# ミリ波円形導波管内伝送姿態の解析法について

黒 川 兼 行・横 山 幸 嗣

ミリ波  $TE_0$ : 波の長距離伝送において、導波管断面が完全円筒から歪んでいるときに、不要姿態を生じ、電力損失および波形歪等の悪影響を生じる。本文は伝送線路内に存在する姿態の種類と大きさを測定することによって、 $TE_0$ : 波低損失高忠実度伝送の難易を判定するための目安とすることにある。方法としては線路の任意の個所で、管断面上の磁界分布を測定し、その結果姿態間の直交性を利用して解析計算を行なうものである

### 1. 序

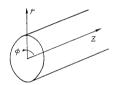
ミリ波の利点はその周波数が非常に高く, 搬送通信の 搬送波として用いると、比帯域幅を同じとして、センチ 波の 10~100 倍の帯域幅が使用できる点に ある. とこ ろがミリ波帯となるとセンチ波のように空間を伝搬させ たのでは水蒸気や酸素の吸収が大きく, また雨滴の寸法 が波長と同程度になって電波の散乱が大きく減衰が著し く増大する. そこで  $TE_{01}$  波で励振された 円形導波管 での伝送が考えられる. この線路の減衰定数は管径が一 定ならば使用周波数が高いほど減少することが知られて おり、 $51^{mm}$  直径の完全円筒銅パイプに おいて、 $TE_{01}$ 波理論減衰定数は 34 GC~75 GC 帯で 2.0~0.6 db/Km の数字が得られ,減衰という点からみると,十分に長距 離伝送の可能が認められているが、反面管径に対し波長 が非常に小さいため、導波管内には多数の不要姿態が伝 搬し得る状態となり管断面の変形も しくは 曲がり部分 で、これら姿態間に結合を生じ不要姿態を発生する. こ れがために損失が事実上増加するばかりでなく、通信路 として使用した場合に信号の歪が現われるという悪影響 をきたす.

そこでこのような多重姿態を含む線路内の各種姿態の 含有率およびその位相関係を測定することが重要な問題 になるが、その方法としては従来使用されている管壁上 に結合孔を設け, それを Ø 方向に回転して管壁上磁界分 布を知り解析を行なう方法, また選択性結合器を用いそ の結合孔の分布を適当にすることによって特定姿態のエ ネルギーのみを取り出す方法等がある. 前者ではまず姿 態の直交条件が用いられぬため解析計算が容易でないこ と、 さらに管径対波長比が相当大きくなった場合  $TE_{01}$ 波の壁面での磁界が極めて小さくなり、結合孔から得ら れるエネルギーはほとんど他姿態磁界成分となり、測定 結果から各姿態の含有率を推定することが困難である. 後者の方法では選択性結合器の弁別度を良くするために は、相当長い区間にわたって結合部分を置かなくてはな らず, その上1個の姿態につき1個の結合器が必要であ るため解析しようとする姿態の数が多い場合には膨大な 装置になる欠点がある. これに対しここで述べる方法は 短絡面で管断面上の磁界分布を測定し、これより姿態の 直交条件を用い解析計算を行なうもので、その結果から 含有姿態の種類と大きさを知ることは比較的 容易であ る.

## 2. 解析理論

任意の断面形状を有する導波管内における電磁界には次のような直交性を有する。 $E_t$ ,  $H_t$  を横電磁界,  $E_z$ ,  $H_z$  を縦電磁界とすれば,

$$\begin{cases}
H_{t_i} \cdot H_{t_j} \ dS = \begin{matrix} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{matrix} \\
\int_{E_{t_i}} \cdot E_{t_j} \ dS = \begin{matrix} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{matrix}
\end{cases}$$
(1)



以上の 5 ち 横磁界  $H_t$  の直 交条件を用い第1図のような円 形導波管に適用する.

