

管内流中の球の抵抗係数について

—混相流に関する基礎的研究—

山 口 惇

管内混相流を微視的に取り扱うために、また、それ自身興味ある問題であるので、管内乱流中におかれた球の抵抗係数を実験的に求めた。結果は無限空間の場合と比較的簡単な関係で結びつけられる。最後にこの結果を粒体の運動軌跡の計算に適用した。

穀物などを空気で輸送する空気輸送、石炭・土砂などを水で輸送する水力輸送、およびボイラや化学装置などで起こる気液二相流（気体と液体の混合した流れ）は、普通混相流と総称される。管内で起こる混相流の研究は輸送方法として、あるいは装置内の現象として混相流を利用する機会が増すにつれ、最近理論的にも広くおこなわれている。事柄が複雑であるため、取扱いは巨視的でしかも実験的に決定される係数に一般性、再現性が不足しており、適用範囲が限られている。また使用目的と組成の相違から空気輸送、水力輸送および気液二相流ではそれぞれ別々の取扱いをしている。

気液二相流の一部を含め管内混相流の流れの機構を微視的に解析し、一般性、再現性のある取扱いをするため粒体（輸送物体）の運動を解析する必要がある。このためには粒体に働く力を求めねばならない。作用する力としては、

- 1) 流体抵抗
- 2) 粒体あるいは管壁との衝突に際して働く力
- 3) すべりあるいはころがり摩擦力
- 4) 流体揚力

が考えられる。特に流体抵抗には、輸送流れと粒体との速度差に基づく粒体の抵抗係数を求めることが問題となる。これに影響する因子として

- i) 粒体形状
- ii) 輸送流体と粒体の速度分布
- iii) 粒体と管の大きさ
- iv) 粒体と管壁との距離
- v) 粒体の相互距離
- vi) 粒体の挿入方法

などが考えられる。本研究はこの問題を実験的に解くためにおこなわれたものである。

粒体も流体も運動している状態での抵抗係数を求める必要があるが、このような実験では種々の因子の効果が交絡し、一般性が失われると思われるので、本研究では粒体を球に置き換え、球を管内に固定して抵抗係数を求めた。流体として水を使用し、流速としては流れが乱流となり、球についてのレイノルズ数が層流はく離となる

範囲に選んでいる。これは普通の輸送状態での粒体のレイノルズ数と一致させるためである。また球と管の直径比の最大値は水力輸送の上限 0.3 より大きくしている。

[記号]

C_D : 球の抵抗係数 $D/(\gamma/2g)u^2(\pi/4)d_s^2$

$C_{D\infty}$: 無限空間を運動する球の抵抗係数

D : 抵抗

d : 管内径

d_s : 球直径

d_s/d : 直径比

g : 重力の加速度

Re_p : 管レイノルズ数 $\bar{u}d/\nu$

Re_s : 球レイノルズ数 ud_s/ν

t : 時間

u : 流速

\bar{u} : 平均流速

\bar{u}' : 球による流路面積の減少を考慮した平均流速

u_0 : 球のない場合の管中心流速 ($y=0$ の場合の球中心流速)

