda\mu_C X \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

とおき $|\mu_C X|<1$, $\lambda^2<1$ と仮定すると略近的に

$$\theta_{2B} = \lambda\mu_C X_B \equiv \lambda\mu_B$$

は次式をといてえられる．

$$ln(1+\mu_B) + \frac{1}{1+\mu_B} = ln(1+\mu_C) + \frac{1}{1+\mu_C} \tag{22}$$

ただし

$\mu_B<0,\quad \mu_C>0$

これをもとにして

$$T_B = T_C(1+t_c) \tag{23}$$

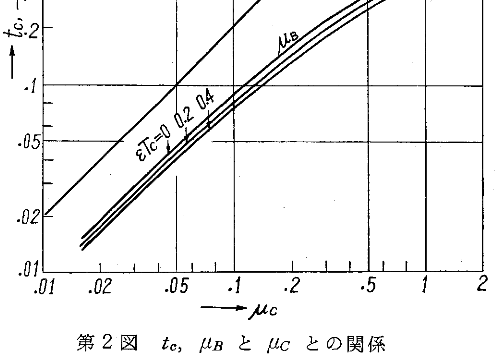
$$S_W = \frac{T_C}{k}\cdot t_c \tag{24}$$

ここに

$$t_c \equiv \frac{\mu_C-\mu_B}{1+\mu_B} = f_n(\mu_C) \tag{25}$$

t_c, μ_C, μ_B の関係を第2図に示す．

被曳体の抵抗（$=T_C$）がわかっているとき，ロープの直径，長さ，比重，抵抗係数 c_f などが定まれば，S_W を仮定することにより，(21)，(24) から t_c, θ_{2C} が定まり，T_B, $\theta_{2B}(=-\theta_{1B})$ が計算できる．したがって



第2図　t_c, μ_B と μ_C との関係

T_A, θ_{1A}, S_A がわかる．

$$S_A+S_W=L$$

をみたす S_W とこれに対応する T_A が求める解となる．

ロープの水中部分の形状は

$$\eta_2 \doteqdot \lambda\varphi(1+\mu_C)\left\{ln\frac{\xi_2+\varphi}{\varphi} - \frac{\xi_2}{\varphi(1+\mu_C)}\right\} \tag{26}$$

ここで

$$\varphi \equiv \frac{T_C}{kH} = \left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\right)\frac{\lambda}{\Delta_B(1+t_c)} \qquad \varphi t_c \geqq \xi_2 \geqq 0 \tag{27}$$

$$\eta_2 \equiv \frac{y}{H},\qquad \xi_2 \equiv \frac{S_2}{H} \doteqdot \frac{x_B+S_W-x}{H}$$

2.　ロープののびを考えた場合

単位の張力によるのび率を ε とすると，$T=0$ のとき ds であった部分の長さ ds' は次式であたえられる．

$$ds' = ds(1+\varepsilon T) \tag{28}$$

このとき直径は

$$(d'^2)ds' = (d^2)ds$$

に従ってかわるとすると

$$d' \doteqdot d\left(1-\frac{\varepsilon}{2}T\right) \tag{29}$$

以上の考え方によって $\varepsilon T \ll 1$ の仮定のもとに解を求める．以下簡単のため s, S 以外の肩符 $'$ をはぶく．

（1）**AB** 間

基礎式：

$$(T+dT)\cos(\theta_1+d\theta_1) = T\cos\theta_1 \tag{30}$$

$$(T+dT)\sin(\theta_1+d\theta_1) + \frac{\pi}{4}d^2 ds_1'\cdot w = T\sin\theta_1 \tag{31}$$

近似解：

$$\theta_{1A} = \sqrt{\theta_{1B}^2 + 2\Delta_B(1-\varepsilon T_B)} \tag{32}$$

$$T_A = T_B + w_1 H(1-\varepsilon T_B) \tag{33}$$

$$S_A' = 2H/(\theta_{1A}+\theta_{1B}) \tag{34}$$

$$S_A = S_A'(1-\varepsilon T_B) \tag{35}$$

（2）**BC** 間

基礎式：

$$dT - T\theta_2 d\theta_2 = k\left(1-\frac{\varepsilon T}{2}\right)ds_2' \tag{36}$$

$$\theta_2 dT + T d\theta_2 = -w_2(1-\varepsilon T)ds_2' \tag{37}$$

近似解：μ_B（μ_C, εT_C の関数）は次式からえられる．

$$\begin{aligned} ln\left(\frac{1+\mu_B}{1+\mu_C}\right) &+ \frac{1}{1+\mu_B} - \frac{1}{1+\mu_C} = \frac{\varepsilon T_C}{4}(1+\mu_C) \\ &\times\left[\left(\frac{1}{1+\mu_B}-\frac{1}{1+\mu_C}\right)\left\{2+\left(\frac{1}{1+\mu_B}+\frac{1}{1+\mu_C}\right)\right.\right. \\ &\left.\left.\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{1+\mu_B}\right)\right\} - \frac{1}{(1+\mu_C)^2}ln\left(\frac{1+\mu_C}{1+\mu_B}\right)\right] \end{aligned} \tag{38}$$

この μ_B をもとにして

$$S_W \doteqdot \frac{T_C\mu_C}{k}\left[1-\frac{1+\mu_C}{\mu_C}\cdot\frac{\mu_B}{1+\mu_B}\left\{1+\frac{\varepsilon T_C}{2}(\mu_C-\mu_B)\right\}\right] \tag{39}$$

$$S_W' = \frac{T_C(1+\mu_C)}{k}\left(\frac{1}{1+\mu_B}-\frac{1}{1+\mu_C}\right)\left(1+\frac{\varepsilon T_C}{2}\right) \tag{40}$$

$$T_B = T_C\left(\frac{1+\mu_C}{1+\mu_B}\right)\left\{1+\frac{\varepsilon T_C}{2}(\mu_C-\mu_B)\right\} \tag{41}$$

μ_B と μ_C との関係は第2図に示されている．T_C があたえられたとき，μ_C を数個仮定して S_W, S_A を求め

$$S_W+S_A=L$$

をみたす μ_C をきめれば，T_A が定まる．

ロープを十分な安全率のもとで使用すれば，のびの影響は小さいことがわかった．

C 点の高さが水面上（$y=0$）にないときは(22)，(38) 式が複雑になるだけである．

（1962 年9月 13 日受理）