いま TE 姿態の Potential function を U, TM 姿態の

第1図 円形導波管 stream function を II とすれば,横磁界成分  $H_t$  は次式のように与えられる $^{(1)}$ .

$$H_t = \text{flux } \Pi - \text{grad } U$$
 (2)

ただし

$$\begin{cases}
\operatorname{grad}_{r} U = \frac{\partial U}{\partial r} & \operatorname{grad}_{\phi} U = \frac{\partial U}{r \partial \phi} \\
\operatorname{flux}_{r} \Pi = \frac{\partial \Pi}{r \partial \phi} & \operatorname{flux}_{\phi} \Pi = -\frac{\partial \Pi}{\partial r}
\end{cases} (3)$$

である. さらに U および II は z のみの関数 I(z) とr,  $\phi$  のみの関数 T(r),  $\phi$  の積の関数 I(z) T(r),  $\phi$  の和の形として

$$U = -\sum_{(mn)} I_{(mn)}(z) \ T_{(mn)}(r, \phi)$$

$$\Pi = -\sum_{(mn)} I_{(mn)}(z) \ T_{(mn)}(r, \phi)$$
(4)

で表わされる.ここで(mn) は TE 姿態,(mn) は TM 姿態を表わす.したがって  $H_t$  は

$$H_{t} = \sum_{(mn)} I_{(mn)} \text{ grad } T_{(mn)}$$

$$- \sum_{(mn)} I_{(mn)} \text{ flux } T_{(mn)}$$
 (5)

となる. ここに  $T_{(mn)}$ ,  $T_{(mn)}$  は $^{(2)}$ 

$$T_{(mn)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_i'^2 - m^2}} \cdot \frac{J_m\left(\frac{x_i'r}{a}\right)}{J_m\left(x_i'\right)} \cos_{\sin m} \phi$$

$$T_{(mn)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\pi}} \cdot \frac{J_m\left(\frac{x_ir}{a}\right)}{x_i \cdot J_{m+1}(x_i)} \cos_{\sin m} \phi$$
ただし、  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ 

$$\varepsilon_m = 1 \quad m = 0$$

$$\varepsilon_m = 2 \quad m \neq 0$$

$$x_i': J_m'(x) = 0 \quad o \quad n \quad \text{番目の根}$$

$$x_i: J_m(x) = 0 \quad o \quad n \quad \text{番目の根}$$

$$a: \ \ddot{p}_b \ddot{m} \oplus o \quad o \quad n \quad \text{番目の根}$$

$$a: \ \ddot{p}_b \ddot{m} \oplus o \quad o \quad n \quad \text{◆}$$

で表わされ、すなわち  $TE_{mn}$  姿態の場合

$$\operatorname{grad}_{r} T_{(mn)} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_{m}}{\pi}} \frac{x_{i}'}{\sqrt{x_{i}'^{2} - m^{2}}}$$

$$\frac{J_{m}'\left(\frac{x_{i}'r}{a}\right) \cos m\phi}{a J_{m}(x_{i}') \sin m\phi}$$

$$\operatorname{grad}_{\phi} T_{(mn)} = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_{m}}{\pi}} \frac{m}{\sqrt{x'_{i}^{2} - m^{2}}}$$

$$\cdot \frac{J_{m}\left(\frac{x_{i}'r}{a}\right) \sin m\phi}{r J_{m}(x_{i}') \cos m\phi}$$

$$TM_{mn} 姿態の場合$$

$$\operatorname{flux}_{r} T_{(mn)} = \mp \sqrt{\frac{\varepsilon_{m}}{\pi}} \cdot \frac{m}{x_{i}} \cdot \frac{J_{m}\left(\frac{x_{i}r}{a}\right)}{r J_{m+1}(x_{i})}$$

$$\sin m\phi$$

$$\operatorname{flux}_{\phi} T_{(mn)} = -\sqrt{\frac{\varepsilon_{m}}{\pi}} \cdot \frac{J_{m}'\left(\frac{x_{i}r}{a}\right)}{a J_{m+1}(x_{i})}$$

$$\cos m\phi$$

である. $一般に関数 <math>T(r, \phi)$  はいわゆる直交性として

が成り立ち, 同様に

$$\iint (\operatorname{grad} T_{(mn)}) \cdot (\operatorname{grad} T_{(\mu\nu)}) dS =$$