u_y : 球のない場合の球中心流速

v_x : 粒体の x 方向速度成分

v_y : 粒体の y 方向速度成分

x : 流れの方向の座標

y : 管中心から球中心までの距離

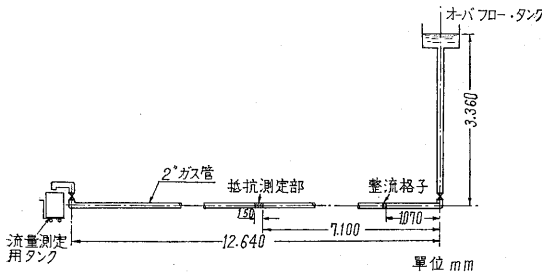
γ : 流体の単位体積重量

γ_s : 球の単位体積重量

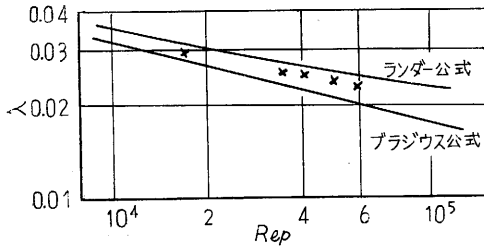
ν : 動粘性係数

実験装置および方法

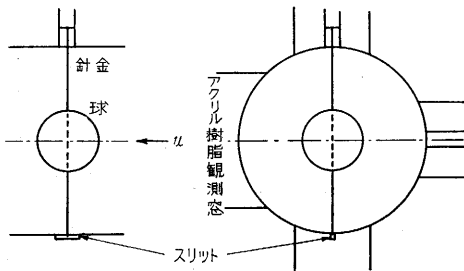
実験管路は第 1 図に示すように 2 インチ・ガス管 ($d=52.9$ mm) を使用し、測定部前後に十分な長さの直管部を設けた。管路の一端はオーバフロー・タンクに、他端は計量タンクに接続している。測定部前後の管摩擦係数を第 2 図に示す。球の抵抗は針金の変位として求めた。球の固定方法として L 字型の針金を用いることを試みた。流れに直角な面内での振動により測定が困難となったため、球中心を貫通する針金により固定し、さらに第



第1図 実験装置

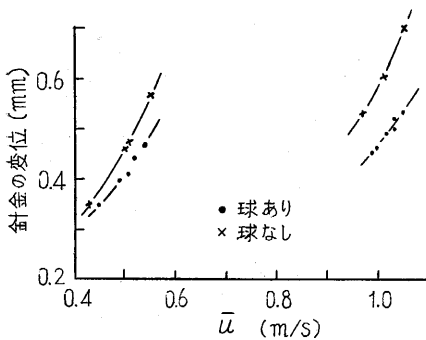


第2図 管摩擦係数 λ



第3図 抵抗測定部

3図に示すスリットに針金の一端を入れ振動を防いだ。球の層流はく離のはく離点は前縁から83°の付近であるので、この固定方法による抵抗値への影響はほとんどないと思われる。なお球としてボールベアリング用ナイロンボール ($\gamma_s=1.2 \text{ gr/cm}^3$) を、針金として直径0.5~0.9 mm のステンレス鋼線を用いた。針金の変位は測定部に設けたアクリル樹脂製の観測窓を通して読取顕微鏡 (感度 1/100 mm) で測定し、球の抵抗は球と針金の場合の変位から針金の変位を差し引き求めた。なお針金の変位は第4図に示すように球の有無による差が



第4図 針金の変位 ($d_s/d=0.182$)

あるので、球を観測窓の反対側から針金で固定し、その中心にあけた孔に針金を通して求めた。

実験範囲は次の通りである。

$$d_s/d = 0.151, 0.182, 0.301, 0.359$$

$$y/r = 0, 0.189, 0.379, 0.568, 0.758$$

$$Re_p = 1.3 \times 10^4 \sim 7.0 \times 10^4$$

$$Re_s = 2.5 \times 10^3 \sim 3.5 \times 10^4$$

実験結果および考察

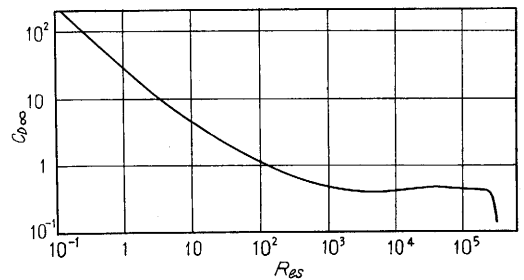
一様な流れの中にある球の抵抗係数は

$$C_{D\infty} = \frac{D}{(\gamma/2g)u^2(\pi/4)d_s^2} \quad (1)$$

で定義され、 $C_{D\infty}$ はレイノルズ数

$$Re_s = ud_s/\nu \quad (2)$$

の関数として与えられる (第5図)。



第5図 球の抵抗係数

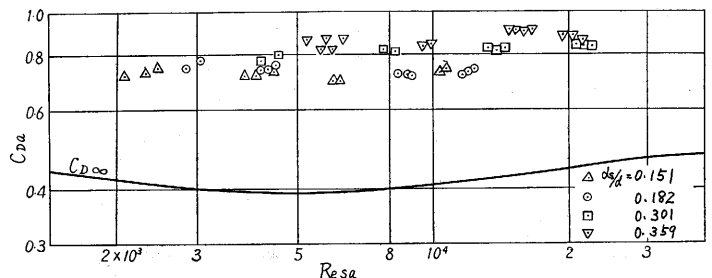
管内におかれた球の抵抗係数は次元解析により、 Re_s 、 d_s/d および y/r の関数として与えられる。