$$\iint (\operatorname{flux} T_{(mn)}) \cdot (\operatorname{flux} T_{(\mu\nu)}) dS = \iint (\operatorname{grad} T_{(mn)}) \cdot (\operatorname{grad} T_{(\mu\nu)}) dS = \iint (\operatorname{flux} T_{(mn)})$$

$$\cdot (\operatorname{flux} T_{(\mu\nu)}) dS = \begin{cases} 1 & m = \mu \\ n = \nu \\ m \neq \nu \end{cases}$$

$$\iint (\operatorname{grad} T_{(mn)}) \cdot (\operatorname{flux} T_{(\mu\nu)}) dS = \iint (\operatorname{grad} T_{(mn)})$$

$$\cdot (\operatorname{flux} T_{(\mu\nu)}) dS = \iint (\operatorname{grad} T_{(mn)})$$

$$\cdot (\operatorname{flux} T_{(\mu\nu)}) dS = 0$$

なる正規化直交条件が成立する。したがって管断面上の $H_t$ が測定されるならば、(9) 式の直交条件を使用して解析計算が行なえる。

いま,かりに管内に含まれる幾つかの姿態のうち一つの  $TE_{0p}$  姿態の大きさを求めるには, 測定磁界  $H_t$  に  $TE_{0p}$  姿態の grad  $T_{(0p)}$  を掛け直交条件を用いる. すなわち

$$\iint H_t \text{ grad } T_{(0p)} dS$$

$$= \iint \left\{ \sum I_{(mn)} \text{ grad } T_{(mn)} - \sum I_{(mn)} \text{ flux } T_{(mn)} \right\}$$

$$\text{grad } T_{(0p)} dS = \iint I_{(mn)} \text{ grad } T_{(mn)} \text{ grad } T_{(0p)} dS$$

$$= I_{(0p)} \qquad (10)$$
となりその電力  $P_{(0p)}$  は
$$P_{(0p)} = K |I_{(0p)}|^2 Z_{(0p)} \qquad (11)$$
ただし

K: 比例定数

 $Z_{(0p)}$ :  $TE_{0p}$  姿態の特性インピーダンス ゆえに基準姿態(いま の 場合  $TE_{01}$  姿態とする)の電力を単位とした場合,その姿態の比電力  $\delta_{(0p)}$  は

$$\delta_{(0p)} = \frac{P_{(0p)}}{P_{(01)}} = \frac{|I_{(0p)}|^2}{|I_{(01)}|^2} \frac{Z_{(0p)}}{Z_{(01)}}$$
(12)

となる. この  $\delta_{(op)}$  が  $TE_{op}$  姿態の比電力である. このことは他の総べての姿態に成り立 ち 比電力  $\delta$  の値が求まる.

第1表 姿態間の直交性

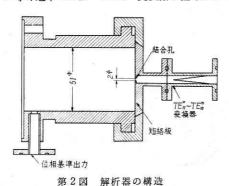
						-1-		~ /ш. /3 /							
TE <sub>01</sub>		TE <sub>01</sub> 0.9996		TM <sub>01</sub>	TM <sub>02</sub>	TE even 0.0000173	odd	TE even 0.0000464	odd	even 0. 0000091	E <sub>21</sub> odd	TM <sub>1</sub> even 0. 0000617	odd	TM <sub>21</sub> even 0.0000253	odd
							0		0		0		0		0
$TE_{02}$			0. 9968												
$TM_{01}$				1.0006											
TM <sub>02</sub>	even				0. 9988	1. 00206		0.002924		0.000345		0.000213			
TE <sub>11</sub>	odd even						1.00204	1.00528				0.00403		•	
TE <sub>12</sub>	odd even	-							1.00535	1.00039					
TE <sub>21</sub>	odd even										1.00042	1.00654			
TM <sub>11</sub>	odd even												1.00394	0. 99996	
$TM_{21}$	odd														1.00017

## 3. 定数表の作成

前記 (9) 式の直交条件を用い,実際に測定結果を求めるには管断面上のいかなる点の磁界を求め,それをいかに処理するかであるが,その便法として,ここでは管断面をn等分し,そのおのおのの区分の中央に測定点を取り,さらにその点において,あらかじめ解析しようとする各姿態の理論値  $\operatorname{grad} T_{(mn)}$ ,flux  $T_{(mn)}$  の値を求め数表を作成しておくならば,計算は非常に容易になる。そこでこの測定においてはn=100とし,断面上に100 カ所の測定点をおき,各点における定数 (7) 式を作成する。しかしこの表自体がどの程度直交条件を満足しているかが直接誤差になるから検討を要する。それを第1表に示す。以上の結果より基本波姿態近くのものにおいては非常によく直交条件を満足し約 $-25\,\mathrm{db}$ である。

# 4. 構成測定方法

姿態解析器は解析本体,表面波線路,移相器,可変減衰器,マジック T,ガルバノメータよりなっている。解析器本体は写真 1,第2図に示すように結合孔を導波管断面上任意の点に持ち来たすことができるようにr 方向に移動する短絡板上のほぼ中央に孔を設け,全体が導波管のフランジ部分で $\phi$  方向に回転可能になっている。そして結合孔からのエネルギーは $TE_{11}$ ° 姿態で電磁ホーンに導く途中 $TE_{11}$ °  $TE_{12}$ 0° 変換器を置き,この変



郑 2 囚 肝机品切解足

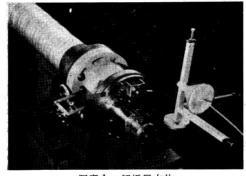
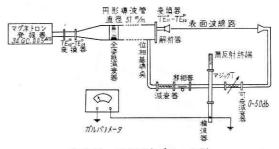


写真1 解析器本体

換器を 90 度回転することに  $\mathfrak L$  り, $H_r$  と  $H_\phi$  を区別して取り出し得るようになっている。また表面波線路は本体が自由に移動できるようにするため使用 されている

以上の装置を用いて第3図に示すように測定回路を構成する. パルス幅  $0.05 \, \mu S$  で変調された  $34 \, GC$  帯のエネルギーは  $TE_{10}$  $^{\circ}$  $^{\circ}$  $^{\circ}$  で変調された  $34 \, GC$  帯のエネルギーは  $TE_{10}$  $^{\circ}$  $^{\circ}$  $^{\circ}$  で変調された  $34 \, GC$  帯ので変換器で  $TE_{01}$  変態に変換された後,テーパー導波管, Helix 導波管を経て内径  $51 \, \mathrm{mm}$  の円形導波管内に  $TE_{01}$  変態だけが 伝送され解析器本体に至る. 結合孔からの出力は $TE_{11}$  $^{\circ}$  $^{$ 



第3図 測定回路ブロック図

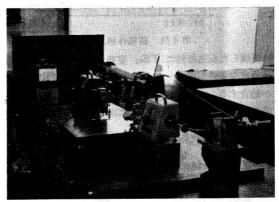


写真2 測定回路の外観

この結果にすでにわかっている各姿態の磁界基準ベクトルを掛け、和をとれば各姿態の大きさを知ることができる。したがってその姿態の大きさの2乗に特性インピーダンスを掛ければ相対的な電力量を知ることができるわけである。

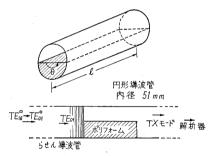
#### 5. 測定結果

前記のような姿態解析器が実際いかなる精度特性を持

ち,それが実際面に使用でき得るかを見るため,導波管 線路が完全円筒から歪んでいる場合,すなわち線路の曲 がり部分,喰違い,折曲がり等の姿態変換による理論計 算との比較がある.