1) 管中心におかれた場合 ($y/r=0$)

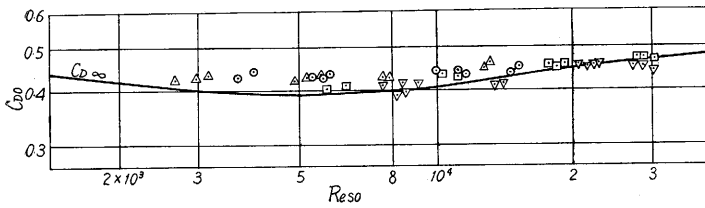
流速 u として管平均流速 \bar{u} を用いたときの結果 (添字 a) を第6図に示す。 d_s/d の影響が明らかであり、 $C_{D\infty}$ に比べ約二倍となっている。 d_s/d の影響として流路面積の減少が考えられる。流路面積の減少を考慮した平均流速で整理すると d_s/d の効果は消えるが、数値は $C_{D\infty}$ の二倍近い。また管内乱流の速度分布は管中央部で平坦とみなせるので、平均流速より管中心流速を取った方が妥当であろう。流速として

$$u_0 \bar{u}' / \bar{u} = u_0 [1 - (d_s/d)^2]^{-1} \quad (3)$$

を用いると結果 (添字 0) は第7図に示すように $C_{D\infty} - Re_s$ の関係にほとんど一致する。なお u_0 は



第6図 抵抗係数 (管中心の場合)

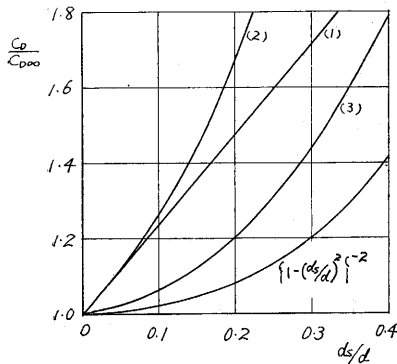


第 7 図 抵抗係数(管中心の場合)

$$u_0/\bar{u} = 1.525 Re_{sp}^{-0.02} \quad (4)$$

より求めている²⁾。

d_s/d の影響を流路面積の減少として取り扱ったのであるが、これを円筒中心軸を一定速度で落下する場合と比較したのが第 8 図である。



第 8 図 抵抗係数に対する直径比の影響

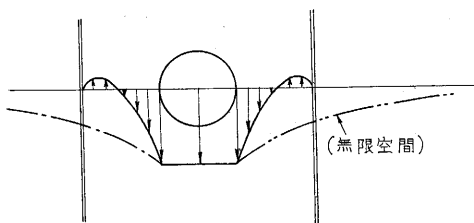
図中 1 は Landenburg の式²⁾

$$C_D/C_{D\infty} = 1 + 2.4 d_s/d$$

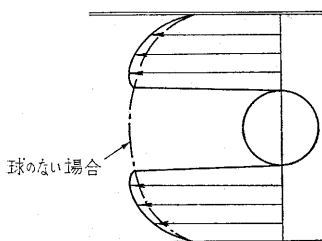
2 は Fåxén の式²⁾

$$C_D/C_{D\infty} = \{1 - 2.104 d_s/d + 2.09 (d_s/d)^3 - 0.95 (d_s/d)^5\}^{-1}$$

3 は三雲の式³⁾



第 9 図 静止流体中を球が落下する場合の速度分布説明図

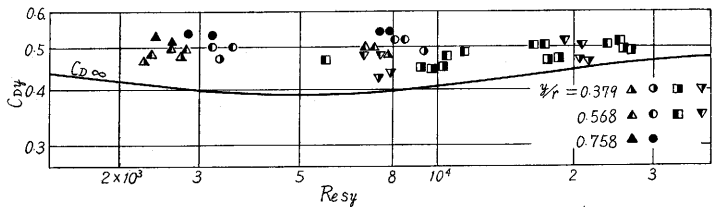


第 10 図 静止球のある場合の管内速度分布説明図

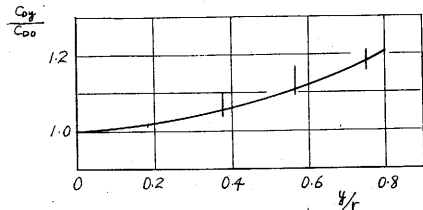
$$C_D/C_{D\infty} = \{1 - (d_s/d)^{1.5}\}^{-2}$$