測定器は電磁姿態の直交条件を用いているので、姿態間の直交性が直接解析器の精度に影響する。その直交の程度は測定点の数とその位置によって左右されるため、初めに測定点の数を 64 点とし、その精度試験(実験1)を行ない、次に測定点を増すことにより精度向上がなされるかを見るため測定点を100点とした場合の実験(2)を行なった。しかし解析器は短絡板を用いるため管内には進行波のみならず反射波も存在し線路が共振器になる恐れがあり、同時に姿態特性を持たない減衰器(3)の開発を行ない良好なる結果を得ている。

実験 1 n=64 とし管断面上に 64 カ所 の 測定点を置き,各点における定数を形成した結果,その直交誤差は 約-20 db である.そこで線路の変形の大きい場合の例として誘電体挿入による姿態変換について行な  $5^{(4)}$ . 第 4 図に示すように円形導波管の下半分に誘電体  $\varepsilon_0(1+\delta)$  なる大きさのポリフォームを扇形角  $\theta$ ,長さ l だ



第4図 誘電体挿入部

け充塡した伝送線路に  $TE_{01}$  姿態を印加した場合(9)式の直交条件が成立しなくなり, $TE_{01}$  姿態に他の姿態が結合する。これら結合姿態のうち  $TM_{11}$  姿態, $TE_{11}$  姿態, $TE_{12}$  姿態の結合度 d は次のように与えられる。

$$d_{(11)} = 0.121 \,\beta \,\delta \sin \frac{\theta}{2}$$

$$d_{(11)} = 0.116 \,\beta^2 \,\delta \frac{1}{\sqrt{h_{(01)} \cdot h_{(11)}}} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$d_{(12)} = 0.141 \,\beta^2 \,\delta \frac{1}{\sqrt{h_{(01)} \cdot h_{(12)}}} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$(13)$$

このような姿態のポリフォーム の長さ l なる場合の結合電力Pは

$$P = \frac{4 d^{2}}{(h_{(01)} - h)^{2} + 4 d^{2}} \sin^{2} \frac{1}{2}$$

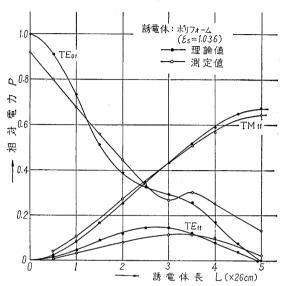
$$\left\{ (h_{(01)} - h)^{2} + 4 d^{2} \right\}^{1/2} \cdot l$$
(14)

にて与えられる. ただし

 $h_{(01)}: TE_{01}$  姿態の位相定数 h :結合姿態の位相定数

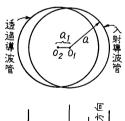
 β :自由空間における位相定数いまポリフォームの誘電率を 1.036 円形導波管の内径を 51 mm 使用周波数 34 GC 帯 (λ=8.6 mm) ポリフォームの扇形角を 180 度

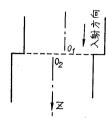
とした場合の実験値と理論計算とを比較した結果を第5 図に示す。図より明らかなように、ほぼ数%の誤差で良



第5図 TE<sub>01</sub> 波円形導波管の誘電体挿入による姿 能変換

好な結果を得た。また理論計算においてポリフォームの誘電率を概算で 1.036 としたが実験値よりの 逆算によると、 $\delta$ =0.029 すなわち誘電率は 1.029 となる。また実験に際しポリフォームの反射は、ごく僅かで問題にならない。





第6図 喰違い部分

実験 2 測定点を 100 点 とし解析器本体の精度すな わち直交性について -25 db の向上により、僅かな 姿態変換の解析を行なうことにした(5) (第6図).

僅かな喰違い部分に $TE_{01}$  波が入射したとき生ずる不要姿態の大きさを,接合面における横電磁界の連続性を用いて $a_1/a$  (喰違い/導波管半径)の一次近似で理論計算を行なった。その結果喰違いによって生

ずる不要姿態は  $TE_{1n}$  波の反射 および 透過波のみで,  $TE_{01}$  波の反射および その他の姿態は  $a_1/a$  の 2 乗に比例した微小量である.

喰違いの位置を原点 z=0 にとれば単位振幅の  $TE_{0}$ 

波( $A_{01}$ =1)が入射した場合,喰違い  $a_1$  当たり発生する反射および透過  $TE_{1n}$  波の振幅は次式で与えられる。

$$TE_{1n} = \frac{A_{1n}}{B_{1n}} = D_{1n}^{\pm} \frac{a_1}{a} \quad (n=1, 2, \dots)$$
 (15)

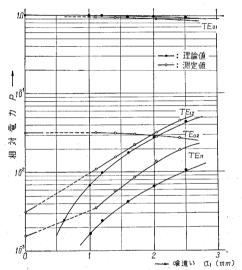
$$D_{1n}^{\pm} = \frac{x_{01}}{\sqrt{2}\sqrt{x_{1n}^2 - 1}} \frac{x_{1n}^2}{(x_{01}^2 - x_{1n}^2)} \frac{\sqrt{\lambda_{g01}}}{\sqrt{\lambda_{g1n}}} \left(\frac{\lambda_{g1n}}{\lambda_{g01}} \pm 1\right)$$
(16)

電力は

$$P_{1n}(z) = |A_{1n}(z)|^2 e^{-2\alpha_{1n}z} - |B_{1n}(z)|^2 e^{2\alpha_{1n}z}$$
(17)

 $x_{mn}=2\pi a/\lambda_{emn}$  は Bessel 関数微係数  $J_n'(x)$  の根である,

いま導波管内径 51 mm 周波数 34 GC 帯  $(\lambda=8.6 \text{ mm})$  で喰違い  $d=0.5\sim2.5 \text{ mm}$  とした場合の 実験結果と理論計算との比較を第 7 図に示す。 実際解析できるのは  $TE_{12}$ ,  $TE_{11}$  波のみである。 また d=0 のときの実験結果各姿態の含有率は第 2 表のような値を持ってい



第7図 TE<sub>01</sub> 波円形導波管の僅かな喰違いに よる姿態変換

第2表 喰違い零における各姿態の大きさ

	$TE_{01}$	$TE_{02}$	$TE_{11}$	$TE_{12}$
TE <sub>mn</sub> Total Power	0.948	0.0304	0.0016	0.0032

る. したがって  $TE_{12}$  波について d=0 のとき すでに含まれている  $TE_{12}$  波の値と  $TE_{02}$  波からの変換とを補正すると,ほぼ理論値と一致する.

 $TE_{11}$  波について理論値との相異が大きいのは  $TE_{02}$  波よりの変換および d=0 のときの値の外に導波管路長 が  $TE_{11}$  波の共振波長に一致したことに よる. すなわ ち変換点相互間(短絡板を用いているため変換点が連続する)の電気長が  $TE_{11}$  姿態の相加条件を満た した も のと見られる.

以上のように実験結果は良好で姿態解析器は十分な精 度特性を持つことが明らかとなった。

#### 6. むすび, 謝辞

伝送線路の任意の個所に管断面上の磁界分布を測定しその結果に姿態間の直交性を利用して、円形導波管内の伝送姿態の含有量を測定する一方法を紹介した。この方法によれば、従来の管壁上の磁界分布を測定する方法にくらべ解析計算が容易であること、それに上述のように良好な精度特性を得たことから、より高い周波数の50 GC帯に拡張することが可能であると考えられる。また実際面において長距離伝送線路の布設の場合に導波管の接続の不完全による姿態変換、および地形などによる計画的な曲がりを必要とする曲がり用らせん導波管、誘電体被覆銅パイプの製造の際に、有力な測定器となると見られる。

材料の提供その他についてご援助をいただいた住友電気 KK, 藤倉電線 KK 研究所の 方々に 深謝の意を表わす. 測定法についてご助言いただいた沖電気本田氏ならびに終始ご指導たまわった本学斎藤教授に感謝する.

(1962 年7月 21 日受理)

## 文 献

- S. A. Schelkunoff "Generalized Telegraphist's Equations for Waveguides" B. S. T. J July 1952 p. 784
- N. Marcuvitz "Waveguide Handbook" M. I. T. Rad Lab Ser, 10 New York, 1951
- 3) 本田, 横山"全姿態固定減衰器"電気四学会連合大会 (1960.7)
- 4) S. P. Morgan "Theory of Curved Circular Waveguide Containing an Inhomogeneous Dielectric"
   B. S. T. J September 1957 p. 1209
- 5) 飯口真一, "TE<sub>01</sub> 波円形導波管の僅かな喰達いによる 姿態変換"電気通信学会誌 (1957.10)