である。1, 2 は $Re_{es} < 1$ の場合の理論式で、2 は $d_s/d \leq 0.3$ で成り立つことが実験的に確かめられている。3 は $Re_{es} \approx 1 \times 10^2 \sim 4 \times 10^3$ に対する実験式である。このように大きな差の理由を考えてみよう。 Re_{es} が小さく球が運動する場合の速度分布は第 9 図に示すように逆流を生じ、速度変化がはげしく、速度差が増すので d_s/d の影響が大きい。一方本実験範囲の Re_{es} で球が固定されている場合の速度分布は第 10 図に示すように、球の存在は流れをむしろ平坦にしていると考えられ、 d_s/d の影響が流路面積の減少として与えられる。

2) 半径方向に偏位した場合 ($y/r \neq 0$)



第 11 図 半径方向に偏位したときの抵抗係数



第 12 図 抵抗係数に対する半径方向偏位の影響

整理方法として u を

- i) \bar{u}'
- ii) $u_y \bar{u}' / \bar{u}$
- iii) $C_{Dy} = C_{D0}$ とする仮想的な速度分布

の三通りに取り検討した。iii がばらつきが一番大きく、i, ii はほとんど同じばらつきを与えるが、管中心の場合との関連から ii の方法を採用する。結果を第 11 図に示す。図で明らかのように C_{Dy} は $C_{D\infty}$ に一致しない。この関係を図示したのが第 12 図であり、図中の曲線は y/r の影響を示す実験式で

$$C_{Dy}/C_{D\infty} = 1.00 + 0.36 (y/r)^2 \quad (5)$$

である。なお u_y は $1/r$ 乗速度分布で近似している。

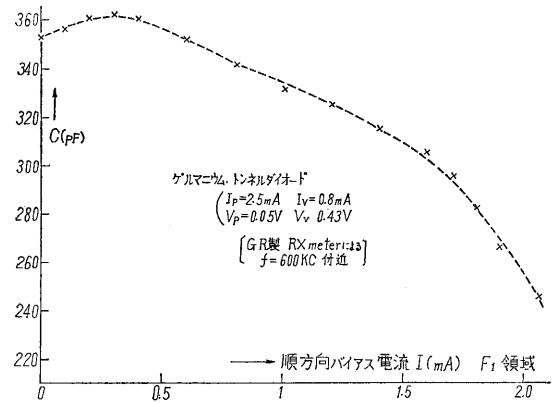
混相流への適用

以上の結果を用いて浮遊速度に対する直径比の影響、垂直管内の粒体の速度分布などを求めることができる。1 例として水平管内の単一粒体の運動軌跡を求めよう。

(27 ページへつづく)

接合面近くから未電離の ($N_d - N_a^+$) が電界電離(Field ionization) を起こし始め、放出電子は n 領域側伝導帯にトンネル遷移して接合面近くは空間電荷が増加する(第 10 図参照)。伝導帯に達した自由電子は層内電界によって n 領域内に移動して空乏層の端を埋め電気的中性条件を満足させるので、空間電荷層の幅が Δd_2 だけ狭められる。またアクセプタについては p 領域側充満帯より接合面近くの未電離の N_a がトンネル遷移で電子を受け正孔を電界電離して、自身は空間電荷を増す。充満帯の正孔は層内電界で移動し、同じく p 領域側の空乏層の端を埋め電気的中性に戻すので電界(すなわち外部電圧)に応じて Δd_1 だけ空間電荷層の幅が狭められる。これが接合容量の増大となって現われたと解釈される。より逆方向に電圧が加わると空間電荷層内の不純物が全部電離して再び widening effect が作用してこよう。第 5, 6 図のシリコン接合ではまだそのバイアス領域は現われないが、ゲルマニウム接合では第 11 図の代表例のように 0.3~0.5mA 以下の F_1 領域ですでにこの傾向が見られる。

2) つぎに第 6 図のような V_{min} 前後から V_p にかけての障壁容量の異常な減少は、エネルギー準位図から考えて n 領域の伝導帯から多量の電子が p 領域価電子帯に直接トンネル効果で遷移するので、今まで電気的中性条件を保っていた空乏層のすぐ外側で多数キャリアが希薄となって空間電荷を生じ、層の幅 d が増大したためと



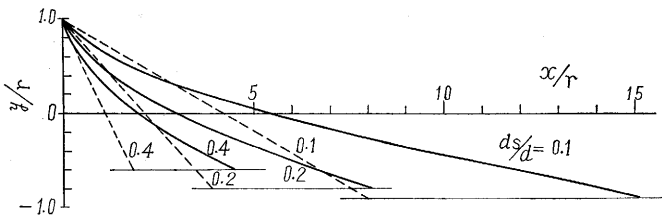
第 11 図 F_1 領域における C のバイアス電流特性

考える。しかし順バイアス電圧が小さくなるとともに層内電界が増し上記 narrowing effect も次第に作用し始めるとすれば、直接トンネル効果が順方向で最大になる V_p よりかえって V_{mi} 付近で空乏層の幅 d が極大値をとりうる。すなわち接合容量の極小値が現われる。

謝辞 つねにご指導いただく高木教授、安達・尾上両助教授に厚く感謝申し上げますとともに、資料をいただいたソニー(株)の岩田課長、福井初昭氏のご好意に深謝する。(1962年7月11日受理)

文献 1) A. G. Chynoweth et al: Phys. Rev. 118, 425 (1960-04)
 2) 後川: 昭和 35 年連大, 1451 (1960-07)
 3) " : 東大生研電気談話会報告, 11, 19 (1960-10)
 4) " : 昭 35 年信学大全, S9-21, (1960-11)

(9 ページよりつづく)



第 13 図 粒体の運動軌跡

運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{3}{4} \frac{C_{D0}}{d_s} \left\{ 1.00 + 0.36 \left(\frac{y}{r} \right)^2 \right\} \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \left(u_y \frac{\bar{u}'}{\bar{u}} - v_x \right) \left| u_y \frac{\bar{u}'}{\bar{u}} - v_x \right| \quad (6)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{3}{4} \frac{C_D}{d_s} \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} v_y \left| v_y \right| \quad (7)$$

空気輸送の数値例を第 13 図に示す。ただし $Fr^2 = u_0^2/gr = 4 \times 10^3$, $Re_p = 2u_0r/\nu = 1 \times 10^5$, $(v_x)_{t=0} = (v_y)_{t=0} = 0$, $(y/r)_{t=0} = 1$, $u_y/u_0 = (1 - |y/r|)^{1/8}$, $\bar{u}/u_0 = 0.826$, $\gamma/(\gamma_s - \gamma) = 1 \times 10^{-3}$, $C_{D0} = C_{D\infty} = 0.45$ の場合であり、(7) 式右辺第 2 項を省略した。点線は (6) 式の代わりに (8)

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{3}{4} \frac{C_{D\infty}}{d_s} \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} (\bar{u} - v_x) |\bar{u} - v_x| \quad (8)$$

式を用いたもので、従来よくおこなわれている。この例

は球を初速 0 で上側の管壁から落下させ、下側の管壁に衝突するまでの軌跡である。(6) 式と (8) 式との差が明らかで、このことは速度分布と直径比の影響を考慮しなければならないことを明確に示している。

結 び

管内乱流中に置かれた単一球の抵抗係数を $C_{Dy} = D/(\gamma/2g) u_y^2 (\bar{u}'/\bar{u})^2 (\pi/4) d_s^2$

で定義すると、 C_{Dy} は本実験の範囲で

$$C_{Dy} = C_{D\infty} \{ 1.00 + 0.36 (y/r)^2 \}$$

与えられる。ここに $C_{D\infty}$ は

$$R_{os} = u_y (\bar{u}'/\bar{u}) d_s/\nu$$

で定義される球レイノルズ数に対する値である。なお $\bar{u}'/\bar{u} = \{ 1 - (d_s/d)^2 \}^{-1}$

である。この結果を管内混相流の解析に用いるには、考慮すべき点が多数残っている。しかし単一球の抵抗係数が比較的簡単な関係で与えられることは、混相流の微視的な解析に役立つことと思われる。

終わりに終始ご指導いただいた本所、石原智男助教授に深く感謝する。(1962年5月21日受理)

文 献 1) 機械工学便覧(昭和 26 年版), 8-30.
 2) 菅, 粘度測定, 工業物理学講座 (F-3).
 3) 三雲, 水曜会誌, 8-2 (昭和 8 年), 263.